

Наличие изостазии приводит к важным особенностям строения наружных слоев Земли. Эти особенности, показанные на рис. 11, подтверждены с помощью детальных сейсмических исследований.

Исследование гравитационного поля Земли с помощью искусственных спутников позволило со значительно большей подробностью количественно охарактеризовать изостатическую компенсацию земной коры для всей планеты.

Как мы уже сказали, получается так, что земная кора как бы плавает в подстилающих мантийных породах. Однако согласно данным сейсмологии через мантию проходят поперечные сейсмические волны (волны  $S$ ) и, таким образом, она должна быть в твердом состоянии. В чем здесь дело? Ответ заключается в следующем. Для периодических колебаний с периодами порядка секунд, часов и дней (соответственно объемные и поверхностные сейсмические волны, собственные колебания Земли, земные приливы) оболочка — мантия ведет себя как упругое твердое тело. Для движений же с периодами порядка десяти тысяч лет вещества верхней мантии течет как жидкость. Жидкость с периодом релаксации порядка десяти тысяч лет и механическими параметрами верхней мантии должна иметь очень большую вязкость порядка  $10^{21}$  динсекунда. Отсюда геофизики заключили, что вязкость материала верхней мантии равна примерно  $10^{21}$  динсекунда. Вещество, обладающее такими свойствами, будет течь при нагрузках, действующих на протяжении тысячелетий, и реагировать как упругое твердое тело на периодические процессы в диапазоне от сейсмических волн до земных приливов.

## ГЛАВА 3 СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕВАНИЯ ЗЕМЛИ

«В настоящем труде невозможно пытаться хотя бы приближаться к полному рассмотрению проблем, связанных с колебаниями твердых тел, и все же простейшие части теории, поэлементому, невозможно обойти. Мы ограничились слушаем паотричного впечатлена...»

Дж. В. Стратт (Лорд Радел),  
«Теория звуков».

### 3.1. ОТКРЫТИЕ И ОБЩИЕ СВОЙСТВА

К. Е. Буллен в книге «Введение в теоретическую сейсмологию» следующим образом описывает открытие собственных колебаний Земли: «В 1960 г. в Хельсинки во время съезда Международной ассоциации сейсмологии и физики земных недр состоялось одно из наиболее драматических научных заседаний, на котором автор когда-либо присутствовал.

Пресс выступил с сообщением о том, что Беньофф сняла запись длиннопериодные волны, на этот раз от Чилийского землетрясения 22 мая 1960 г. Всё же за этим выступили Слихтер, который заявил, что его группа записала аналогичные длиннопериодные волны, но не с помощью сейсмографа, а с помощью приливного гравиметра Ла Госта — Ромберга. Сравнение полученных результатов показало, что ряд периодов, наблюдавшихся обеими группами исследователей, находятся в хорошем согласии, в особенности это касается периодов около 54; 35,5; 25,8; 20; 13,5; 11,8 и 8,4 мин., но некоторые периоды группы Беньоффа были пропущены на записях группы Слихтера. Пекерис, который также присутствовал на заседании, ознакомившись с пропущенными периодами, заявил, что эти периоды, по его вычислениям, соответствуют крутым колебаниям и не должны регистрироваться гравиметрами. Таким образом, обе группы наблюдений оказались в замечательном согласии друг с другом, и все сомнения относительно истинности записи собственных длиннопериодных колебаний отпали...»

Собственные колебания Земли — это новая и, пожалуй, наиболее перспективная область геофизического поиска, а их экспериментальное обнаружение — одно из интереснейших и наиболее крупных достижений геофизики и современного естествознания вообще. В экспериментальном плане собственные колебания стыкуют сейсмологию и гравиметрию. Действительно, при собственных колебаниях происходит механическое «дрожание» тела Земли, которое сейсмологи регистрируют с помощью длиннопериодных сейсмографов. Эти механические колебания всей Земли в целом, как упругого тела, сопровождаются «дрожанием» гравитационного поля Земли, которое регистрируется гравиметрами высокой чувствительности. Таким образом, собственные колебания Земли представляют собой связанные колебания упругого и гравитационного полей. Спектр этих колебаний — линейчатый, т. е. он распадается на дискретные частоты — собственные частоты Земли (рис. 12).

Определение периодов собственных колебаний сводится к разложению временных рядов, записанных прибором, на элементарные гармоники. Эта операция выполняется на ЭВМ и сводится к умножению временной записи на синусоидальную волну заданной частоты  $\omega$  и интегрированию по времени. В результате такого анализа Фурье получают фурье-компоненту  $S(\omega)$  записи, которую также называют спектральной плотностью или амплитудной спектральной плотностью. При такой операции уничтожаются компоненты всех частот, кроме заданной, а результат  $S(\omega)$  пропорционален амплитуде гармоники частоты  $\omega$  во временной записи. Проходя так последовательно всю полосу частот в диапазоне собственных колебаний, получаем функцию спектральной плотности  $S(\omega)$  с пиками при  $\omega = \omega_i$  ( $\omega_i$  — собственные частоты Земли). Спектр мощности определяется как отношение квадрата абсолютной величины спектральной плотности амплитуд к интегралу времени интегрирования при Фурье-анализе. Интегрируя спектр мощности по всей полосе частот, получим мощность, заключенную в спектре собственных колебаний, равную энергии собственных колебаний, деленной на продолжительность записи.

Подобно тому как масса Земли  $M$  и ее момент инерции  $I$  являются интегральными параметрами Земли и определяются распределением плотности в ее недрах, собственные частоты или, что то же самое, собственныеperiоды, также являются интегральными параметрами Зем-

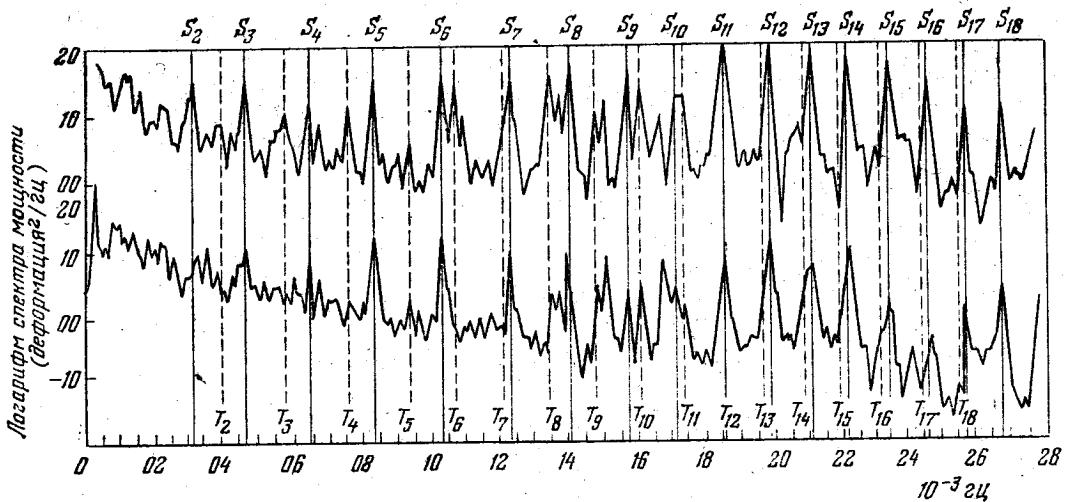


Рис. 12. Логарифм спектра мощности Чилийского (22 мая 1960 г.) (вверху) и Аляскинского (28 марта 1964 г.) (внизу) землетрясений как функция частоты по записям стрейн-сейсмографов на станции Изабелла (Калифорния). Показаны основные тона сфероидальных колебаний (обозначены  $S_2 + S_{18}$ ) и основные тона крутильных колебаний (обозначены  $T_2 + T_{18}$ ). Описание обозначений см. в тексте.

ли. Однако как интегральные параметры Земли собственные частоты, представляют собой более сложные величины, чем масса  $M$  и момент инерции  $I$ , так как они зависят не только от распределения плотности в Земле, но и от распределения ее упругих параметров: модуля сжатия и модуля сдвига, а также распределения гравитационного поля в недрах планеты. В настоящее время измерено около тысячи собственных частот Земли. Таким образом, к двум интегральным параметрам Земли  $M$  и  $I$  в последнее десятилетие было добавлено еще около тысячи новых интегральных параметров. Нам представляется, что констатация этого замечательного факта сама по себе настолько красноречива, что не требует комментариев.

До сих пор мы подчеркивали скорее практическое значение собственных колебаний Земли. Однако исследование собственных колебаний и в теоретическом плане представляет не меньшее значение. Это обусловлено тем, что собственные колебания Земли, можно сказать, представляют ее элементарные возбуждения, ее упруго-гравитационные колебания. Любое сложное возмущение Земли при детальном теоретическом анализе следует раскладывать по собственным колебаниям, т. е. определять, с каким весом в рассматриваемый сигнал производной формы входят различные собственные колебания. Естественно, что прежде чем раскладывать сложные возмущения по собственным частотам, необходимо теоретически изучить сами собственные колебания Земли. Когда мы рассказывали выше о гравитационном поле Земли, то отмечали, что сферические функции являются собственными функциями Земли, так как форма Земли близка к сфере. Собственные тонь, т. е. картины смещений, возникающие при данном собственном колебании, и представляют конкретную реализацию в теле Земли соответствующей собственной функции. Угловая часть функции рассматриваемого тона является сферической функцией. Таким образом, исследуя собственные колебания, тем самым изучаем собственные функции Земли.

Начало современным исследованиям собственных колебаний земного шара было положено в 1954 г., когда ведущий американский сейсмолог-экспериментатор Г. Беньофф при анализе сейсмограмм Камчатского землетрясения 1952 г. отождествил фазу с периодом 57 мин. с основным сфероидальным колебанием Земли.

История вопроса восходит к основополагающей работе Пуассона (1828), в которой он изучил радиальные колеба-

ния упругой сферы, и связана с именами знаменитых английских ученых Лэмба, Джинса, Рэлея и Лива, которые дали классификацию собственных колебаний упругой сферы, а затем обобщили уравнения теории упругости на случай гравитирующих тел, что необходимо при рассмотрении колебаний тел планетарных размеров. В заключение этого раннего периода исследований Лив в 1911 г. вычислил периоды некоторых собственных колебаний гравитирующего шара с размерами Земли, постоянными модулями и плотностью, равными некоторым средним значениям. Оказалось, что значения периодов лежат в интервале от нескольких минут до одного часа.

Три обстоятельства тормозили дальнейшие исследования: отсутствие приборов, которые позволили бы зарекомендовать собственные колебания; отсутствие достаточно достоверной картины внутреннего строения Земли; отсутствие быстродействующих вычислительных машин, что не позволяло теоретически рассчитать собственные частоты для реальных моделей Земли.

Как раз примерно в 1954 г. трудности, связанные со всеми этими пунктами, были преодолены. Правильно одевавшие представившиеся возможности, американские геофизики Г. Беньофф, Л. Лакост, М. Юинг и Ф. Пресс стали готовить сейсмометрическую и гравиметрическую аппаратуру к регистрации собственных колебаний. В то же время теоретики Х. Пекерис, З. Альтерман и Х. Ярон по предложению Беньоффа обратились к теории вопроса.

Собственные колебания Земли делятся на два класса: а) крутые колебания, вектор смещения которых перпендикулярен к радиусу сферы, за которую с хорошим приближением принимается Земля;

б) сфероидальные колебания; в них вектор смещения имеет составляющие и по радиусу и по азимутальным направлениям.

Смещения для каждого собственного колебания пропорциональны сферической функции  $n$ -го порядка.

Основное сфероидальное собственное колебание соответствует  $n=2$  и представляет движение, при которых сфера деформируется в сфероид. Отсюда и название этого класса, хотя колебания с  $n \geq 3$  приводят к более сложным фигурам. При  $n=0$  сфероидальные колебания вырождаются в радиальные со смещениями вдоль радиуса.

При математическом описании поля упругих смещений при собственных колебаниях Земли используют сфериче-

скую систему координат  $(r, \theta, \lambda)$ :  $r$  — радиус, расстояние от центра сферы,  $\theta$  — полярный угол,  $\lambda$  — долгота. Компоненты вектора смещений  $u(u_r, u_\theta, u_\lambda)$  для крутых колебаний имеют вид

$$\left. \begin{aligned} u_r &= u = 0, \quad u_\theta = v = \frac{W(r)}{\sin \theta} \frac{\partial S_n^m(\theta, \lambda)}{\partial \lambda} \sin \omega t, \\ u_\lambda &= w = -V(r) \frac{\partial S_n^m(\theta, \lambda)}{\partial \theta} \sin \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  — собственная частота,  $T$  — собственный период,  $t$  — время,  $S_n^m(0, \lambda) = P_n^m(\cos \theta) \cos m\lambda$  или  $P_n^m(\cos \theta) \sin m\lambda$  — компоненты сферических функций, о которых мы подробно говорили во второй главе [см. формулу (19)]. Компонента  $v$ , направленная по оси  $\theta$  (по меридиану), пропорциональна производной  $S_n^m$  по

$\lambda, \left( \frac{\partial S_n^m}{\partial \lambda} \right)$ , а компонента  $w$ , направленная по широтному кругу, пропорциональна  $\frac{\partial S_n^m}{\partial \theta}$ . Так как  $S_n^m$  состоит из косинусов и синусов, а математическая операция взятия производной переводит синус в косинус и косинус в минус синус, то фактически смещения при крутых колебаниях описываются произведением радиальных функций  $W(r)$  и известной угловой функции типа полиномов от синусов и косинусов. Преимущество сферической системы координат заключается в том, что в ней «разделились» переменные (функции от  $r$  и функции от  $\theta, \lambda$ ) и задача из трехмерной стала одномерной, так как для ее решения достаточно определить  $W(r)$ . Для математического решения задачи это является колossalным облегчением. Таким образом, крутые колебания могут быть охарактеризованы всего одной функцией радиуса  $W(r)$  и частотой  $\omega$ . При крутых колебаниях радиальная компонента смещений и тождественно равна нулю и материальные частицы земных недр колеблются каждой на своей сфере. Далее, смещения описываются произведением функций координат на функцию времени; следовательно, собственные колебания — это стоячие волны. Компоненты вектора смещений при сфероидальных колебаниях определяются двумя новыми функциями

радиуса  $U(r)$  и  $V(r)$ :

$$\left. \begin{aligned} u &= U(r) S_n^m \sin \omega t, \\ v &= V(r) \frac{\partial S_n^m}{\partial \theta} \sin \omega t, \\ w &= \frac{V(r)}{\sin \theta} \frac{\partial S_n^m}{\partial \lambda} \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Мы видим, что в стоячей сфероидальной волне все три компоненты смещения отличны от нуля. Функция  $U(r)$  определяет радиальную компоненту смещения, а  $V(r)$  характеризует смещение в плоскости, перпендикулярной к радиусу. При сфероидальных колебаниях колеблется также гравитационное поле Земли. Математически колебания гравитационного потенциала Земли записывают в следующем виде:

$$\Psi = P(r) S_n^m \sin \omega t. \quad (24)$$

Система уравнений движения, которой подчиняются сфероидальные колебания, содержит как функции  $U(r)$  и  $V(r)$ , так и  $P(r)$ . Эти уравнения не разделяются на уравнения только для  $U(r)$  и  $V(r)$  и только для  $P(r)$ . Поэтому говорят, что сфероидальные колебания являются связанными колебаниями упругого и гравитационного полей земных недр.

Крутые колебания, в отличие от сфероидальных, не связаны с изменением объема и формы планеты, поэтому они не изменяют гравитационное поле Земли и не регистрируются гравиметрами. Сейсмографы записывают колебания обоих типов. Поэтому сравнение спектра частот, записанного сейсмографами, со спектром, записанным гравиметрами, позволяет экспериментально разделить эти два класса частот.

Благодаря тому, что земное ядро жидкое, а крутые колебания являются поперечными колебаниями (аналогично поперечным волнам), они связаны лишь с твердыми областями Земли и определяются распределением плотности  $\rho$  и модуля сдвига в оболочке (мантии) и коре. Следовательно, сравнение теоретического спектра частот для различных моделей Земли с экспериментальным дает возможность уточнить «реальную модель Земли». Такое сравнение было произведено, и оказалось, что из двух конку-

рирующих моделей Земли: а) модели Гутенберга со слоем пониженных скоростей сейсмических волн на глубинах  $\sim 50-250$  км и б) модели Джейффриса, не обладающей таким слоем, — собственные колебания весьма убедительно отдают «предпочтение» модели Гутенберга. До этих исследований модель Джейффриса пользовалась большим распространением.

Сфериоидальные колебания захватывают всю Землю, что позволяет наряду с корой и оболочкой изучать и ядро Земли. Важнейшим свойством собственных колебаний является то, что с ростом номера колебания  $n$  они вытесняются из центральных областей планеты к поверхности. Получается так, что чем ниже порядок колебания  $n$ , тем сильнее смещение в этом колебании погружено в земные недра (рис. 13). Частоты собственных колебаний растут с ростом  $n$ . Таким образом, низкие тона можно использовать для зондирования глубинных слоев, а высокие — для зондирования наружных слоев. В результате различных частотных интервалов определяются свойствами различных областей земных недр. Следовательно, собственные колебания позволяют изучать не только интеральные свойства земного шара, подобно приливам в теле Земли, но и дифференциальные.

Весь спектр собственных колебаний Земли впервые был зарегистрирован после сильнейшего Чилийского землетрясения в мае 1960 г. тремя группами авторов: Г. Бенфором, Ф. Прессом и С. Смитом; Н. Нессом, Дж. Гаррисоном и Л. Слихтером; Л. Олсоном, Дж. Саттоном и М. Юнгтом. Определительно экспериментально частоты оказались в прекрасном согласии с частотами, рассчитанными теоретически для моделей Земли со слоем пониженных скоростей сейсмических волн. Слой пониженных скоростей в верхней мантии является одной из важнейших сейсмических особенностей Земли. В связи с тем, что сейсмология наружных слоев нашей планеты исключительно сложна, в геофизике многие годы шла оживленная дискуссия о том, имеется такой слой в Земле или нет. Данные о собственных колебаниях поставили точку в этом споре, хотя дискуссия о детальном строении слоя низких скоростей продолжается.

Если пренебречь отклонением Земли от сферической симметрии и ее вращением, то частоты (или периоды  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ) собственных колебаний зависят от двух индексов;

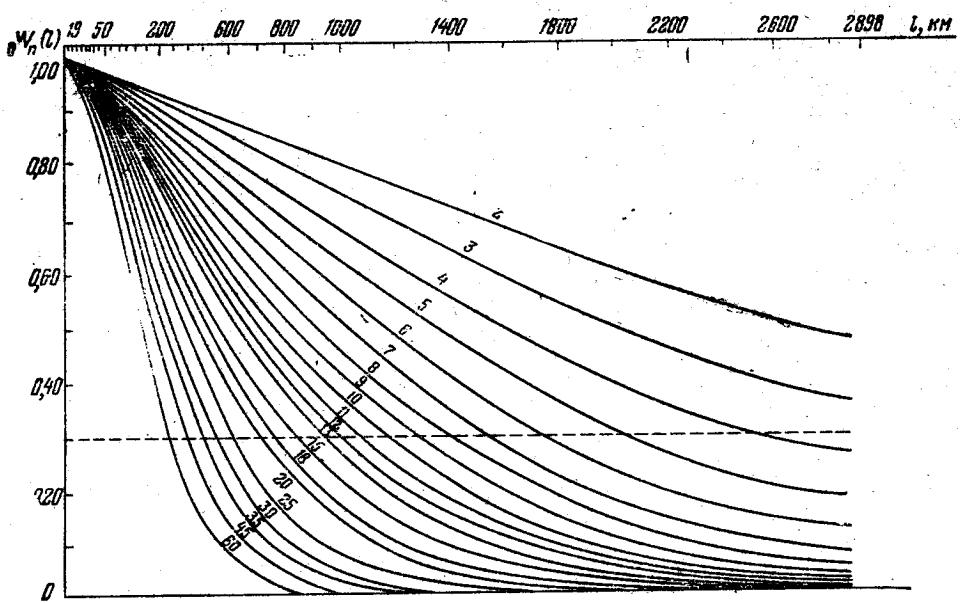


Рис. 13а. Графики функций, пропорциональных смещениям для собственных колебаний Земли. Функции  $W_n(l)$ ,  $l$  — глубина, для основного крутильного тона ( $j=0$ ),  $n=2 + 60$ . На поверхности Земли все функции нормированы на единицу. Грубо говоря, собственные тона могут зондировать лишь те зоны земных недр, где их смещения  $|W_n(l)| \geq 0,3$ . Прерывистая линия, параллельная оси глубин с амплитудой 0,3, пересекает кривые  $W_n(l)$  в зависимости от  $n$  на разных глубинах. По этому рисунку легко ориентироваться, какие собственные частоты можно использовать для изучения той или иной зоны земных недр.

широтного индекса  $n$  — номера колебания и радиально-го индекса  $j$  — номера обертона. Соответственно, как для самих кривых и сфероидальных колебаний, так и для их периодов, используют стандартные обозначения  $J_n$ ,  $I_n$  и  $S_n$ . Так, например,  ${}_0S_2$  обозначает основной тон второго сфероидального колебания,  ${}_1S_0$  — первый обертон радиального колебания (при  $n = 0$ ) сфероидальные колебания переходят в радиальные). Для основных тонов ( $j = 0$ ) индекс нуль слева часто опускают и пишут просто  $T_n$  и  $S_n$ .

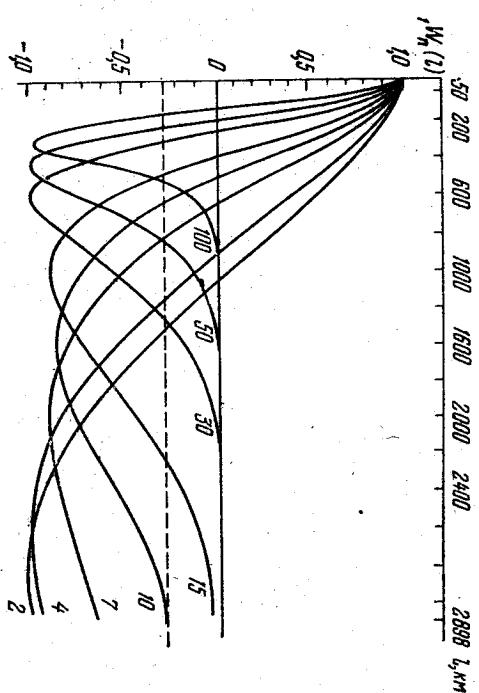


Рис. 13б. Графики функций, пропорциональных смещениям для собственных колебаний Земли. Функции  $rW_n(t)$  для первого кривого обертона ( $j=1$ )  $n=2+100$  (см. пояснения к рис. а).

Функции радиуса для кривых колебаний  ${}_0W_n(r)$  [см. формулу (22) и (рис. 13а)] и сфероидальных колебаний  ${}_0J_n(r)$  [см. формулу (23) и (рис. 13в)] основных тонов ( $j = 0$ ) не имеют узлов. Для первого обертона ( $j = 1$ ) (см. рис. 13б) эти функции имеют по одному узлу, для второго  $j = 2$  по два и т. д.

Важным свойством обертонных функций является то, что при заданном  $n$  и росте  $j$  они всё более погружаются в земные недра и таким образом несут всю большую информацию о глубинных недрах. Мы уже упомянули, что в настоящее время из наблюденных определено более тысячи собственных периодов Земли.

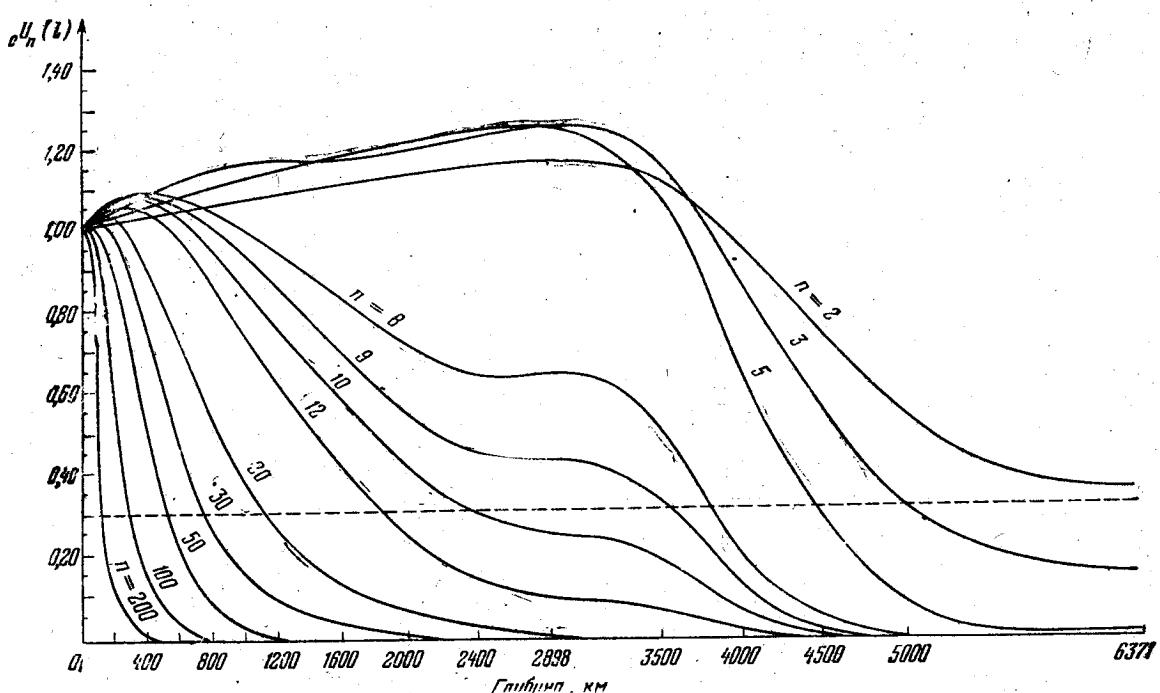


Рис. 13в. Графики функций, пропорциональных смещениям для собственных колебаний Земли. Функции  $rU_n(t)$  пропорциональны радиальным смещениям для основного сфероидального тона ( $j=0$ ),  $n=2+200$  (см. пояснения к рис. а).

## 3.2. ДИССИПАТИВНЫЕ СВОЙСТВА ЗЕМНЫХ НЕДР

Вместе с рядом по обертонам при данном  $n$  ( $j = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) большое значение имеет ряд по  $n$  при заданном  $j$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ). Последние ряды имеют определенное название; так,

$$_0\omega_n = f_0(n) \text{ при } j = 0$$

называется нулевой ветвью собственных частот (или периодов) или нулевой модой;

$$_1\omega_n = f_1(n) \text{ при } j = 1$$

называется первой ветвью собственных частот или первой модой. Как мы видели, в соотношениях (22) — (24), опи- сывающих собственные колебания, координатные и временные функции разделены. Это означает, что собственные колебания являются стоячими волнами. Можно легко по- казать, что при больших  $n$  и  $m = 0$  каждое собственное кругильное колебание может быть рассмотрено как ре- зультирующий интерференции двух бегущих волн Лива равной амплитуды, аналогично сфероидальному колебанию есть ре- зультирующий интерференции волны Рэлея. В результате получаются фундаментальные формулы, связывающие длину волн  $\lambda$  и фазовую скорость  $C$  волны Лива и Рэлея с частотой  $\omega$  и номером  $n$  соответствующих колебаний,

$$\begin{aligned} {}_j C_n &= \frac{R \omega_n}{n + \frac{1}{2}}, \\ {}_j \lambda_n &= \frac{2\pi {}_j C_n}{n + \frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $R$  — средний радиус Земли. Мощные математические методы, развитые в теории собственных колебаний, позволяют с помощью (25) определять дисперсионные кривые для поверхностных волн, о которых мы упоминали в пер- вой главе. Вначале рассчитываются ветви частот  ${}_j\omega_n = f_j(n)$  ( $j = 0, 1, 2, \dots$ ). Затем определяют дисперсионные кривые для фазовой  $C_j$  и групповой  $U_j$  скоростей.

$$C_j = C_j(\omega) \text{ и } U_j = R \frac{d\omega}{dn} \quad (26)$$

для нулевой ветви (моды)  $j = 0$ , первой моды  $j = 1$  и т. д.; правда, нужно помнить, что в случае поверхностных волн  $j = 0$  называют первой модой,  $j = 1$  — второй и т. д.

В работе автора, опубликованной в начале 1962 г., было указано, что метод собственных колебаний позволяет в грубых чертах определить новую характеристику земных недр. Речь идет о так называемой диссипативной функции  $Q_\mu$ , которая является мерой рассеяния механической энергии в различных слоях планеты. В электротехнике  $Q$  определяет добротность электрических контуров. В механике диссипативную функцию  $Q_\mu$  можно назвать механической добротностью системы; она равна отношению энергии, наклоненной в системе, и энергии, рассеянной в течение единицы [см. формулу (4) в § 1.2].  $Q_\mu$  определяют или по ширине спектральной линии или по спаданию со временем амплитуды собственных колебаний. Величину  $Q_\mu$  можно также рассматривать как «меру идеальности» упругости среды. Чем больше значение  $Q_\mu$ , тем меньшая часть механической энергии при колебаниях рассеивается и переходит в тепло, тем ближе среда к идеально упругой. Поясним теперь, почему у  $Q_\mu$  стоит индекс  $\mu$ . В § 1.2 при рассмотрении затухания объемных  $P$ - и  $S$ -волн мы у соответствующих  $Q$  приставили индексы  $P$  и  $S$  [см. формулу (3)], показывая тем самым, к каким волнам относится рассматриваемое  $Q$ .

При собственных колебаниях или при распространении волн в недрах Земли возникают напряжения. Любое напряжение (или напряженное состояние) можно разложить на две части: напряжение чистого сдвига и напряжение всестороннего сжатия (или растяжения). Часть напряжения, представленная одинаковыми напряжениями чистого сдвига, пропорциональна модулю сдвига  $\mu$ , а другая часть напряжения — напряжение всестороннего сжатия — пропорциональна модулю сжатия  $K$ . Процессы всестороннего сжатия являются практически идеально упругими по сравнению со сдвиговыми процессами. Затухание собственных колебаний, и, видимо, всех остальных механических колебаний, и, видимо, всех остальных механических колебаний земных недр, происходит из-за отклонения материала от идеальной упругости по отношению к сдвиговым напряжениям. Образно это передают словами, говоря, что рассеяние механической энергии связано с релаксацией модуля сдвига  $\mu$ . Количественной мерой этого рассеяния является величина  $Q_\mu$  [см. формулу (4)]. Из-за того, что неупругость среды при процессах всестороннего сжатия (расширения) много меньше, чем при сдвиговых процес-

сах, говорят, что модуль сжатия  $K$  не релаксирует, и соответствующую количественную меру «объемной» добротности  $Q_K$  полагают равной бесконечности,  $Q_K = \infty$ .

Таким образом, задача заключается в подборе такого распределения  $Q_{\mu}(l)$  с глубиной, чтобы получить согласие рассчитанных значений мер затухания крутильных  $\rho_{T,n}$  и сфероидальных  $\rho_{S,n}$  тонов с наблюдаемыми значениями этих величин. При этом амплитудные коэффициенты затухания собственных колебаний  $\rho_{T,n}$  и  $\rho_{S,n}$  связаны с  $Q_{T,n}$  и  $Q_{S,n}$  простыми формулами

$$\rho_{T,n} = \frac{f_{T,n}^{\phi T,n}}{2, Q_{T,n}}, \quad \rho_{S,n} = \frac{f_{S,n}^{\phi S,n}}{2, Q_{S,n}} \quad (27)$$

(затухания амплитуды  $\sim e^{-\rho_{T,n}}$ ).

Если обратиться к рис. 13, на котором показаны распределения смещений с глубиной, то легко понять, почему наблюдения затухания различных гармоник спектра собственных колебаний позволяют найти распределение  $Q_{\mu}(l)$  с глубиной. Действительно, смещения в разных точках погружены в недра Земли на различные глубины и их затухание позволяет зондировать распределение механической добротности  $Q_{\mu}(l)$  [или диссилиативной функции земных недр  $Q_{\mu}^{-1}(l)$ ].

Оказалось, что в оболочке Земли функция  $Q_{\mu}(l)$  имеет два глубоких минимума, в которых значения  $Q_{\mu} \approx 100$ . Первый минимум расположен в той же области, где находится слой повышенных скоростей сейсмических волн, т. е. на глубинах  $\sim 50-300$  км (Д. Андерсон, Ч. Аршамбо, 1964 г.). Вторая зона низких  $Q_{\mu}$  расположена на глубинах  $\sim 2600-2900$  км, т. е. у основания мантии, граничащей с земным ядром. Обе эти области разделены обширной областью мантии (глубины  $\sim 1000-2200$  км), где значения  $Q_{\mu}$  на порядок больше ( $Q_{\mu} \sim 1000$ ). Это означает, что среда этой части мантии очень слабо отличается от идеальной. В переходной зоне оболочки, зоне С, на глубинах от 300 до 1000 км,  $Q_{\mu}$  возрастает от 100 до  $\sim 1000$ , а в нижней мантии, на глубинах  $\sim 2200-2600$  км, убывает от  $\sim 1000$  до  $\sim 100$ . Найти распределение функции  $Q_{\mu}$  в земном ядре пока не удается. Можно только сказать, что для внешнего ядра  $Q$  заметно больше, чем для мантии ( $Q \gg 1000$ ). Для внутреннего ядра Земли (глубины  $\sim 5100 \div 6471$  км)  $Q_{\mu} \sim 100 \div 300$ .

Конкретный физический механизм диссилиации механических колебаний в земных недрах еще недостаточно ясен.

Можно только указать следующие четыре общие причины, приводящие к понижению  $Q_{\mu}$ : 1) близость температуры к температуре плавления; действительно, при относительно высокой температуре кривая зависимости внутреннего трения от температуры для большинства материалов непрерывно растет с ростом температуры, достигая довольно большой величины; это явление известно под названием высокотемпературного фона; 2) наличие в веществе заметного количества инородных примесей, например, в силикатном веществе низов мантии (глубины 2600-2900 км) могут иметься космические «шлаки» типа летучих  $H_2O$ ,  $CO_2$  и др., которые тут попали как выщавки при образовании и звукопоглощении земного ядра; 3) частичное плавление, причиной которого также может быть наличие указанных выше летучих веществ; 4) релаксация напряжений (скольжение) по границам зерен в поликристаллической оболочке Земли при высоких температурах. Естественно, что все эти причины могут действовать одновременно, но исключено и наличие других факторов, которые сейчас трудно указать.

Интересной гипотезой является предположение, что обе граничные области мантии Земли представляют собой ревервары космохимических плаков, которые в принципе являются потенциальными источниками тектонических движений.

Учитывая корреляцию низких значений  $Q_{\mu}$  с высокими температурами и в свою очередь корреляции высоких температур с низкими вязкостями, можно предполагать наличие в оболочке Земли двух астеносферных («размягченных») слоев. Первый астеносферный слой расположен на глубинах 70-270 км в верхней мантии в зоне пониженных скоростей. Второй слой находится у подошвы мантии и некоторые сведения о нем стали известны только в самое последнее время.

Мы знаем, что температура в наружных слоях Земли (об этом пойдет речь ниже) быстро нарастает, приближаясь к температуре плавления в зоне пониженных скоростей. Следовательно, наличие минимума  $Q_{\mu}$  на глубинах 50-300 км служит еще одним указанием на близость температур в этой зоне планеты к температурам плавления. Вопрос о температурах в глубинных недрах Земли, у подошвы мантии, недостаточно определен. Низкие значения  $Q_{\mu}$  в этой области видимо, указывают на то, что эти температуры достаточно высокие.

### 3.3. ДИНАМИЧЕСКИЙ МОДУЛЬ СВИГА ЗЕМНЫХ НЕДР

**Повышение точности и детальности геофизических** данных, оценка диссипативных свойств земных недр, о которой мы только что говорили, подготовили почву для принципиально новой постановки задачи о сейсмологической модели Земли. В § 1.2 при рассмотрении затухания объемных сейсмических волн отмечалось, что как лабораторный эксперимент, так и геофизический опыт показывают независимость от частоты в первом приближении величины  $Q_u$  для горных пород и распределения  $Q_u(l)$  в недрах Земли. В то же время до самого последнего момента считалось, что сейсмологическая модель Земли (или, как часто говорят, «модель Земли») также не зависит от частоты. В последнюю фразу вкладывается утверждение, что распределение модулей упругости  $\mu(l)$ ,  $K(l)$  и плотности  $\rho(l)$  одно и то же, вне зависимости от того, рассчитываем ли мы времена пробега объемных сейсмических волн (периоды  $0,1 \div 10$  сек), дисперсионные кривые поверхностных волн (периоды  $10$  сек  $\div 3$  мин), частоты собственных колебаний Земли (периоды  $3 \div 55$  мин) или числа  $L$  ява для приливов (периоды от полусуток до полутора лет).

Переход от упругих моделей Земли к неупругим моделям как раз и показал, что предположение о независимости моделей Земли от частоты является устаревшим и неверным. Более того, неучт этого обстоятельства в значительной мере обесценивает многочисленные построения моделей Земли, выполненные в последнее десятилетие. Скажем сразу же, что распределение плотности в недрах Земли  $\rho(l)$  не зависит от частоты; из-за того, что модуль сжатия не релаксирует (при процессах всестороннего сжатия не происходит диссипации энергии механических колебаний в тепло), распределение  $K(l)$  также не зависит от частоты. А вот из-за того, что диссипация механических колебаний определяется свидетельными процессами (модуль сдвига  $\mu$  релаксирует), распределение модуля свига в недрах Земли  $\mu(l)$  зависит от частоты, т. е. более прочно следует писать  $\mu(l, \omega)$ .

Для разъяснения этого вопроса рассмотрим простейшее реологическое тело — тело Маковелла.

Реология — это наука о механическом поведении не идеально упругих тел. Соответственно реологические тела — это механические модели не идеально упругих тел.

Простейшая гуковская модель упругого твердого тела, в которой напряжения линейно зависят от деформаций, а коэффициенты пропорциональности — модули упругости, не является реологической моделью. Эта модель не обладает неупругостью. Возбужденные в гуковском теле механические колебания продолжались бы неограниченно долгое из-за отсутствия затухания. Можно сказать, что гуковская модель твердого тела — это идеальная, предельная реологическая модель без затухания. Второй идеальной моделью является модель идеальной жидкости, вязкость которой равна нулю. Механические колебания в такой жидкости также не затухают. Таким образом, до самого последнего времени, по существу, рассматривалась предельная идеальная модель Земли, кора, оболочка и внутреннее ядро которой считались гуковским твердым телом, а влещнее ядро — идеальной жидкостью.

Простейшей реологической моделью является ньютоновская вязкая жидкость. Энергия механических колебаний в ньютоновской жидкости будет диссирировать в тепло из-за вязкого трения. Вообще говоря, вязкая жидкость — это предельный случай реологического тела Максвелла для никаких частот (или, что то же самое, для больших периодов). Чисто по-житейски мы всегда легко отличаем жидкость от твердого тела. Но если поставить вопрос научно, то это потребует специального определения. Действительно, можно определить жидкость как такое состоящие вещества, когда тело принимает форму заключающего его сосуда. Можно и так сказать, что в жидкости не существует поперечные волны, так как модуль свига жидкости равен нулю, и она не работает на свиг. Следовательно, жидкость характеризуется только одним упругим модулем — модулем сжатия  $K$ . В ней могут распространяться только продольные волны  $P$  со скоростью  $v_p = \sqrt{K/\rho}$ .

Однако легко видеть, что мы все время ведем речь о жидкости с малой вязкостью  $\eta$ . Рассмотрим набор жидкостей со всеми возрасточными вязкостями. Тогда окажется, что жидкости с достаточно большими вязкостями не будут принимать форму заключающего их сосуда за обозримое время и, кроме того, в таких жидкостях могут распространяться как продольные, так и поперечные волны, если только период этих волн достаточно короткий. Таким образом, совершиенно ясно, что требуется четко определить условия, в которых вязкая жидкость проявляет себя как

**жидкость в обычном понимании этого слова, и условия, когда жидкость механически неотличима от твердого тела.** Поставленный вопрос легко разрешается, если ввести время релаксации для вязкой, ньютонаской жидкости, которое равно отношению вязкости к модулю сдвига,  $\tau_\mu = \eta/\mu$ . Тогда для периодических процессов с периодами  $T \gg \tau_\mu$  тело будет вести себя как жидкость, а для периодов  $T \ll \tau_\mu$  — как твердое тело. Для большинства жидких тел  $\eta \sim 1$  паскаль, а  $\mu \sim 10^{11}$  дин/см<sup>2</sup>, и  $\tau_\mu \sim 10^{-11}$  сек. Следовательно, в обычных условиях практически всегда  $T \gg \tau_\mu$ , и мы имеем дело с проявлением жидкого состояния, хотя в случае атмосферного слоя в недрах Земли  $\eta \sim 10^{21}$  паскаль,  $\mu \sim 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup>,  $\tau_\mu \sim 10^9$  сек, и мы имеем дело с проявлением твердого состояния  $T \ll \tau_\mu$ .

В случае твердого состояния скорости  $P$ - и  $S$ -волны рав-

$$\text{ним } v_P = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad \text{и} \quad v_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad \text{в случае жидкого}$$

состояния  $v_P = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$ ,  $v_S = 0$ . Поэтому, при переходе от высоких частот,  $\omega \gg \omega_n = \frac{2\pi}{\tau_\mu}$ , к низким,  $\omega \ll \omega_n$ , мо-

дуль сдвига меняется от своего высокочастотного значения  $\mu(\infty)$  до низкочастотного  $\mu(0)$ , равного нулю для вязкой жидкости,  $\mu(0) = 0$ . Максвелловским реологическим телом как раз и будет вязкая жидкость, рассматриваемая во всем интервале частот. При коротких периодах оно проявляет себя как твердое тело, а при длинных как жидкость. Механические свойства реальных твердых тел моделируются более сложными реологическими моделями, в которых модуль сдвига меняется от своего высокочастотного значения  $\mu(\infty)$  до низкочастотного — статического значения  $\mu(0)$ , не равного нулю.

Таким образом, мы видим, что при переходе от чисто упругих моделей Земли к неупругим, не зависящим от частоты высокочастотный модуль сдвига  $\mu(\infty)$  следует заменить на динамический модуль сдвига  $\mu_d(\omega)$ , зависящий от частоты. По работе, опубликованной в 1975 г. С. И. Акопяном, В. Н. Жарковым и В. М. Любимовым, это известное обстоятельство не анализировалось и чисто интуитивно предполагалось, что частотная зависимость динамического модуля сдвига слишком слаба, чтобы привести к наблюдаемым эффектам.

Оказалось, что учет частотной зависимости приводит к заметному снижению модуля сдвига порядка 3—5% при переходе от периодов  $\sim 1$  сек к периодам  $\sim 10$  мин в волнах Земли с пониженными значениями  $Q_\mu$ . Мы уже отмечали, что исчез этого обстоятельства, по существу, обеспечивает многие построения детальных моделей Земли, когда дело идет об уточнении распределений скоростей сейсмических волн порядка одного процента.

Тот факт, что современные реальные модели Земли должны зависеть от частоты, проявился в последних работах по этому вопросу следующим образом. Чтобы согласовать модель Земли, построенную по данным о собственных колебаниях (периоды  $\sim 10$  мин), с моделью, построенной по объемным волнам (периоды 1 сек), приходилось чисто формально вводить поправку отсчета во времени пробега объемных волн. Физической причиной, из-за которой возникает эта поправка, является неупругость земных недр. Теперь стало ясно, что необходимо перейти от старой концепции не зависящего от частоты модуля сдвига  $\mu$  к более правильной концепции динамического модуля сдвига  $\mu_d(\omega)$ , зависящего от частоты, и при построении модели Земли вводить поправку за динамический модуль сдвига земных недр, как это описано ниже.

Выше отмечалось, что  $Q_\mu$  для горных пород и земных недр слабо зависит от частоты или, быть может, вовсе от нее не зависит. Конкретную зону Земли с заданным  $Q_\mu$  чисто феноменологически можно описать некоторой реологической моделью, называемой моделью Ломантида, которая в рассматриваемом интервале частот дает плато для  $Q_\mu(\omega)$ . Тогда можно получить простую формулу для изменения динамического модуля сдвига (т. е. поправку за динамический модуль сдвига) при переходе от стандартной частоты  $\omega_0$  к некоторой произвольной частоте  $\omega$ .

Исходные модели Земли, применяемые при расчете собственных частот, построены по объемным волнам, поэтому поправку за динамический модуль сдвига разумно отсчитывать от значения  $\mu_d(T \sim 1$  сек),  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi$ . Тогда поправка за динамический модуль сдвига для  $t$ -го слоя Земли  $Q_\mu = Q_\mu$  равна

$$\Delta \mu_d(\omega, Q_\mu) = \mu_d(\omega, Q_\mu) - \mu_d(\omega_0, Q_\mu) = -\frac{2}{\pi} \frac{\mu_0}{Q_\mu} \ln \frac{\omega_0}{\omega}, \quad (28)$$

где  $\omega_0 = 2\pi$ ,  $\mu_0 = \mu_{\text{дл}} (\omega_0, Q_{\text{дл}})$  — динамический модуль сдвига в  $t$ -м слое Земли для стандартной частоты  $\omega_0$ .

Поясним теперь более подробно, почему поправка за динамический модуль сдвига снимает вопрос о поправках отсчета, о которых мы уже упомянули выше. Поправками отсчета называются добавки к временем пробега  $S$ ,  $P$ , и других типов волн, которые приходится делать при построении моделей Земли, когда используются данные как о временах пробега объемных волн, так и о периодах собственных колебаний Земли. Величина этой поправки  $\Delta$  составляет  $1 \div 4$  сек (для  $S$  волн  $\sim 4$  сек, для  $P$  волн  $\sim 2$  сек), т. е., чтобы согласовать модель с данными о частотах собственных колебаний Земли, необходимо несколько «уменьшить» скорости объемных сейсмических волн, что и увеличивает времена пробега ( $\Delta t \sim 1 \div 4$  сек). Именно этот эффект дает переход от идеально упругого к динамическому модулю сдвига. Действительно, периоды собственных колебаний в  $10^2$  и  $10^3$  раз больше, чем периоды объемных волн. Соответственно для них модуль сдвига меньше (так сказать, модуль сдвига «мягче»). Если мы с этим модулем сдвига считаем времена пробега для объемных волн, то получим, что они больше наблюдаемых примерно на величину поправки отсчета  $\Delta t \sim 1 \div 4$  сек.

В действительности при построении моделей следует отказаться от формального введения поправок отсчета и действовать совсем иначе. За исходную следует выбрать модель Земли, полученную по объемным волнам (высокочастотная модель), и при совместном использовании времени пробега и частот собственных колебаний вводить для последних поправки за динамический модуль сдвига, как это описано выше. Такой подход не только более правилен с физических позиций, но и делает саму задачу о моделях Земли более глубокой, тесно связывая распределение  $Q_{\mu}(t)$  в Земле с распределением модулей упругости и плотности.

Само  $Q_{\mu}(t)$  может определяться отдельно от модели по данным о затухании собственных колебаний и объемных волн. Однако при построении модели Земли с учетом поправок за динамический модуль сдвига хорошая согласованность данных об объемных волнах и собственных колебаниях будет указывать, что принятые при расчете распределения  $Q_{\mu}(t)$  удовлетворяют также некоторым интегральным условиям согласования обоих типов данных.

## ГЛАВА 4 МАГНЕТИЗМ И ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ЗЕМЛИ

«В предыдущих книгах мне показали, что магнит имеет свою полосу, жестко также имеет определенные полосы, способность поворачиваться и вращательность; наконец, что магнит и желто направляют свою полосу к полюсам Земли. Теперь нам следует раскрыть причины и удивительные, хотя и замеченные раньше, но не объясненные действия всего этого».

«О магните, магнитных телах, и о большом магните — Земле».

### 4.1. МАГНИТОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Геомагнетизм — одна из старейших и обширнейших геофизических дисциплин. Долгие годы в курсах по внутреннему строению Земли проблемы геомагнетизма не затрагивались. Такое на первый взгляд парадоксальное положение имело весьма простое, можно сказать, триумфальное объяснение. Геомагнетизм ничего не добавлял к тому, что было известно о недрах планеты, а сама теория земного магнитного поля посыпала формальный характер. Она ничего не говорила о физических причинах возникновения и поддержания магнитного поля Земли на протяжении космических интервалов времени.

Магнитные поля широко распространены во Вселенной. Они существуют у звезд, в космическом пространстве; имеется магнитное поле у Солнца и у планет Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн. В самое последнее время получены указания на наличие собственного магнитного поля у планет Уран и Нептун.

Для проблемы внутреннего строения, пожалуй, самой замечательной особенностью геомагнитного поля является его быстрая изменчивость. Значение вариаций магнитного поля для физики Земли определяется тем, что, с одной стороны, это наиболее быстрые изменения из всех геофизических процессов, которые поддаются изучению, и, с другой, что они отражают сложную картину гидро-