

Носов Михаил Александрович

**Устойчивость течений и
переход к турбулентности**

зачет с оценкой

<http://ocean.phys.msu.ru/courses/currents/>

2022

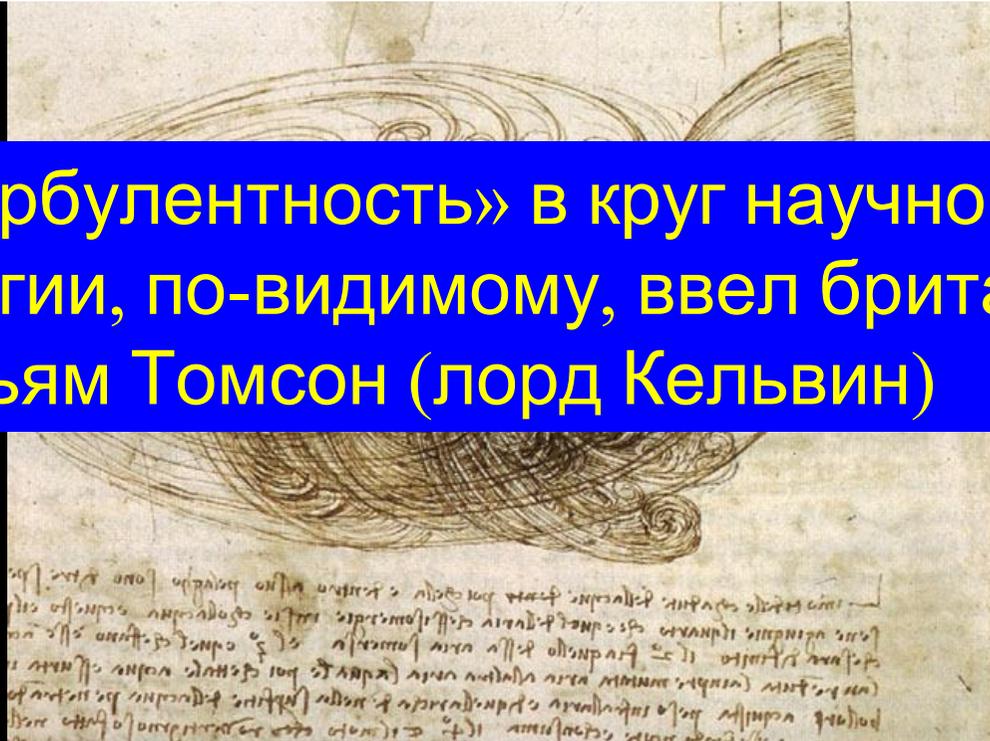
Leonardo da Vinci (1452-1519)



*«...doue laturbolenza dellacqua sigenera
doue la turbolenza dellacqa simantiene plugho
doue laturbolenza dellacqua siposa...»*

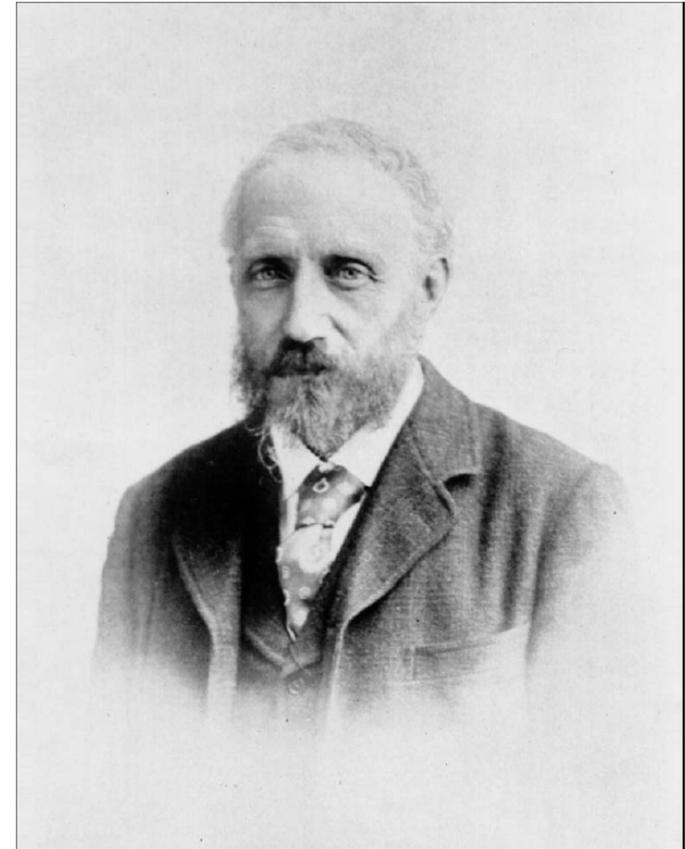
*«...где турбулентность воды возбуждается
где турбулентность воды сохраняется надолго
где турбулентность воды затухает...».*

термин «турбулентность» в круг научной терминологии, по-видимому, ввел британский физик Уильям Томсон (лорд Кельвин)



Reynolds' experiment, described in his paper published in 1883

Reynolds O. 1883. *An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water in parallel channels shall be direct or sinuous and of the law of resistance in parallel channels.* Philos. Trans. R. Soc. 174:935–82



Professor Osborne Reynolds (Copyright, The University of Manchester)

**Osborne Reynolds
(1842 – 1912)**

Sir George Stokes' review of Reynolds' 1883 paper

REPORT ON PROF. O. REYNOLDS'S PAPER.

I CONSIDER PROFESSOR REYNOLDS'S PAPER A VALUABLE ONE, WHICH I RECOMMEND SHOULD BE PRINTED IN THE PHIL. TRANS. HE SHOWS FOR THE FIRST TIME THAT THE DISTINCTION BETWEEN REGULAR AND EDDYING MOTION DEPENDS ON A RELATION BETWEEN THE DIMENSIONS OF SPACE AND VELOCITY, OR WHAT COMES TO THE SAME OF SPACE AND TIME, INVOLVED IN THE EXPERIMENTS; A ^{relat} ~~distinction~~ POINTED OUT BY THE KNOWN EQUATIONS OF MOTION OF A VISCOUS FLUID. HE SHOWS ALSO THAT THE ONE CLASS OF MOTIONS PASSES INTO THE OTHER WITH AN UNEXPECTED SUDDENNESS.

IN ONE PART THE LANGUAGE SEEMS TO IMPLY ^{which was not perhaps intended} THAT HE HAD DISCOVERED NEW DIMENSIONAL PROPERTIES OF FLUIDS, AND MIGHT EVEN LEAD TO THE SUPPOSITION THAT HE SUPPOSED THAT HE HAD SHOWN ^{that} ANOTHER CONSTANT BEYOND THOSE RECOGNISED WAS NECESSARY IN ORDER TO DEFINE A FLUID MECHANICALLY. THIS CERTAINLY IS NOT THE CASE; THE DIMENSIONAL PROPERTIES ARE ALREADY ^{obviously} INVOLVED IN THE EQUATIONS OF MOTION; AND THERE IS ABSOLUTELY NOTHING TO PROVE THAT HE HAS DISCOVERED THE NECESSITY OF AN ADDITIONAL CONSTANT TO DEFINE A FLUID.

G. G. Stokes

19 April 1883

REPORT ON PROF. O. REYNOLDS'S PAPER.

I CONSIDER PROFESSOR REYNOLDS'S PAPER A VALUABLE ONE, WHICH I RECOMMEND SHOULD BE PRINTED IN THE PHIL. TRANS. HE SHOWS FOR THE FIRST TIME THAT THE DISTINCTION BETWEEN REGULAR AND EDDYING MOTION DEPENDS ON A RELATION BETWEEN THE DIMENSIONS OF SPACE AND VELOCITY, OR WHAT COMES TO THE SAME OF SPACE AND TIME, INVOLVED IN THE EXPERIMENTS; A ^{relat}~~distinction~~ POINTED OUT BY THE KNOWN EQUATIONS OF MOTION OF A VISCOUS FLUID. HE SHOWS ALSO THAT THE ONE CLASS OF MOTIONS PASSES INTO THE OTHER WITH AN UNEXPECTED SUDDENNESS.

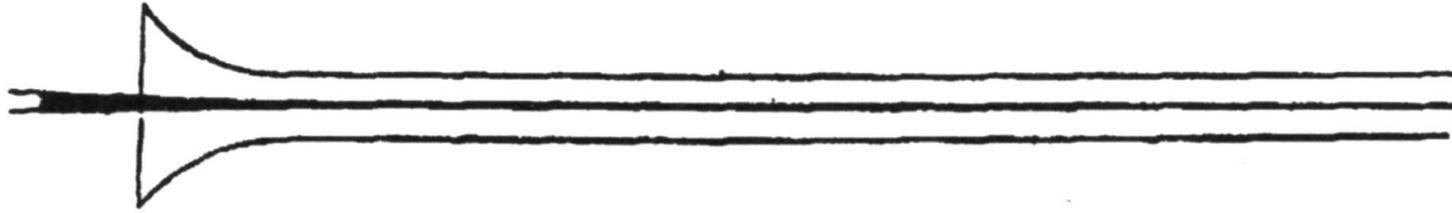
(which was not perhaps intended)
IN ONE PART THE LANGUAGE SEEMS TO IMPLY THAT HE HAD DISCOVERED NEW DIMENSIONAL PROPERTIES OF FLUIDS, AND MIGHT EVEN LEAD TO THE SUPPOSITION THAT HE SUPPOSED THAT HE HAD SHOWN *that*

Reynolds' experiment, described in his paper published in 1883

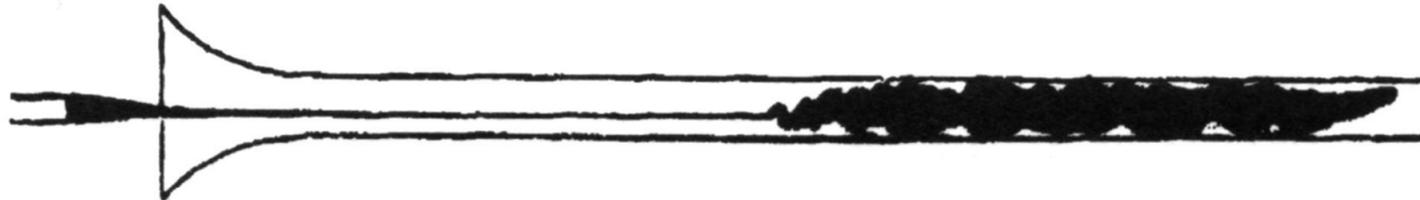


Figure 1

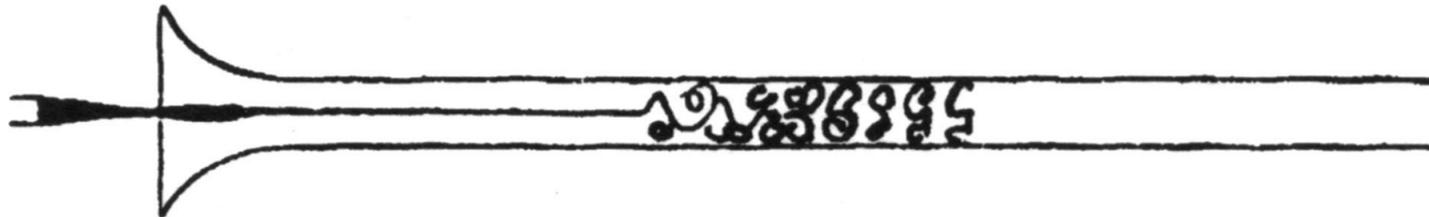
Osborne Reynolds tank today, The University of Manchester.



“When the velocities were sufficiently low, the streak of colour extended in a beautiful straight line through the tube.”



“As the velocity was increased by small stages, at some point in the tube, always at a considerable distance from . . . the intake, the colour band would all at once mix up with the surrounding water, and fill the tube with a mass of coloured water.”



“On viewing the tube by light of an electric spark, the mass of colour resolved itself into a mass of more or less distinct curls, showing eddies.”

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \vec{v}$$

U – масштаб скорости

L – масштаб длины

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \sim \frac{U}{L/U} = \frac{U^2}{L}$$

$$\frac{(\vec{v} \nabla) \vec{v}}{\nu \Delta \vec{v}} \sim \frac{U^2 / L}{\nu U / L^2} = \frac{UL}{\nu} = Re$$

число Рейнольдса

$$Re = \frac{Ud}{\nu}$$

в экспериментах
Осборна
Рейнольдса

$$Re_c = 1.3 \cdot 10^3$$

Современные данные (Thorpe, 2007):

$$10^3 < Re_c < 4.5 \cdot 10^4$$

Высокий
уровень
фоновых
возмущений

Минимальный
уровень
фоновых
возмущений

Турбулентность (от лат. *turbulentus* – беспорядочный) неупорядоченное во времени и пространстве поведение **диссипативной среды** (или поля), детали которого не могут быть воспроизведены на больших интервалах времени при сколь угодно точном задании начальных и граничных условий.

Такая невозпроизводимость есть следствие сложной динамики среды, определяемой неустойчивостью индивидуальных движений, и не связана с неполнотой описания, флуктуациями или действием внешних шумов

течения

```
graph TD; A[течения] --> B[ламинарные]; A --> C[турбулентные];
```

ламинарные

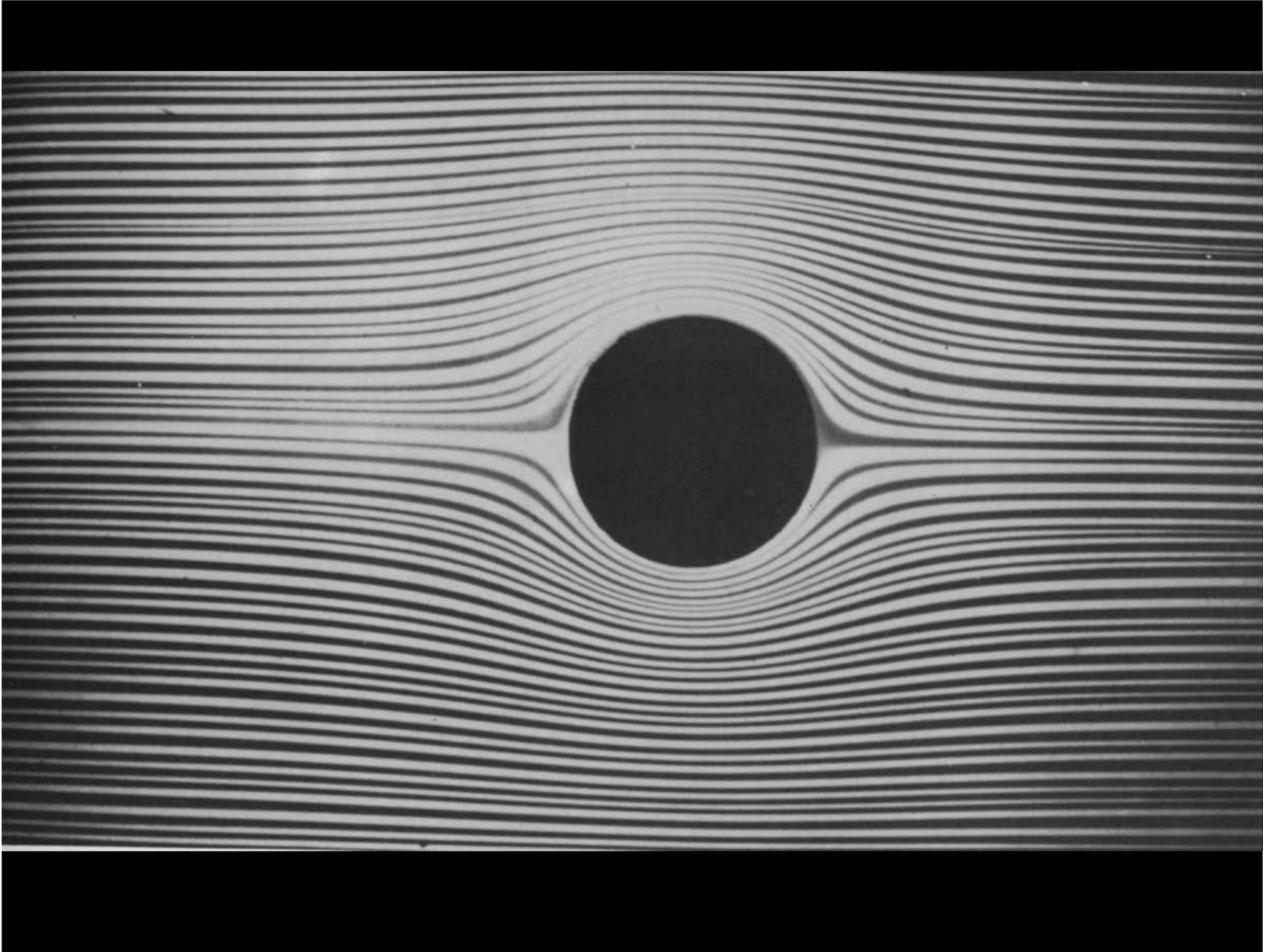
**спокойные и плавные
течения, меняющиеся
лишь в связи с
изменениями
действующих сил или
внешних условий**

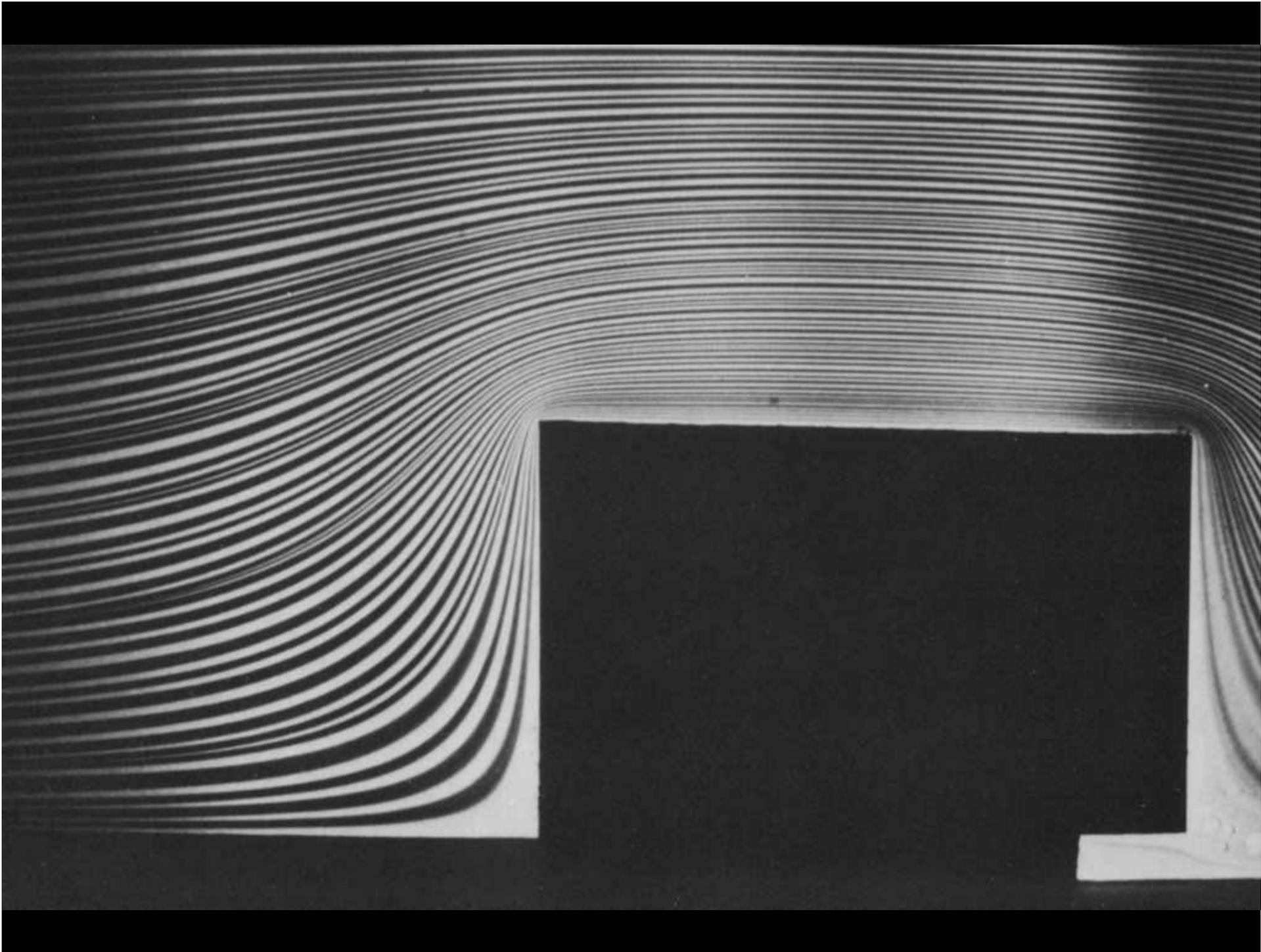
турбулентные

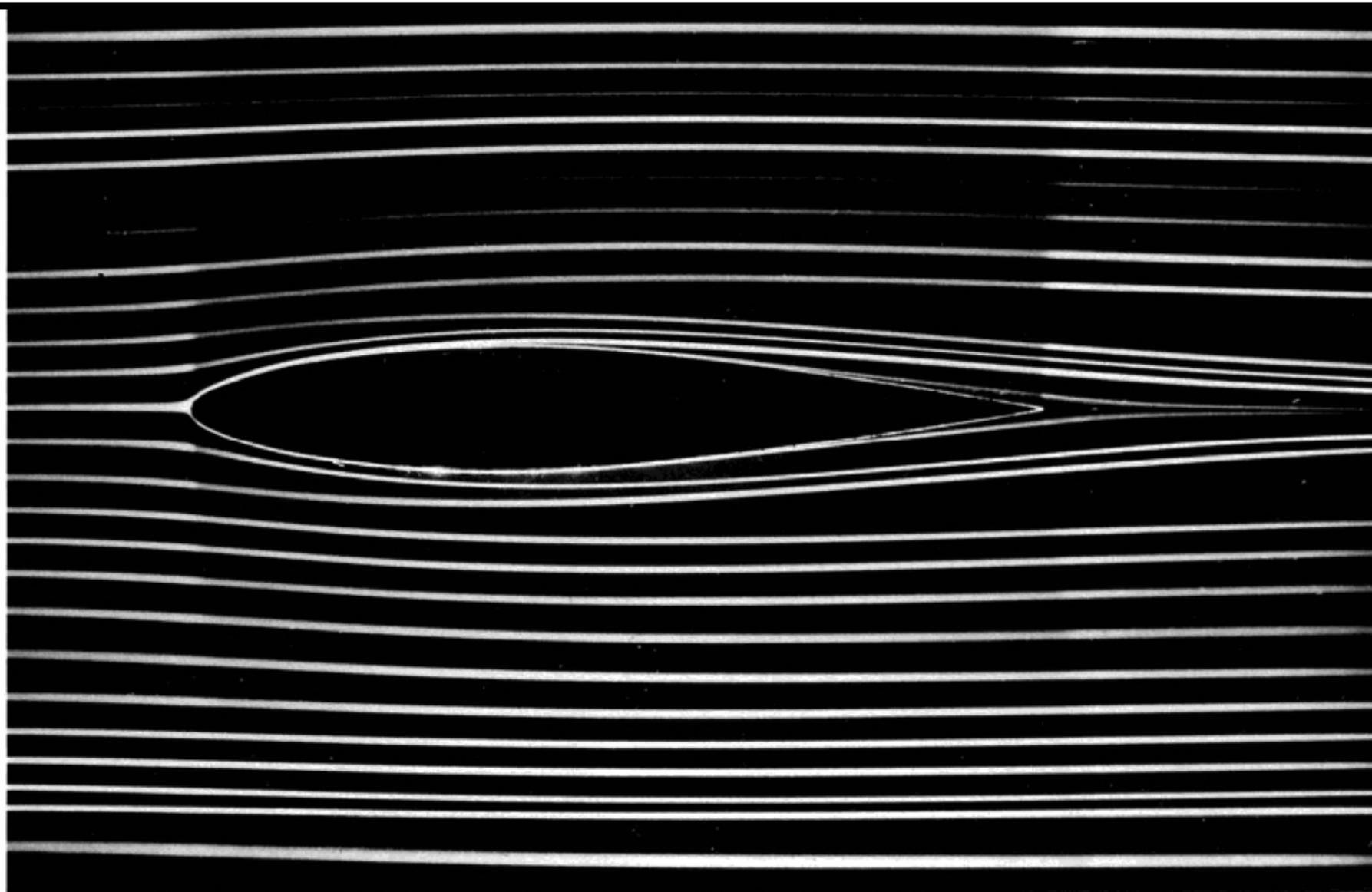
**течения, в которых
гидродинамические
величины испытывают
хаотические
флуктуации,
создаваемые наличием
многочисленных вихрей**

В дополнение к определению гидродинамической турбулентности (признаки турбулентности):

1. **Главный признак – хаотичность.** Но не любое хаотичное течение будет турбулентным. Например, в природных условиях (в океане или атмосфере) суперпозиция акустических, поверхностных и внутренних волн может приводить к движениям, которые характеризуются весьма значительной нерегулярностью;
2. **Второй признак – наличие вихрей,** т.е. турбулентное течение обязательно является вихревым;
3. **Размер вихря не связан с периодом его вращения.** Для вихрей не существует связи типа дисперсионного соотношения $\omega(k)$, которая присуща волновым процессам;
4. Турбулентное движение характеризуется **сплошным спектром.**





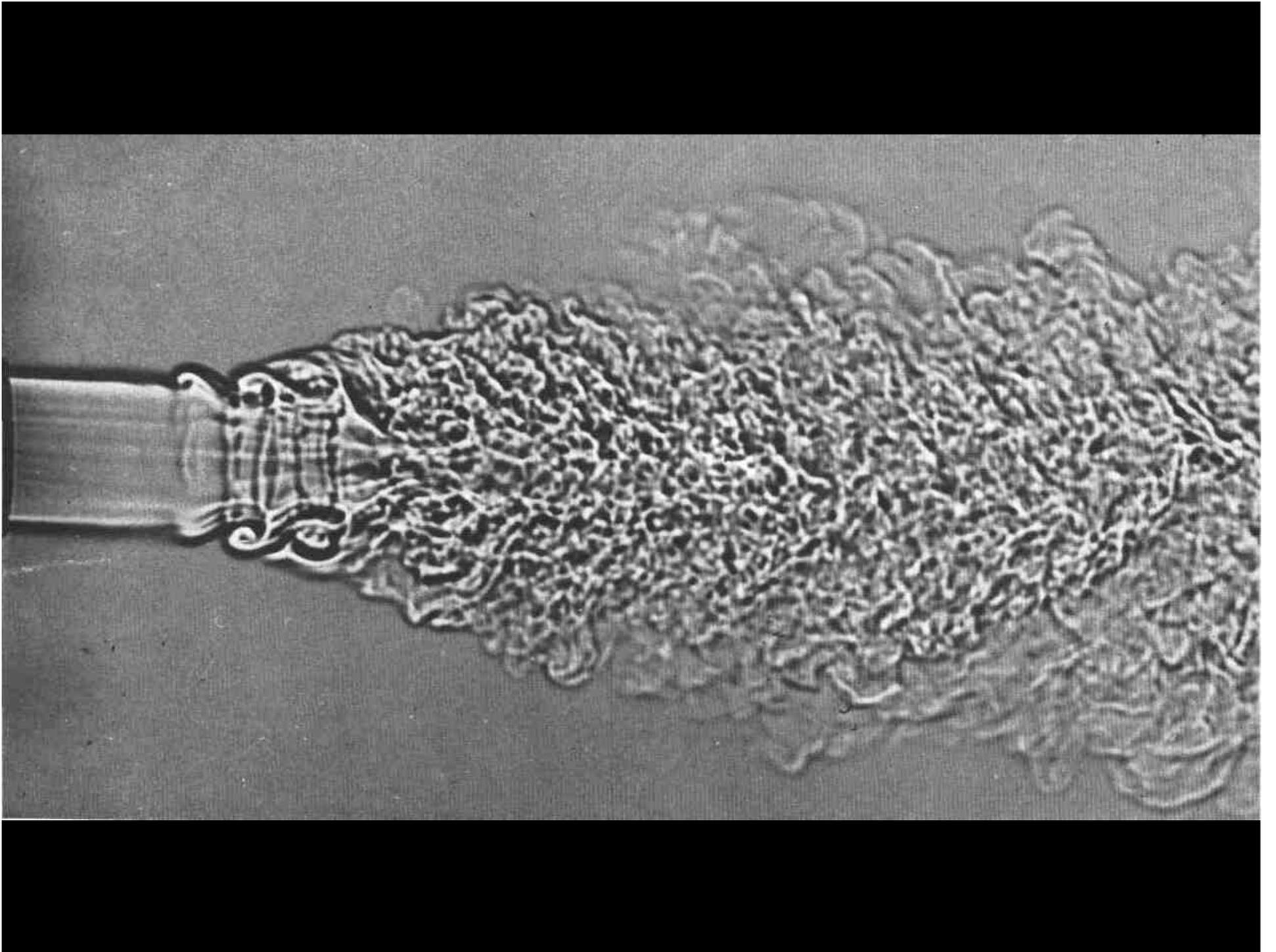


23. Симметричное обтекание профиля плоским потоком. Профиль NASA 64A015 помещен в гидродинамическую трубу при нулевом угле атаки. Число Рейнольдса, рассчитанное по длине хорды, равно 7000. Линии тока визуализировались с по-

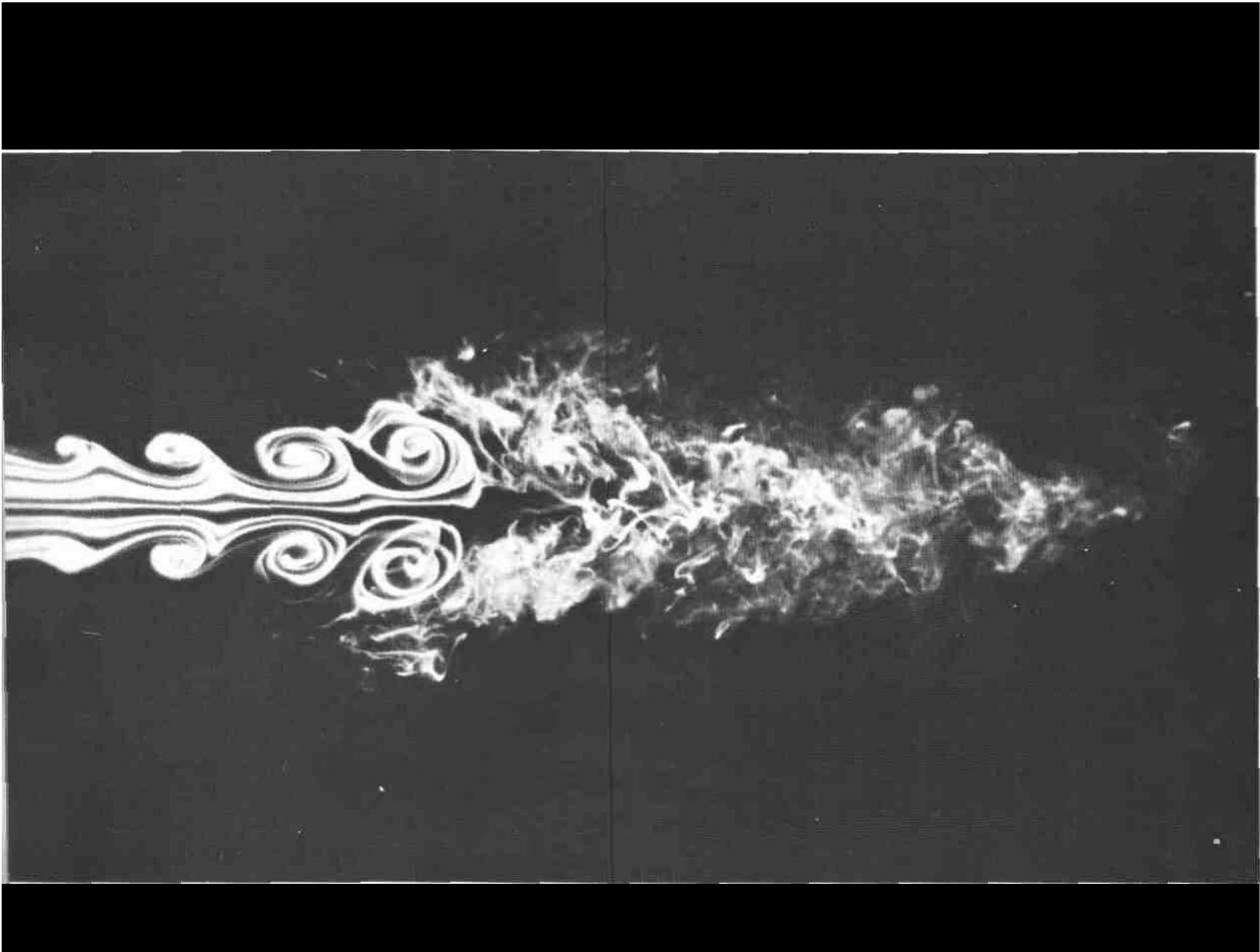
мощью подкрашенной жидкости, вводимой выше по потоку. Течение, очевидно, ламинарно и, по видимому, безотрывно, хотя вблизи задней кромки можно было бы ожидать появления небольшой области отрыва. Фото ONERA. [Werlé, 1974]



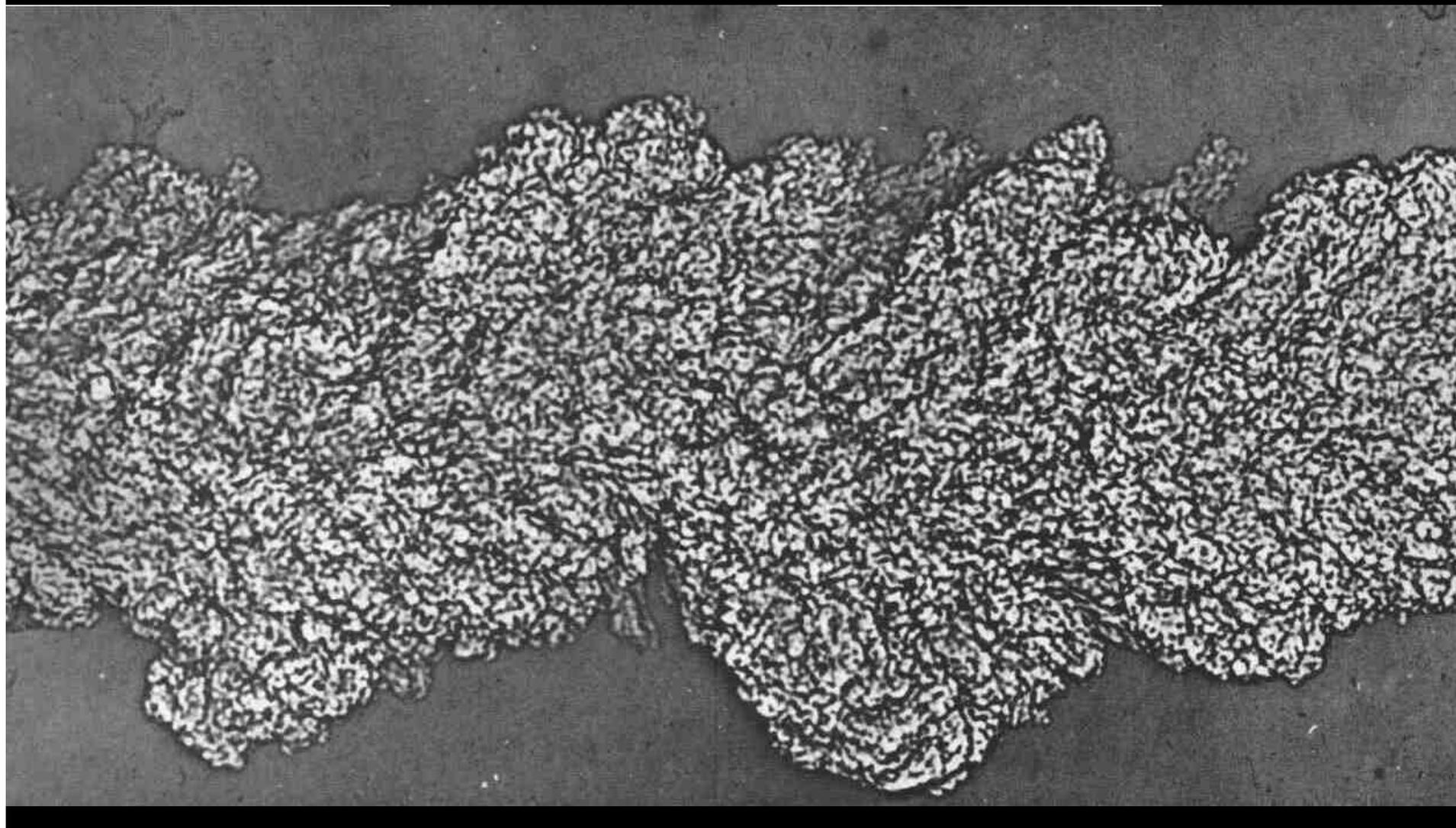
Турбулентным потокам свойственно явление чередования ламинарной и турбулентной форм движения, которое именуется *перемежаемостью*

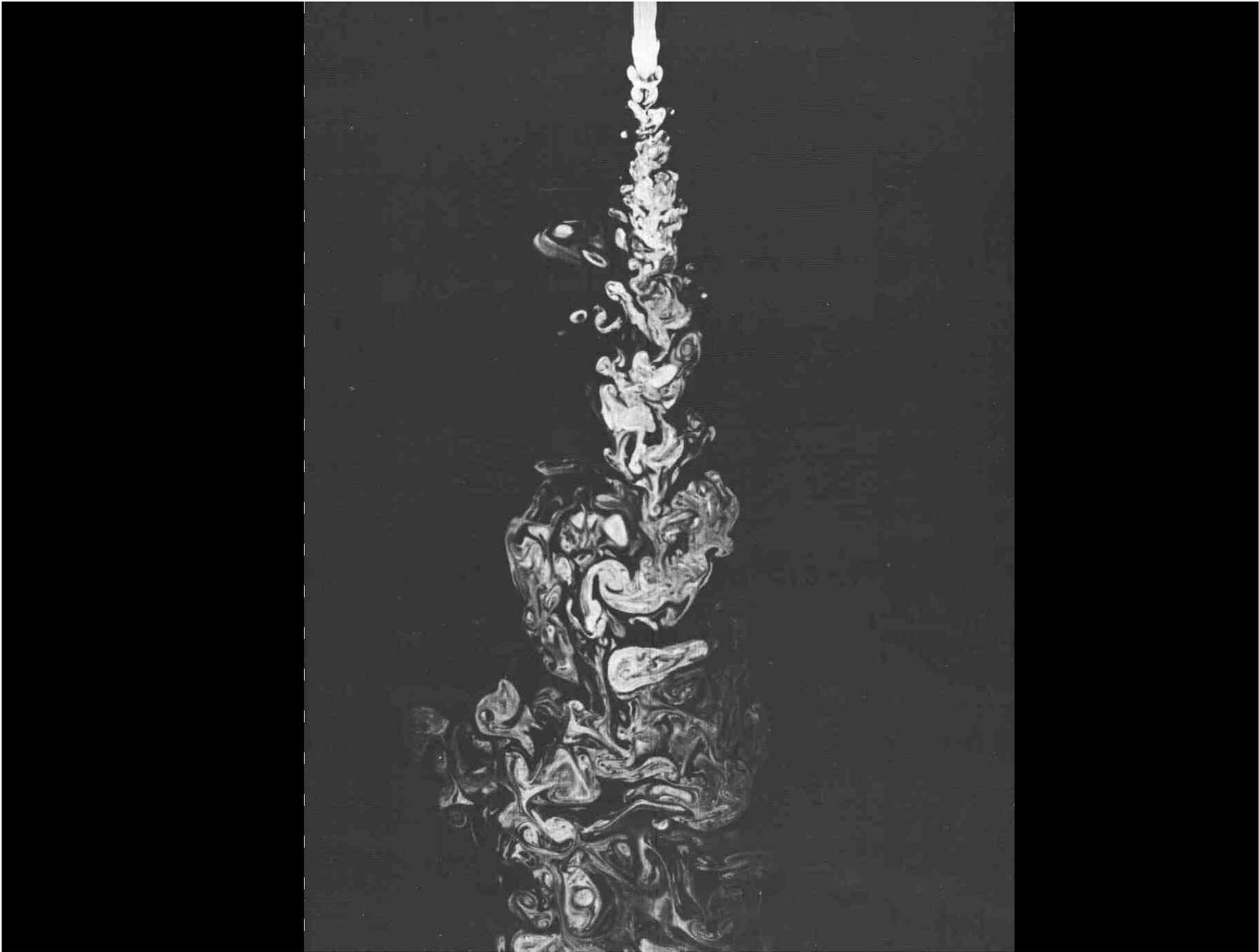


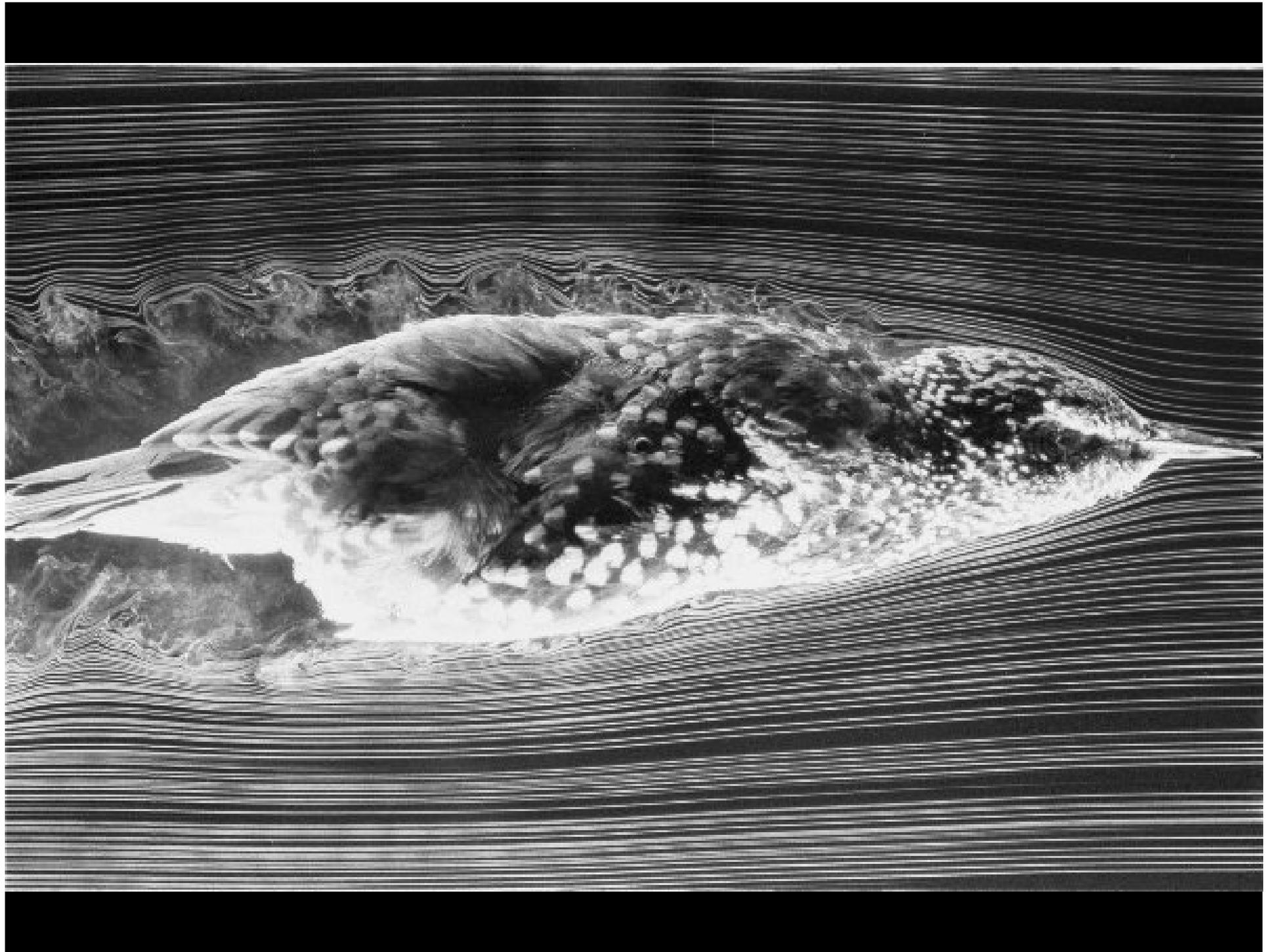




Дальний турбулентный след за пулей







Определение Тейлора-Кармана (1937 г): Турбулентность – это неупорядоченное движение, которое в общем случае возникает в жидкостях, газообразных или капельных, когда они обтекают непроницаемые поверхности или же когда соседние друг с другом потоки одной и той же жидкости следуют рядом или проникают один в другой

Определение Тейлора-Кармана (1937 г): Турбулентность – это **неупорядоченное движение, которое в общем случае возникает в жидкостях, газообразных или капельных, когда они обтекают непроницаемые поверхности или же когда соседние друг с другом потоки одной и той же жидкости следуют рядом или проникают один в другой**

Определение Хинце (1959 г.):

Турбулентное движение жидкости предполагает наличие неупорядоченного течения, в котором различные величины претерпевают хаотическое изменение по времени и пространственным координатам и при этом могут быть выделены статистически точные их осредненные значения

Определение Хинце (1959 г.):

Турбулентное движение жидкости предполагает наличие

неупорядоченного течения, в котором

различные величины претерпевают

хаотическое изменение по времени и

пространственным координатам и при

этом могут быть выделены

статистически точные их осредненные

значения

Определение Бредшоу (1971 г):

Турбулентность – это трехмерное нестационарное движение, в котором вследствие растяжения вихрей создается непрерывное распределение пульсаций скорости в интервале длин волн от минимальных, определяемых вязкими силами, до максимальных, определяемых граничными условиями течения. Она является обычным состоянием движущейся жидкости, за исключением течений при малых числах Рейнольдса

Определение Бредшоу (1971 г):

Турбулентность – это трехмерное нестационарное движение, в котором вследствие растяжения **вихрей** создается непрерывное распределение пульсаций скорости **в интервале длин волн** от минимальных, определяемых вязкими силами, до максимальных, определяемых граничными условиями течения. Она является обычным состоянием движущейся жидкости, за исключением течений при малых числах Рейнольдса

Определение Монина-Озмидова (1978 г): Турбулентностью называется явление, наблюдающееся в очень многих завихренных течениях жидкостей и газов в природе и в технических устройствах и заключающееся в том, что термодинамические и гидродинамические характеристики таких течений (вектор скорости, температура, давление, концентрации примесей, плотность среды, скорость звука, электропроводность, показатель преломления, и т. п.) испытывают хаотические флуктуации, создаваемые наличием в этих течениях многочисленных вихрей различных размеров, и вследствие этого изменяются в пространстве и с течением времени весьма нерегулярно, причем у пространственных распределений этих характеристик компонентам Фурье с фиксированными волновыми векторами соответствуют широкие интервалы частот (т.е. однозначные дисперсионные соотношения отсутствуют), а сдвиги по фазе между колебаниями различных характеристик в фиксированных точках пространства хаотически изменяются с частотой таких колебаний

Определение Монина-Озмидова (1978 г): Турбулентностью называется явление, наблюдающееся в очень многих **завихренных** течениях жидкостей и газов в природе и в технических устройствах и заключающееся в том, что термодинамические и гидродинамические характеристики таких течений (вектор скорости, температура, давление, концентрации примесей, плотность среды, скорость звука, электропроводность, показатель преломления, и т. п.) испытывают **хаотические флуктуации**, создаваемые наличием в этих течениях многочисленных вихрей различных размеров, и вследствие этого изменяются в пространстве и с течением времени весьма нерегулярно, причем у пространственных распределений этих характеристик компонентам Фурье с фиксированными волновыми векторами соответствуют широкие интервалы частот (**т.е. однозначные дисперсионные соотношения отсутствуют**), а сдвиги по фазе между колебаниями различных характеристик в фиксированных точках пространства хаотически изменяются с частотой таких колебаний

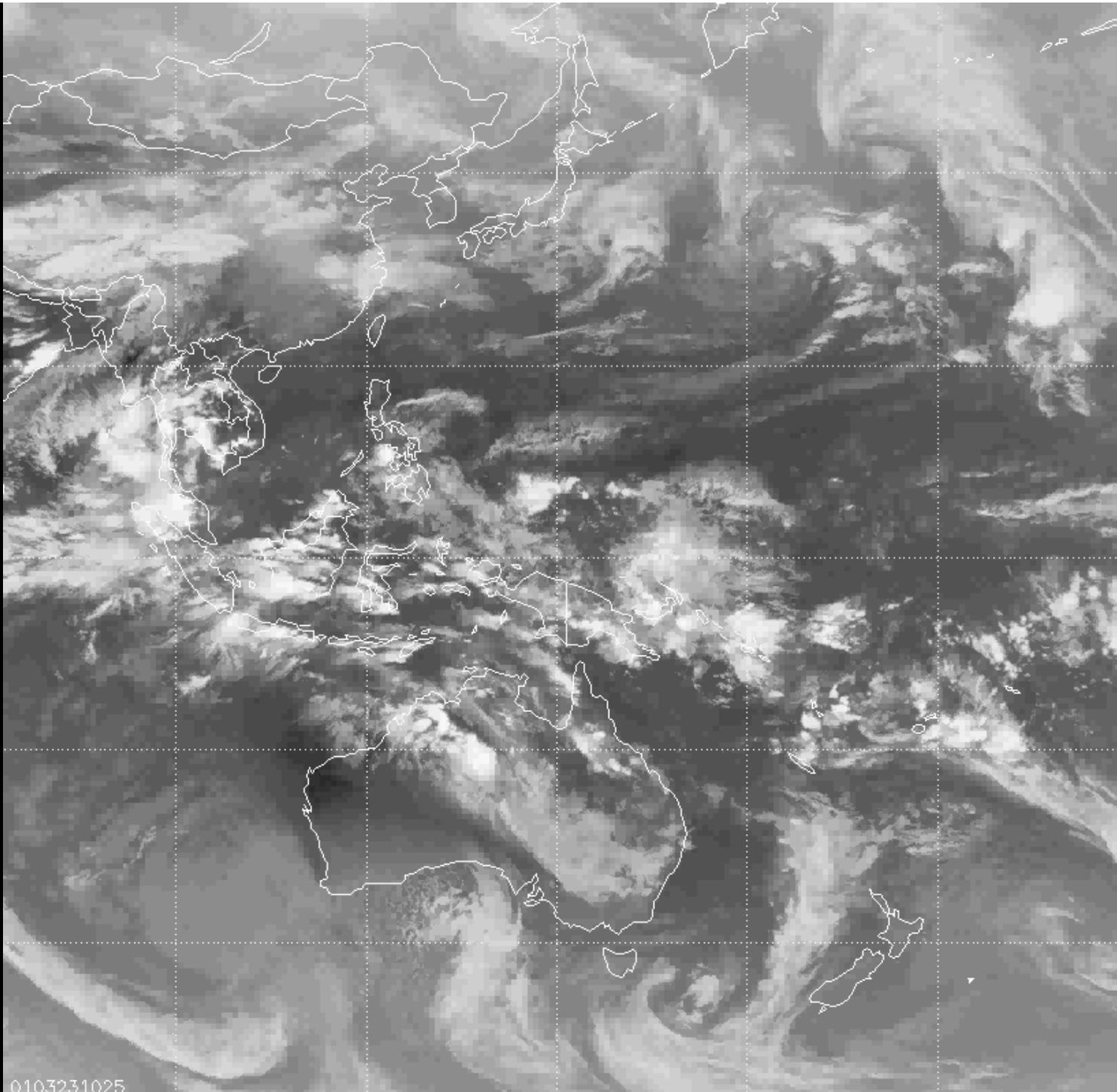
Определение Чэпмена-Тобака (1985):

Турбулентность – это любое хаотическое решение трехмерных уравнений Навье-Стокса, чувствительное к начальным условиям и появляющееся как результат последовательного ряда неустойчивостей ламинарного потока, возникающих при постепенном увеличении значения параметра бифуркации

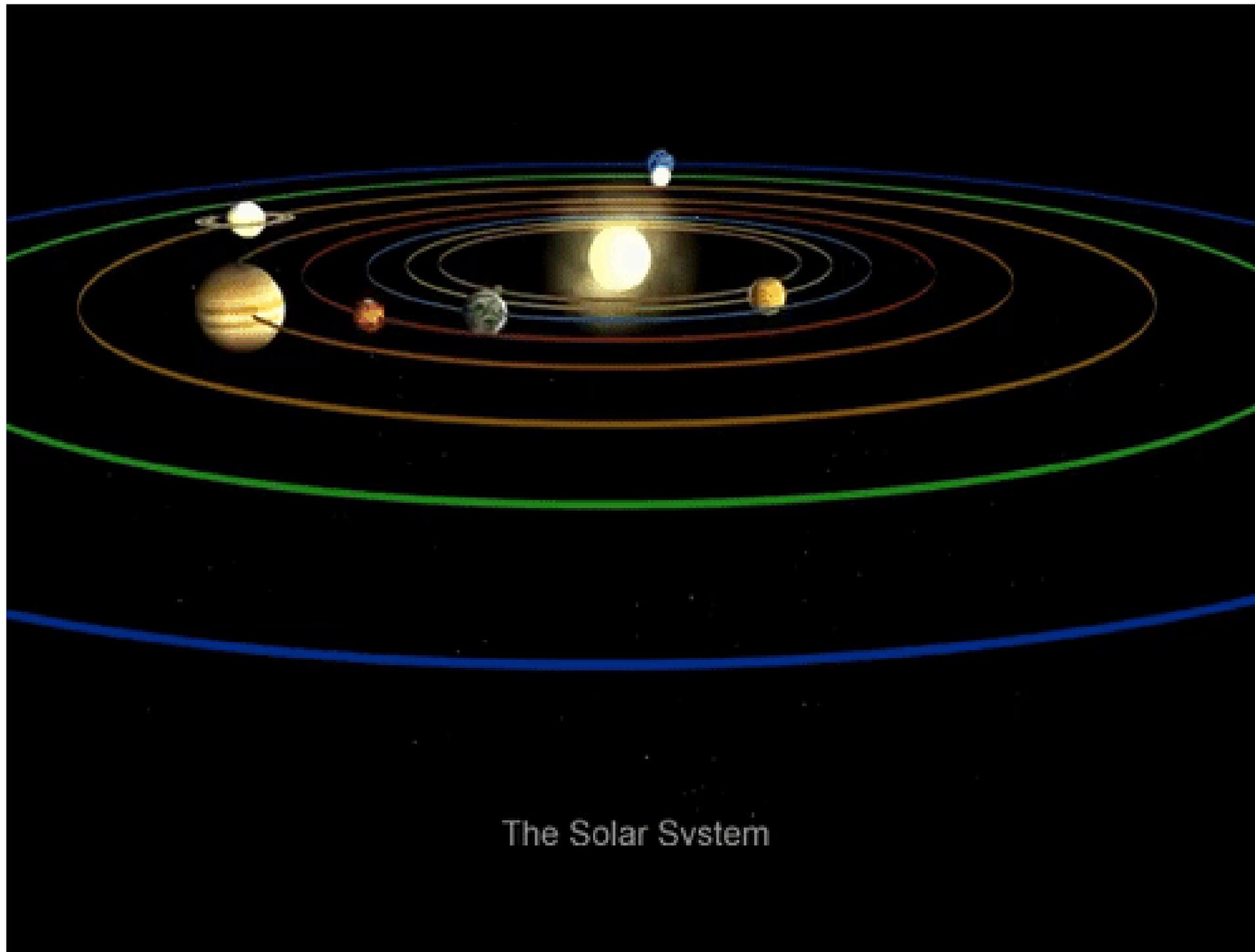
Определение Чэпмена-Тобака (1985):

Турбулентность – это любое **хаотическое решение** трехмерных уравнений Навье-Стокса, **чувствительное к начальным условиям** и появляющееся как результат последовательного ряда **неустойчивостей** ламинарного потока, возникающих при постепенном увеличении значения параметра бифуркации



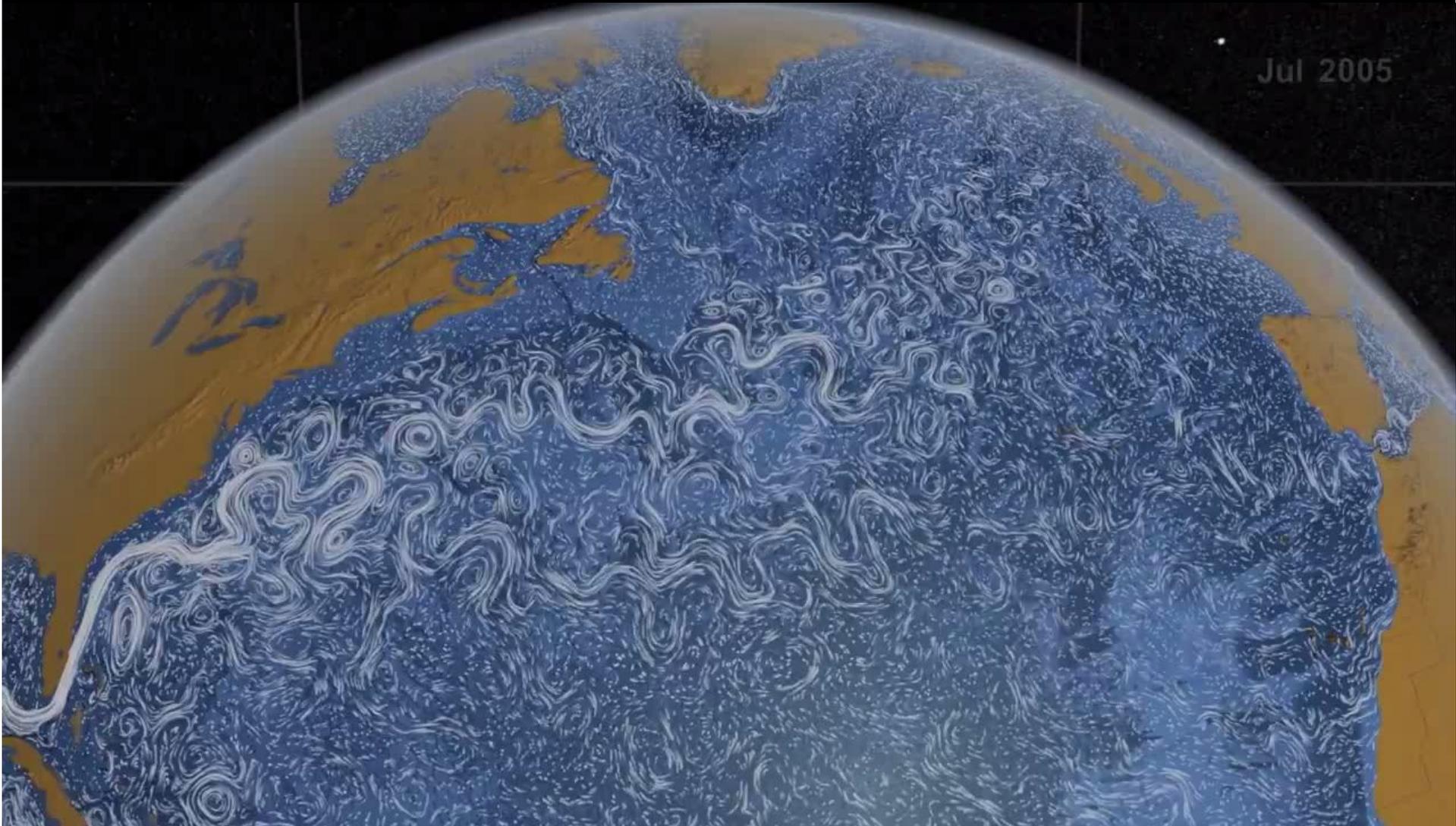


0103231025



The Solar Svstem

Jul 2005

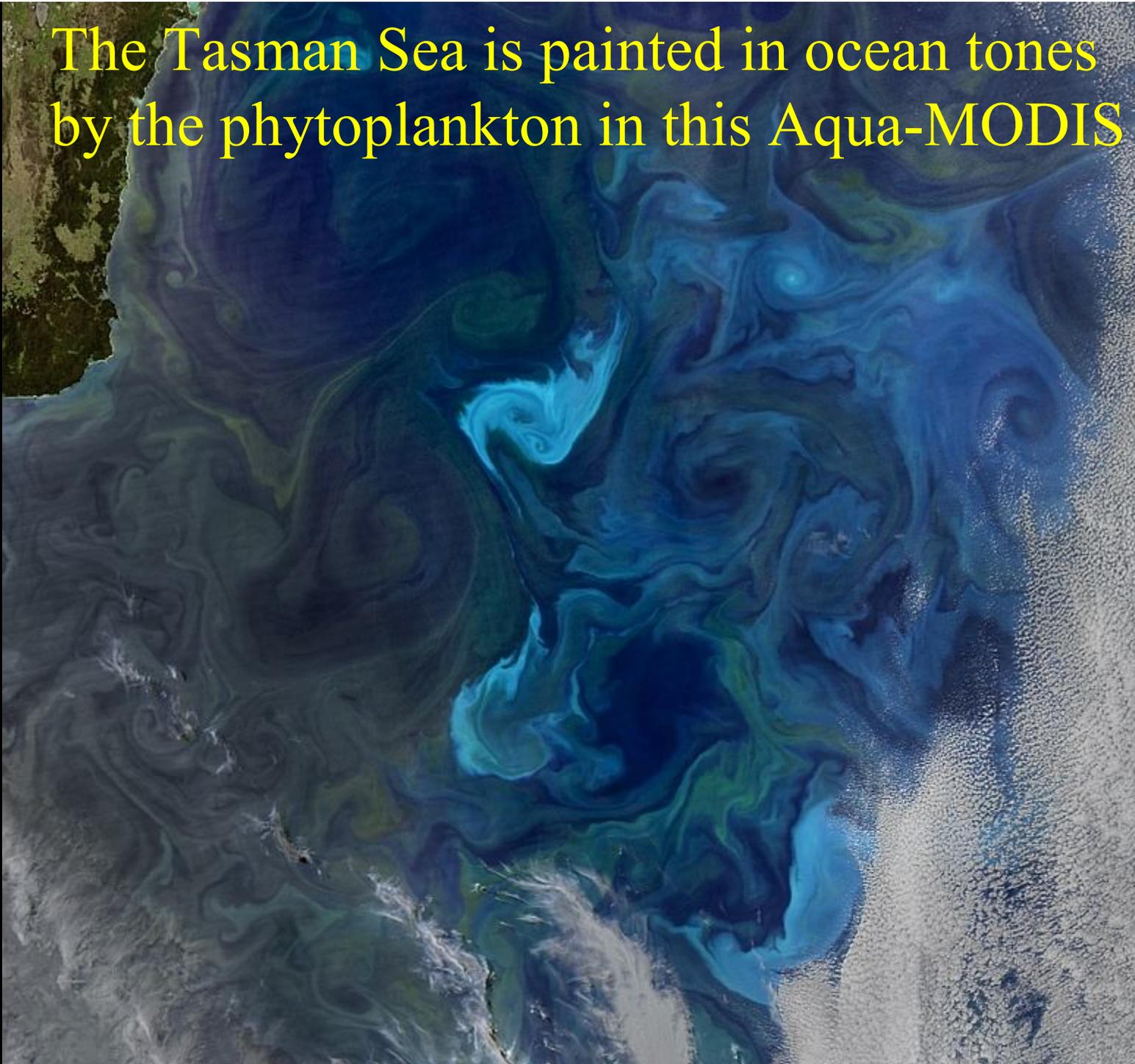


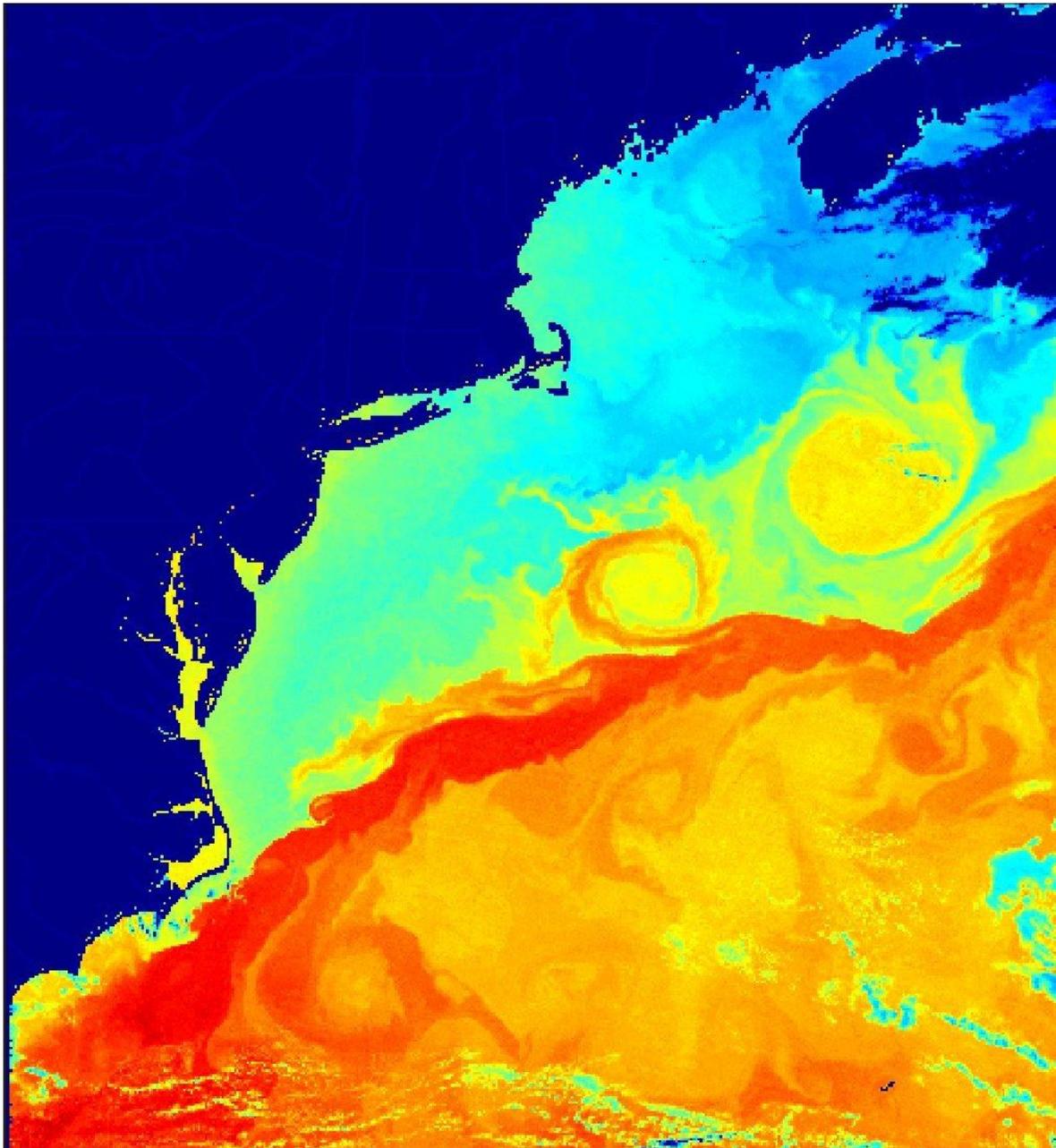
Важность изучения турбулентности

для динамики атмосферы и океана
обусловлена ее определяющей ролью в
процессах обмена импульсом, теплом и
веществом

- погода и климат**
- первичная продуктивность**
- транспорт примесей (в т.ч. загрязнений)**
- ...многие иные задачи**

The Tasman Sea is painted in ocean tones by the phytoplankton in this Aqua-MODIS





CoastWatch

AVHRR Temperature

Filename: E9716211.ND7

IMGMAP Image

NOAA 12 Orbit: 31555

6/11/97 JD 162 11:27 GMT

Pixel Size: 4.17 km

Lat Range: 29.94N to 45.82N

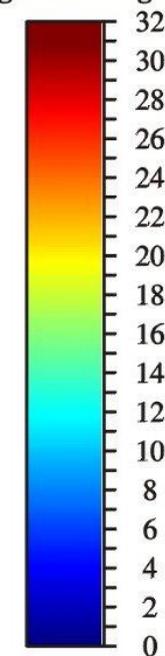
Lon Range: 79.08W to 58.81W

Horiz. Offset: -1994 2

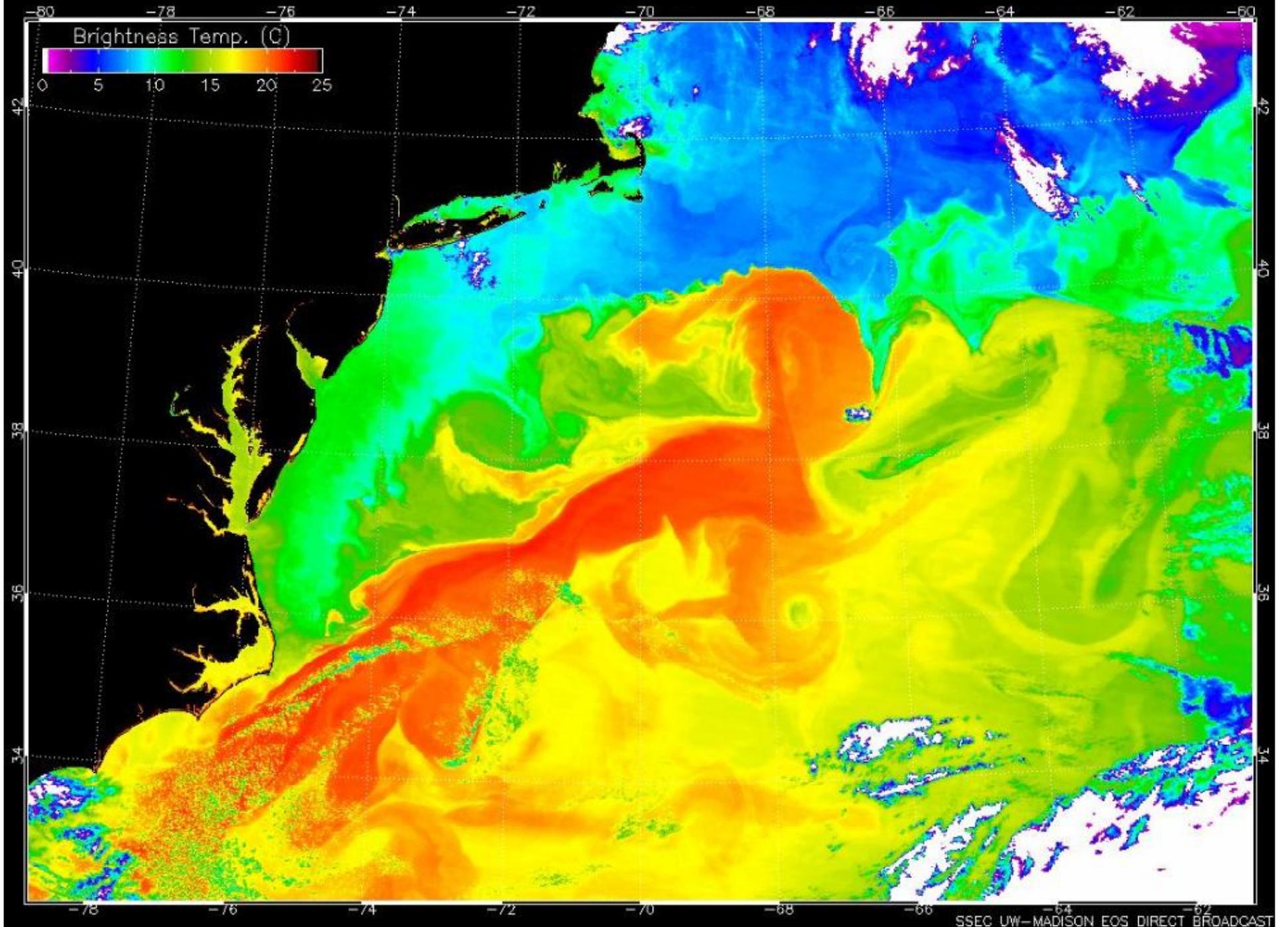
Vert. Offset: 4681 0

SST - Split Window

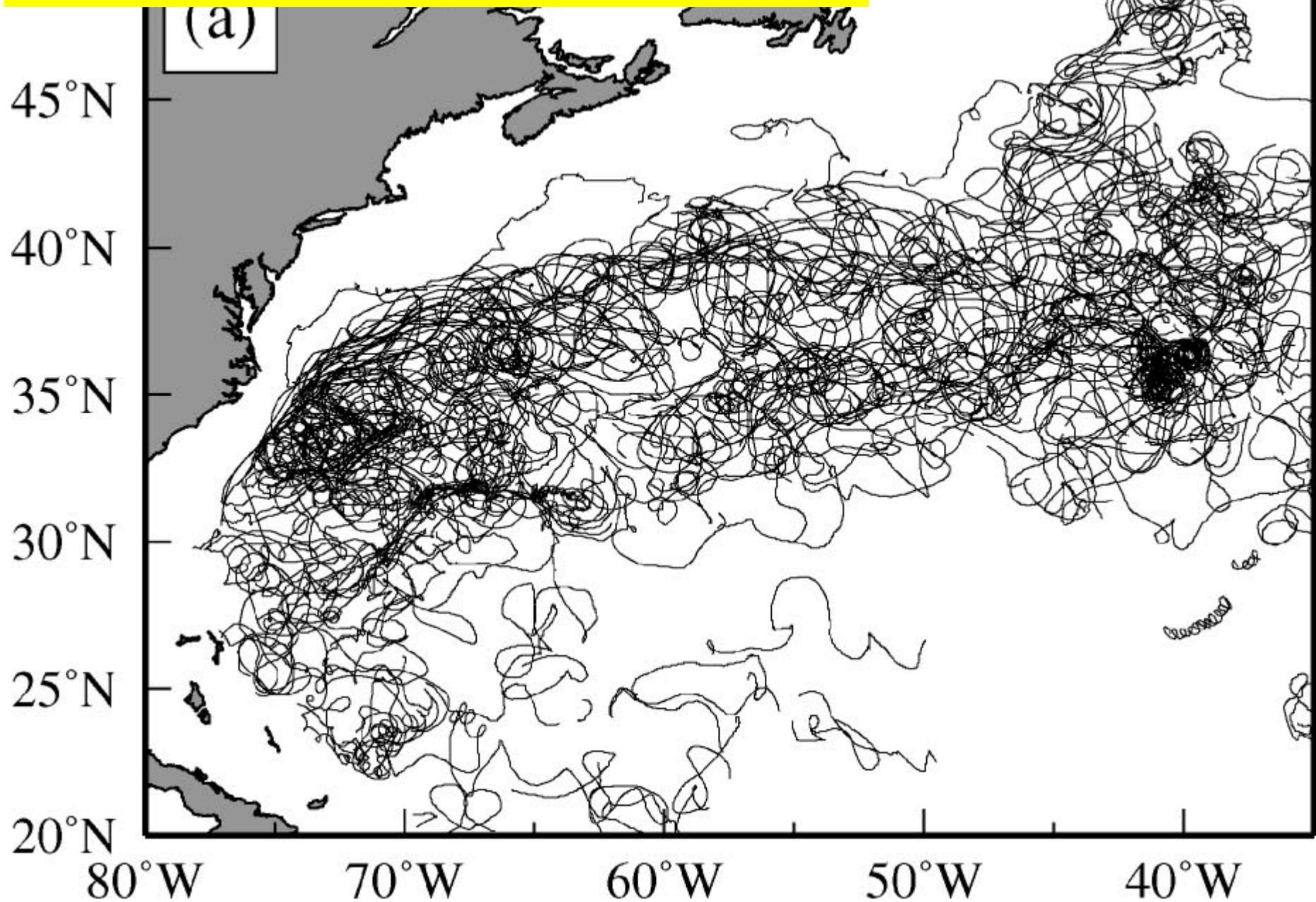
Surface Temperature (Degrees Centigrade)



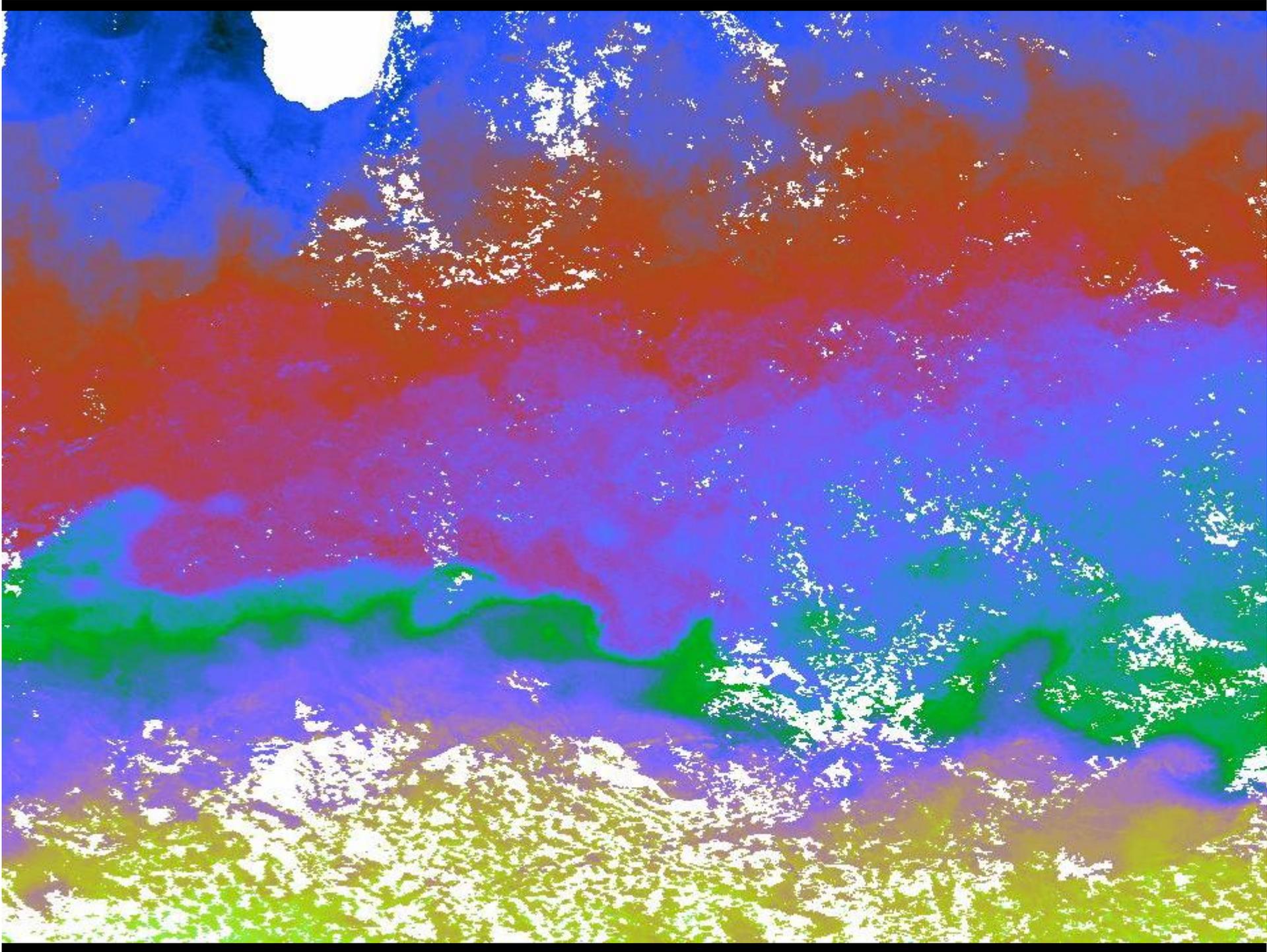
TERRA MODIS 2001-05-02 1543-1553 UTC Band 31 1KM: Gulf Stream

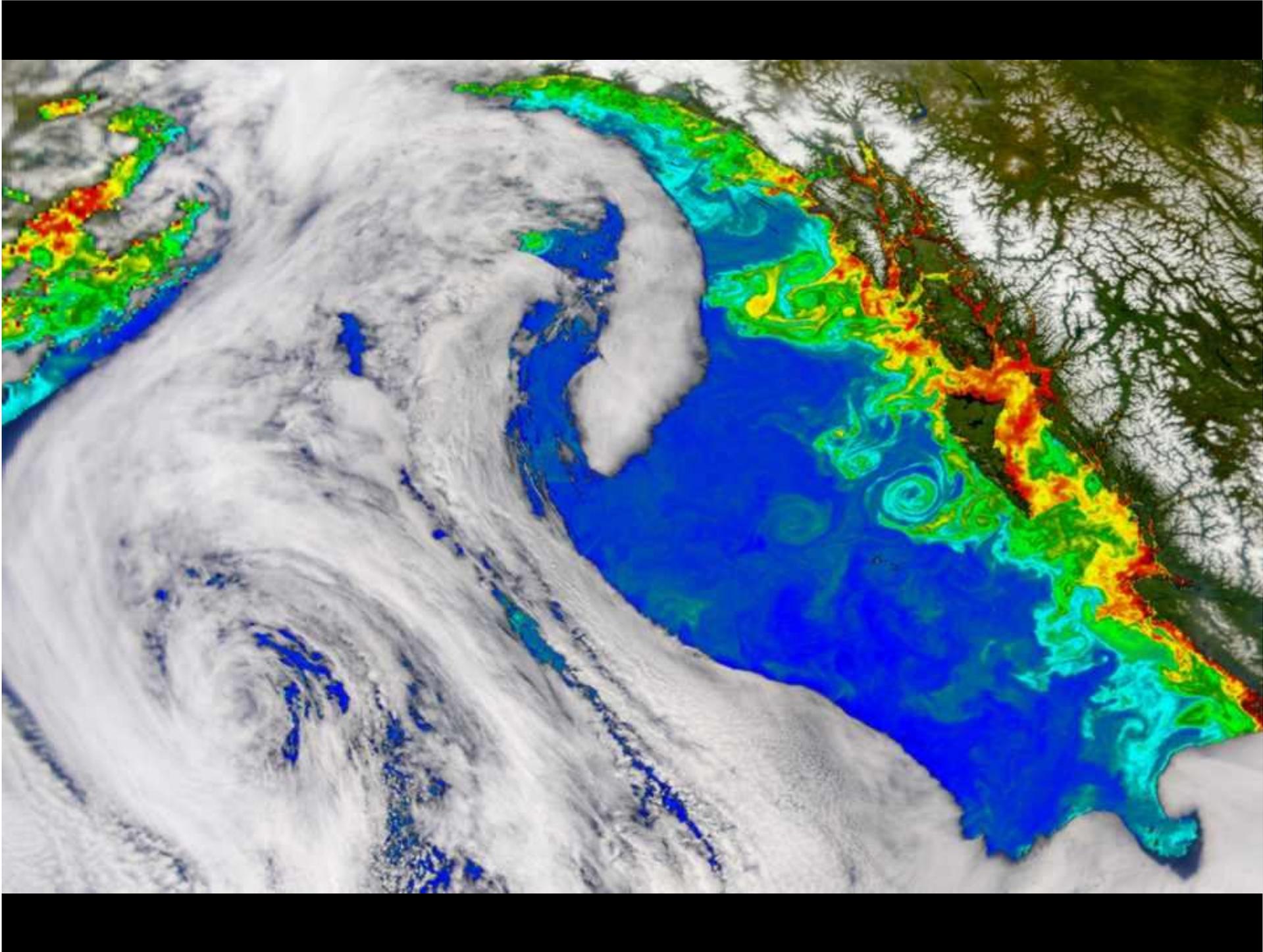


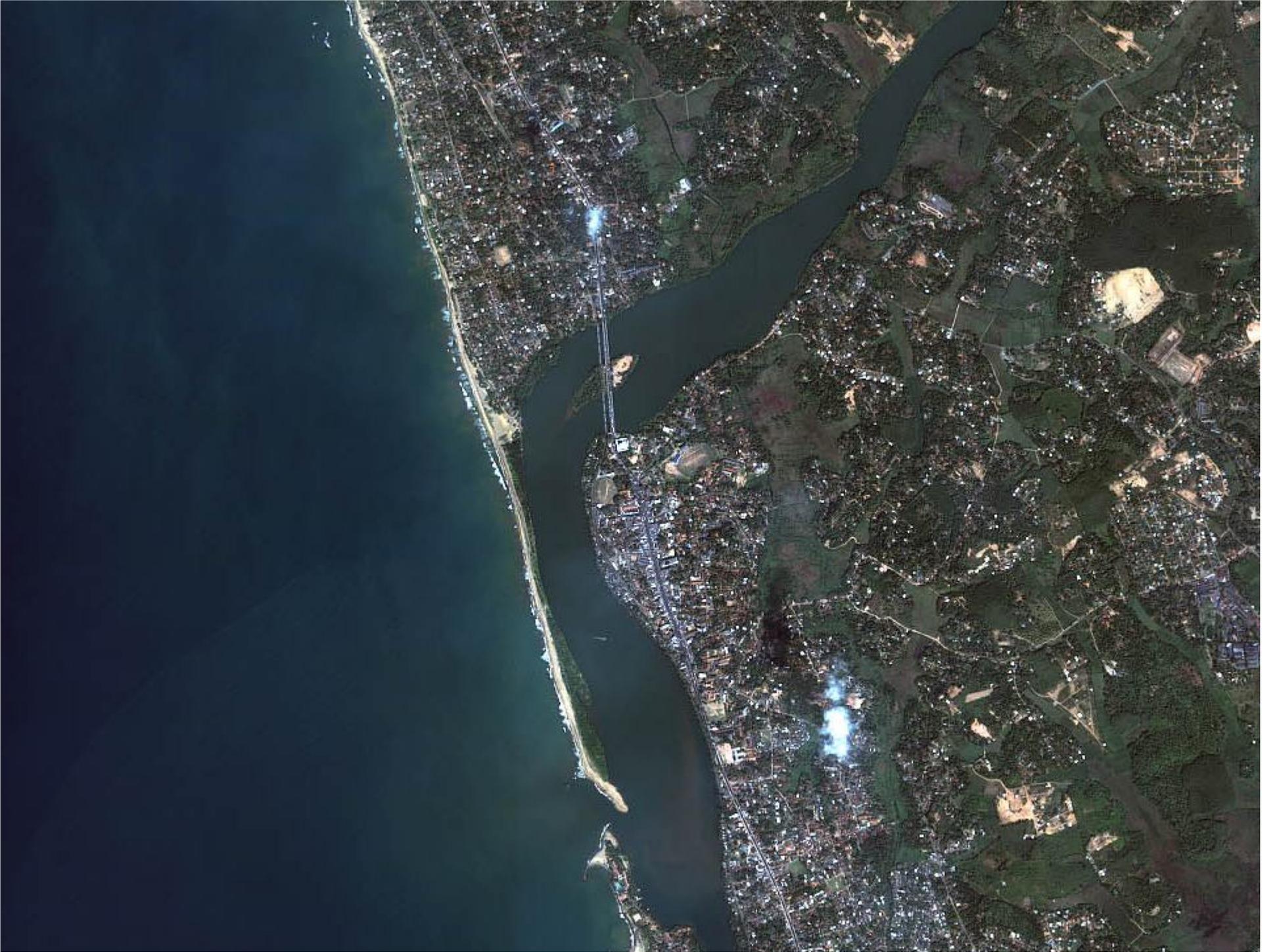
Isobaric floats at at 700-m depth



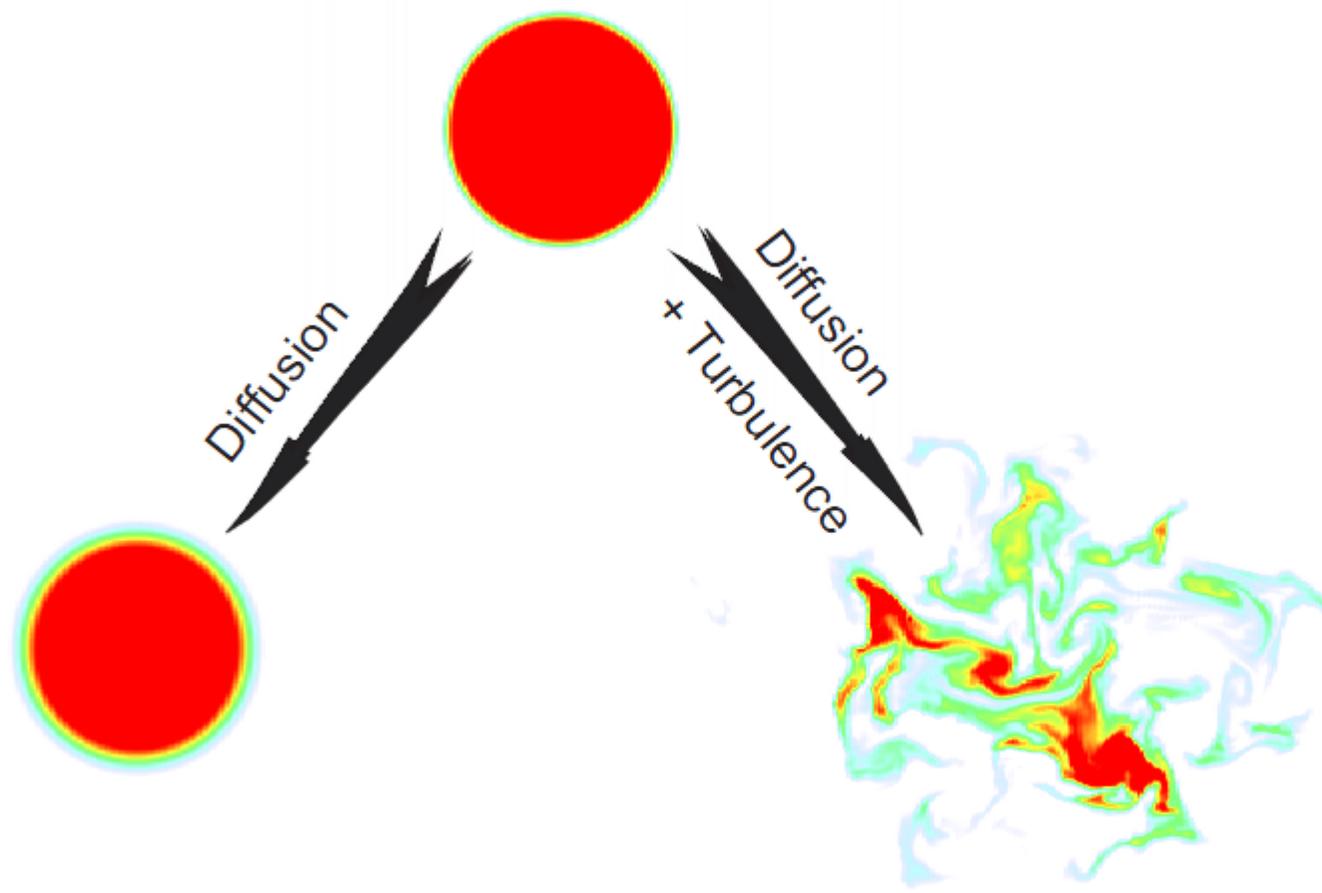
[Veneziani et al., 2004]

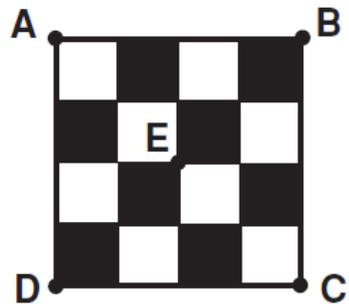




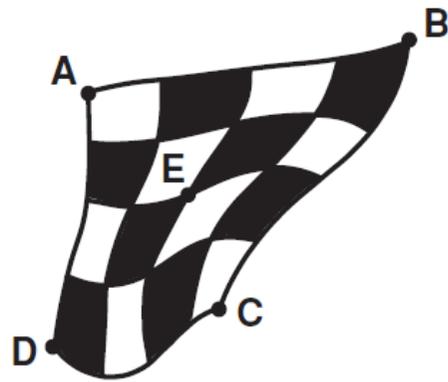








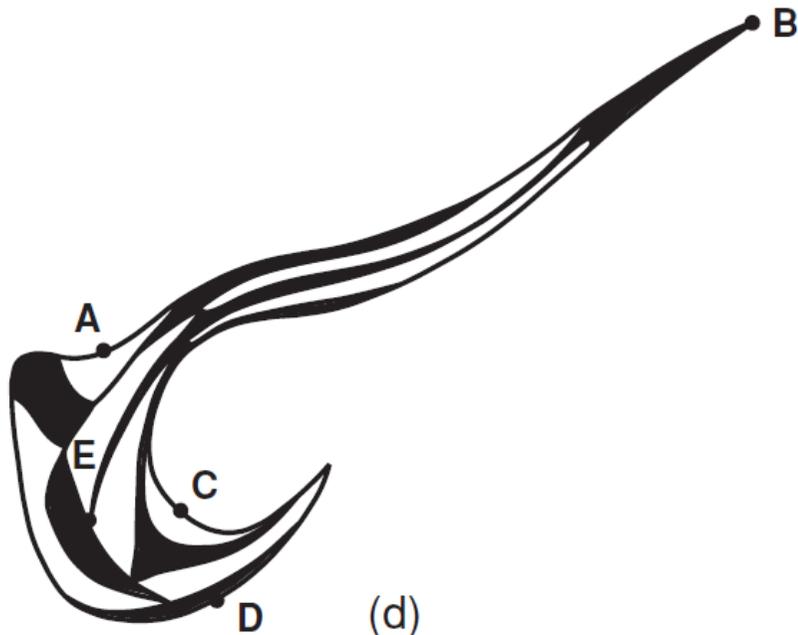
(a)



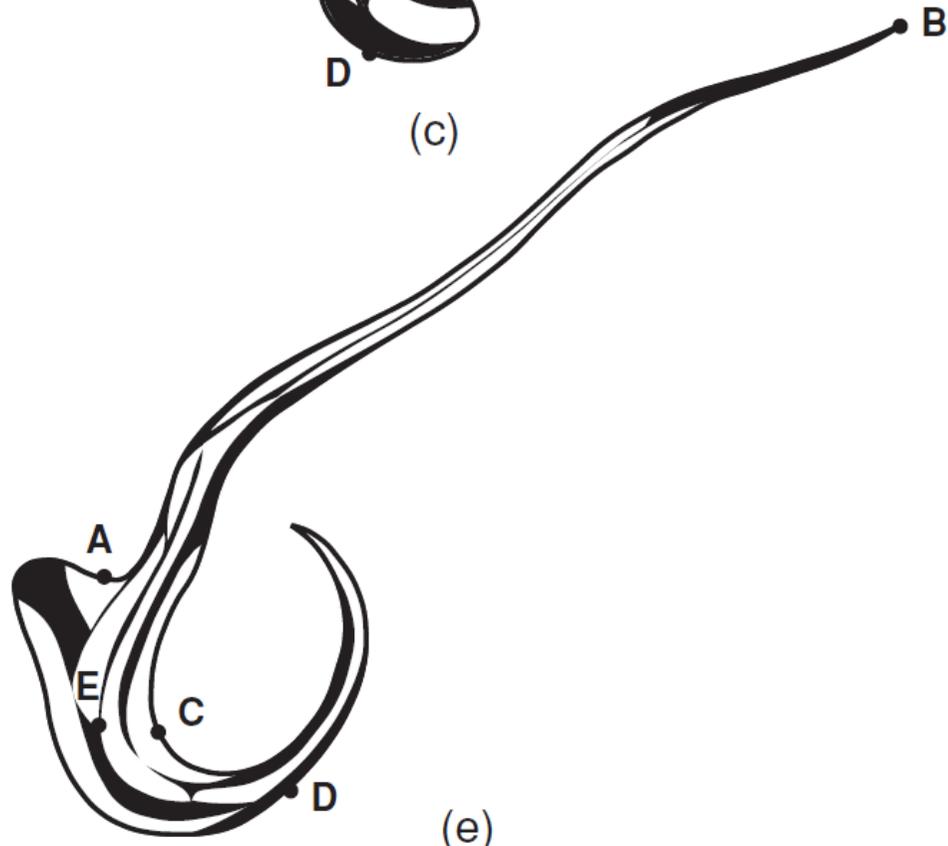
(b)



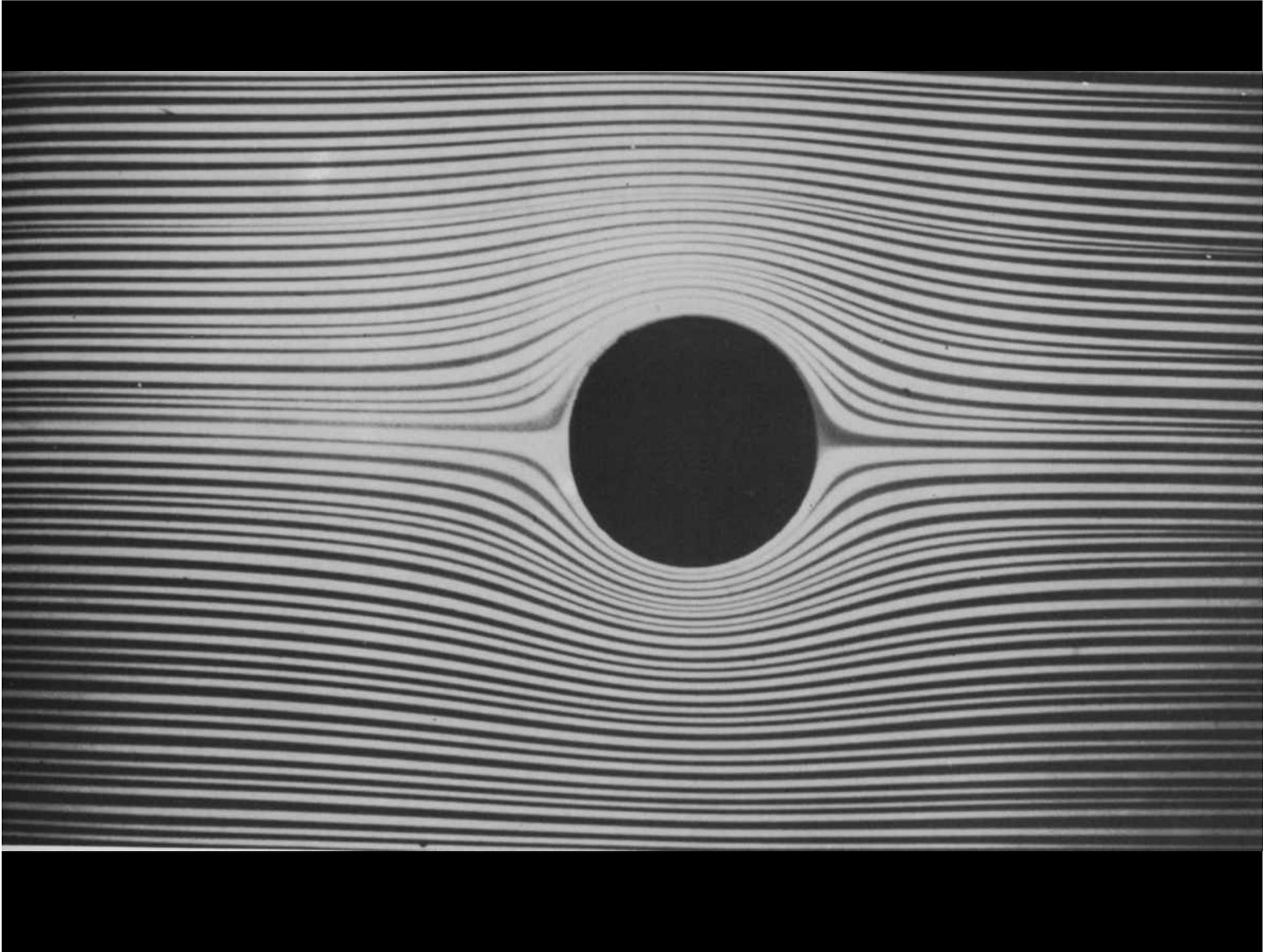
(c)



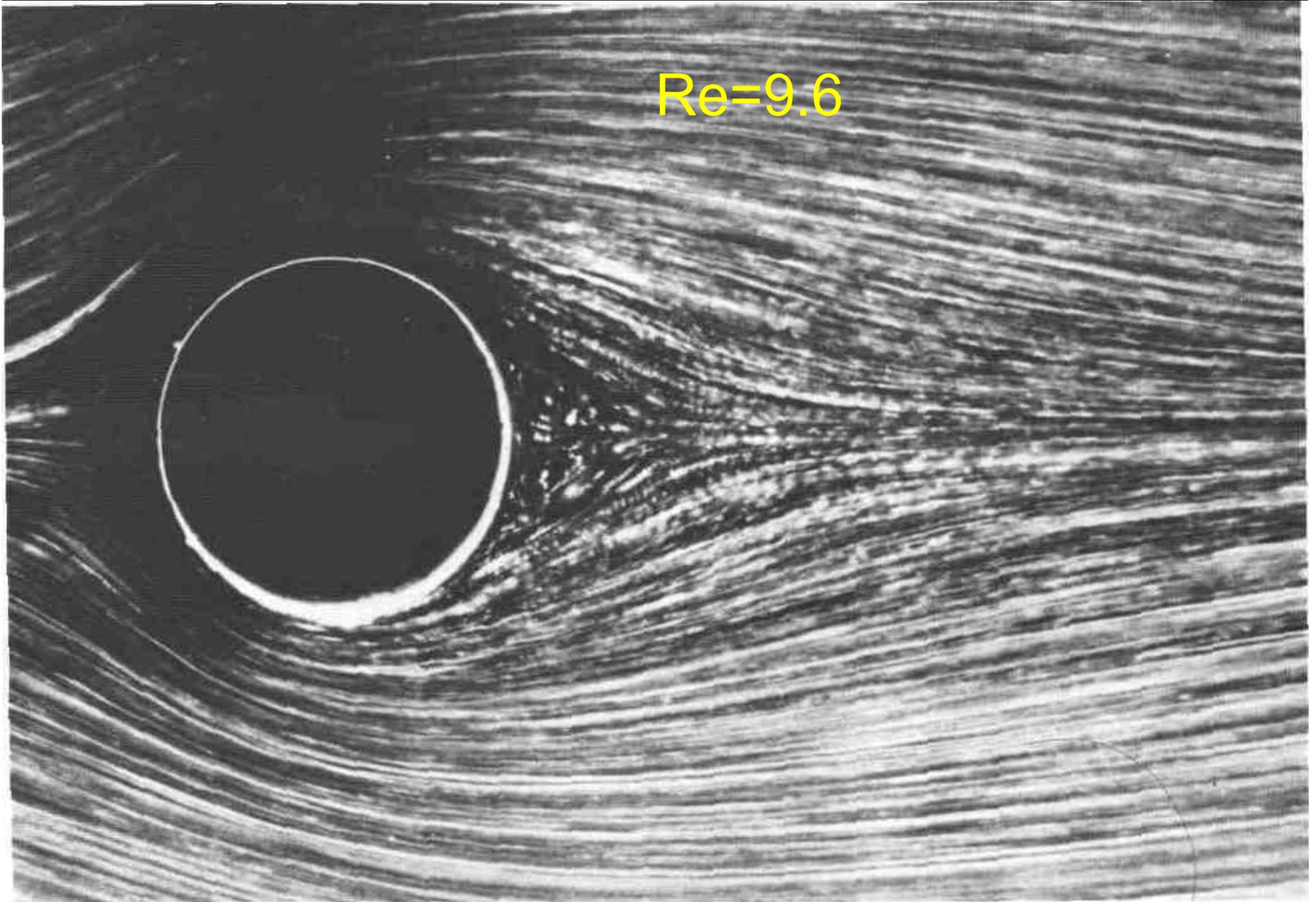
(d)



(e)



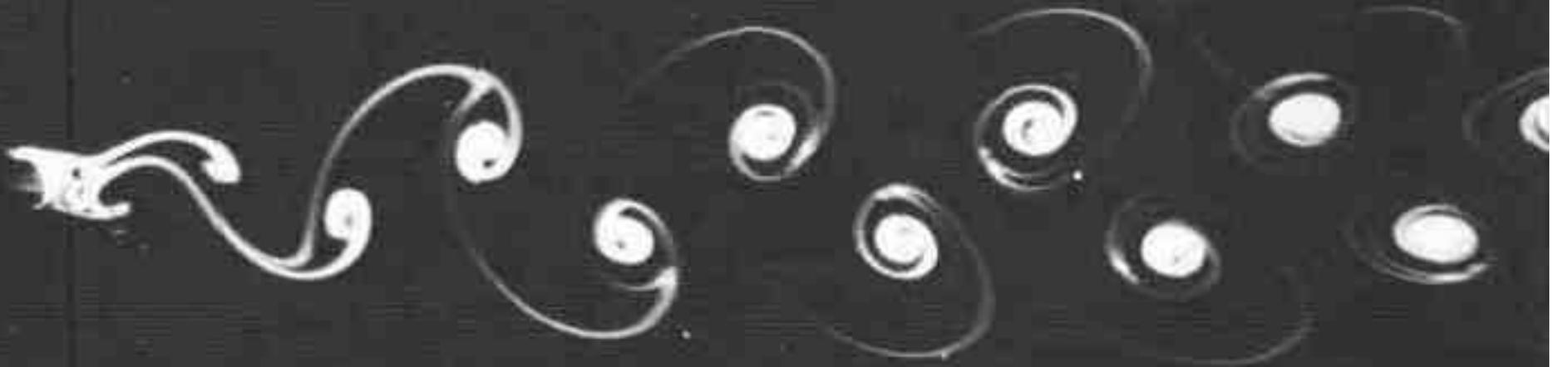
Re=9.6



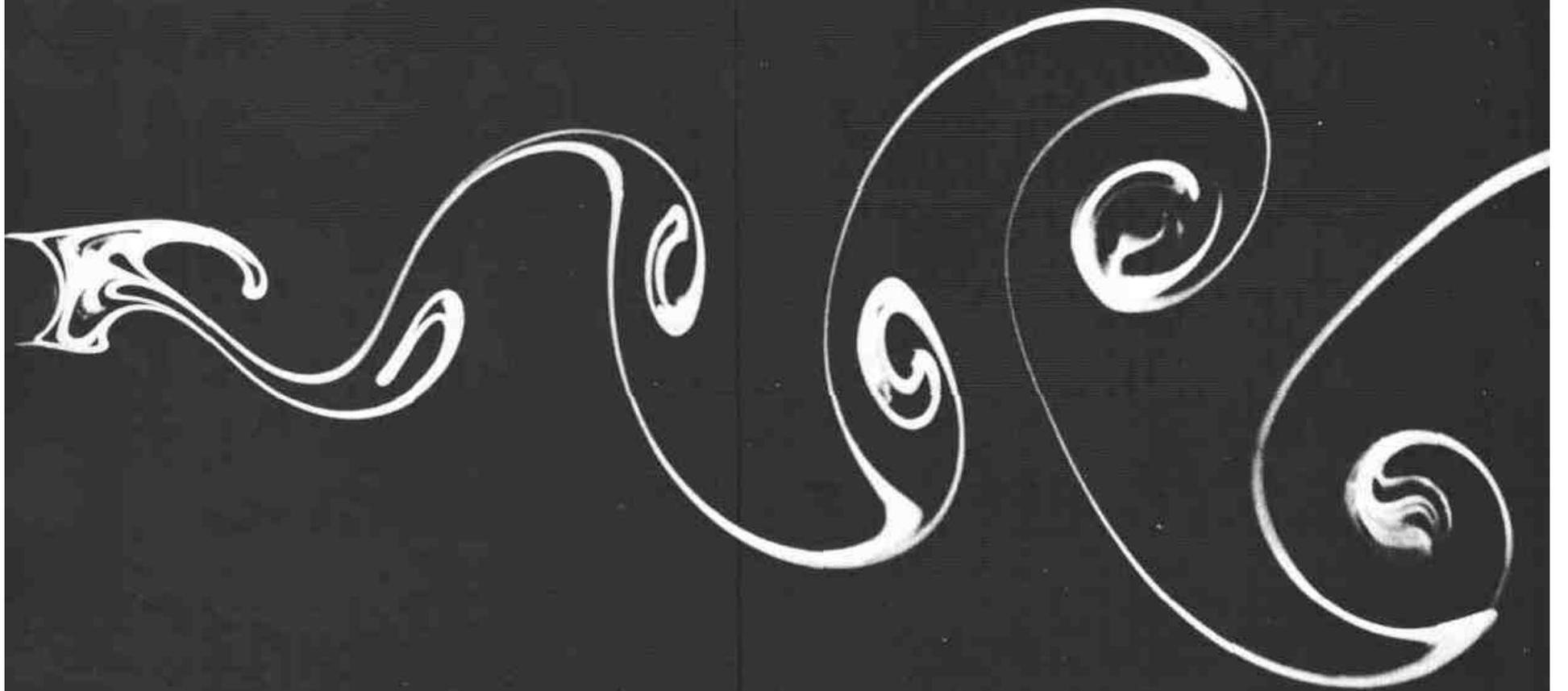
Re=26



Re=105

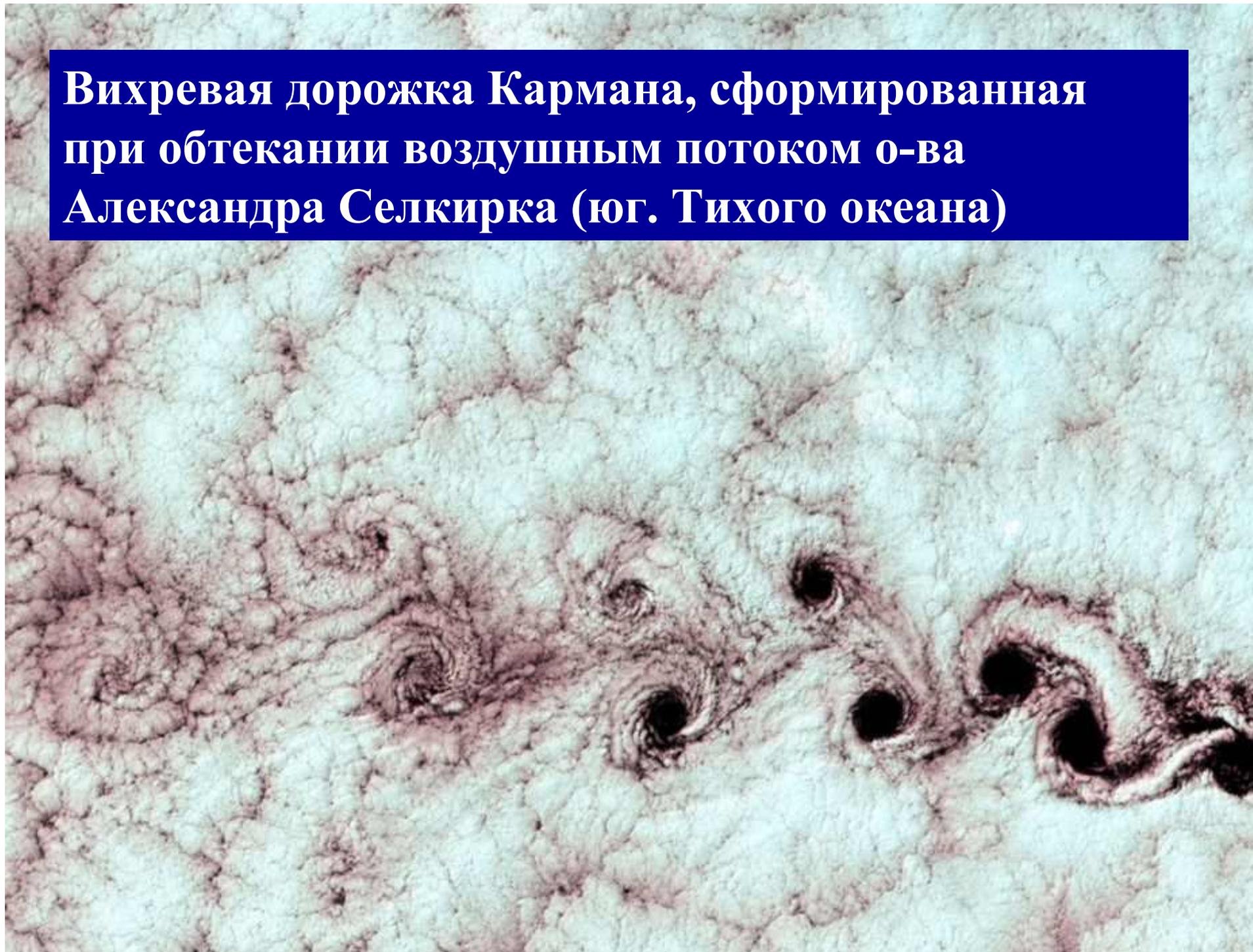


Re=140





Вихревая дорожка Кармана, сформированная при обтекании воздушным потоком о-ва Александра Селкирка (юг. Тихого океана)

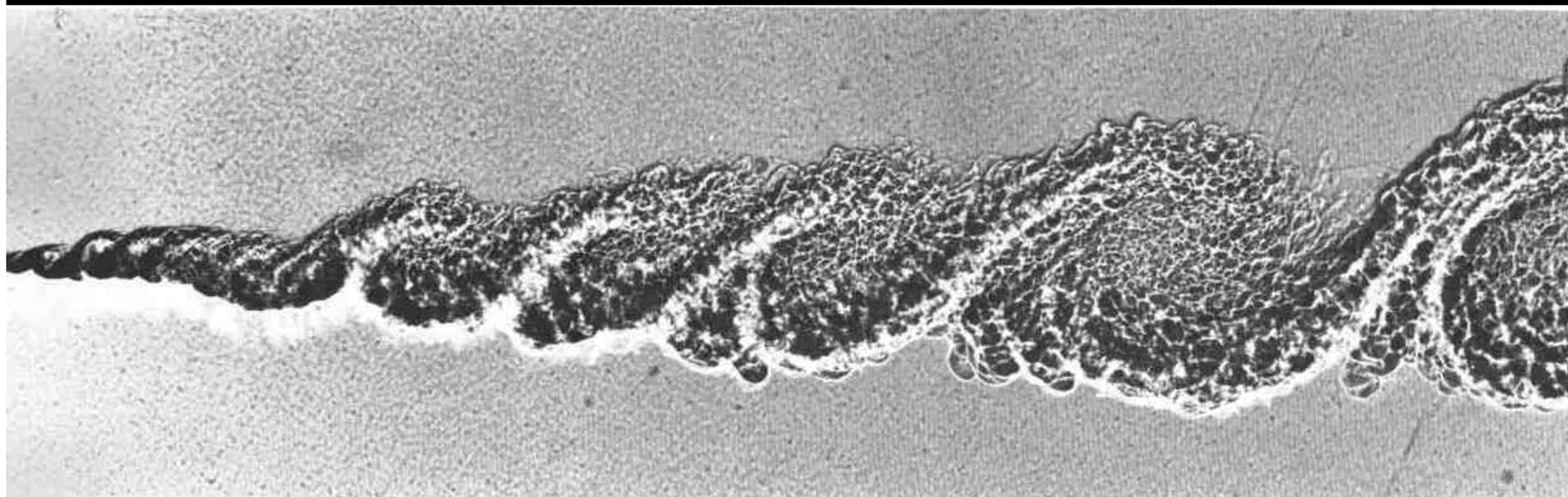


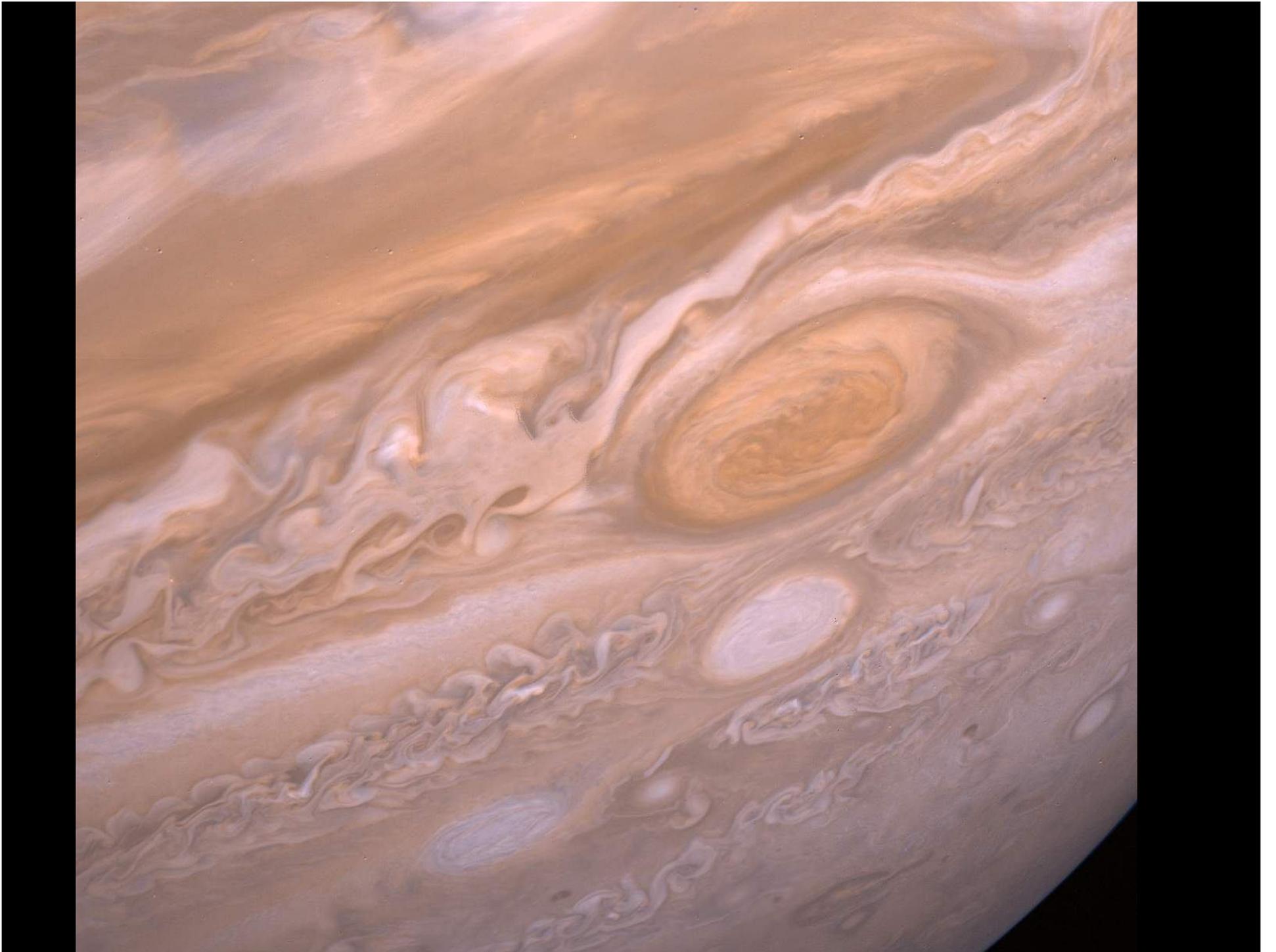
**Дорожка Кармана,
сформированная при
обтекании воздушным
поток о-ва Гваделупа**



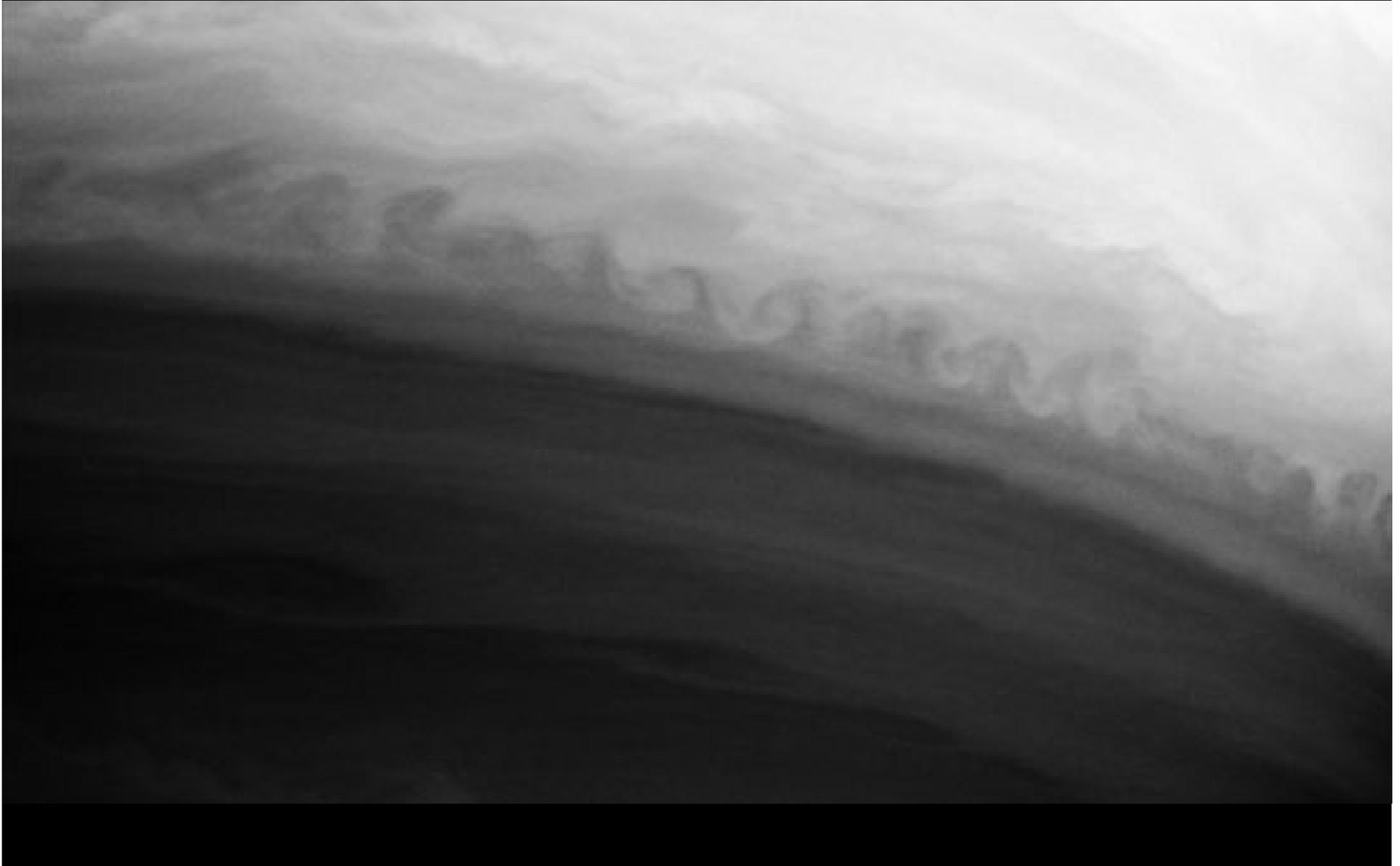


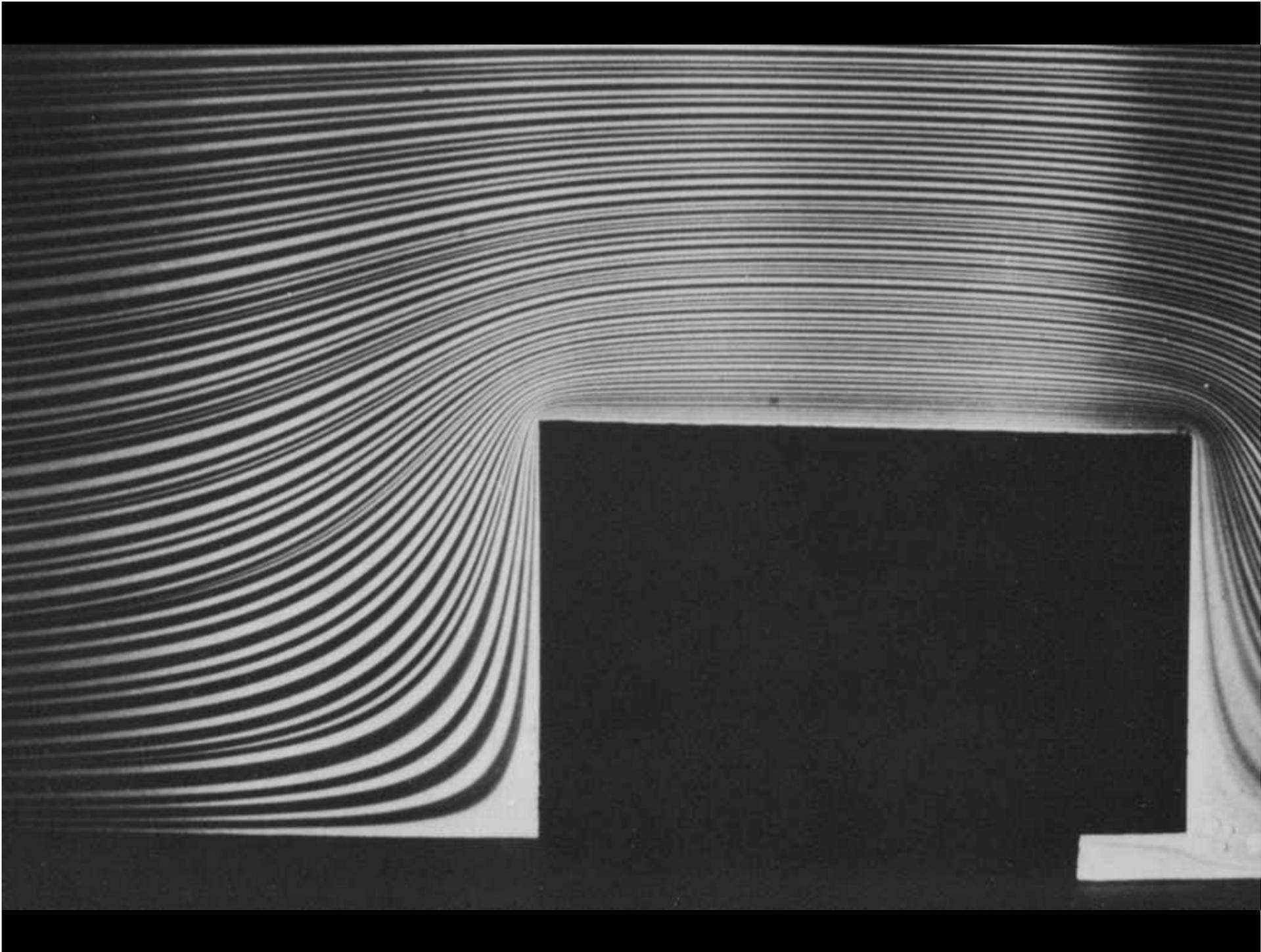
Когерентная структура

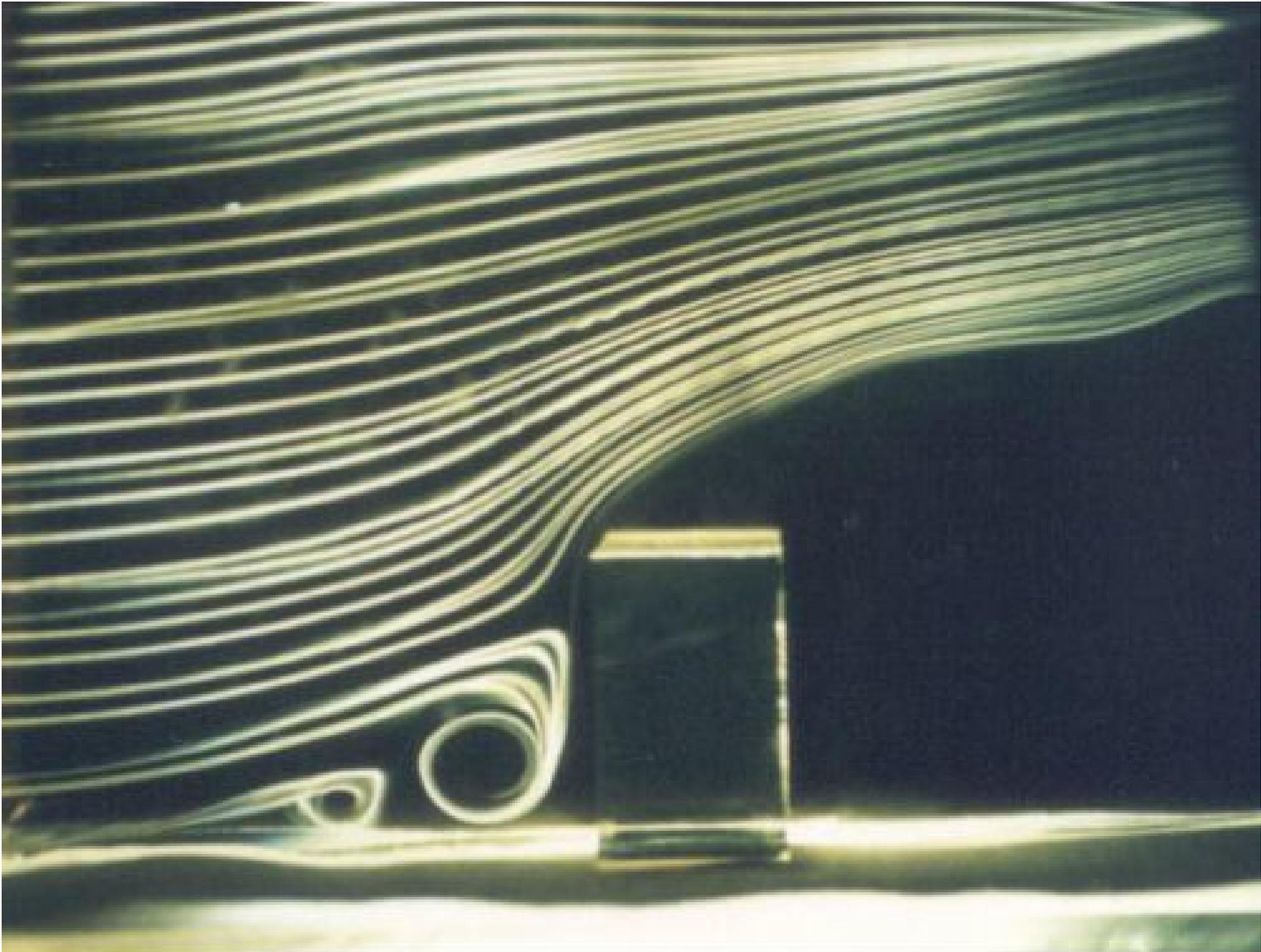


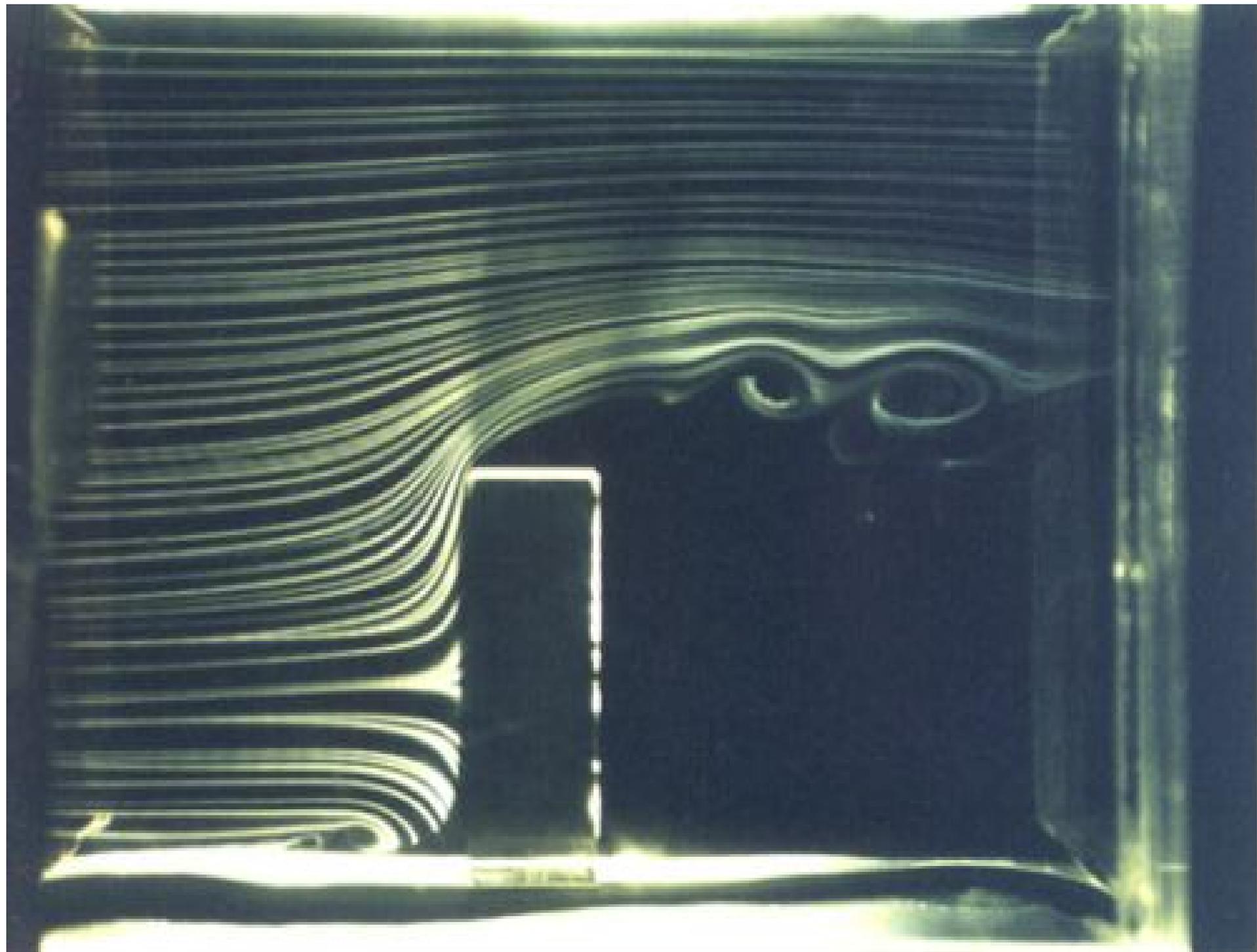


Saturn Kelvin-Helmholtz



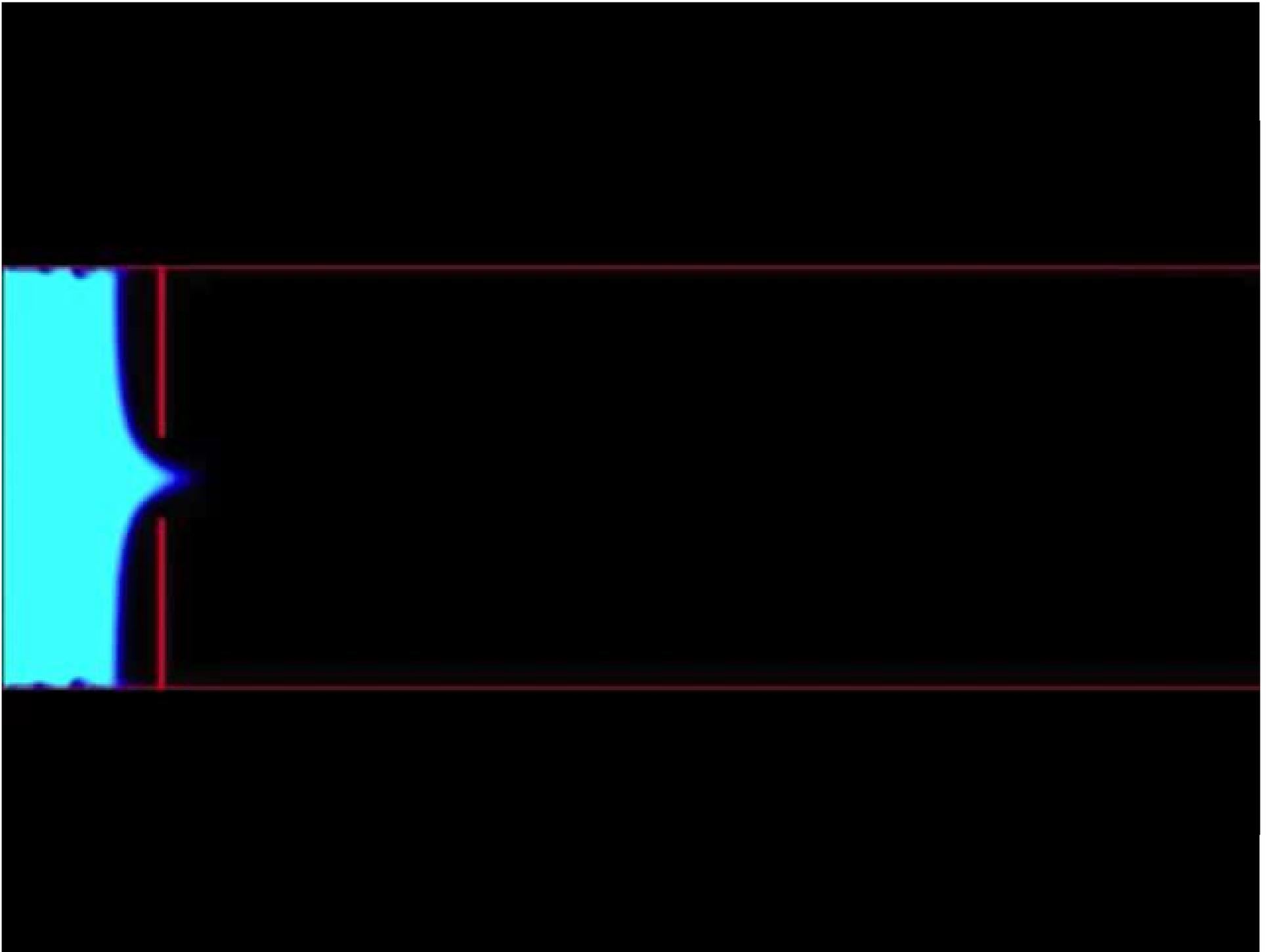






Laminar Flow



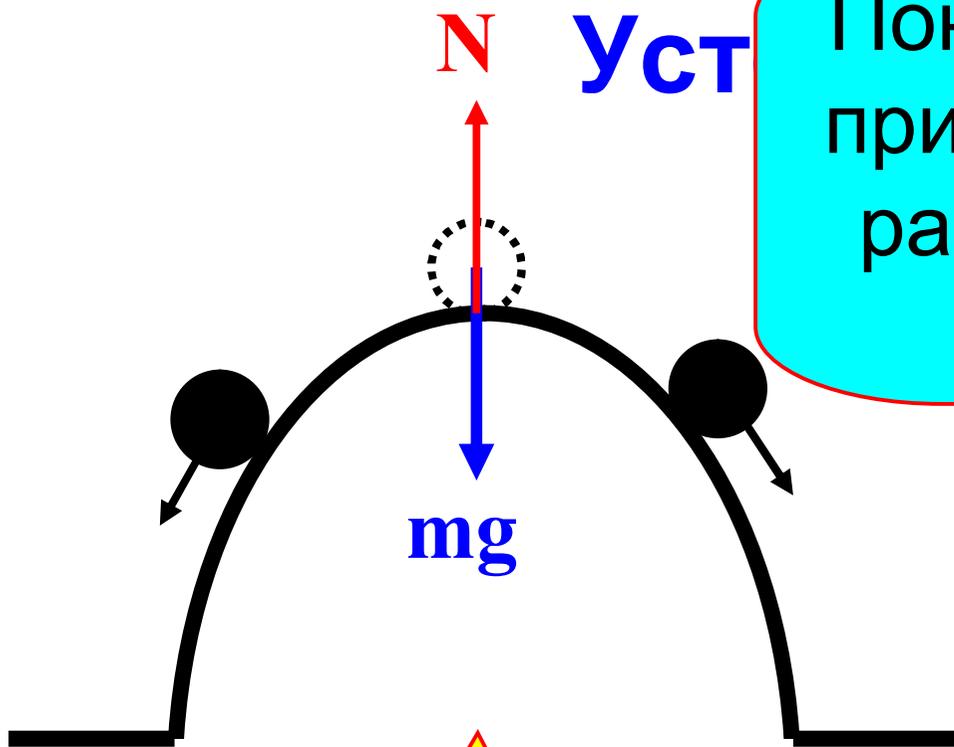


Почему течение становится турбулентным?

Неустойчивости:

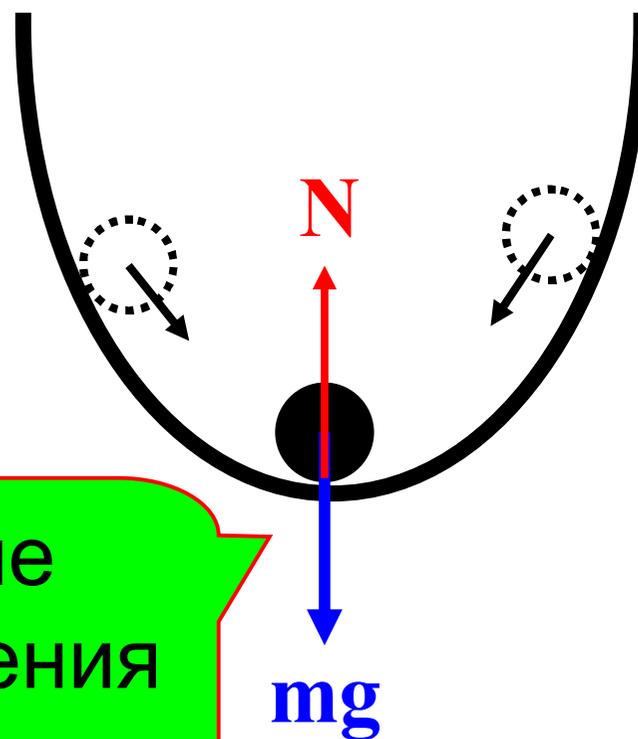
- ❑ Сдвиговая неустойчивость (Кельвина-Гельмгольца, shear instability)
- ❑ Конвективная неустойчивость (Рэля-Бенара)
- ❑ Неустойчивость Рэля-Тейлора (Rayleigh–Taylor instability)
- ❑ Неустойчивость Рихтмайера-Мешкова (Richtmyer-Meshkov instability)
- ❑ Неустойчивость Платэ-Рэля (Plateau-Rayleigh instability)
- ❑ ...

Понятие «устойчивость» применимо к положению равновесия и к режиму движения

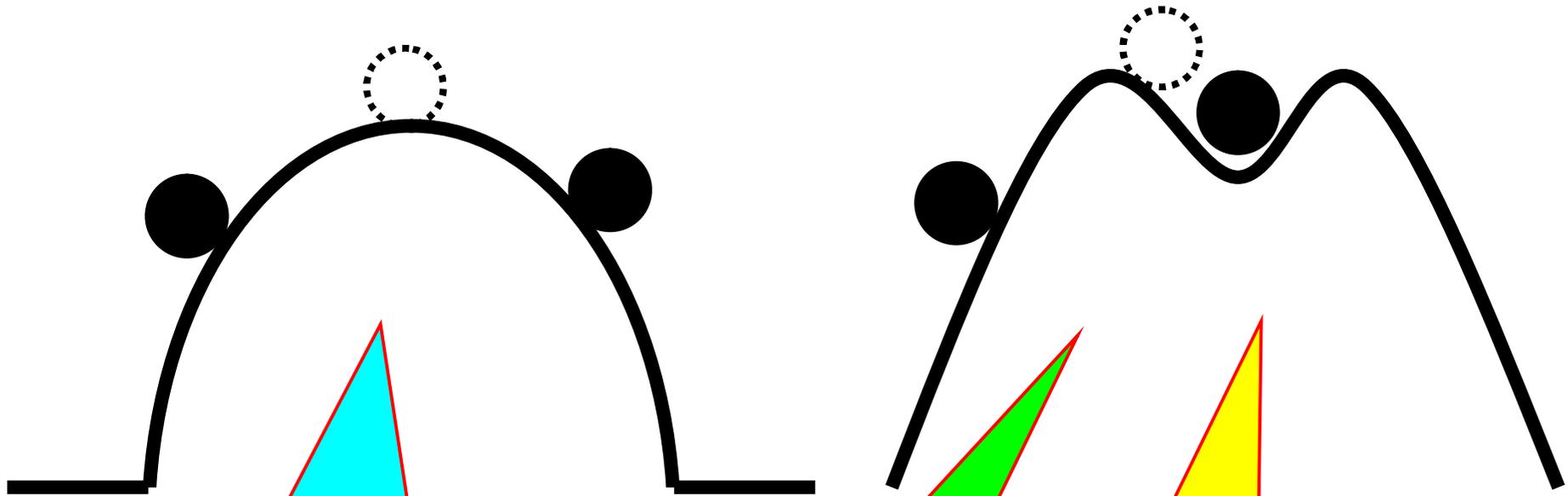


Малые возмущения нарастают со временем

Малые возмущения затухают



Устойчивость

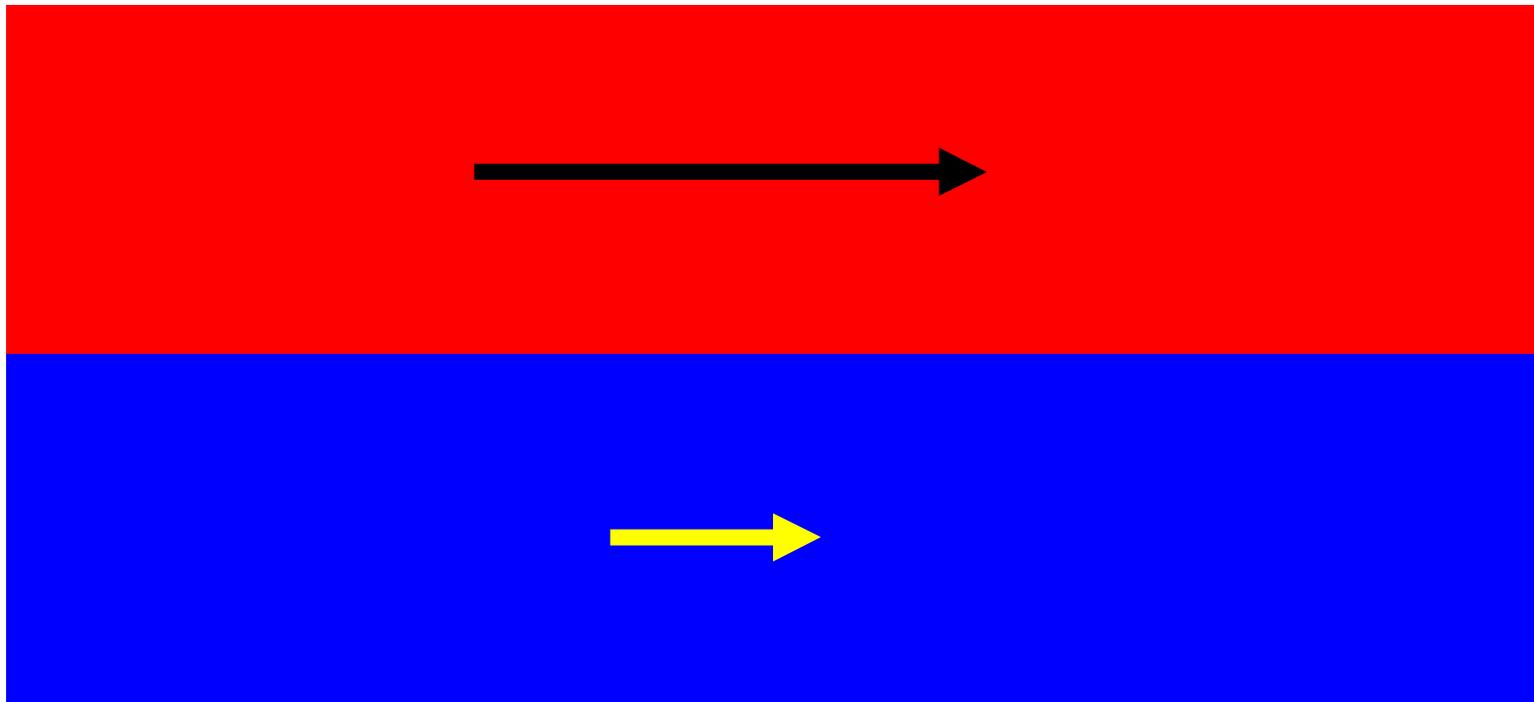


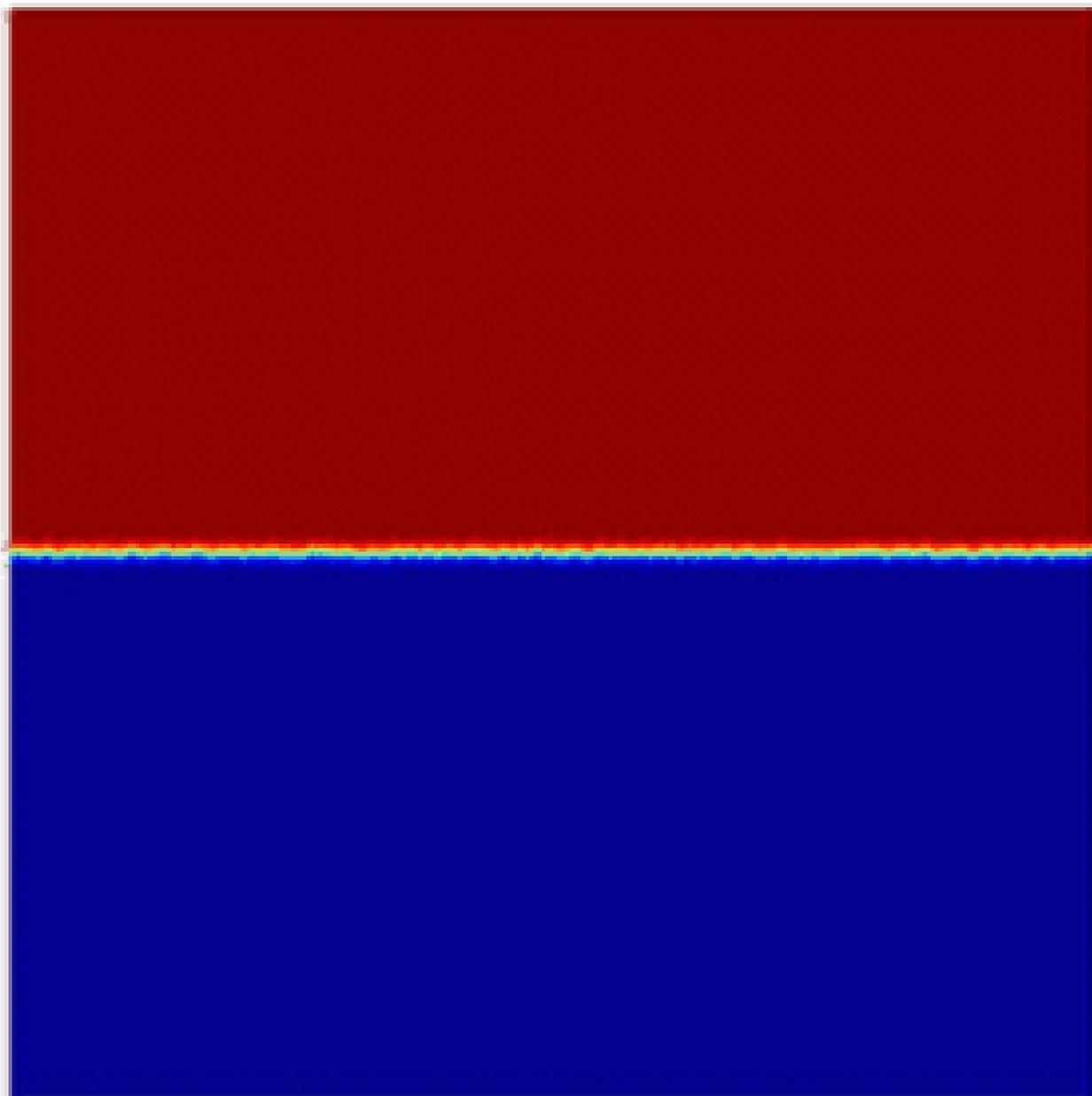
неустойчива
по отношению
к бесконечно
малым
возмущениям

малые
возмущения
затухают

большие
возмущения
нарастают со
временем

Сдвиговая неустойчивость













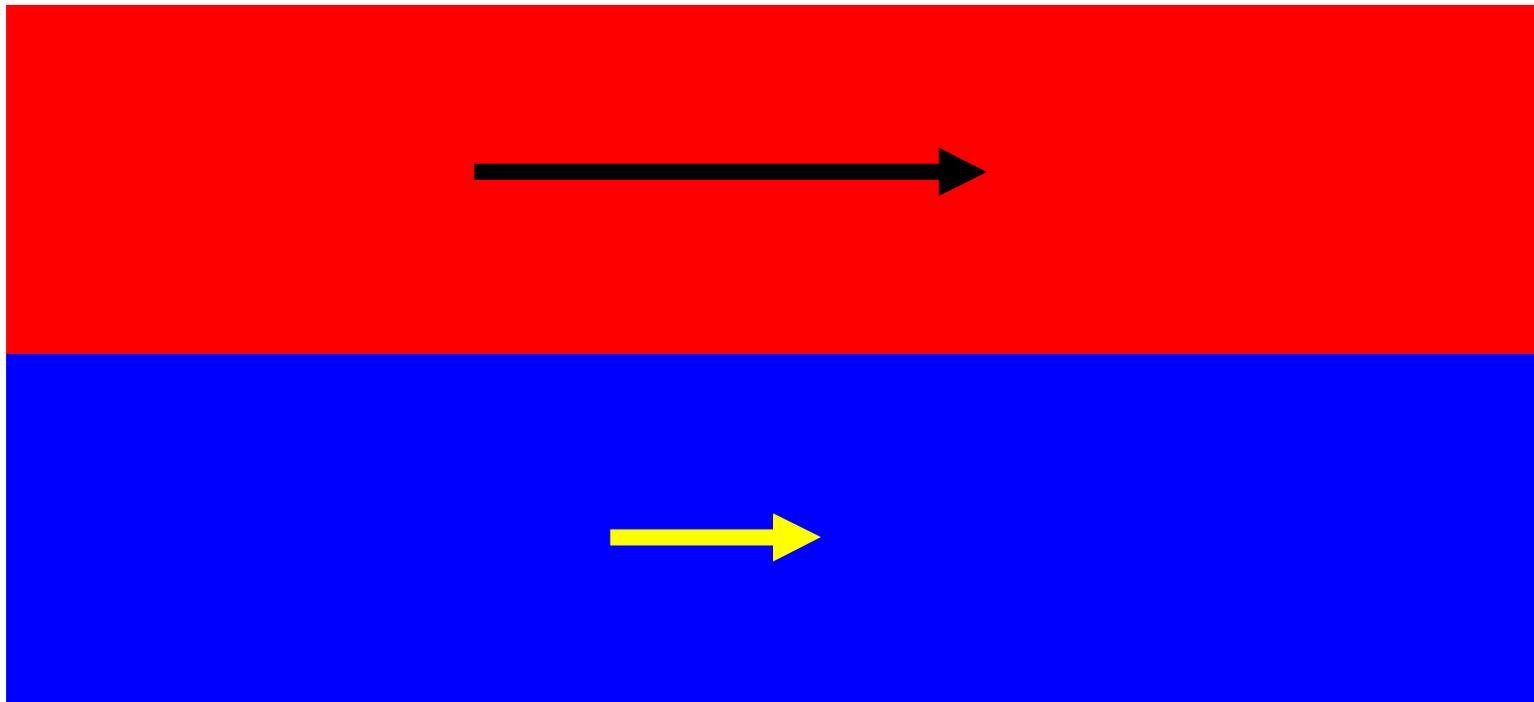
“Sunset at Rock Mountain Beach”

Kelvin-Helmholtz waves. Taken Jan 11, 2002 at 5:38pm from Coherent Technologies, Inc., Lafayette, CO

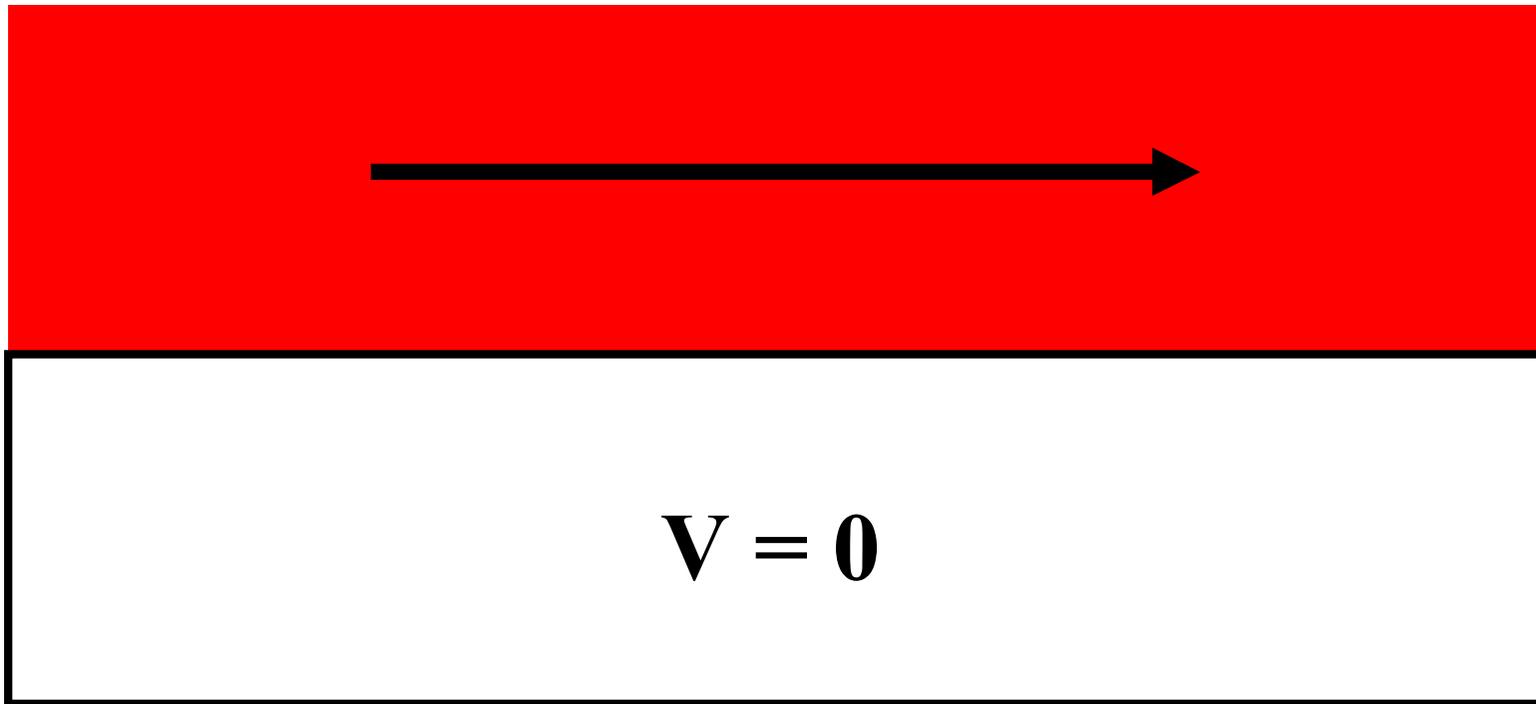




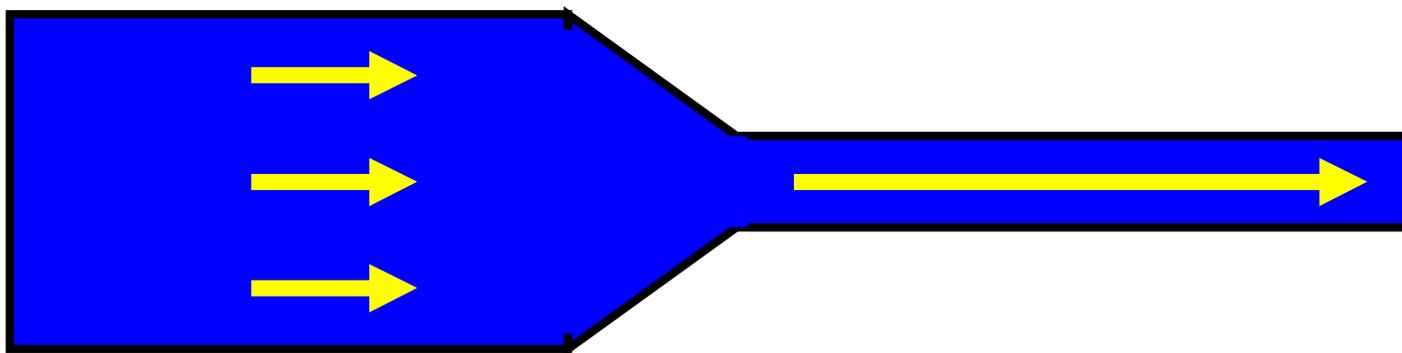
Физическая причина сдвиговой неустойчивости



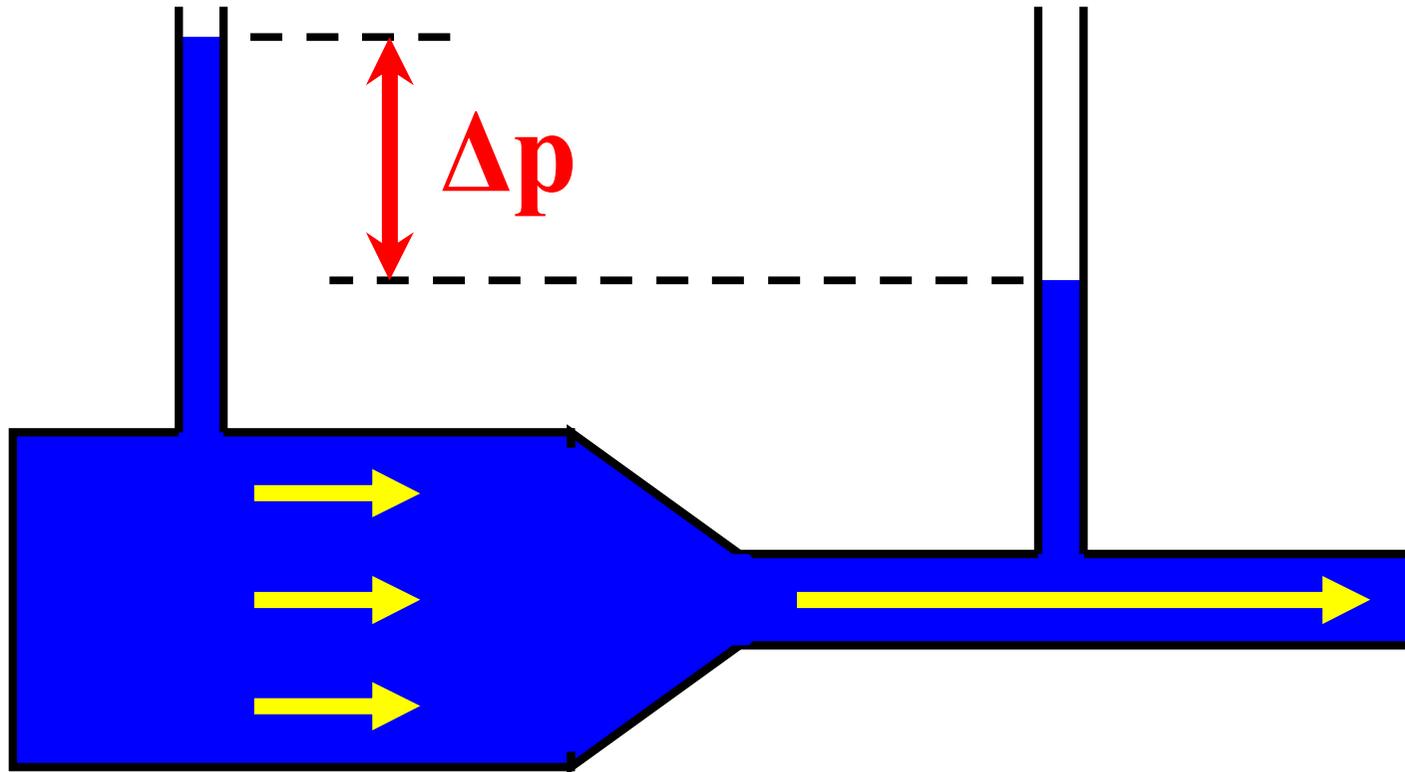
Физическая причина сдвиговой неустойчивости



В какой части трубы давление выше?



Парадокс гидромеханики



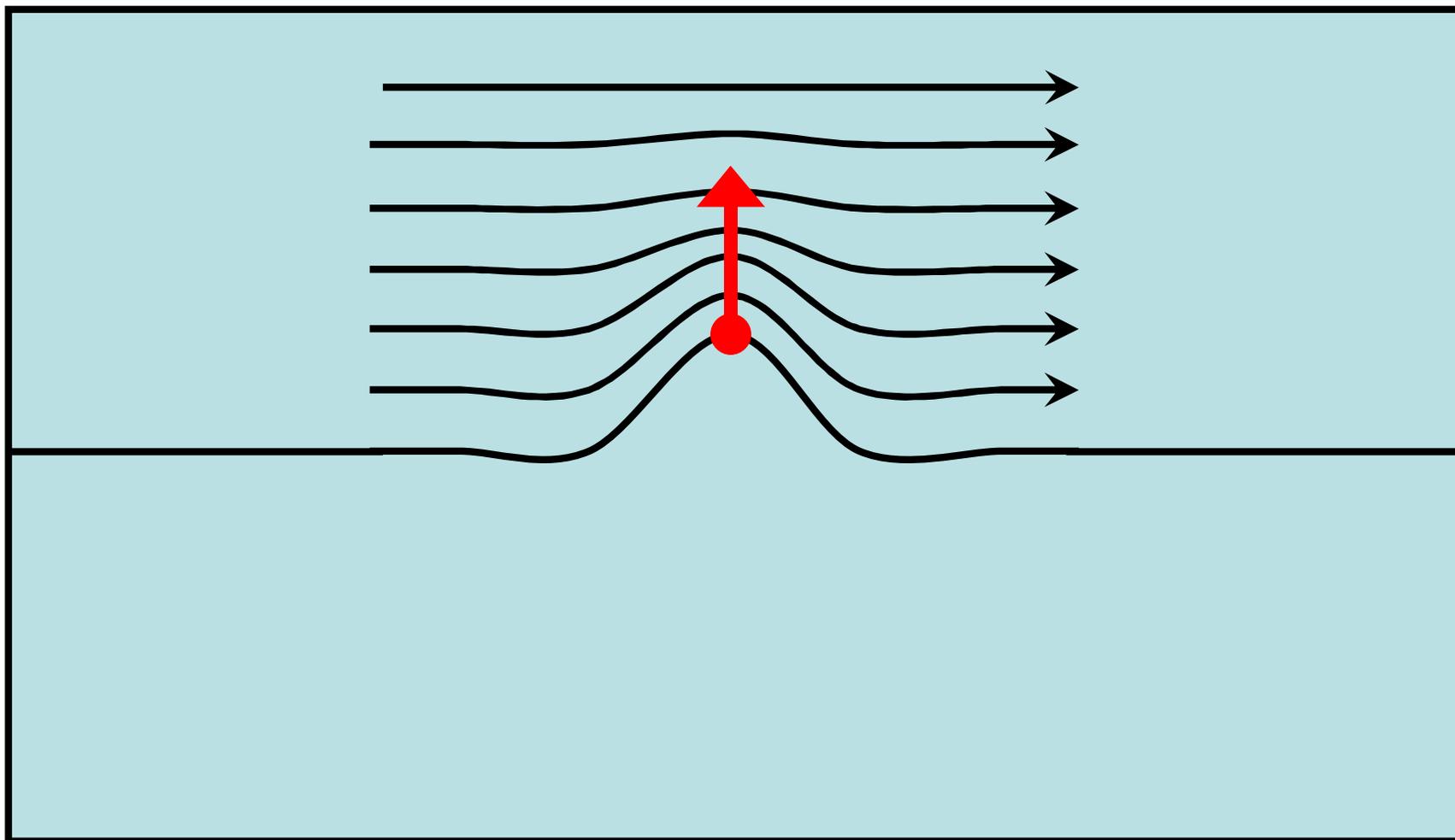
$$\frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \text{const}$$

уравнение Бернулли

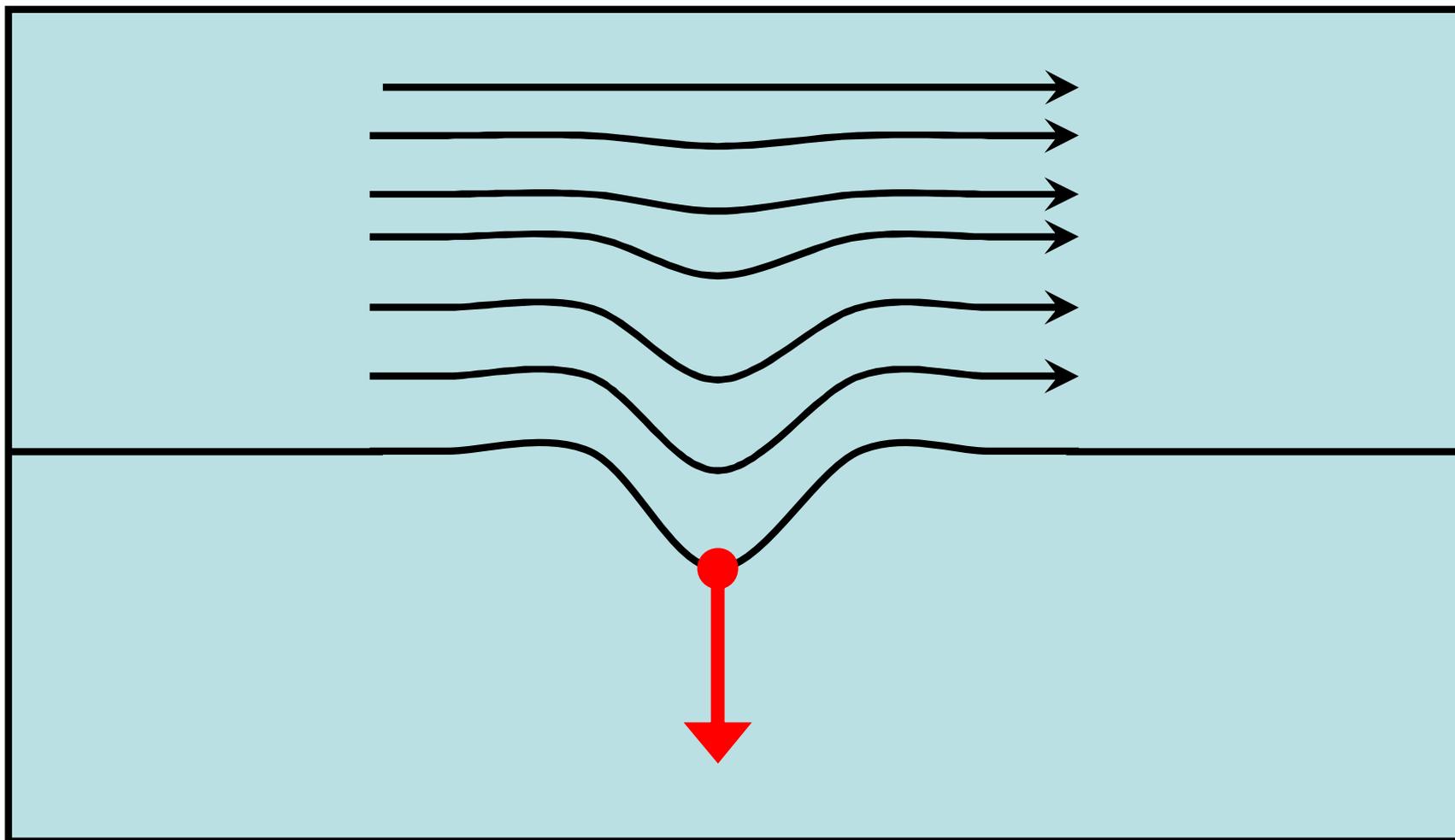
Сдвиговая неустойчивость



Сдвиговая неустойчивость



Сдвиговая неустойчивость

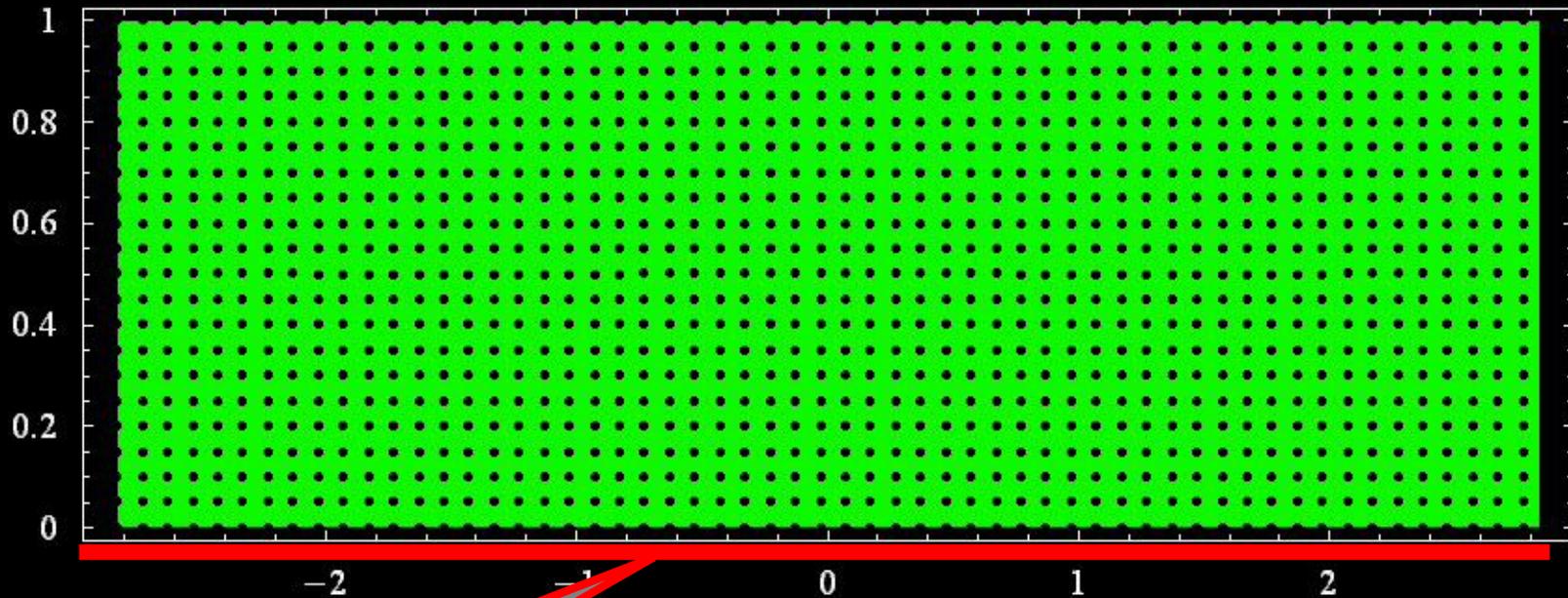


Конвективная неустойчивость

T_1

(Рэля-Бенара)

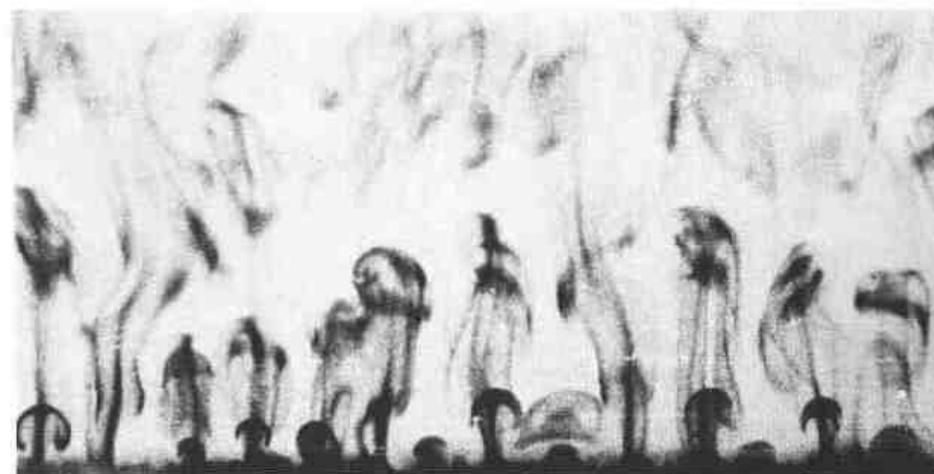
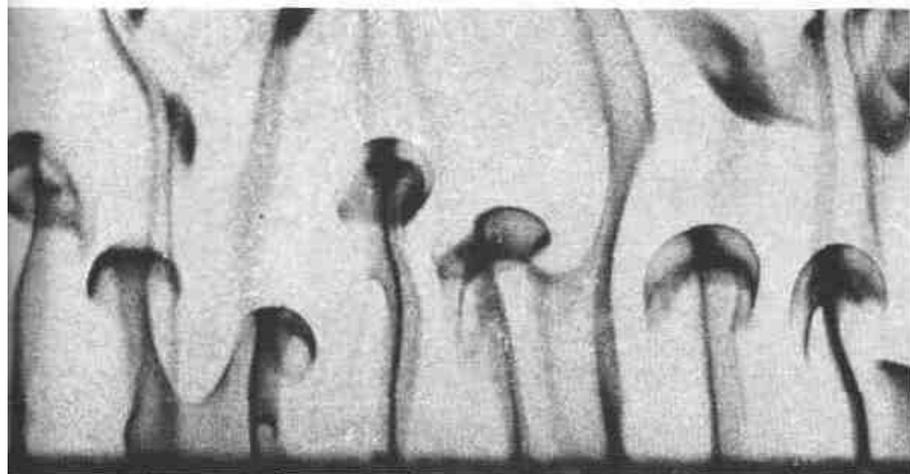
$\text{Sigma}=10$ $b=2.66667$ $r=30$

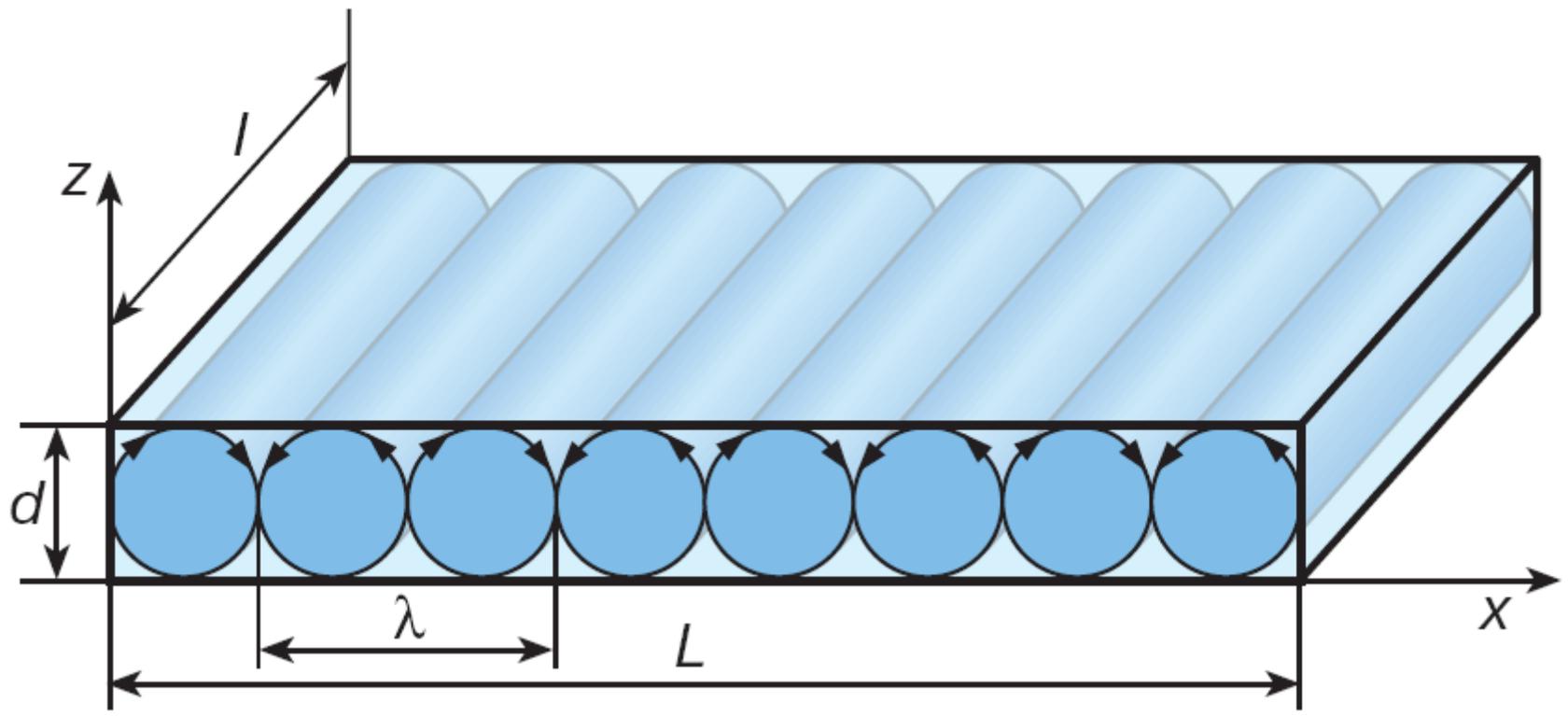


T_2

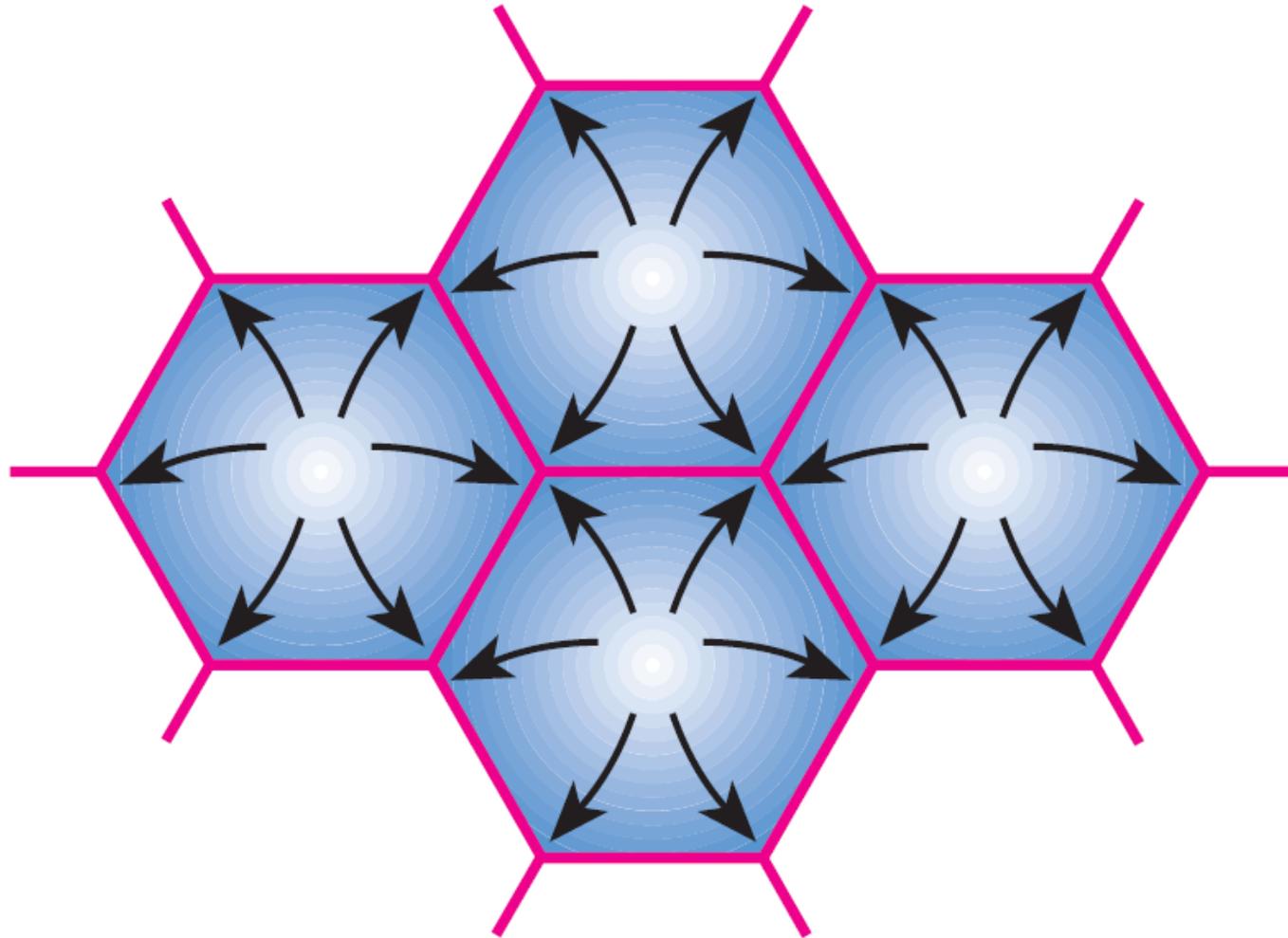
$T_2 > T_1$

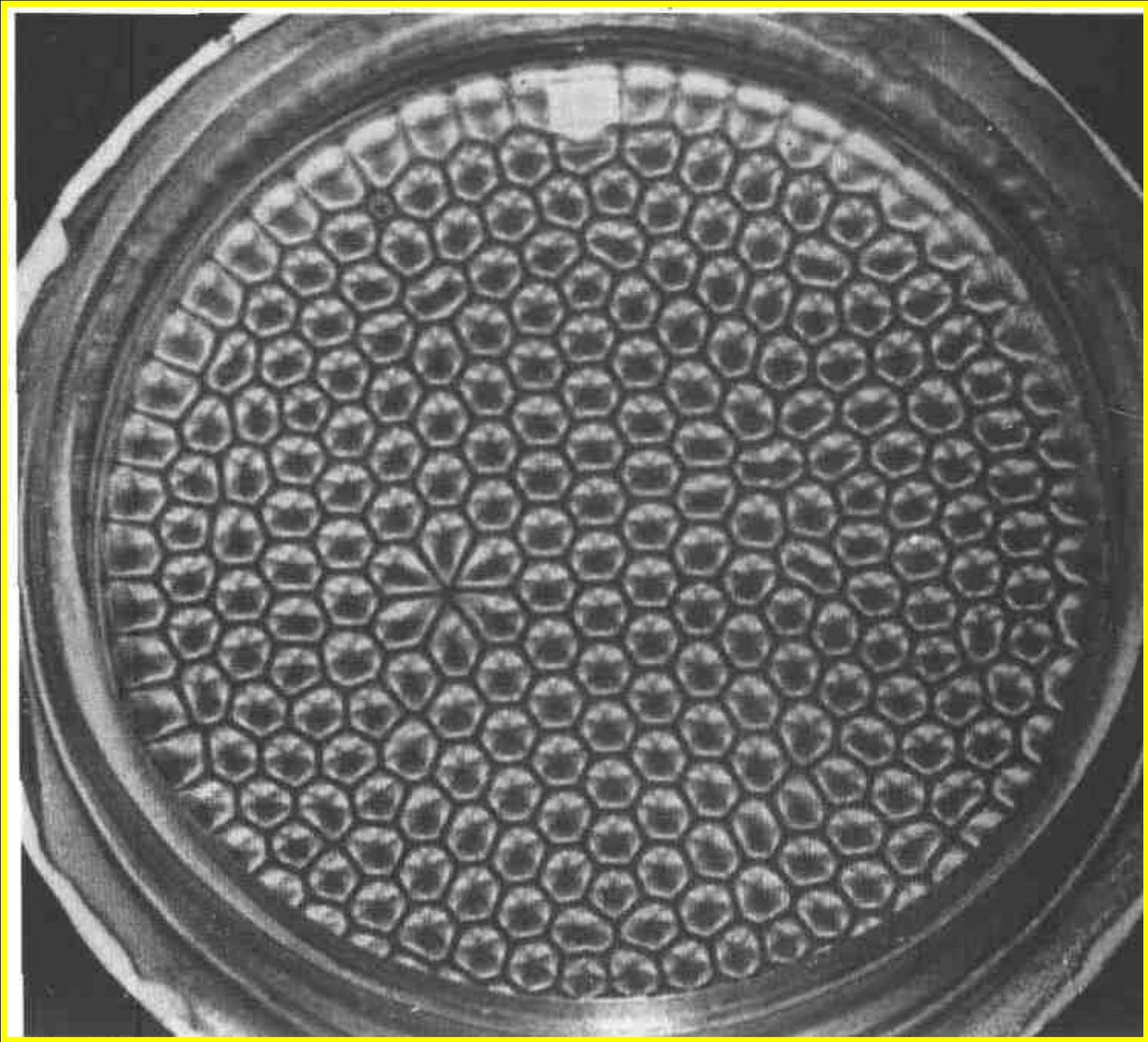
Конвективная неустойчивость (Рэля-Бенара)





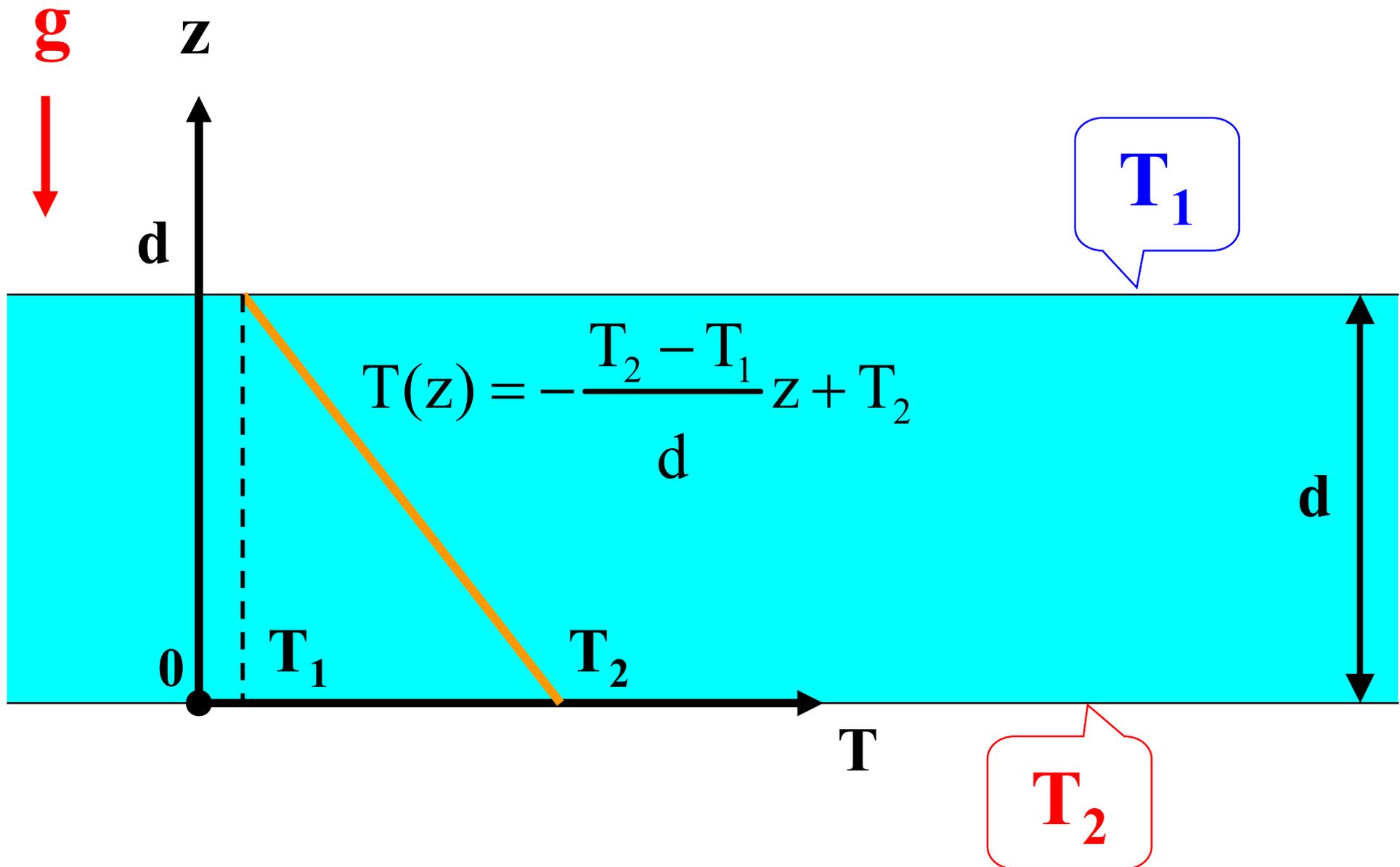
Конвективные ячейки Бенара с восходящим потоком в центре



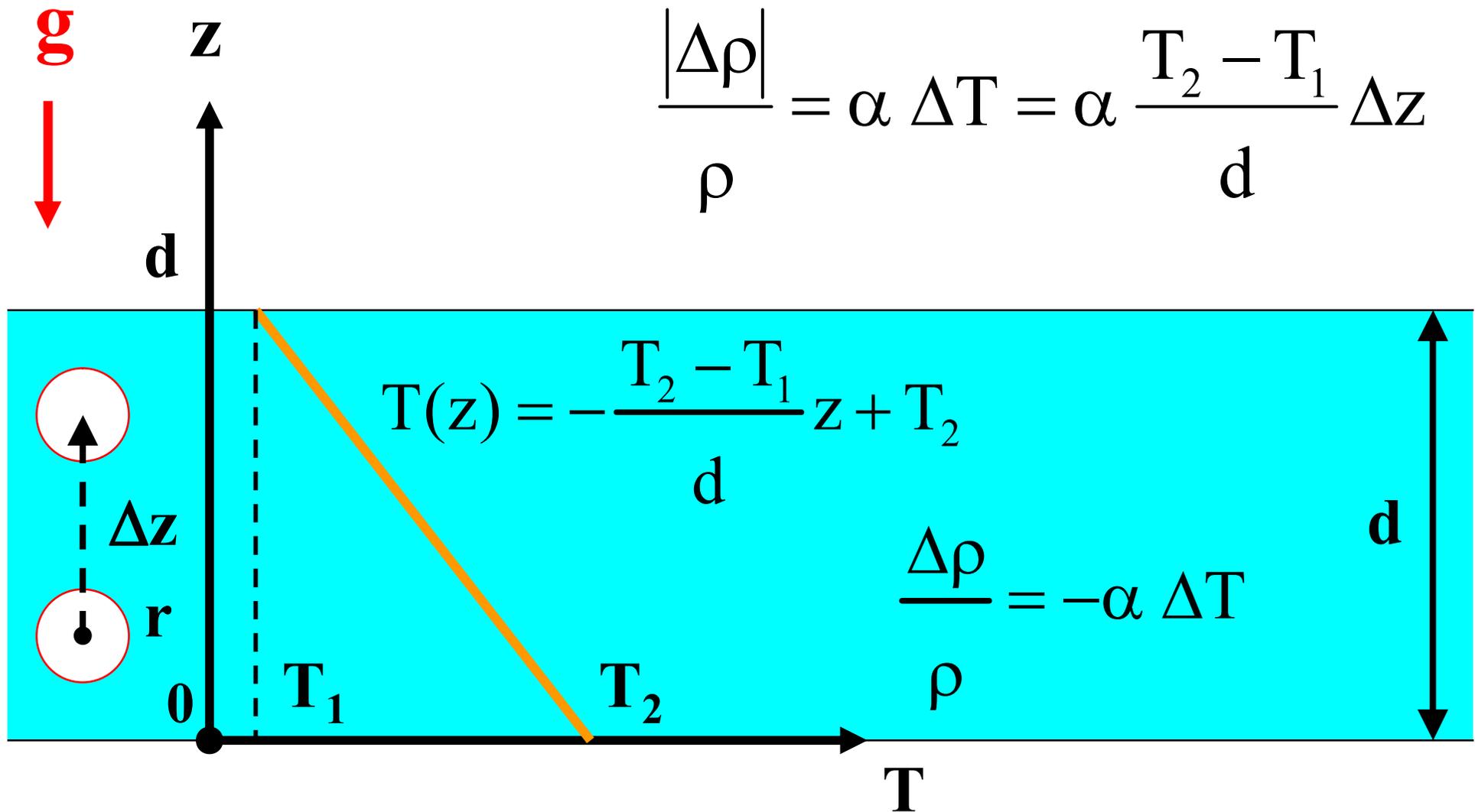


Конвективной (Рэля-Бенара)
неустойчивостью называется
неустойчивость в газовой или
жидкой среде, находящейся в поле
силы тяжести, которая
пронизывается потоком тепла в
направлении противоположном
вектору g

*т.е. жидкость или газ подогреваются
снизу*



ρ - ПЛОТНОСТЬ; ν - ВЯЗКОСТЬ; χ -
 температуропроводность;



ρ - ПЛОТНОСТЬ; ν - ВЯЗКОСТЬ; χ -
 ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТЬ;

$$F_{\text{Аpx}} - mg = F_{\text{Стокса}}$$

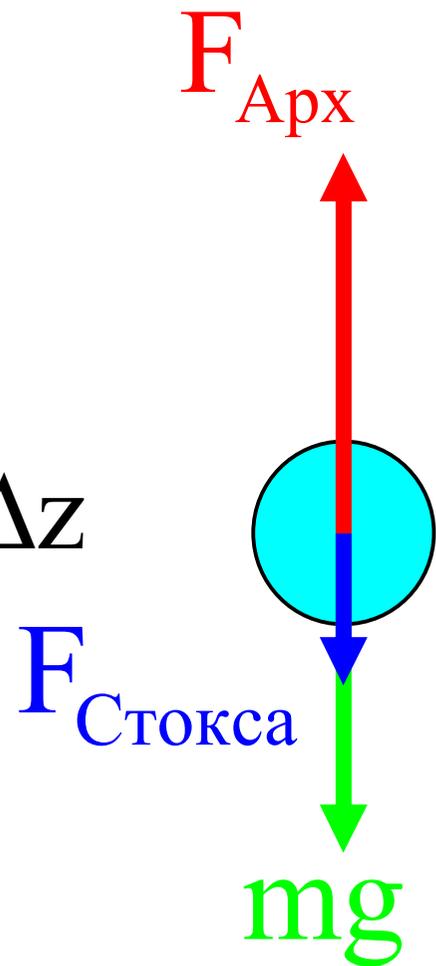
$$F_{\text{Аpx}} - mg = gV \Delta\rho \sim g r^3 \Delta\rho$$

$$F_{\text{Стокса}} = 6\pi\rho\nu r U \sim \rho\nu r U$$

$$U \sim \frac{\Delta\rho g r^2}{\rho \nu} = \frac{\alpha g r^2 (T_2 - T_1)}{\nu d} \Delta z$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \alpha \frac{T_2 - T_1}{d} \Delta z$$

$$\tau_{\Delta z} \sim \frac{\Delta z}{U} = \frac{\nu d}{g \alpha (T_2 - T_1) r^2}$$



$$\tau_{\Delta z} \sim \frac{\nu d}{g \alpha (T_2 - T_1) r^2}$$

?

$$\tau_T \sim \frac{r^2}{\chi}$$

Температуро-
проводность

$$\chi [\text{м}^2 / \text{с}]$$

$$\frac{\tau_T}{\tau_{\Delta z}} \sim \frac{g \alpha (T_2 - T_1) r^4}{\chi \nu d}$$

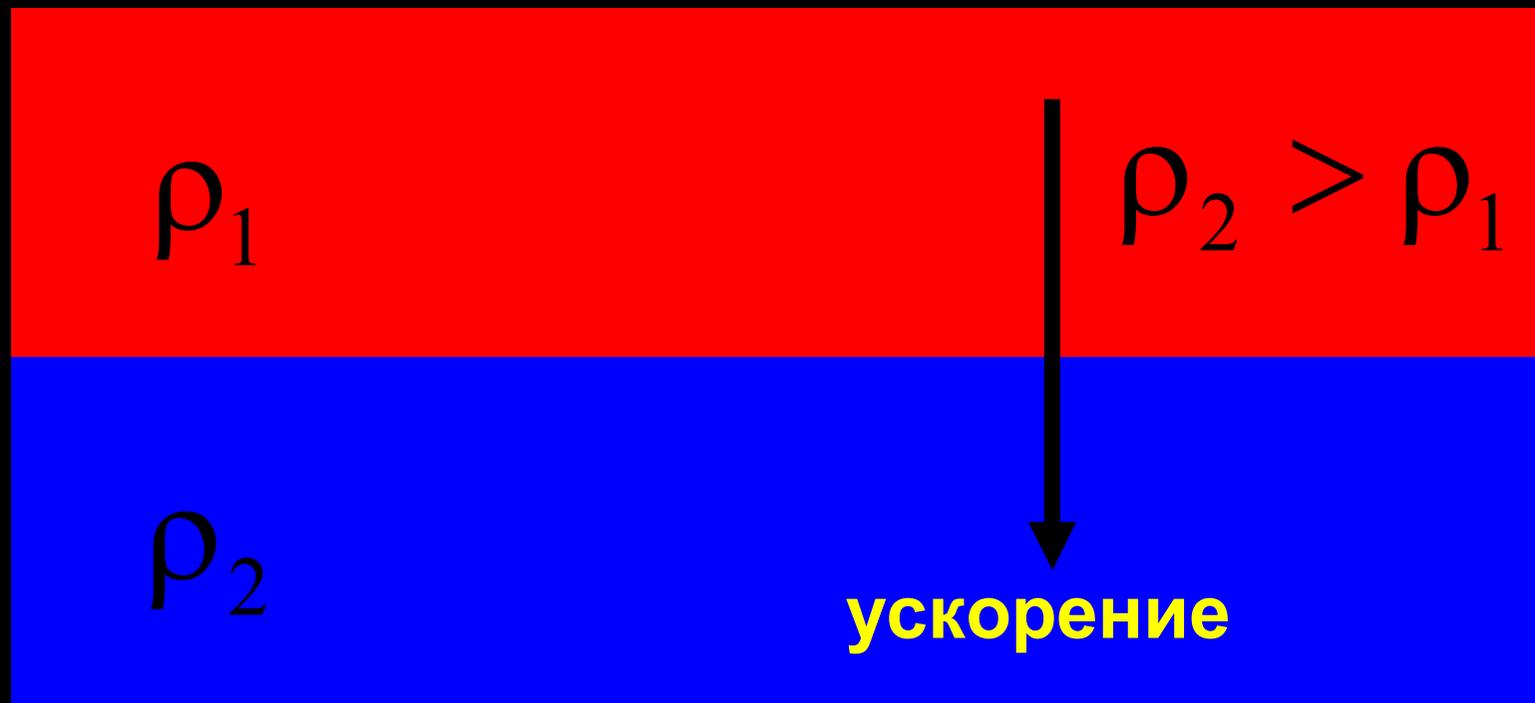
$r \sim d$

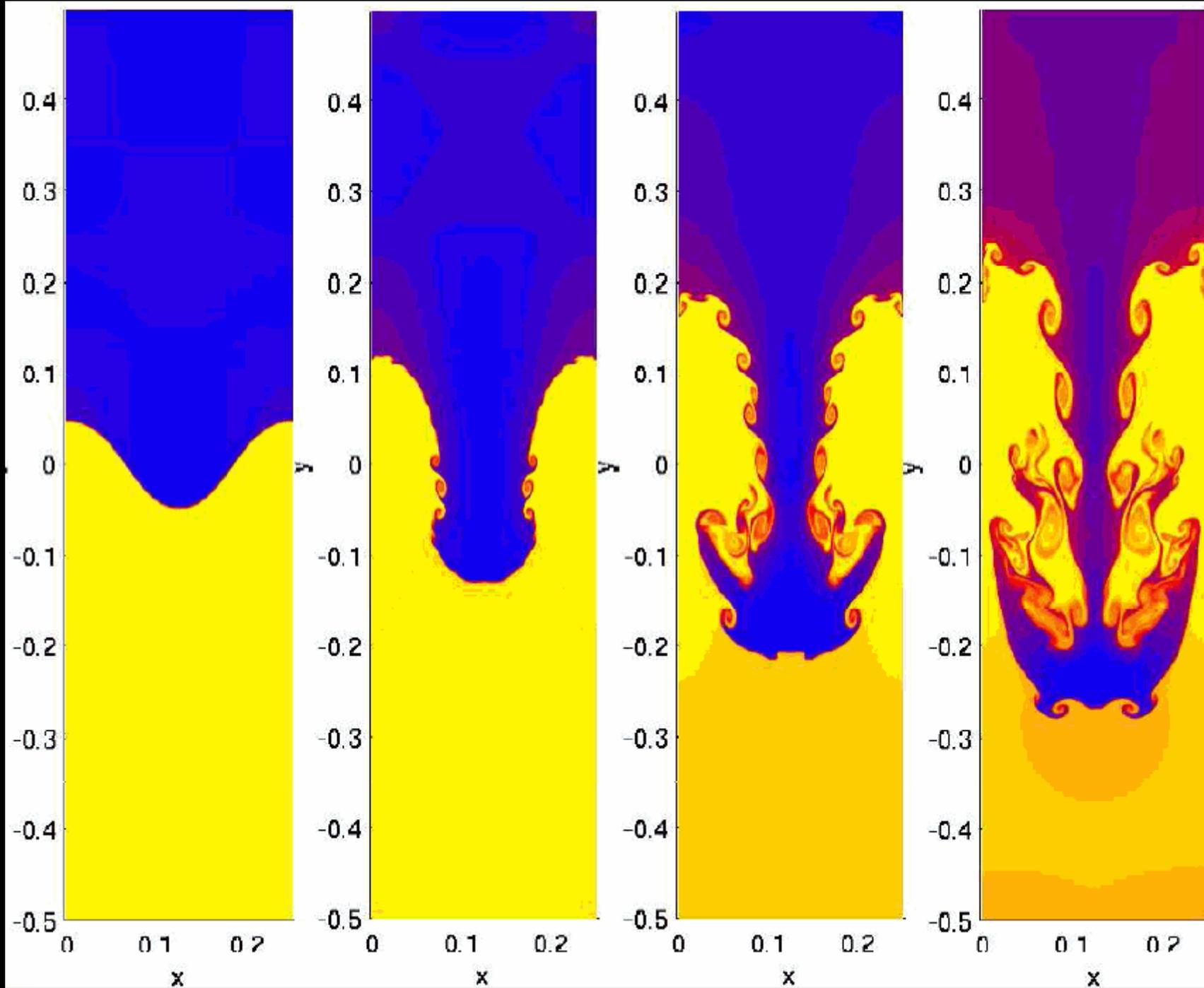
$$\text{Ra} = \frac{g \alpha (T_2 - T_1) d^3}{\chi \nu}$$

Число
Рэля

конвекция развивается при $\text{Ra} > \text{Ra}_{\text{кр}} \sim 10^3$

Неустойчивость Рэля-Тейлора

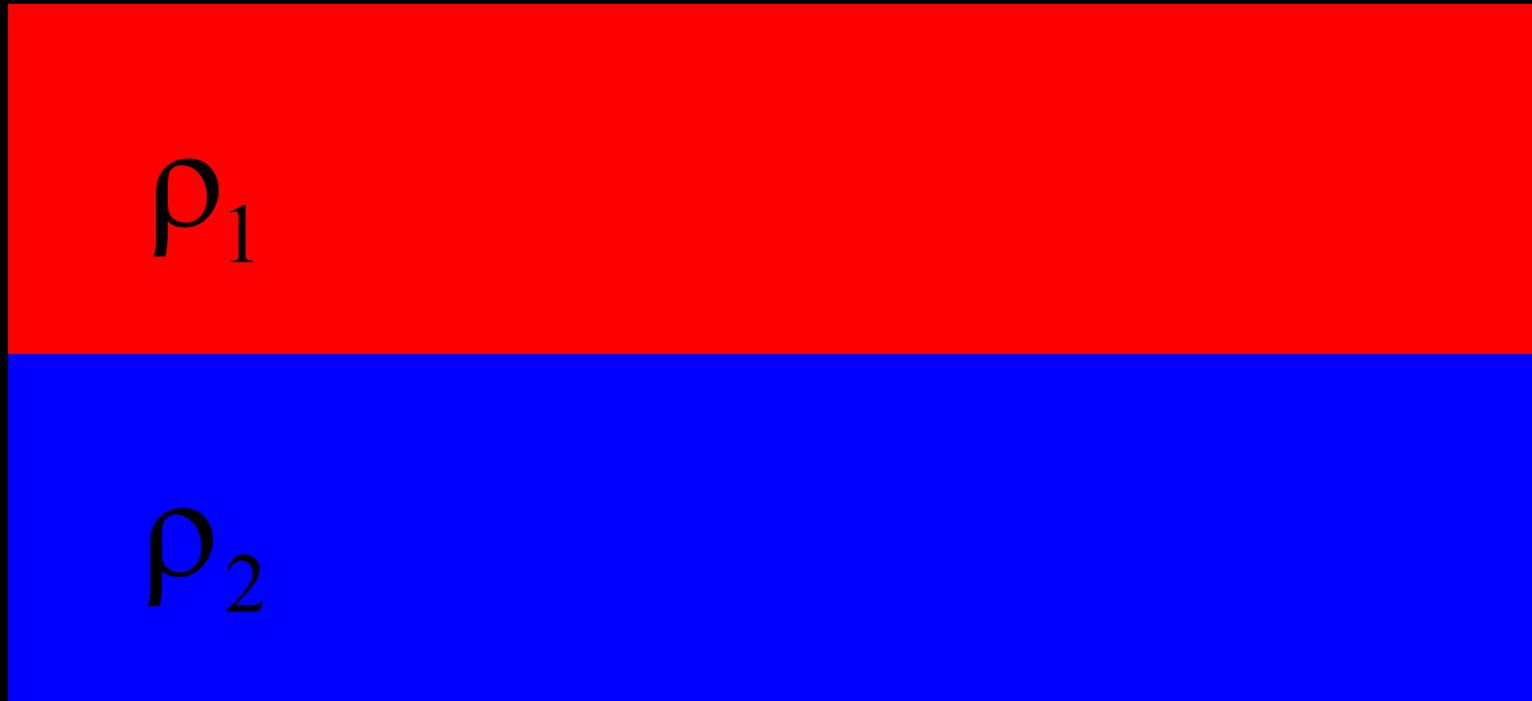




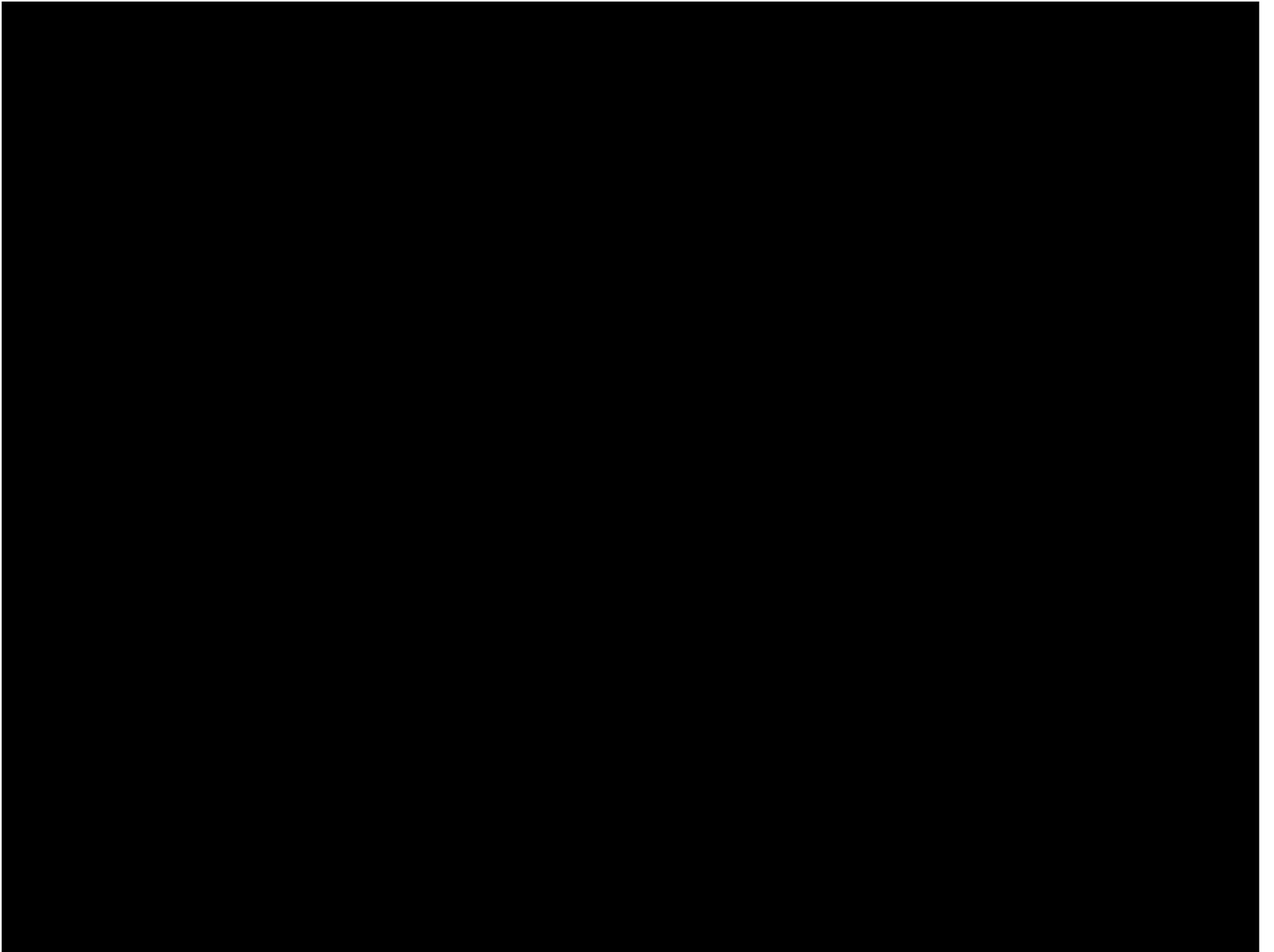


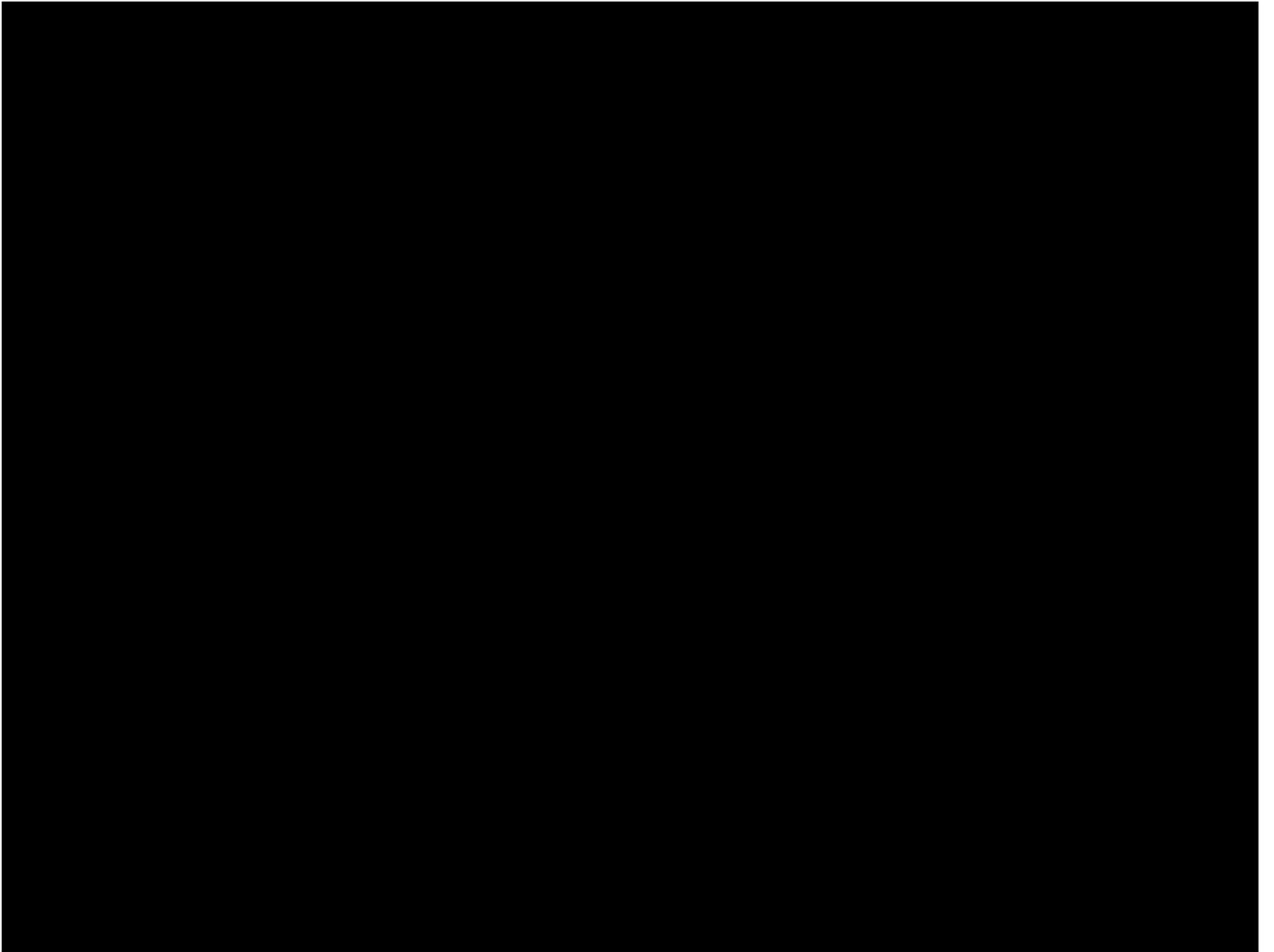


Неустойчивость Рихтмайера-Мешкова



Поверхность раздела подвергается импульсному ускорению, например, при прохождении ударной волны





Неустойчивость Платэ-Рэля



00000E3 MCS

© 2007 Lars Röntzsch

