

# Геофизика



---

2024 Лекция №7

---

Носов Михаил Александрович

*отделение геофизики, физический факультет МГУ*

---

**<http://ocean.phys.msu.ru/courses/geo/>**

**Основные  
подходы к  
упрощению  
уравнений  
гидродинамики**

# Приближение №1:

«среда с постоянной плотностью

$\rho = \rho_0 = \text{const}$  (в.т.ч. несжимаемая)»

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \vec{\nabla}) \vec{v} = - \frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \vec{g} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}] + \nu \Delta \vec{v} +$$

~~$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho \vec{v}) = 0$~~   ~~$+ \left( \zeta + \frac{\nu}{3} \right) \text{grad div } \vec{v}$~~

$\rho = \rho(p)$

$\rho_0$

$\text{div } \vec{v} = 0$

# Приближение №1:

## «среда с постоянной плотностью»

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left( \vec{v}, \vec{\nabla} \right) \vec{v} = - \frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} + \vec{g} + 2 \left[ \vec{v} \times \vec{\omega} \right] + \nu \Delta \vec{v}$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0$$

$$\left| \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right| \sim \frac{U_{xy}}{L}$$

горизонтальный масштаб

$$\left| \frac{\partial w}{\partial z} \right| \sim \frac{U_z}{H}$$

вертикальный масштаб

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial w}{\partial z}$$



$$U_z \sim \frac{H}{L} U_{xy}$$

## Приближение №2: «стационарное течение»

$$\cancel{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} + (\vec{v}, \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \vec{g} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}] + \nu \Delta \vec{v} +$$

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \operatorname{div} (\rho \vec{v}) = 0 \quad + \left( \zeta + \frac{\nu}{3} \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{v}$$

$$\rho = \rho(p)$$

**начальные условия не требуются**

# Приближение №3:

## «идеальная (невязкая) жидкость»

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \vec{g} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}] + \cancel{\nu \Delta \vec{v}} +$$

понижается порядок уравнения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \vec{v}) = 0$$

$$+ \left( \zeta + \frac{\nu}{3} \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{v}$$

$$\rho = \rho(p)$$

Изменение граничного условия:

«прилипание» → «непротекание»

$$\{v_{\tau}=0, v_n=0\} \rightarrow \{v_n=0\}$$

## Приближение №4:

«идеальная жидкость постоянной плотности, линейное приближение»

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \cancel{\left( \vec{v}, \vec{\nabla} \right) \vec{v}} = - \frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} + \vec{g} + 2 \left[ \vec{v} \times \vec{\omega} \right]$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0$$

если  $\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_1, p_1 \\ \vec{v}_2, p_2 \end{array} \right\}$  – решения системы, то  $\Rightarrow$

$A\vec{v}_1 + B\vec{v}_2, Ap_1 + Bp_2$  – решения системы

где  $A, B$  – константы

# «Геофизические» приближения:

1. Гидростатическое приближение

2. Геострофическое приближение

*strophe* (греч.) – вращение, поворот

Крупномасштабные течения атмосферы и океана обычно происходят в условиях **гидростатического** (по вертикали) и **геострофического** (по горизонтали) баланса

$$z : -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \vec{g} = 0 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}] = 0$$

# «Геофизические» приближения:

## 1. Гидростатическое приближение

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \vec{g} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}]$$

$$\operatorname{div}(\vec{v}) = 0$$

при  $\vec{v} = 0$

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

при  
 $\rho = \text{const}$   
 $g = \text{const}$

$$p(z) = p_0 - \rho g z$$

# «Геофизические» приближения:

1. Гидростатическое приближение

2. Геострофическое приближение

*strophe* (греч.) – вращение, поворот

Крупномасштабные течения атмосферы и океана обычно происходят в условиях **гидростатического** (по вертикали) и **геострофического** (по горизонтали) баланса

$$z : -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \vec{g} = 0 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}] = 0$$

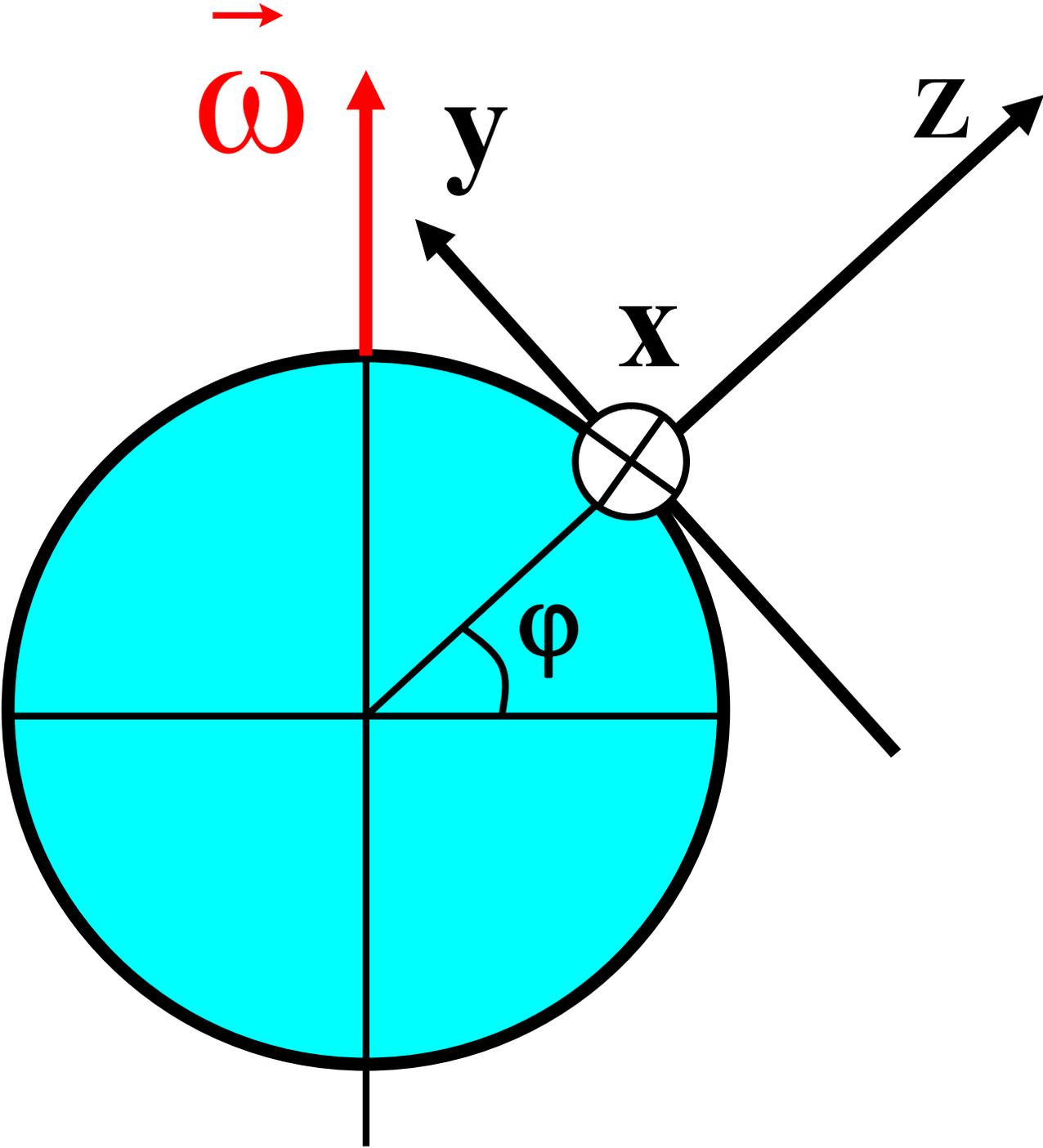
# «Геофизические» приближения:

## 2. Геострофическое приближение

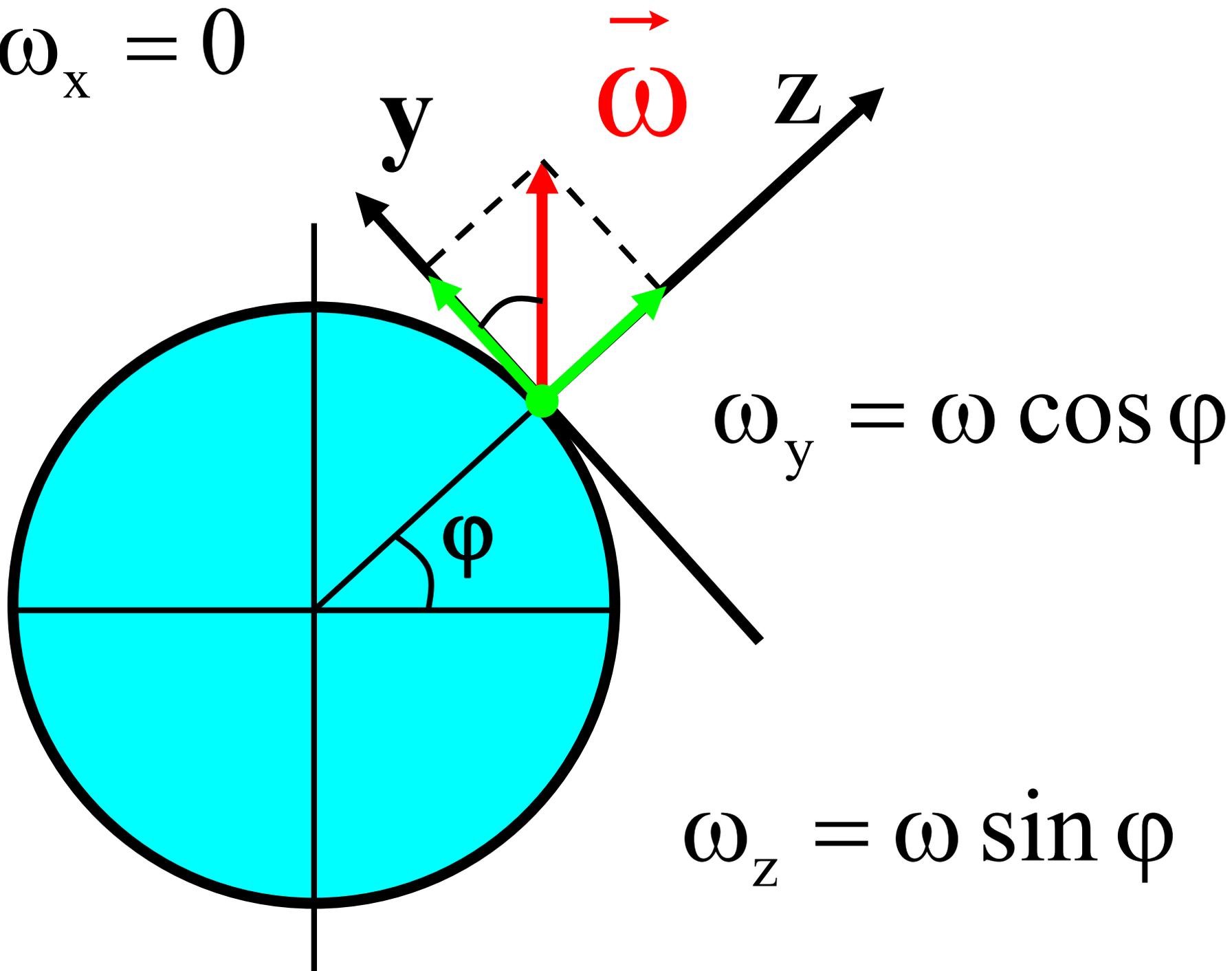
$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} + \vec{g} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}]$$

$$\operatorname{div}(\vec{v}) = 0$$

по  
горизонтали  
не действует!



$$\omega_x = 0$$



$$\vec{v} = (u, v, w) \quad \vec{\omega} = (0, \omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi)$$

$$2[\vec{v} \times \vec{\omega}] = 2 \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u & v & w \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{vmatrix} = 2 \begin{pmatrix} v\omega_z - w\omega_y \\ w\omega_x - u\omega_z \\ u\omega_y - v\omega_x \end{pmatrix} =$$

**традиционное приближение:** 1.  $w \ll (u, v)$ ; 2.  $F_z^{\text{Кор}} = 0$

$$= 2 \begin{pmatrix} v\omega \sin \varphi - w\omega \cos \varphi \\ -u\omega \sin \varphi \\ u\omega \cos \varphi \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2v\omega \sin \varphi \\ -2u\omega \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2[\vec{v} \times \vec{\omega}] \approx \begin{pmatrix} 2v\omega \sin \varphi \\ -2u\omega \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f v \\ -f u \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$f = 2\omega \sin \varphi$$

**параметр  
Кориолиса**

# Оценка значимости силы Кориолиса

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla}p}{\rho} + \vec{g} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}]$$

$$\frac{U}{T} \sim \frac{U}{L/U}$$



**Carl-Gustaf Rossby**

Swedish-US meteorologist

1898-1957

$$U \cdot f$$

$$f = 2\omega \sin \varphi$$

$$\frac{\left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right|}{|2[\vec{v} \times \vec{\omega}]|} \sim \frac{U}{U \cdot f} = \frac{U}{L \cdot f} \equiv R_0$$

**число  
Росби**

**геострофическое приближение работает при  $R_0 \ll 1$**

# Оценка числа Россби для природных условий

$$R_o = \frac{U}{L \cdot f}$$

$$f = 2\omega \sin \varphi = \frac{4\pi}{T} \sin \varphi \sim 10^{-4} \text{ c}^{-1}$$

геострофическое  
приближение

сидерический  
период вращения  
Земли  
23 ч 56 мин 4.0905 с

$$f_{\text{max}} \approx 1.458 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$$

хорошо работает

$$R_o = \frac{1[\text{м/с}]}{10^6[\text{м}] \times 10^{-4}[\text{c}^{-1}]} \approx 0.01$$

работает

$$R_o = \frac{1[\text{м/с}]}{10^5[\text{м}] \times 10^{-4}[\text{c}^{-1}]} \approx 0.1$$

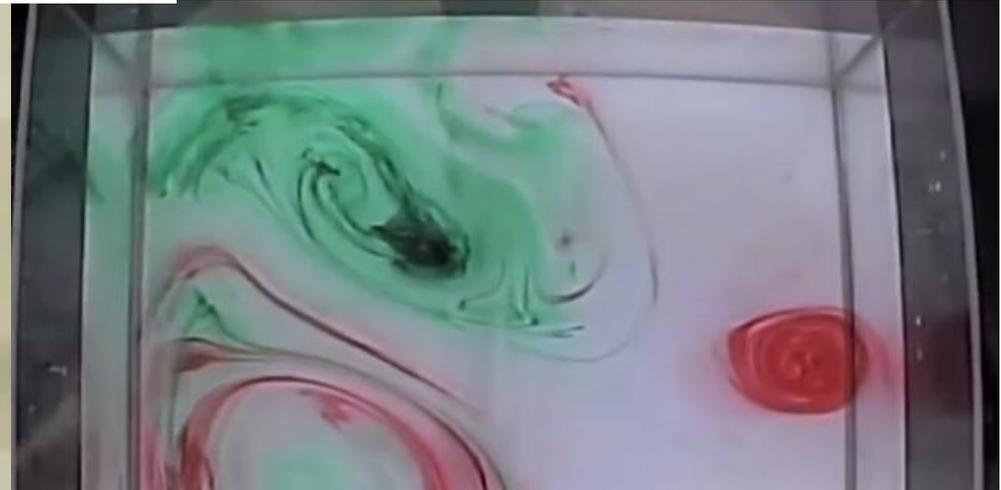
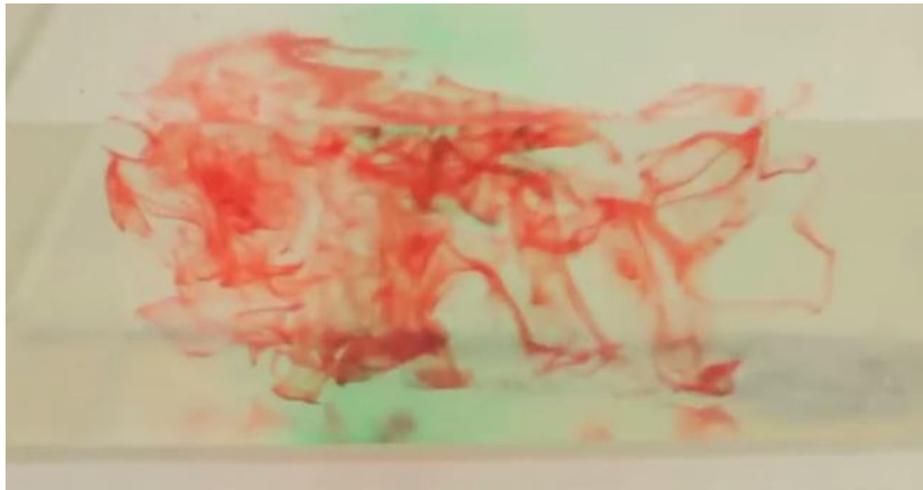
плохо работает

$$R_o = \frac{1[\text{м/с}]}{10^4[\text{м}] \times 10^{-4}[\text{c}^{-1}]} \approx 1$$

# Влияние вращения

$$R_o = \frac{0.01[\text{м/с}]}{0.5[\text{м}] \times 10^{-4}[\text{с}^{-1}]} = 200$$

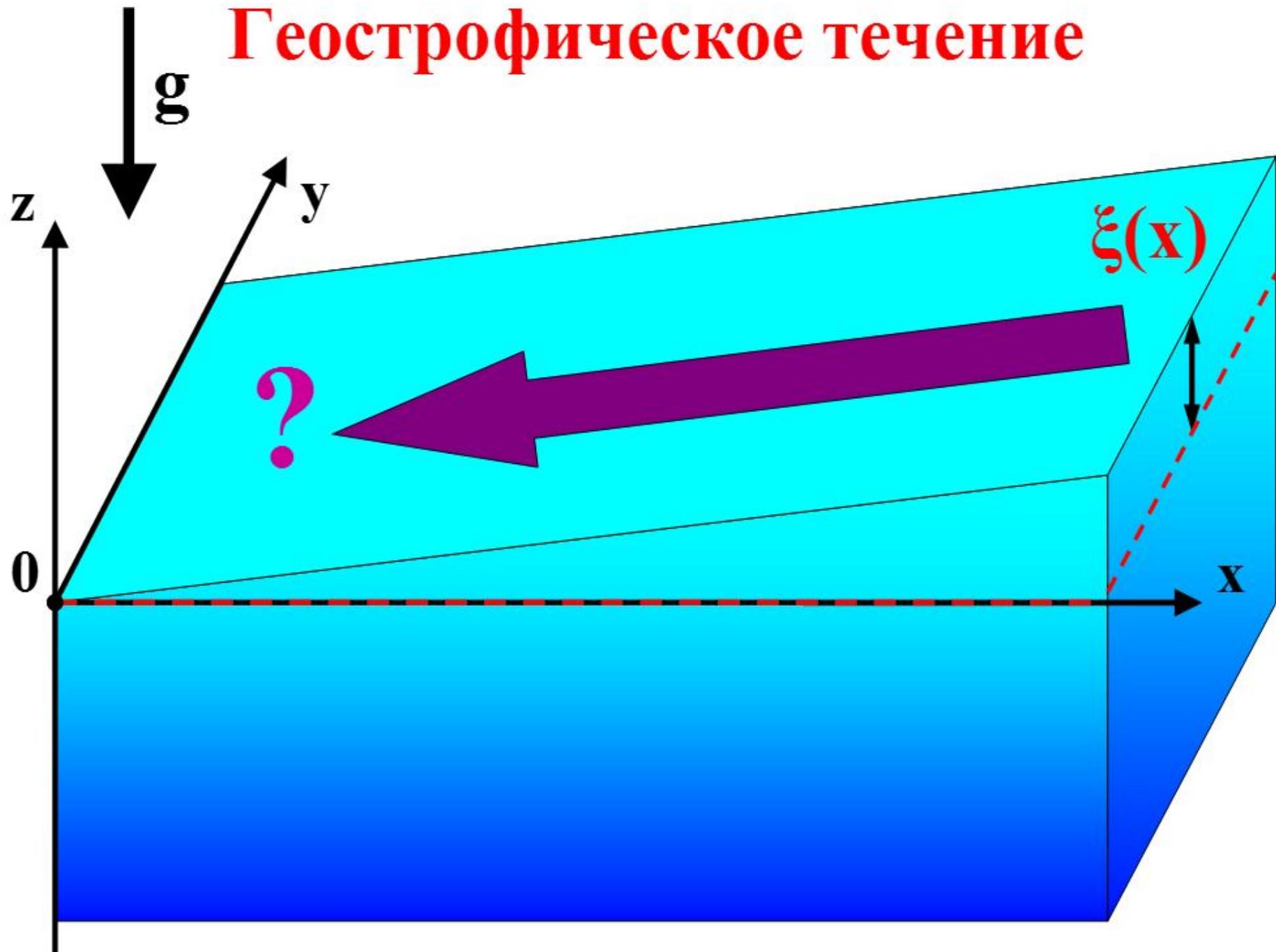
$$R_o = \frac{U}{L \cdot f}$$



$$f = \frac{4\pi}{T} \sin \varphi$$

$$R_o = \frac{0.01[\text{м/с}]}{0.5[\text{м}] \times \frac{4\pi}{3}[\text{с}^{-1}]} \approx 0.005$$

# Геострофическое течение



# Геострофическое и гидростатическое приближения

$$x : -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + f v = 0 \quad f = 2\omega \sin \varphi$$
$$\vec{v} = (u, v)$$

$$y : -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} - f u = 0 \quad p_{\text{атм}} = \text{const}$$
$$p = p_{\text{атм}} + \rho_0 g (\xi - z)$$

$$z : -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - g = 0 \quad \int_z^{\xi} dz$$

$$x : -g \frac{\partial \xi}{\partial x} + f v = 0$$

по условию  
задачи:

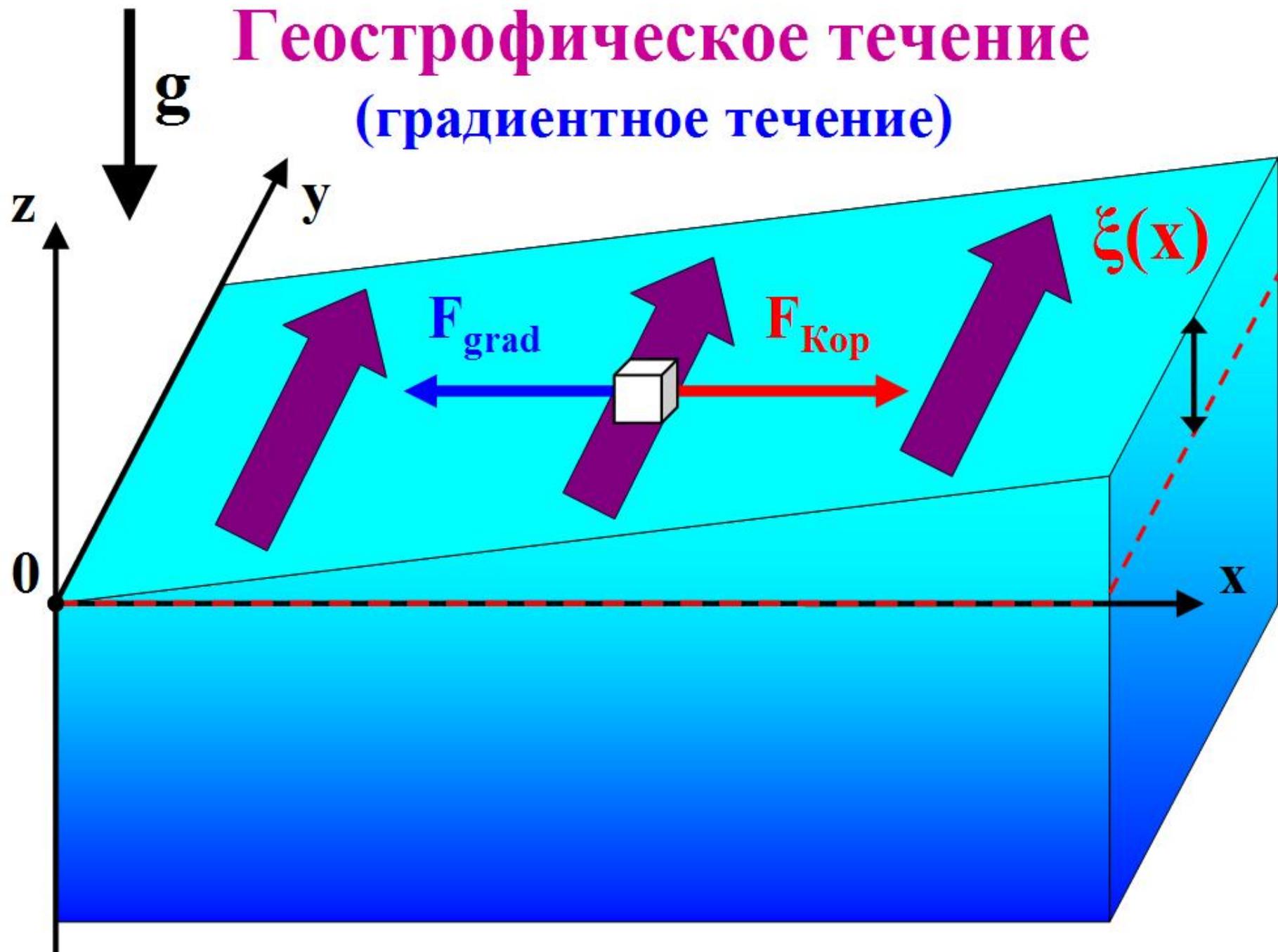
$$\xi = \xi(x)$$

$$y : -g \frac{\partial \xi}{\partial y} - f u = 0$$

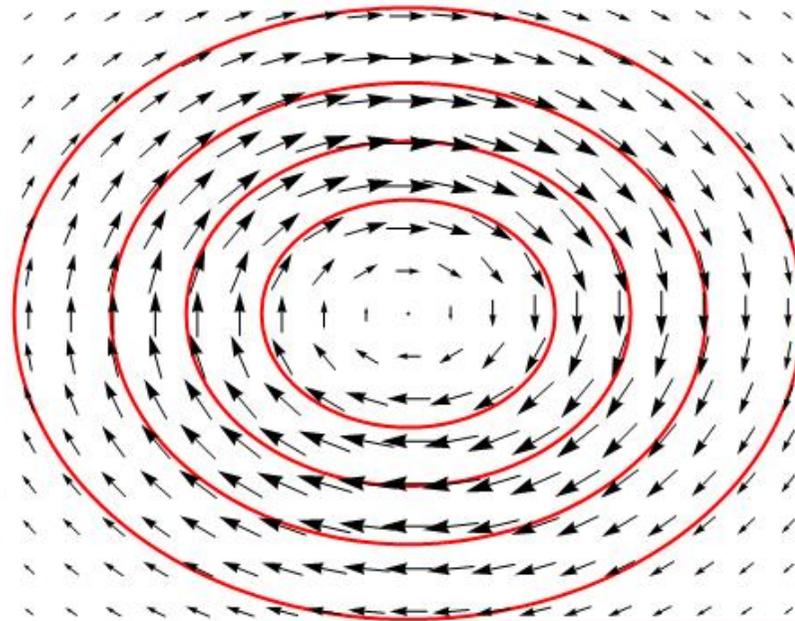
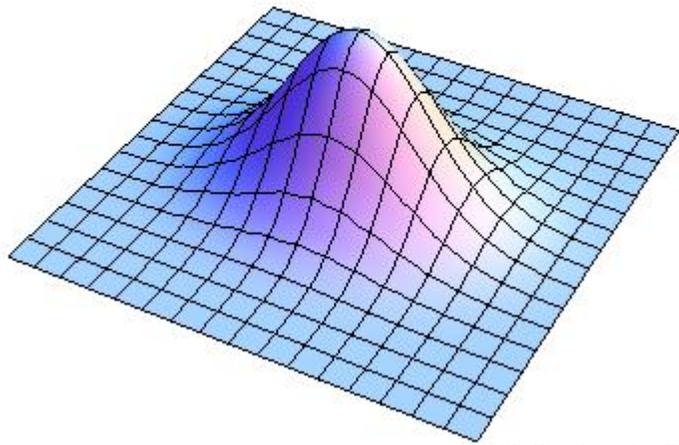
$$x : u = 0$$

$$y : v = \frac{g}{f} \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

# Геострофическое течение (градиентное течение)



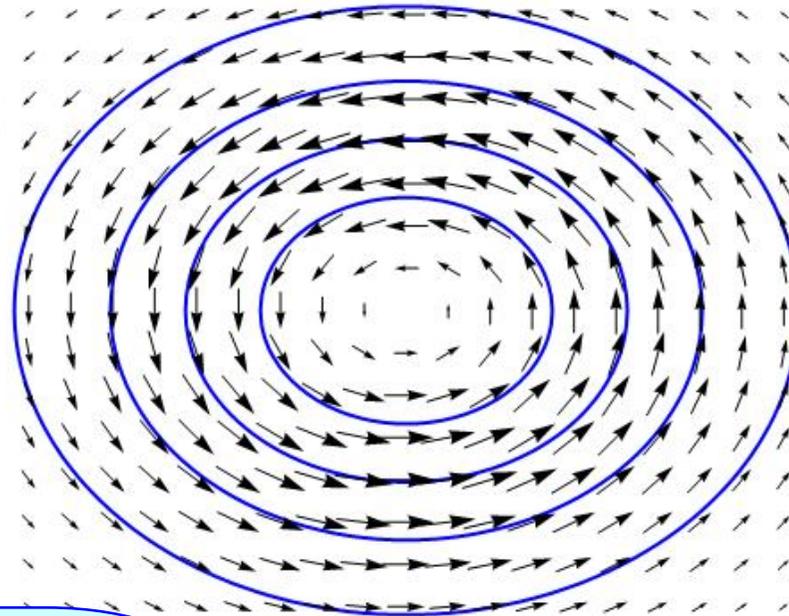
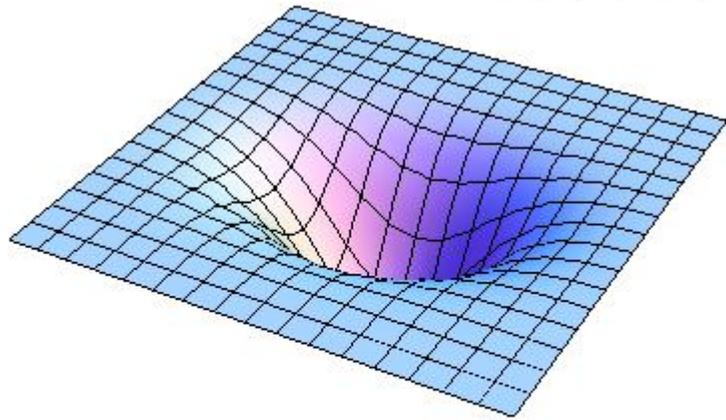
# Геострофическое течение вблизи области **поднятия** уровня (Сев.полушарие)



**антициклонический  
геострофический вихрь**

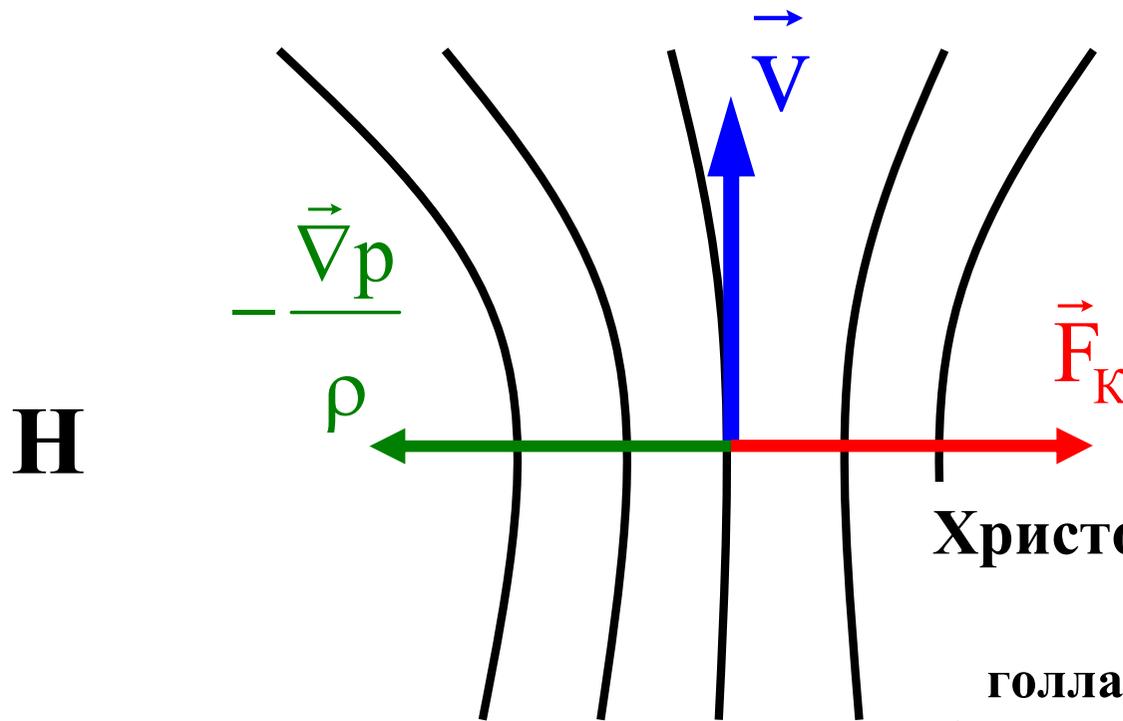
**по часовой стрелке в  
сев.полушарии, в южном  
полушании – в обратном  
направлении**

# Геострофическое течение вблизи области **понижения** уровня (Сев.полушарие)



**циклонический  
геострофический  
вихрь**

# Геострофический ветер



Христофор Бёйс-Баллот  
1817-1890  
голландский метеоролог

**Правило Бейс-Балло, 1857 (Бёйс-Баллот):**

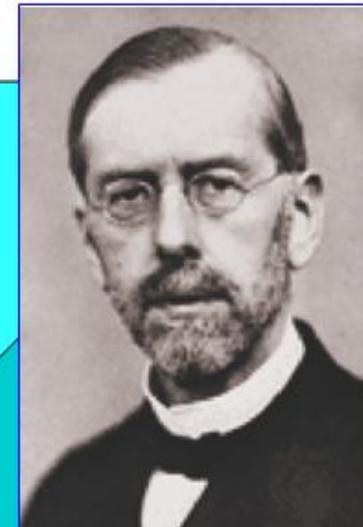
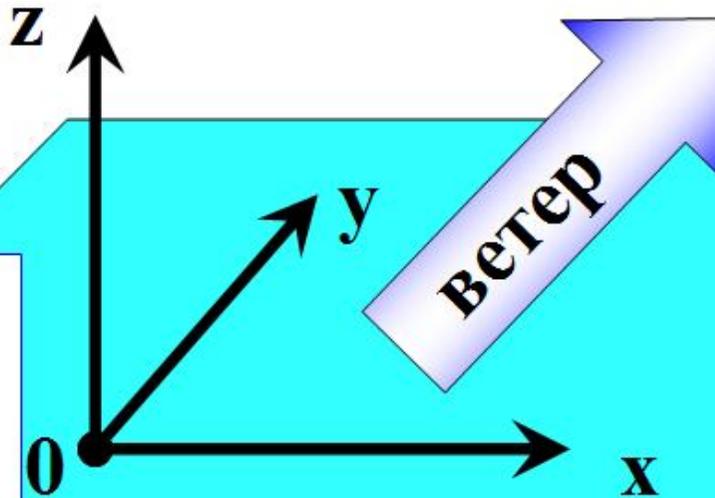
*«Если в северном полушарии вы встанете спиной к ветру, зона депрессии будет слева от вас, а в южном полушарии – наоборот»*

# Задача Экмана о дрейфовом течении

течение, вызываемое ветром



*Fridtjof Wedel-Jarlsberg Nansen*  
(1861 –1930)  
Norwegian scientist



*Vagn Walfrid Ekman*  
(1874-1954), a  
Swedish physical  
oceanographer

Задача поставлена Фритъофом Нансеном, который наблюдал необычный дрейф льда во время экспедиции на борту «Фрама» в Гренландском море

**Предположения: течение стационарно,  
однородно и безгранично по горизонтали:**

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} = 0, \quad \rho = \text{const}$$

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{div} \vec{v} = 0$$

$$\cancel{\frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{\frac{\partial v}{\partial y}} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow w = \text{const}$$

$$w(z = -H) = 0 \quad \Rightarrow \quad w = 0$$

$$\cancel{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} + \cancel{(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}] + \nu \Delta \vec{v} + \vec{g}$$

$$x: \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$y: \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$z: \quad u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\cancel{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} + \cancel{(\vec{v} \nabla)} \vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}] + \nu \Delta \vec{v} + \vec{g}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cancel{-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}} + \overset{f v}{2v\omega \sin \varphi} + \nu \left( \cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0, \\ \cancel{-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}} - \overset{f u}{2u\omega \sin \varphi} + \nu \left( \cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = 0, \\ \cancel{-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z}} - g = 0 \end{array} \right.$$

**уравнение гидростатики  
для дальнейшего решения  
не требуется**

**Задача Экмана для  
океана бесконечной  
глубины**

$$\begin{cases} \frac{d^2 u}{dz^2} + \frac{f}{\nu} v = 0 \\ \frac{d^2 v}{dz^2} - \frac{f}{\nu} u = 0 \end{cases}$$

**Граничные условия:**

*поверхность ( $z = 0$ )*

*большая глубина ( $z = -\infty$ )*

$$\frac{du}{dz} = 0$$

$dz$

$$\frac{dv}{dz} = \frac{\tau}{\rho \nu}$$

$\rho \nu$

**напряжение  
трения ветра  
по оси Oy**

$$u = 0$$

$$v = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u'' + \frac{f}{v} v = 0 \\ v'' - \frac{f}{v} u = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} Z = u + i v \\ u = \operatorname{Re}(Z) \\ v = \operatorname{Im}(Z) \end{array}$$

$$u'' + i v'' + \frac{f}{v} (v - i u) = 0$$

$$(u + i v)'' - i \frac{f}{v} (u + i v) = 0$$

$$Z'' - \alpha^2 Z = 0, \quad \text{где} \quad \alpha = \sqrt{i \cdot f / v}$$

# Решение: спираль Экмана

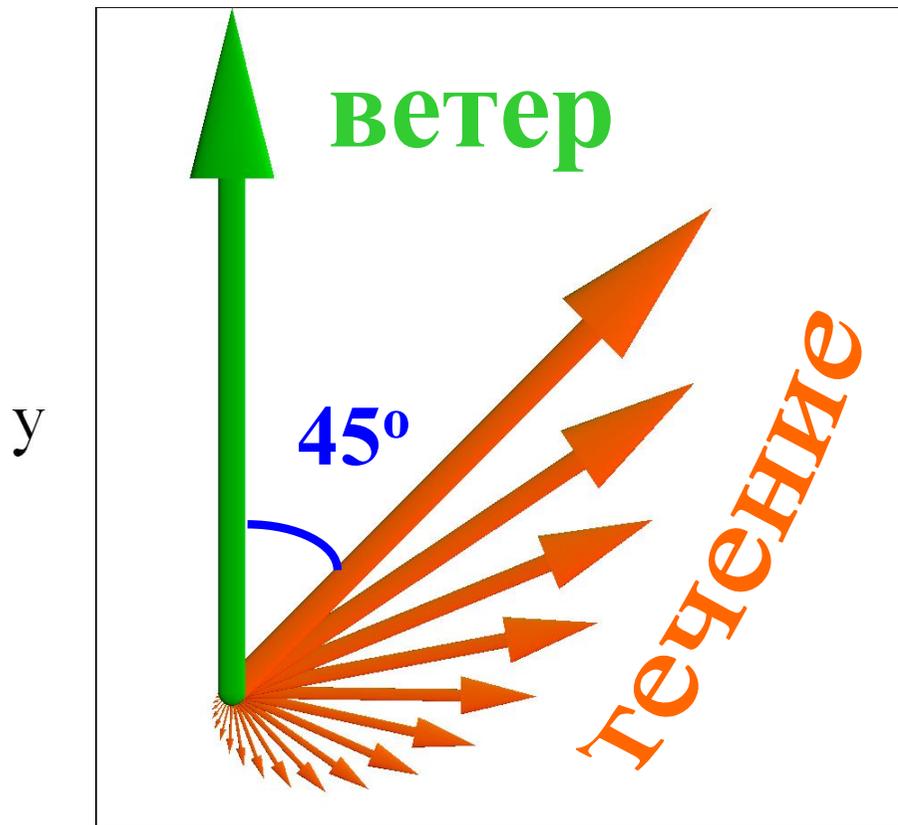
$$u(z) = V_0 e^{z/d} \cos(z/d + \pi/4)$$

$$v(z) = V_0 e^{z/d} \sin(z/d + \pi/4)$$

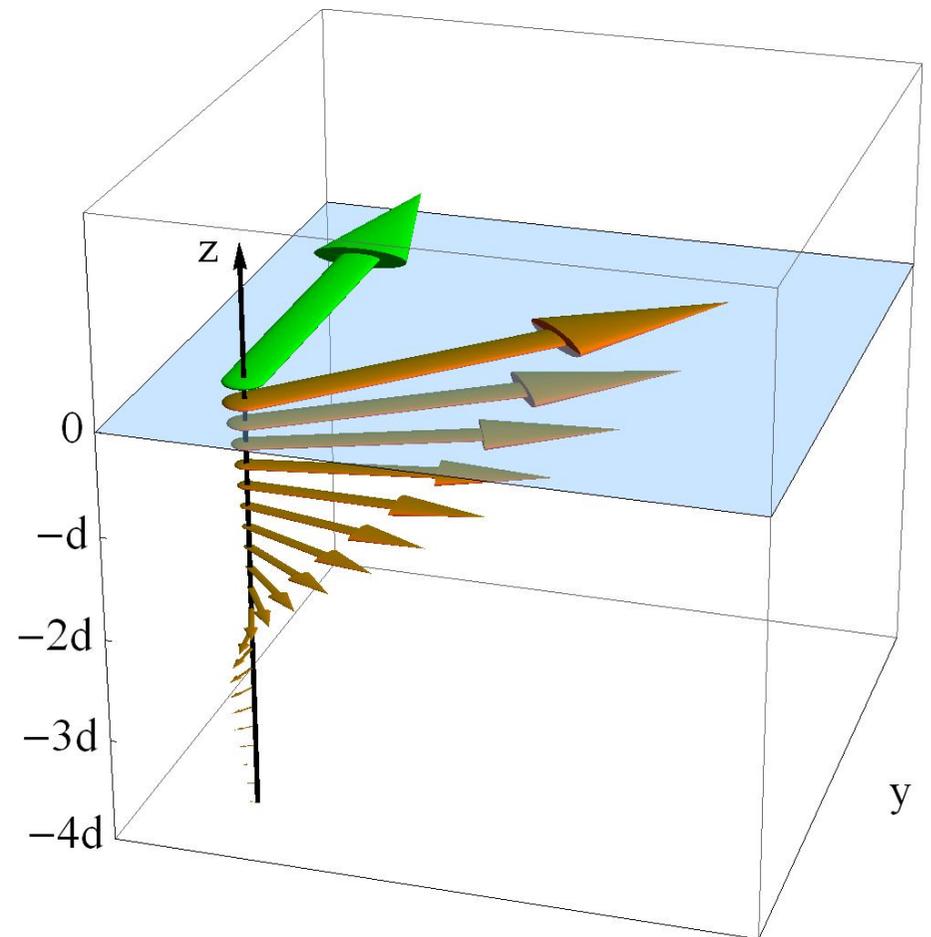
глубина  
Экмана

$$V_0 = \frac{\tau d}{\sqrt{2} \rho \nu}$$

$$d = \sqrt{2\nu/f}$$



x



x

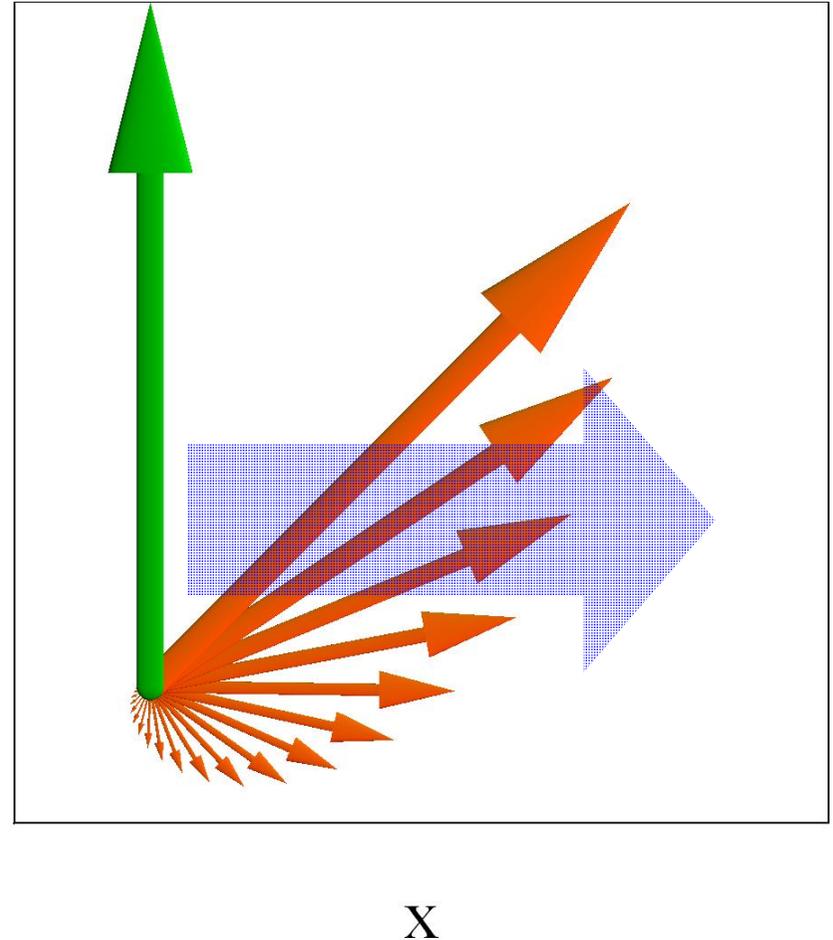
# Направление интегрального переноса вод

$$u(z) = V_0 e^{z/d} \cos(z/d + \pi/4)$$

$$v(z) = V_0 e^{z/d} \sin(z/d + \pi/4)$$

$$\int_{-\infty}^0 u(z) dz = \frac{V_0 d}{\sqrt{2}} > 0 \quad y$$

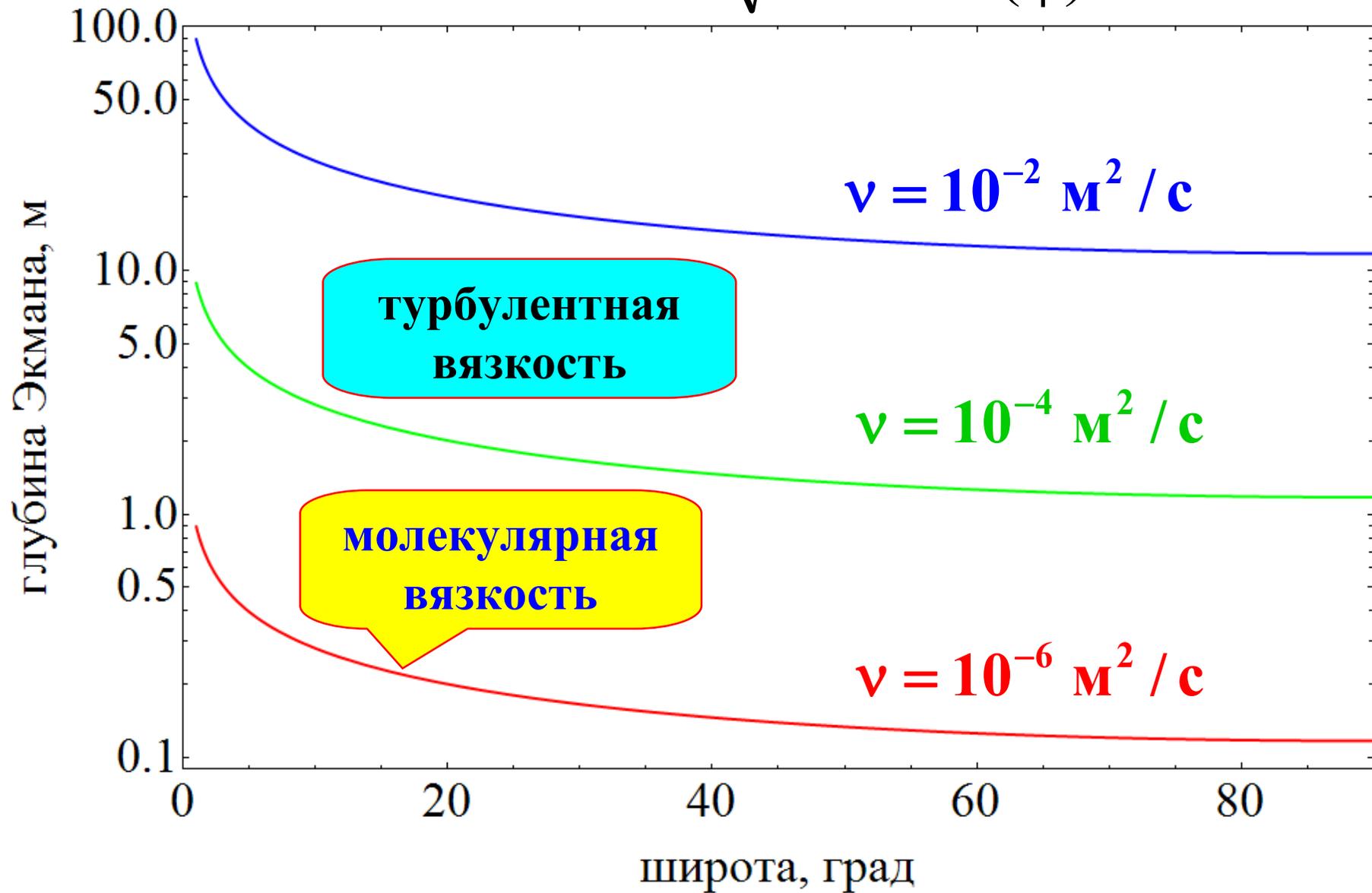
$$\int_{-\infty}^0 v(z) dz = 0$$



**Интегральный перенос вод  
перпендикулярен направлению ветра!!!**

# Глубина Экмана

$$d = \sqrt{2\nu / f} = \sqrt{\nu / \omega \sin(\varphi)}$$



**Задача Экмана для  
океана конечной  
глубины**

$$\begin{cases} \frac{d^2 u}{dz^2} + \frac{f}{\nu} v = 0 \\ \frac{d^2 v}{dz^2} - \frac{f}{\nu} u = 0 \end{cases}$$

**Граничные условия:**

*поверхность ( $z = 0$ )*

*на дне ( $z = -H$ )*

$$\frac{du}{dz} = 0$$

$dz$

$$\frac{dv}{dz} = \frac{\tau}{\rho \nu}$$

$\rho \nu$

**напряжение  
трения ветра  
по оси Oy**

$$u = 0$$

$$v = 0$$

## Задача Экмана для океана **конечной** глубины

$$\begin{cases} u_{zz} + v \cdot f / \nu = 0 \\ v_{zz} - u \cdot f / \nu = 0 \end{cases}$$

**Граничные условия:**

*поверхность ( $z = 0$ )*

*дно ( $z = -H$ )*

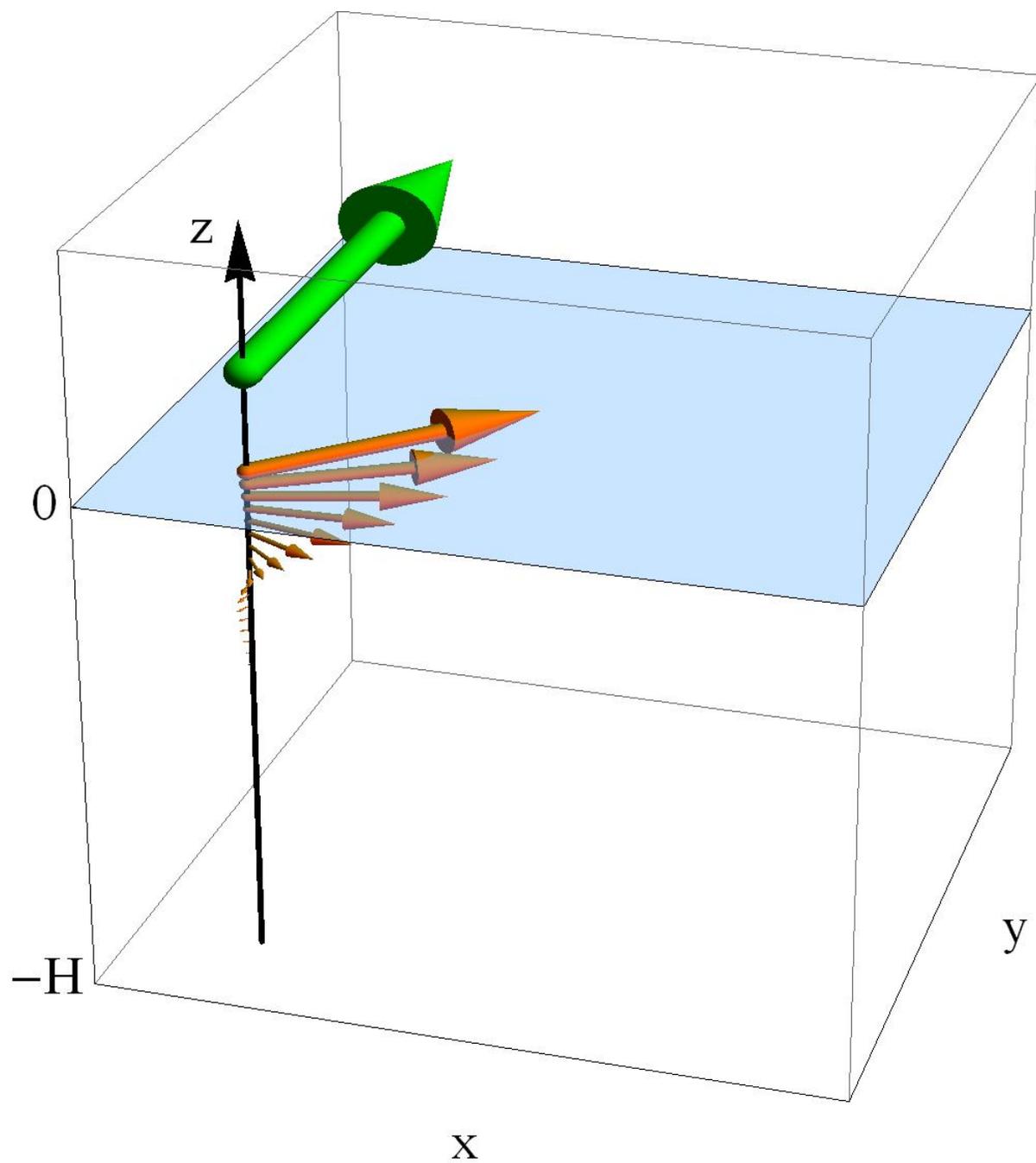
$$u_z = 0$$

напряжение  
трения ветра

$$v_z = \frac{\tau}{\rho \nu}$$

$$u(-H) = 0$$

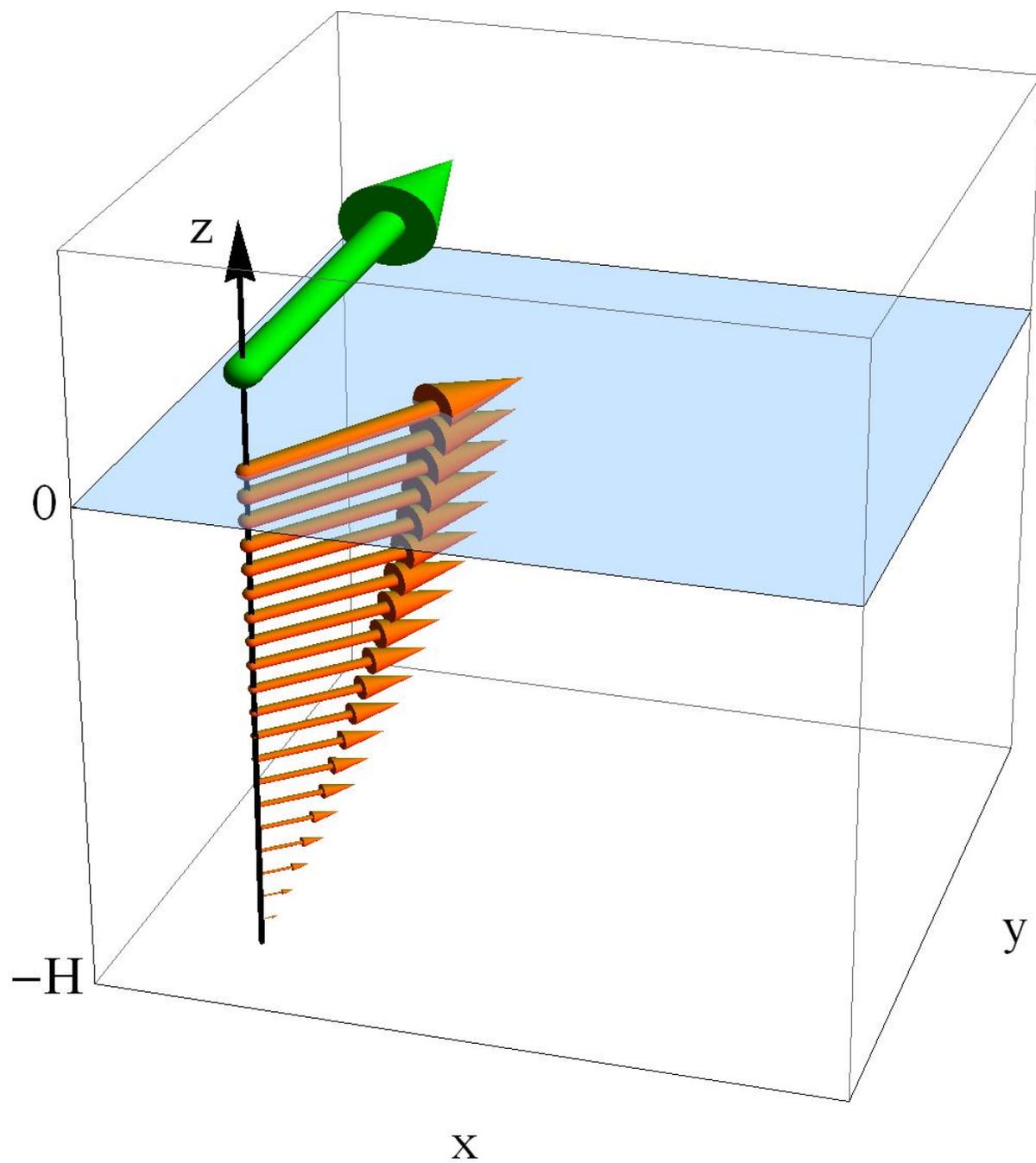
$$v(-H) = 0$$



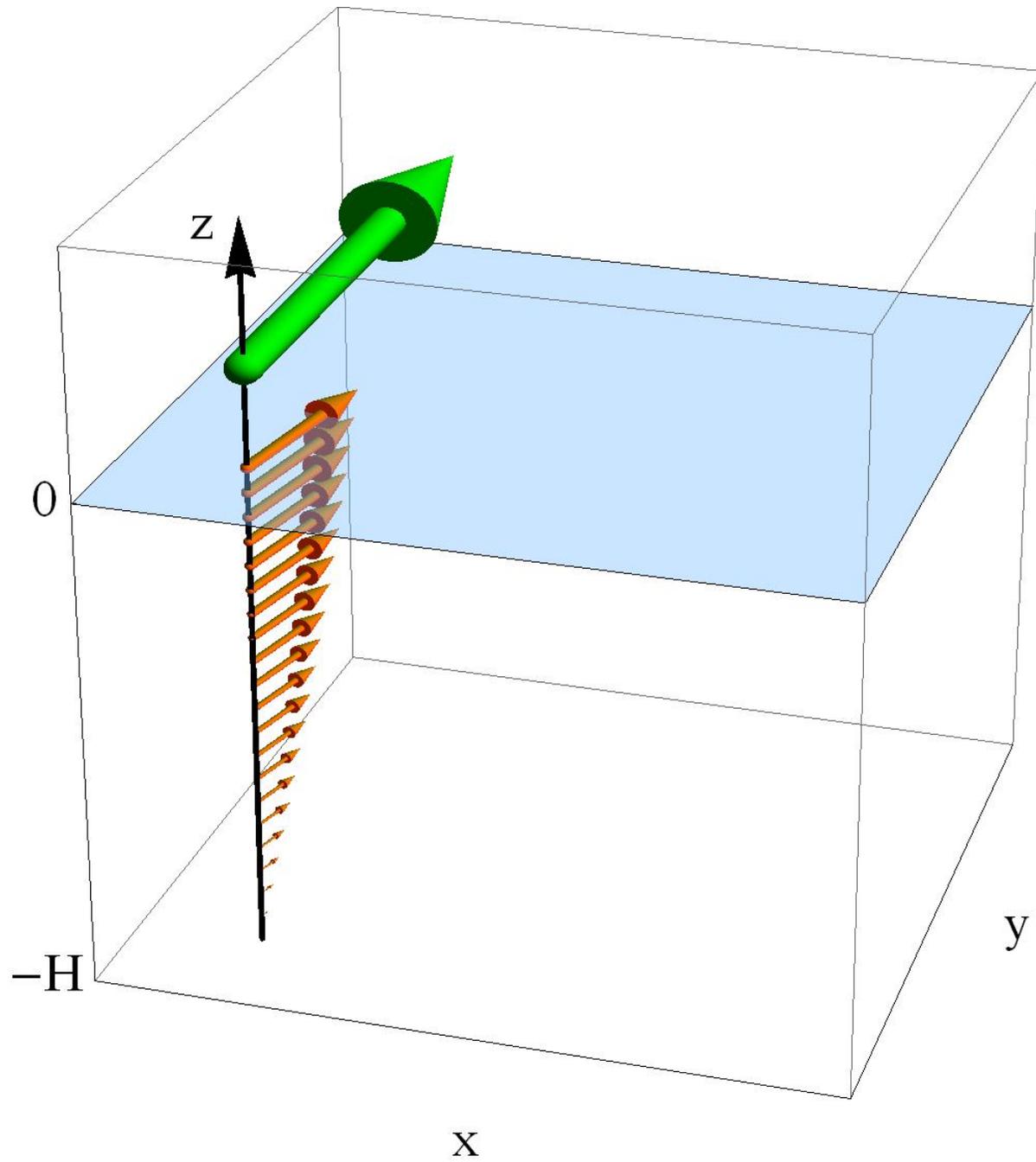
$H=10d$

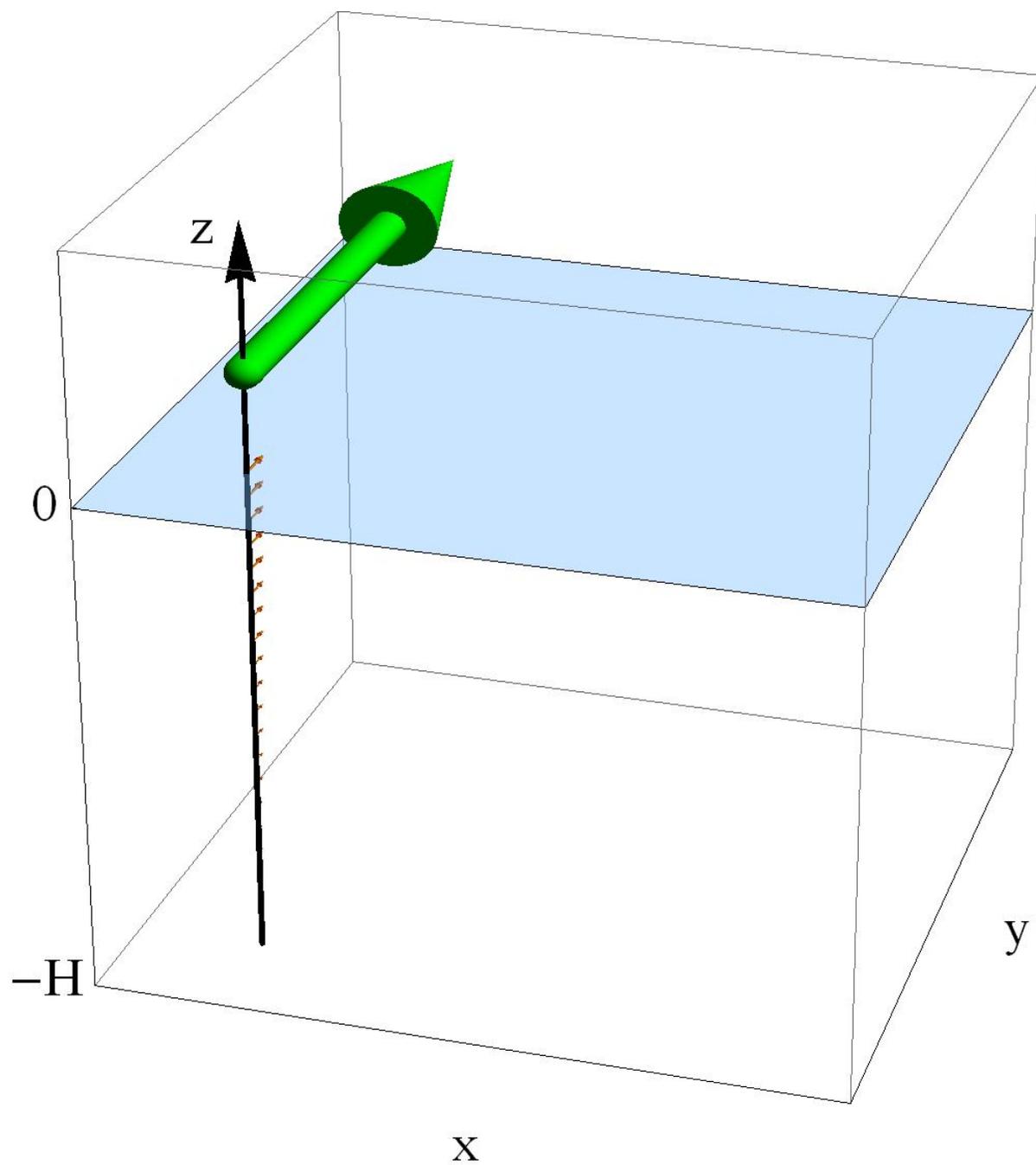
«ГЛУБОКАЯ ВОДА»

$$H=d$$



$H=0.5d$



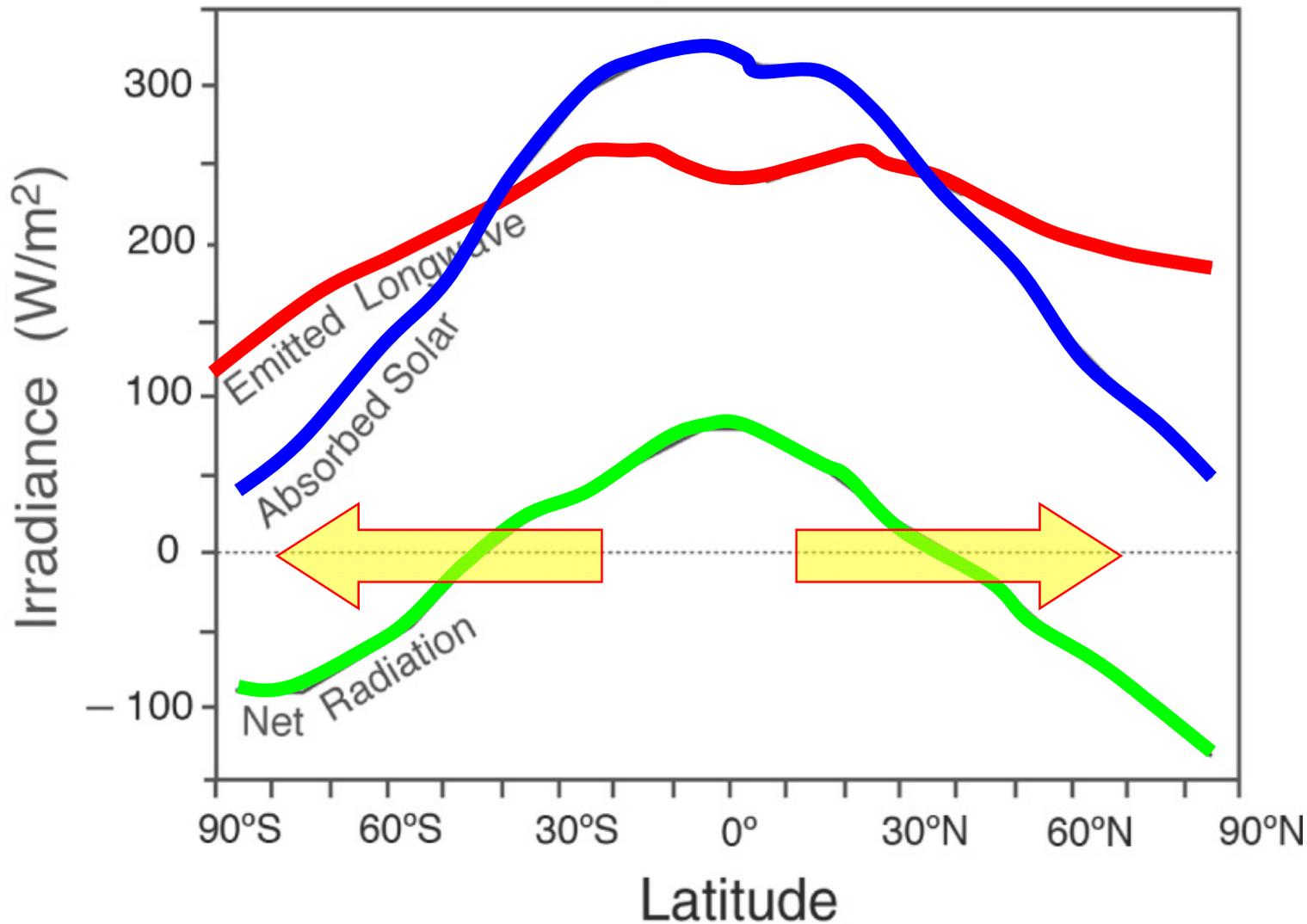


$H=0.1d$

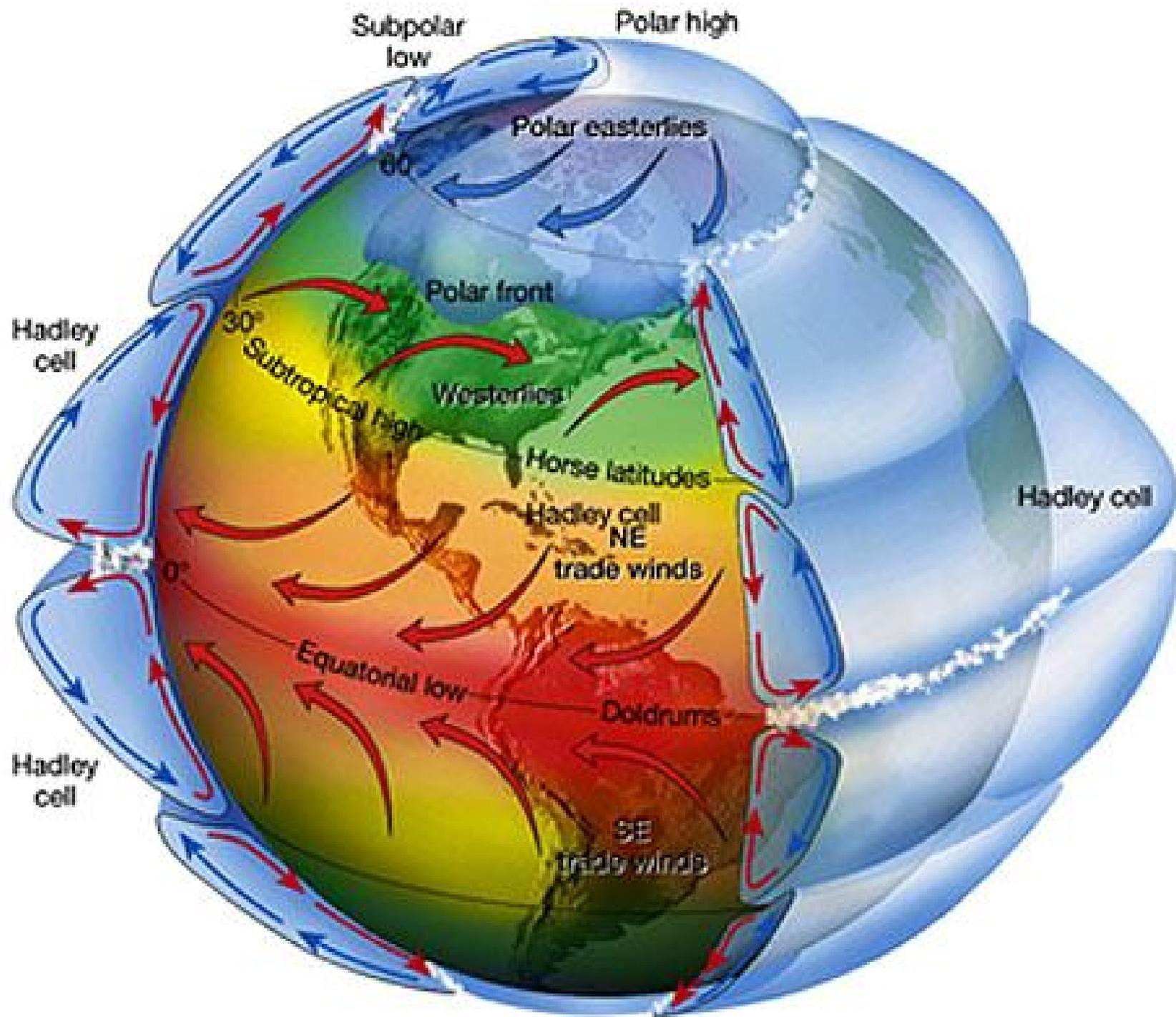
«мелкая вода»

Общая  
циркуляция  
океана  
(и атмосферы)

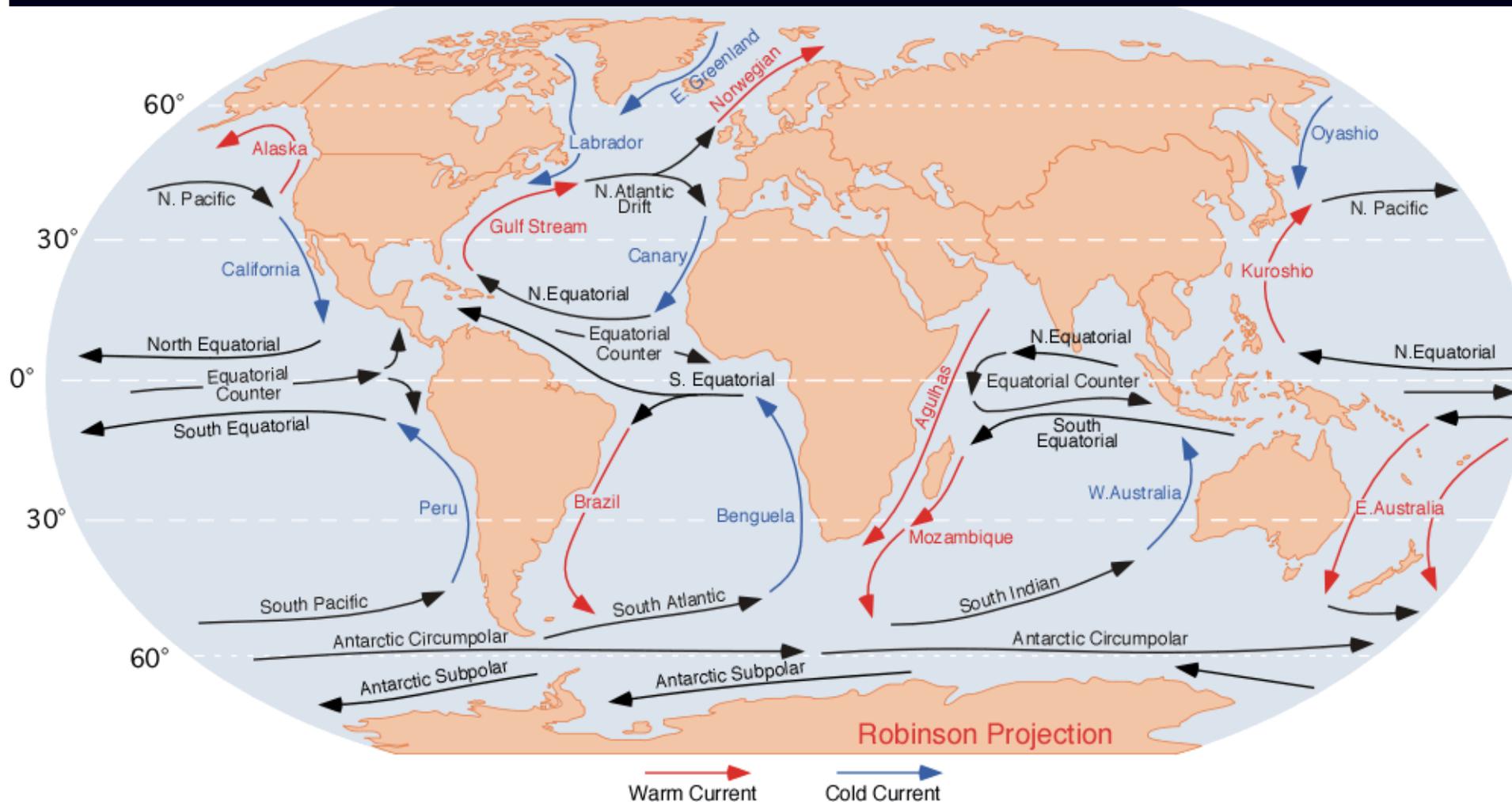
Среднегодовые широтные распределения радиации ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ):  
поглощенной солнечной, излученной длинноволновой  
и их разница



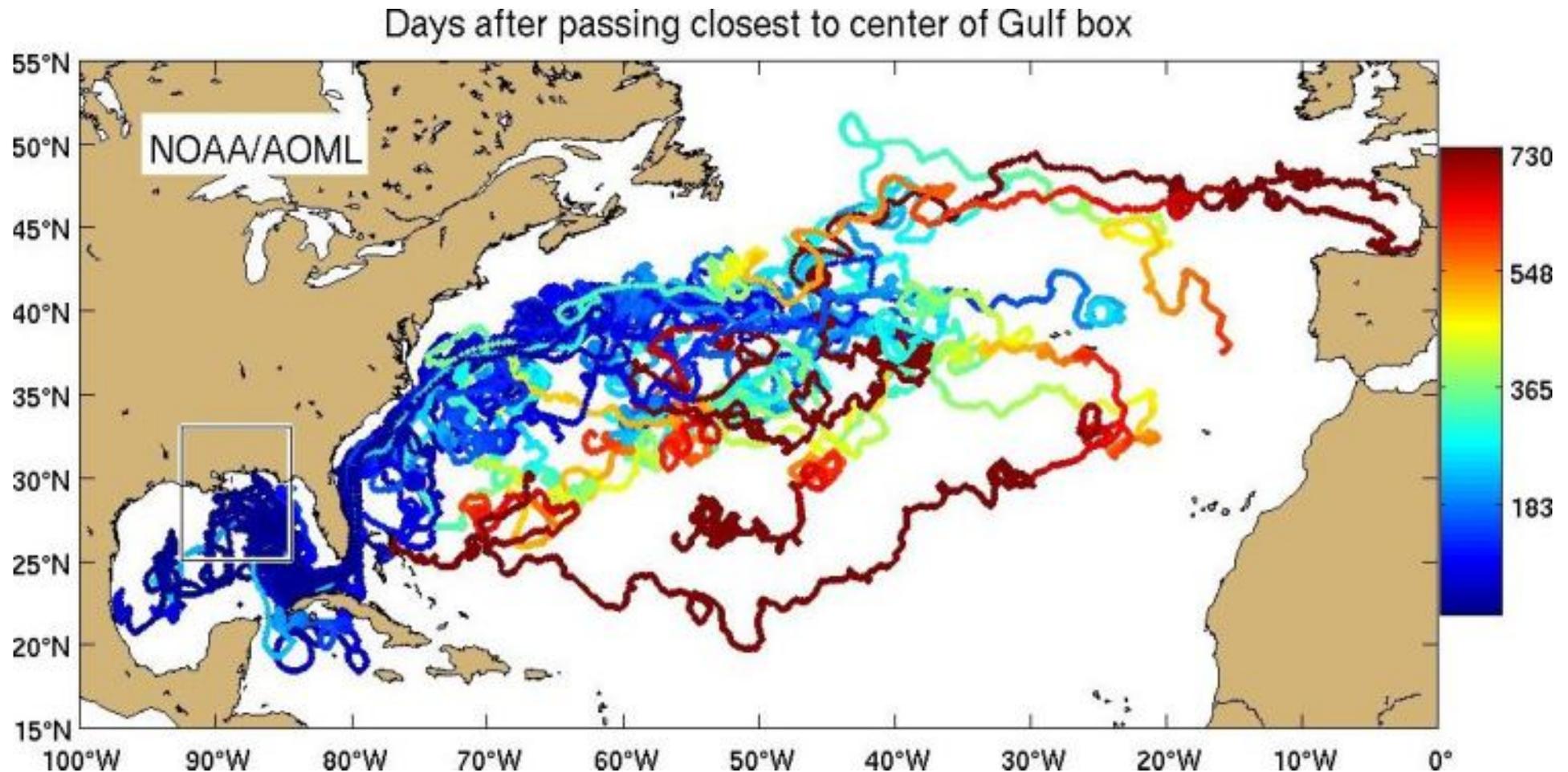
Существует поток тепла от экватора к полюсам



# Течения на поверхности Мирового океана

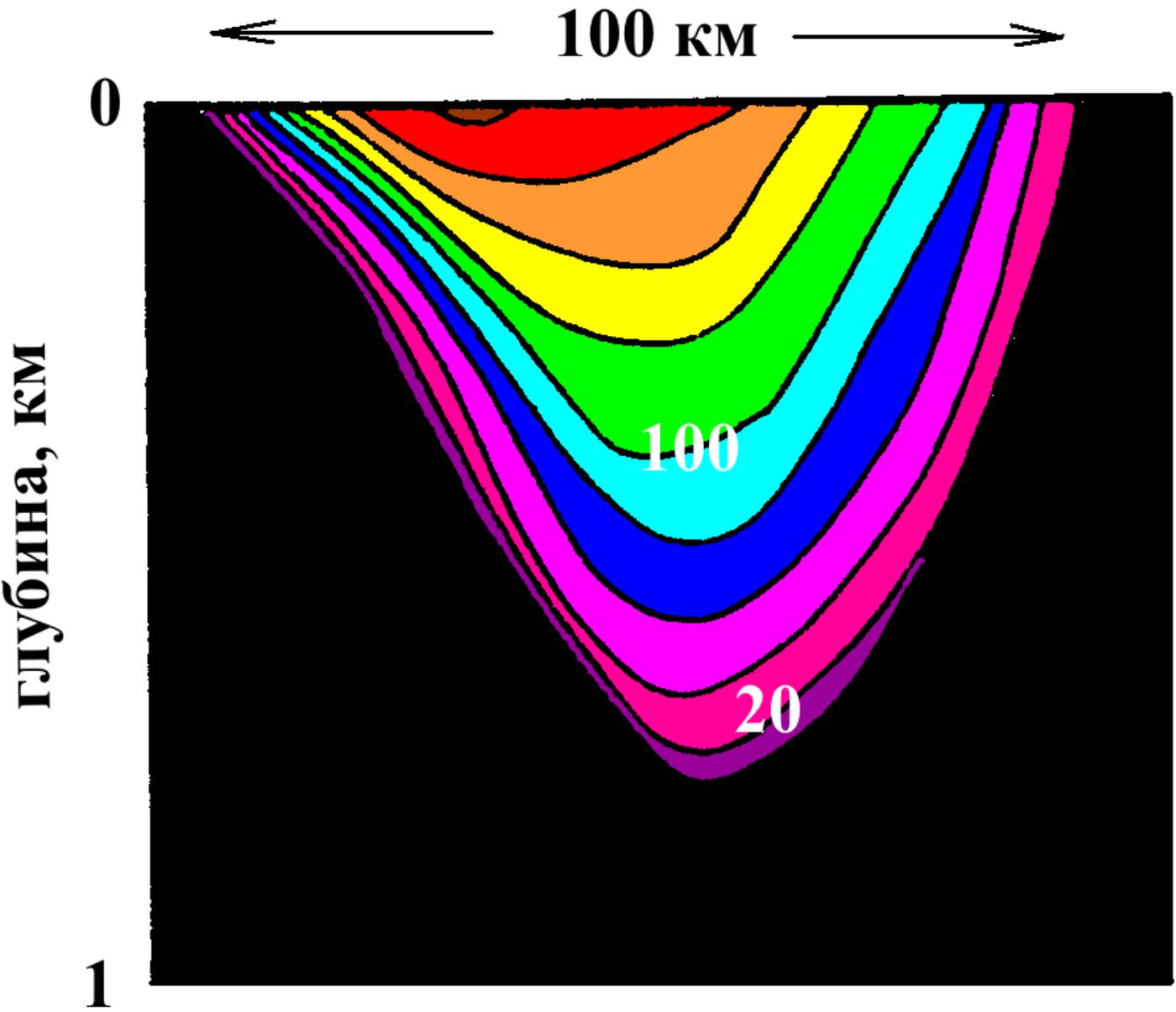


# Пример движения дрейфтеров в океане

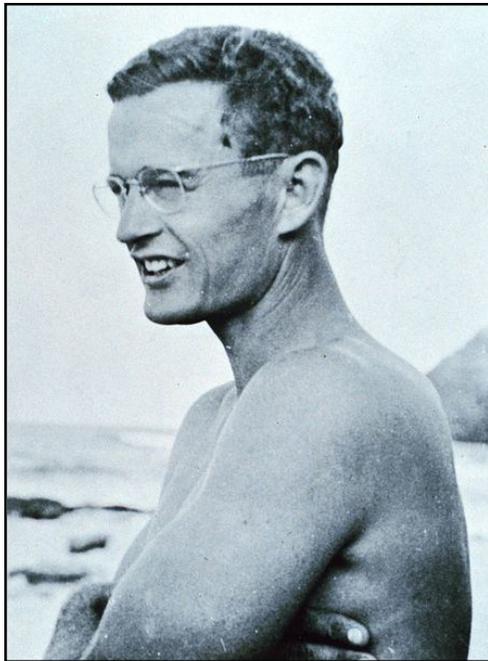


<https://www.aoml.noaa.gov/phod/dhos/drifters.php>

# Вертикальная структура течения Гольфстрим



**Глубинное течение  
обнаружено в 1951 г.  
рыбаками под Южным  
Пассатным течением  
(случайно!)**



***Таунсенд Кромвелл*  
(1922–1958)  
американский  
океанограф**

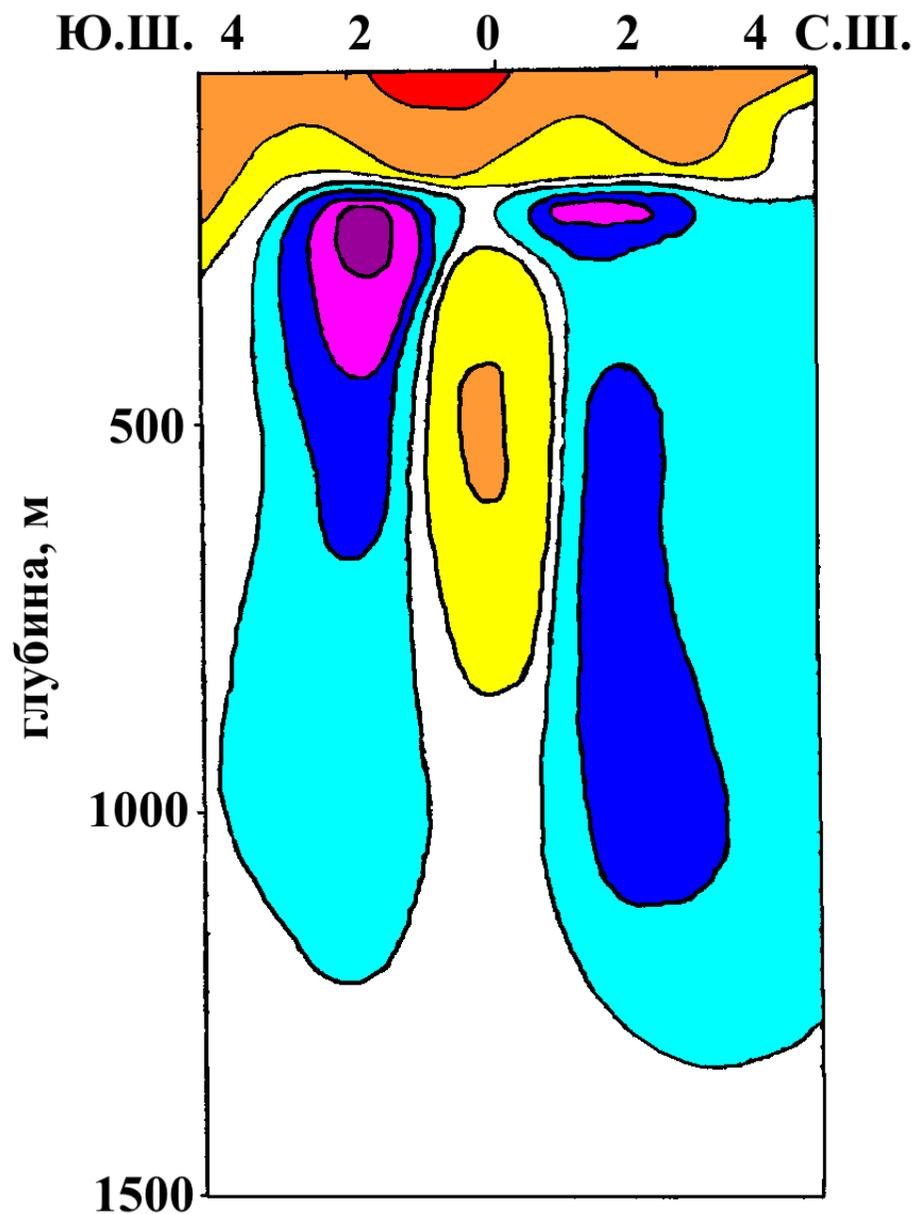
- ❑ *Таунсенд Кромвелл:*  
«...подводная река вдоль  
Экватора от Соломоновых  
до Галапагосских о-вов  
(8000 миль), ширина 150-200  
миль, скорость до 1.5 м/с»**
- ❑ Вначале названо  
Экваториальным  
противотечением, после  
гибели Т.Кромвелла в 1958г.  
в авиакатастрофе  
переименовано в течение  
Кромвелла**
- ❑ В дальнейшем исследовано  
экспедицией на НИС  
«Витязь»**

**Вертикальная структура  
течения Кромвелла в  
плоскости 176° З.Д.  
(НИС «Витязь»)**



**Особенности:**

- 1. Устойчивая П-образная структура**
- 2. В центре «П» - обратный поток**



**1959 г. с борта НИС «Михаил Ломоносов» обнаружено экваториальное подповерхностное противотечение в Атлантическом океане (течение Ломоносова)**

**Глубины 75 – 400 м, скорости до 1.2 м/с, ширина 200-250 миль.**



**НИС «Михаил Ломоносов»  
- первое в СССР  
крупнотоннажное судно,  
специально построенное  
для комплексного изучения  
Мирового океана (по  
инициативе  
В.В.Шулейкина).**

**1959-1960 гг. с борта НИС «Витязь» обнаружено экваториальное подповерхностное противотечение в Индийском океане (течение Тареева)**

**Глубины 100-400 м, скорость до 1 м/с, ширина 200-300 миль**

# Глобальная межокеанская циркуляция вод («глобальный тепловой конвейер»)



**Сергей Сергеевич Лаппо**

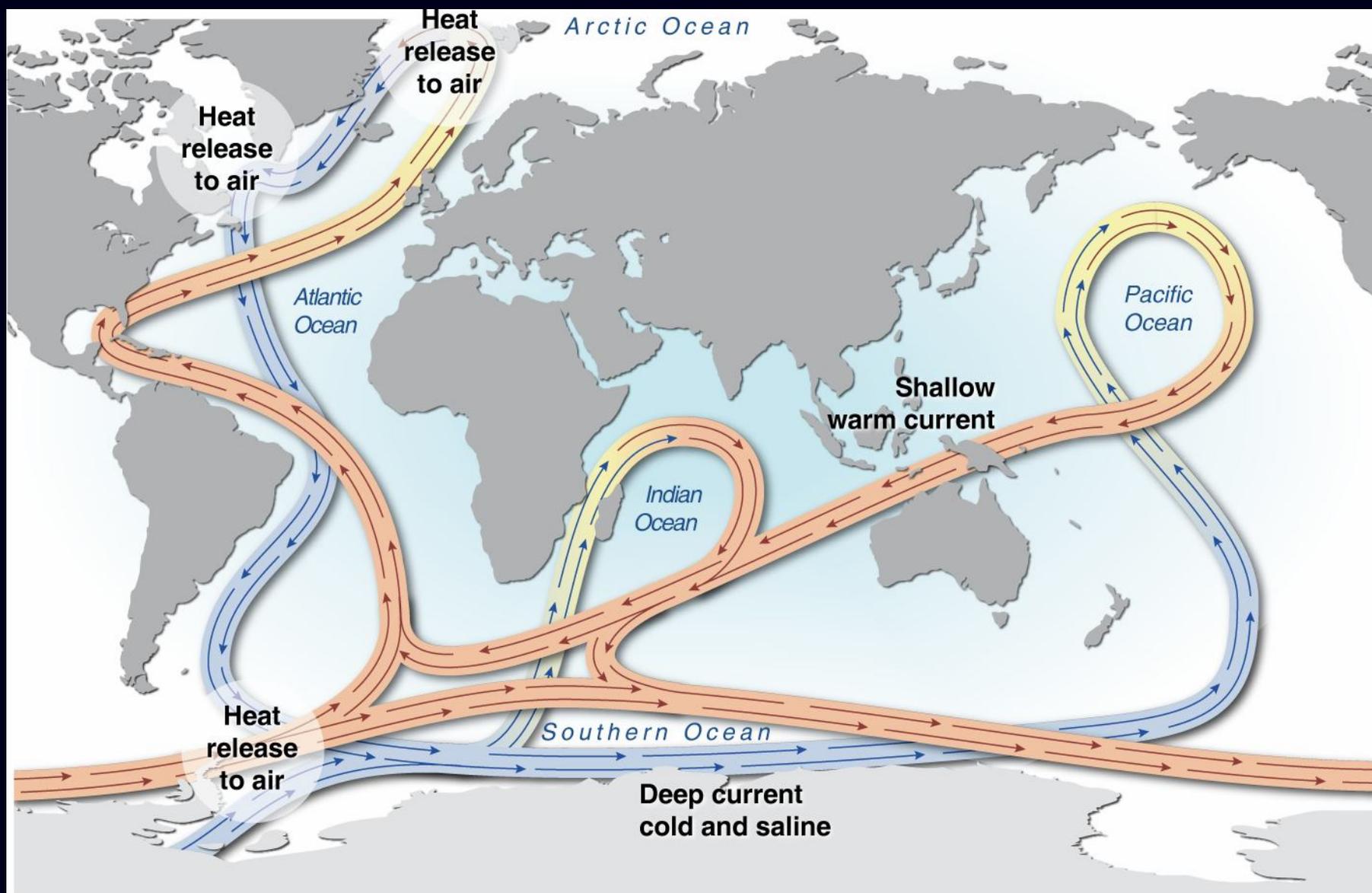
**1938-2006**

российский океанолог,  
член-корр. РАН,  
Директор Института  
океанологии РАН  
(1995—2006)

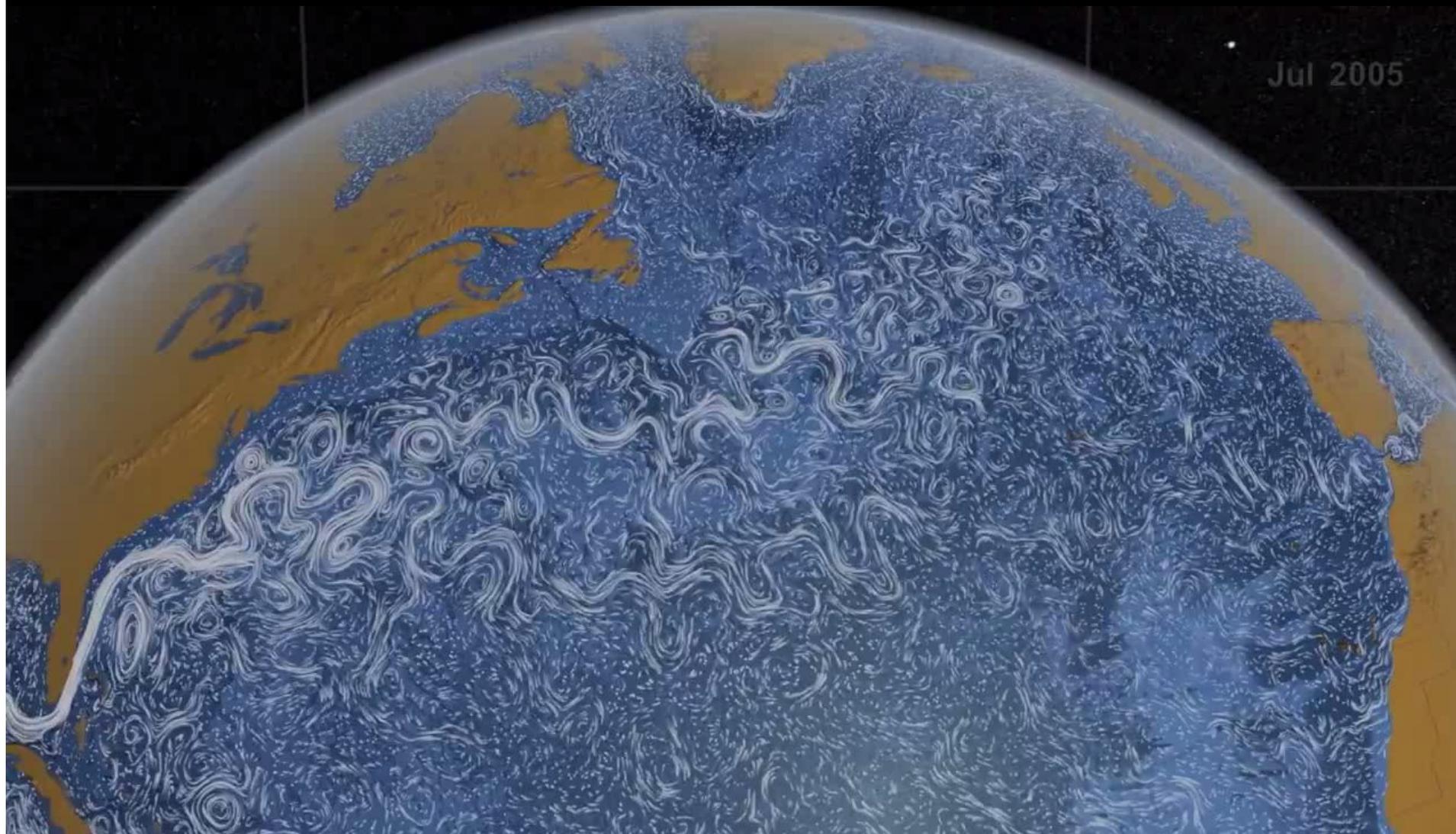


**Wallace Smith Broecker**  
developed the idea of a «global  
conveyor belt»

# Глобальная меж океанская циркуляция вод («глобальный тепловой конвейер»)

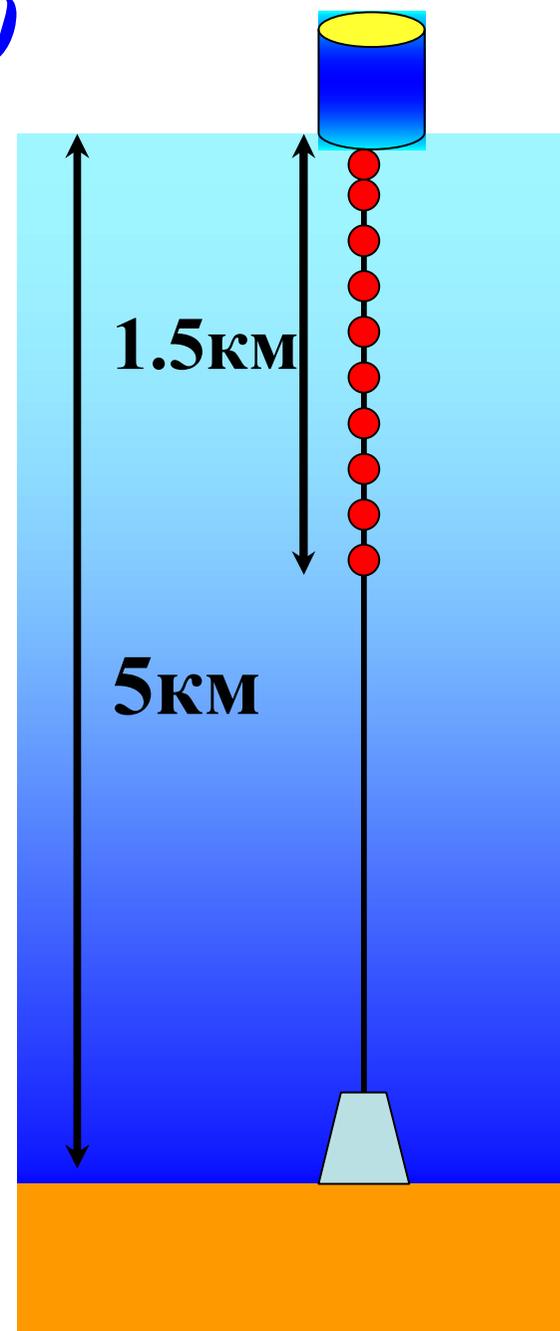
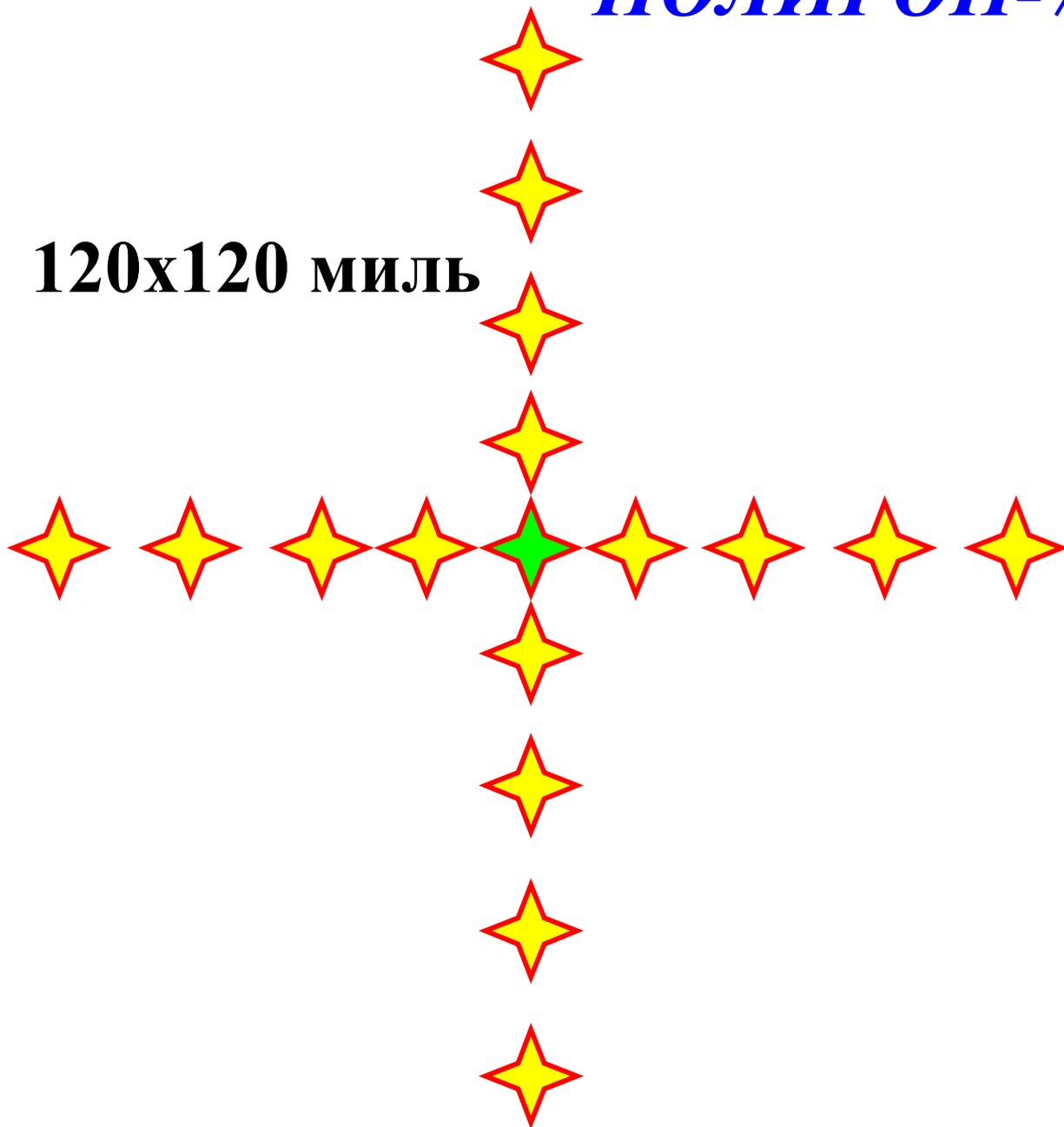


# Синоптические вихри в океане



# ПОЛИГОН-70

120x120 миль



# Синоптические вихри

- ❑ Впервые обнаружены в 1970 г. в районе Северного пассатного течения в Атлантическом океане (эксперимент Полигон-70, НИС «Академик Курчатов», «Дмитрий Менделеев», «Андрей Вилькицкий»)
- ❑ Диаметр 100-150 км, скорость 10-20 см/с, скорость перемещения центра 5 см/с
- ❑ В 1973 г. существование синоптических вихрей подтверждено американскими океанологами (MODE – Mid Ocean Dynamical Experiment)
- ❑ 1977-1978 эксперимент ПОЛИМОДЕ
  - Обнаружено 20 крупных (200-300 км) и несколько десятков мелких вихрей
  - Установлено, вихрям принадлежит не менее 90% кинетической энергии океана
  - Причина образования – неустойчивость течений