

3. Плотность внутри Земли

3.1. Вводные замечания. Сейсмология много рассказала нам о слоистом строении Земли, но мало о физических и химических свойствах слоев. Конечно, сейсмические скорости объемных волн зависят от плотности и двух модулей упругости, но поскольку у нас есть только два уравнения для нахождения этих трех неизвестных (уравнения (2.2)), мы не можем определить эти величины по одним лишь скоростям P - и S -волн. Периоды свободных колебаний дают нам дополнительные уравнения, из которых в принципе можно найти ρ , K и μ , но практически их использование ограничено по причинам, рассматриваемым в разд. 3.6.

Чтобы решить эту задачу, мы измеряем две другие величины, зависящие от распределения плотности внутри Земли, а именно общую массу и момент инерции Земли.

3.2. Масса Земли. Масса Земли M_E определяется по полю силы тяжести, которое она образует. Согласно ньютоновскому закону тяготения, сила притяжения F , действующая между двумя точечными массами, равна

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (3.1)$$

где m_1 и m_2 — две массы, удаленные одна от другой на расстояние r , а G — гравитационная постоянная, или постоянная всемирного тяготения. Если это уравнение приложить ко всем частицам некоторой сферической оболочки, то можно показать, что сила, с которой данная оболочка действует *вне* своего объема, такая же, какая возникла бы, если бы вся масса сферы была сосредоточена в ее центре. Таким образом, тело, состоящее из концентрических слоев (а Земля в хорошем приближении обладает именно таким строением), создает во внешней области притяжение, которое является симметричным и убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра этого тела. Притяжение в любой точке удобно измерять по той силе, которая действовала бы на единичную массу, помещенную в эту точку. Если мы положим, что m_1 равна единице, а m_2 — массе Земли M_E , то ускорение g_r , связанное с силой тяжести (действующей на единичную массу), будет равно

$$g_r = G \frac{M_E}{r^2}. \quad (3.2)$$

Мы называем эту величину ускорением, так как, если в формуле присутствует только одна масса, данная величина имеет размерность ускорения. Это действительно то самое ускорение, с которым падает тело. Когда речь идет об ускорении силы тяжести на поверхности Земли, индекс r не пишут.

Один из методов определения M_E заключается в измерении g на поверхности Земли при наблюдении времени свободного падения какой-либо массы в вакууме. Величина r в уравнении (3.2) — это радиус Земли, устанавливаемый геодезическими методами. Постоянную G можно определить в лаборатории, измерив силу притяжения между двумя

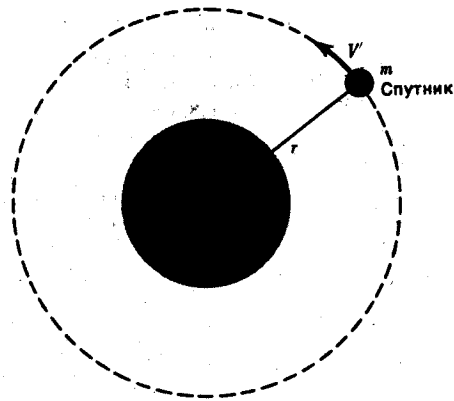


Рис. 3.1. Круговая орбита спутника Земли. По радиусу орбиты и периоду обращения спутника можно рассчитать массу Земли M_E . Подробности см. в тексте.

массами. Впервые это сделал Кавендиш в 1798 г.; он же предпринял попытку рассчитать массу Земли.

Второй метод определения M_E — измерить период обращения какого-нибудь спутника вокруг Земли. Если для простоты предположить, что спутник движется по круговой орбите (рис. 3.1), то центробежная и гравитационная силы во всех точках этой орбиты будут равны и противоположны:

$$G \frac{M_E m}{r^2} = \frac{mV^2}{r}, \quad (3.3)$$

где m — масса спутника, а V — его скорость. Масса m в приведенном уравнении «сокращается», а поскольку время, затрачиваемое спутником на один оборот, равно

$$T = \frac{2\pi r}{V}, \quad (3.4)$$

то вместо скорости V в уравнение (3.3) можно подставить выражение для T , в результате чего получаем

$$M_E = \frac{r^3}{G} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2. \quad (3.5)$$

Период T легко устанавливается наблюдением, а r можно измерить с помощью радара или лазера. (Уравнение (3.5) подходит и для более общего случая эллиптической орбиты.)

Значение, полученное для M_E , составляет $5,98 \times 10^{24}$ кг. Поскольку нам известен радиус Земли, мы можем вычислить ее приблизительный объем, а затем среднюю плотность, равную 5520 кг/м^3 . Плотность большинства поверхностных пород составляет $2500\text{--}3000 \text{ кг/м}^3$, откуда следует, что внутренние части Земли гораздо плотнее, чем внешние. Однако из-за того, что любое расположение концентрических оболочек разной плотности при одной и той же общей массе приводит к одинаковым значениям внешнего поля силы тяжести, по этому полю нельзя узнать, как меняется плотность в сферическом

теле в радиальном направлении; следовательно, мы должны обратиться к другим ограничивающим параметрам. (В той мере, в какой форма Земли отличается от полностью симметричной сферы, можно по изменениям силы тяжести над поверхностью Земли кое-что узнать о ее внутренних неоднородностях. В детальном масштабе это можно использовать для изучения геологических структур, а об использовании в глобальном масштабе речь пойдет в разд. 8.9.)

3.3. Момент инерции Земли (объяснение этого и связанных с ним терминов см. в приложении 2) — еще одна величина, зависящая от масс внутри планеты, но в отличие от M_E эта величина чувствительна и к распределению этих масс. Способ определения момента инерции описан в дальнейшем тексте, набранном петитом. Тот, кто пропустит этот текст, найдет сразу же после него, в конце разд. 3.3.2, изложение обобщенных результатов.

3.3.1. Форма Земли. В лаборатории момент инерции тела можно определить, измеряя угловое ускорение, вызываемое известным крутящим моментом или парой сил: чем больше момент инерции, тем меньше угловое ускорение. В случае Земли нам приходится опираться на природные крутящие моменты, а они создаются внешними телами, главным образом Луной и Солнцем. Поскольку возбуждаемыми ими крутящий момент возникает только потому, что Земля не вполне сферична, нам необходимо обсудить здесь форму Земли.

Земля слегка сплюснута по экватору из-за своего вращения. Чтобы расчетным путем найти точную форму земного шара, мы должны знать распределение плотности во внутренних областях планеты. Но как раз эти-то изменения плотности мы и хотим получить, и поэтому нам приходится идти другим путем: мы принимаем практические данные о форме Земли, т. е. о *геоиде*, который определяется как средняя поверхность уровня моря. Чтобы понять, как располагается поверхность геоида на материках, надо представить себе, что через материки прорыты каналы и вода в них стоит на уровне моря. Форма геоида зависит от гравитационного притяжения Земли. Для того чтобы уяснить себе смысл этого утверждения, рассмотрим тело, образованное концентрическими слоями жидкости, имеющими разную плотность. Если такое тело не вращается, то эти слои будут представлять собой сферические оболочки, а сила тяжести везде будет направлена к центру тела перпендикулярно его поверхности, которую мы называем поверхностью равных значений гравитационного потенциала или *экипотенциальной* поверхностью. В данном случае она будет сфе-

рической. Пусть теперь тело вращается; вследствие вращения в каждой точке (кроме полюсов) возникает центробежная сила C , направленная вонне от оси вращения (рис. 3.2). Если бы тело оставалось сферическим, то эта дополнительная сила заставляла бы суда двигаться к экватору. Жидкость также начала бы перемещаться, и это

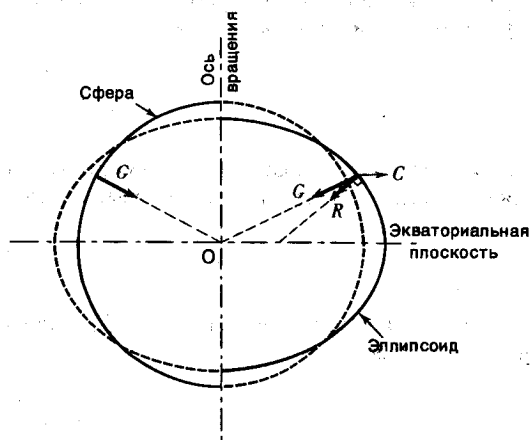


Рис. 3.2. Форма вращающегося жидкого шара. Слева: если бы шар не вращался, он имел бы сферическую поверхность, а вертикаль G (определяемая по линии отвеса) проходила бы через центр шара. Справа: при вращении добавляется центробежная сила C , и тело деформируется так, чтобы суммарная сила R , образующаяся при сложении силы тяжести и центробежной силы, была направлена перпендикулярно поверхности. В общем случае эта новая вертикаль уже не проходит через центр.

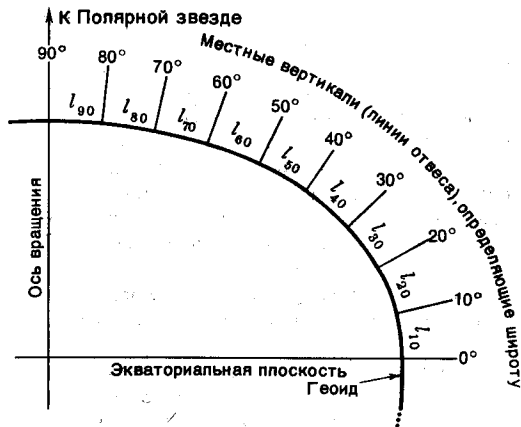


Рис. 3.3. Определение формы геоида. Поскольку Земля имеет слегка расплюснутую форму, линии широты (параллели), проводимые через равные углы между местными вертикалями и направлениями на Полярную или другую подходящую звезду, оказываются не на одинаковом расстоянии одна от другой, т.е. $l_{90} > l_{80} > l_{70}$ и т.д. Заметьте, что вертикали в общем случае не направлены к центру Земли. Поперечное сечение Земли (в меридиональной плоскости.— *Перев.*) очень близко к эллипсу.

продолжалось бы до тех пор, пока тело не приняло новую форму, такую, при которой суммарная сила R , возникающая при сложении силы тяжести G и центробежной силы C , всюду направлена точно перпендикулярно поверхности. Заметьте, что вертикаль, т.е. направление этой суммарной силы, определяемое по линии отвеса, не будет проходить через центр (кроме как на полюсах и на экваторе). Приведенное рассуждение вполне применимо к Земле, так как по сравнению с действующими силами прочность ее вещества незначительна (см. разд. 8.3), и это вещество можно считать в данном отношении жидкостью.

Форму геоида можно установить, как показано на рис. 3.3, путем геодезической съемки. Если выбрать звезду, которая располагается точно над Северным полюсом (почти в нужном месте находится Полярная звезда), то в течение ночи все другие звезды будут обходить ее по



Рис. 3.4. Фотоснимок ночного неба, сделанный с длительной выдержкой. В течение нескольких часов каждая звезда описывает дугу вокруг некоторой точки. Эта точка — полюс мира, лежащий на продолжении земной оси вращения. Следовательно, она находится точно над Северным полюсом. Полярная звезда расположена близко к полюсу мира и поэтому описывает только очень небольшую дугу.

окружностям, в чем можно удостовериться, снимая их ход несколько часов на фотопленку (рис. 3.4). Из таких наблюдений можно вывести направление на истинную полярную звезду («полюс мира») — пересечение земной оси с воображаемой небесной сферой, и это направление можно сравнить с направлением местной вертикали. Угол между ними определяет широту местности; например, если острый угол, образуемый этими направлениями, равен 20° , то широта составляет 70° . Из-за того что форма геоида не вполне сферическая, расстояния между соседними параллелями, измеряемые не в градусах, а в километрах, слегка различаются (рис. 3.3). В наши дни геоид определяют еще лучше, наблюдая орбиты спутников (см. разд. 3.3.2).

Установление формы Земли — отнюдь не простая геометрическая задача; при ее решении важно знать направление силы тяжести, так как

в геодезических инструментах отсчеты производятся от вертикали, направление которой определяется по спиртовым уровням или по линии отвеса. Та же зависимость сохраняется и при наблюдениях орбит спутников. Фотографии Земли, сделанные из космоса, недостаточно точны, чтобы по ним можно было определить ее геометрическую форму, хотя на них и видна расплюсченность Земли по экватору. В любом случае определение фигуры геоида имеет более важное значение.

Выяснено, что геоид очень близок к эллипсоиду вращения (рис. 3.3). Эллиптичность геоида составляет только $1/298$, так что экваториальный радиус, равный 6378 км, на 22 км длиннее, чем полярный. Отклонения геоида от этого приближения измеряются всего лишь десятками метров, т. е. для наших расчетов они не имеют большого значения, однако мы все же рассмотрим их в разд. 8.9.

3.3.2. *Определение момента инерции Земли.* Из-за экваториального вздутия не только форма геоида, но и форма всех гравитационных поверхностей вне Земли слегка отличается от сферической (рис. 3.5). Поскольку гравитационная сила по определению перпендикулярна эквипотенциальной поверхности, сила притяжения, действующая между Землей и любым телом В в пространстве, таким, как Луна, Солнце или спутник, не направлена точно к центру Земли (если только тело В не лежит в экваториальной плоскости Земли или на ее оси). Это притяжение F равно сумме большой силы F_C , которая направлена вдоль линии, соединяющей центры

тел, и значительно меньшей силы F_T , направленной под прямым углом к этой линии. Из ньютоновского третьего закона движения, гласящего, что действие и противодействие равны по величине и противоположны по направлению, следует, что Земля должна испытывать соответствующее воздействие со стороны тела В. Притяжение F_R направленное к центру Земли, уравновешивается центробежной силой, но малые силы F_T не уравновешиваются, и вместе они создают вращающий момент, который *стремится* двигать тело В по часовой стрелке (рис. 3.5) и поворачивать Землю против часовой стрелки.

Можно дать и другое объяснение этому вращающему моменту, не используя представления об эквипотенциальных поверхностях, а рассматривая одну сильно упрощенную модель. На рис. 3.6 вместо экваториального вздутия показаны две равные массы m_1 и m_2 , расположенные у концов диаметра. Притяжение между телом В и каждой из этих масс не совсем одинаково из-за различия в расстоянии (см. уравнение (3.1)). Как показано на рисунке, это небольшое отличие F_1 от F_2 придает Земле малый вращающий момент против часовой стрелки, а следовательно (в виде реакции), и момент, который будет стремиться двигать тело В вокруг Земли по часовой стрелке. Используя уравнение (3.1), мы можем подсчитать эти силы, а значит, и моменты, если, конечно, нам известны все рассматриваемые массы и расстояния. Мы получим те же самые результаты, что и раньше, когда мы рассчитывали эквипотенциальные поверхности

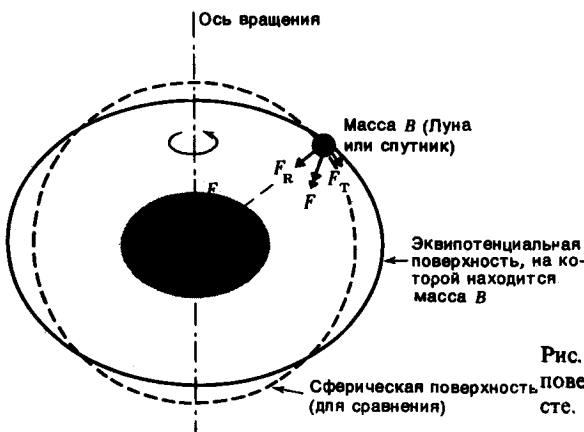


Рис. 3.5. Гравитационные эквипотенциальные поверхности вне Земли. Подробности см. в тексте.

вблизи тела В, а затем находили силы, направленные перпендикулярно этим поверхностям. На практике используется метод потенциалов, так как заменить экваториальное вздутие каким-то числом точечных масс непросто. Главное, что надо отметить,—это то, что чем больше момент инерции Земли относительно ее оси вращения, тем больше крутящий момент. Это происходит потому, что чем больше момент инерции, тем, очевидно, большая часть массы Земли оказывается удаленной от ее оси; в свою очередь чем дальше находится масса от оси, тем больше центробежная сила, приложенная к этой массе, и, следовательно, тем крупнее экваториальное вздутие.

Крутящий момент зависит также от массы внешнего тела и от расстояния до него. В случае искусственного спутника этот момент чрезвычайно мал и поэтому оказывает совсем незначительное влияние на Землю. Однако воздействие Земли на спутник очень заметно, так как оно возмущает его орбиту, что позволяет нам установить, как меняется притяжение Земли в пространстве, и, следовательно, позволяет судить о форме геоида, о чем уже упоминалось в предыдущем разделе. Самый большой вращающий момент в Земле создается Луной, меньшей величины момент—Солнцем, поскольку хотя Солнце и больше, но расположено оно дальше, и расстояние сказывается сильнее, чем масса.

Может показаться очевидным, что крутящее воздействие Луны (или Солнца) на экваториальное вздутие Земли должно двигать оба тела, пока Луна не окажется в экваториальной плоскости Земли, где вращающий момент равен нулю. Действительно, так и было бы, если бы Земля не вращалась, но поскольку она вращается, то ведет себя как волчок—один из тех игрушечных гироскопов, которые раскачиваются во все стороны, как бы не считаясь с силой тяжести. На рис. 3.7 видно, что вес волчка и реакция его опоры образуют вращающий момент, который должен был бы привести к падению волчка на бок, если бы он не вращался. Однако мы знаем, что, вращаясь, волчок раскачивается, или испытывает *прецессию*, так что его ось описывает коническую поверхность. Подобным же образом, под действием вращающего момента, создаваемого Луной, земная ось не сохраняет свою ориентировку неизменной, а нахо-

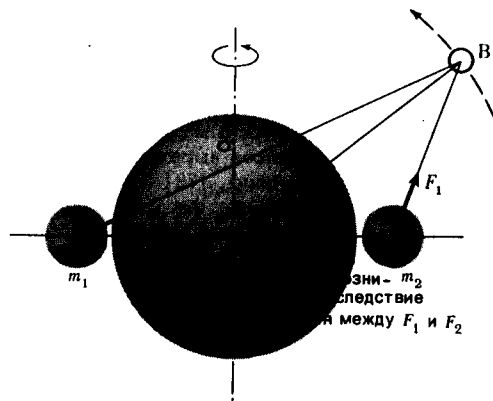


Рис. 3.6. Вращающий момент, действующий на экваториальное вздутие Земли. Подробности см. в тексте.

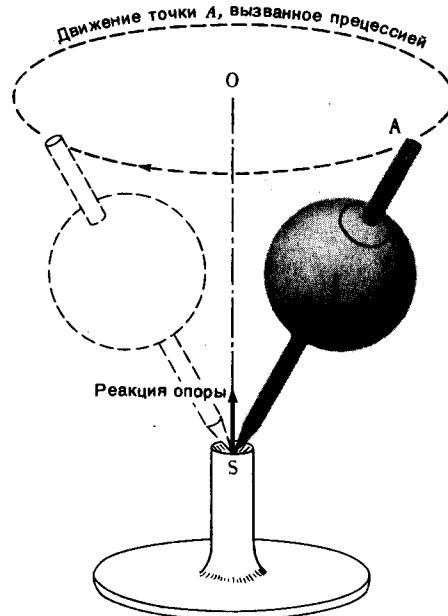


Рис. 3.7. Прецессия волчка. Благодаря вращающему моменту, создаваемому весом волчка и реакцией опоры, волчок испытывает прецессию: его ось движется по поверхности перевернутого конуса с осью OS. Направление прецессии противоположно направлению вращения волчка.

дится в состоянии медленной прецессии, причем ось конуса прецессии перпендикулярна плоскости орбиты Земли.

Если приведенные выше рассуждения сопроводить количественным анализом, можно вывести математическое выражение для скорости прецессии (см., напр., [78] или [205]). Оно содержит такие величины, как масса Луны (или другого тела) и расстояние до нее, а также два дополнительных условия. Одно из них показывает, как вращающий момент и, следовательно, скорость прецессии зависят от того, насколько гравитационное поле Земли отклоняется от полной симметрии, а это мы можем установить по движению спутников или из других определений

формы геоида. Другое условие показывает, что скорость прецессии обратно пропорциональна моменту инерции Земли относительно оси ее вращения. Таким образом, момент инерции Земли можно вычислить, исходя из измерений скорости прецессии.

Скорость прецессии Земли мала, потому что относительно мало экваториальное вздутие и велико расстояние до Луны: один полный цикл прецессии занимает около 26 тыс. лет. Прецессию можно заметить, так как хотя земная ось в настоящее время указывает почти точно на Полярную звезду (рис. 3.4), положение оси все же медленно меняется.

Момент инерции Земли равен $8,07 \times 10^{37}$ кг·м². Это составляет только 83% той величины, которая получилась бы при однородной плотности, что еще раз доказывает, что к центру планеты плотность возрастает. Однако это нельзя считать только подтверждением вывода, который мы сделали, определив массу Земли, поскольку момент инерции зависит от радиального изменения плотности, а общая масса — нет. Приведем математические выражения для массы Земли M_E и для момента инерции C :

$$M_E = \int_0^{R_E} \rho(r) 4\pi r^2 dr, \quad (3.6)$$

$$C = \int_0^{R_E} \frac{1}{3} r^2 \rho(r) 4\pi r^2 dr. \quad (3.7)$$

Таким образом, хотя ни одну из этих величин нельзя использовать для того, чтобы выяснить в деталях, как меняется плотность в радиальном направлении, каждое из выражений (3.6) и (3.7) может применяться для проверки и отбраковки многих гипотез о распределении плотности по глубине, причем вместе они действуют гораздо эффективнее, чем по отдельности. Поэтому они представляют собой полезное ограничение для таких гипотез.

3.4. Модель с учетом сжатия под действием веса вышележащих слоев: уравнение Адамса-Вильямсона. Уравнение для скоростей продольных (P) и поперечных (S) волн, а именно

$$V_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (3.8)$$

нельзя решить для K , μ и ρ , так как здесь мы имеем три неизвестных и только два уравнения. Необходимо третье независимое соотношение между этими переменными, но, к сожалению, никакого строгого соотношения между ними не существует. При предпринимавшихся раньше попытках вывести уравнение распределения плотности исследователи стремились обойти это препятствие, либо вводя предполагаемое такое соотношение, либо желая найти его эмпирически. Один из подходов к решению данной проблемы был

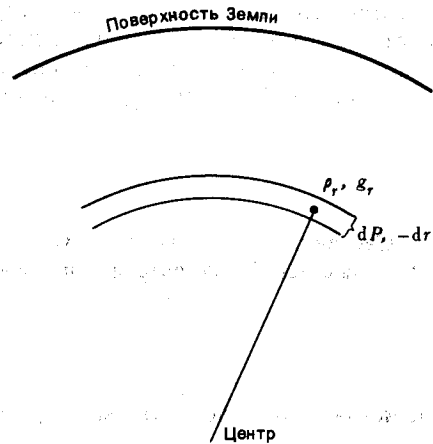


Рис. 3.8. Давление и плотность внутри Земли. Увеличение глубины на dr повышает давление на dP благодаря приращению веса вышележащего материала. Подробности см. в тексте.

предложен в 1923 г. Адамсом и Вильямсоном, и хотя он имеет ограниченное применение, подход этот весьма поучителен, так как позволяет понять существо явления.

Адамс и Вильямсон ввели допущение, что плотность возрастает с глубиной только вследствие сжатия, обусловленного весом залегающего выше материала, а не в связи, например, с изменением состава.

Величина, определяющая изменение плотности под действием давления, — это модуль объемного (всестороннего) сжатия K (см. разд. 2.1), представляющий собой отношение сжимающего напряжения и возникающей деформации:

$$K = \frac{\text{сжимающее напряжение}}{\text{объемная деформация}} = \frac{\text{повышение давления}}{\text{пропорциональное уменьшение объема}} = \frac{dP}{dv/v}. \quad (3.9)$$

Поскольку объем и плотность связаны обратной зависимостью, мы можем написать

$$\frac{dv}{v} = -\frac{d\rho}{\rho}. \quad (3.10)$$

(т. е. уменьшение объема, занимаемого веществом данной массы, на 1% повышает плотность тоже на 1%). Следовательно, модуль всестороннего сжатия K равен

$$K = -\rho \frac{dP}{d\rho}. \quad (3.11)$$

Дополнительное давление при погружении через сферическую оболочку толщины dr (рис. 3.8), возникающее в связи с приращением веса вышележащего материала, составляет

$$dP = -\rho_r g_r dr \quad (3.12)$$

(знак минус показывает, что P возрастает с уменьшением r). Конечно, ρ_r и g_r не абсолютно однородны по всей толщине оболочки, но они изменяются медленнее, чем P . Если по-

ложить, что толщина оболочки стремится к бесконечно малой величине, то можно считать, что ошибка, связанная с непостоянством ρ , и g_r , пренебрежимо мала. Увеличение плотности, вызванное повышением давления, находят, подставляя выражение (3.12) в уравнение (3.11). Преобразуя новое уравнение, получаем

$$\left(\frac{K}{\rho}\right)_r = g_r \rho_r \frac{dr}{d\rho}. \quad (3.13)$$

Сведения о сейсмических скоростях, имеющиеся в уравнениях (3.8), пока еще не использовались. Комбинируя эти уравнения, получаем

$$V_p^2 - \frac{4}{3} V_s^2 = K/\rho \quad (3.14)$$

(μ исключено). Следовательно, уравнение (3.13) можно написать иначе:

$$\left(V_p^2 - \frac{4}{3} V_s^2\right)_r = g_r \rho_r \frac{dr}{d\rho}. \quad (3.15)$$

Индекс r указывает, что значения V_p , V_s и т. д. берутся для радиуса r . Следует учитывать, что модули упругости, как и плотность, с глубиной возрастают. Это обязательно так, потому что одно только увеличение плотности привело бы к понижению значений V_p и V_s с глубиной (см. уравнения (3.8)), а мы знаем, что они повышаются. Тот факт, что модули упругости, которые обычно считаются константами, меняются с глубиной, может показаться противоречивым. На самом деле они только приблизительно постоянны, но их изменение не сказывается в том обычном диапазоне напряжений, который используется в лаборатории или учитывается при проектировании в строительстве.

Уравнение (3.15) содержит еще g_r , значение которого неизвестно и которое поэтому должно быть исключено. Это можно сделать, потому что g_r зависит от радиального изменения плотности. Мы уже видели, что вне какой-либо оболочки гравитационное притяжение такое же, как если бы вся масса оболочки была сосредоточена в ее центре. Из уравнения (3.1) можно также вывести, что нигде внутри оболочки никакого притяжения нет. Таким образом, ускорение силы тяжести при радиусе r такое же, какое было бы, если бы вся масса внутри оболочки с радиусом r была сосредоточена в центре, а внешние массы не принимались во внимание, т. е.

$$g_r = \frac{G}{r^2} \times (\text{сумма масс всех оболочек внутри сферы радиусом } r),$$

или

$$g_r = \frac{G}{r^2} \int_{r_1=0}^{r_1=r} 4\pi \rho_1 r_1^2 dr_1, \quad (3.16)$$

где $4\pi r_1^2 dr_1$ — объем каждой оболочки, отстоящей от ядра Земли на расстояние r_1 , а ρ_1 — плотность на том же расстоянии.

Наконец, подставив уравнение (3.16) в уравнение (3.15) и проведя перестановку сомно-

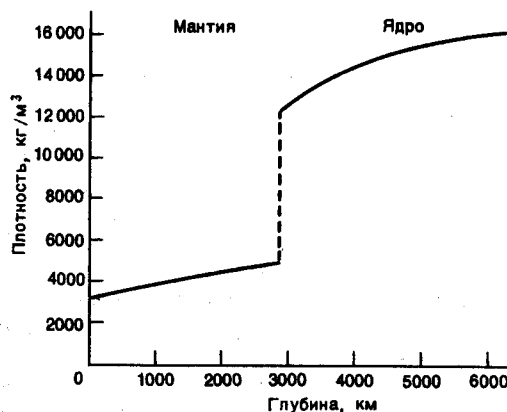


Рис. 3.9. Плотностной разрез Земли, соответствующий модели сжатия под действием веса вышележащих слоев. Получен при допущении, что уравнение Адамса–Вильямсона подходит как для мантии, так и для ядра, но не для границы между ними. ([31], с изменениями.)

жителей, получаем

$$\frac{d\rho}{dr} = \frac{G}{r^2} \frac{\rho_r}{\left(V_p^2 - \frac{4}{3} V_s^2 \right)} \int_{r_1=0}^{r_1=r} 4\pi\rho_1 r_1^2 dr_1. \quad (3.17)$$

Это не слишком изящное выражение называется *уравнением Адамса–Вильямсона*. Как оно может помочь нам? Во-первых мы видим, что, поскольку V_p и V_s известны для всех значений r (гл. 2), остается неизвестным только то, как меняется ρ в зависимости от r . Во-вторых, для поверхности Земли мы знаем ρ , r и значение интеграла, в точности равное массе Земли. Следовательно, мы можем оценить правую часть уравнения для поверхности Земли. Поскольку левая часть дает скорость, с которой плотность возрастает с глубиной, мы можем подсчитать плотность на малой глубине под поверхностью, т.е. у подошвы тонкой поверхностной оболочки. Правую часть уравнения можно теперь оценить заново уже для несколько меньшего значения r , так как интеграл будет равен массе Земли за вычетом массы оболочки, плотность которой нам известна. И так далее для последовательно увеличивающихся значений глубины.

На практике интегрировать начинают от кровли мантии, так как известно, что кора–слой изменчивой толщины и плотности (делая какие-либо выводы о внутренних областях Земли, учитывают массу коры в целом). Плотность у кровли мантии берется равной приблизительно 3200 кг/м^3 . Это значение выбрано на основании данных об образцах горных пород мантийного происхождения. Для больших глубин плотность определяется расчетным путем вплоть до основания мантии: считать дальше тем же способом абсурдно, поскольку совершенно ясно, что там происходит крупное изменение, которое нельзя объяснить простым сжатием. Как же можно определить плотность ядра? Плотность у поверхности ядра берут наугад, а затем, используя уравнение Адамса–Вильямсона, выводят значения плотности вплоть до центра Земли. Получаемое распределение плотности должно быть таким, чтобы полная масса, интегрированная по коре, мантии и ядру, равнялась известному значению массы Земли. Плотность у границы ядра подгоняется до нужного совпадения. Результат такого расчета показан на рис. 3.9.

Чтобы проверить правильность полученного распределения плотности, его использовали для вычисления момента инерции Земли и сравнили результат с известным значе-

нием; выяснилось, что они сильно различаются. Кроме того, можно показать, что это расхождение связано не с ядром. Давайте разберемся почему. Распределение плотности в мантии (и в коре) использовали для подсчета массы и момента инерции мантии, а значит, и ядра путем вычитания из известных значений для целой Земли. Оказалось, что вычисленное отношение момента инерции ядра к его массе в 1,4 раза больше, чем для однородного шара, из чего следует, что масса ядра должна быть сосредоточена у его поверхности. Поскольку в высшей степени неправдоподобно, чтобы плотность ядра заметно убывала книзу, единственно возможный вывод состоит в том, что в мантии должна быть заключена большая масса, чем предсказывает модель сжатия под действием только собственного веса.

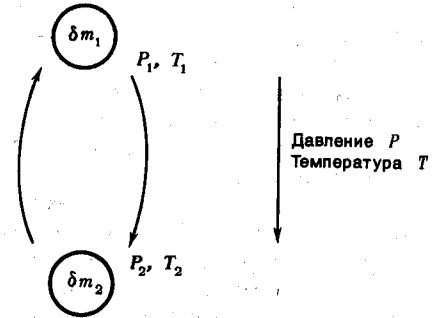
3.5. Возможные недостатки модели, учитывающей только сжимаемость пород. Поскольку что-то в модели оказалось неверным, необходимо тщательно исследовать те допущения, на которых она построена.

Одно из таких допущений состоит в том, что давление на данной глубине равно весу вышележащего материала. Конечно, где-нибудь в пещере это не так, поскольку породы в силу своей прочности удерживают давящий сверху груз, но на глубине всего лишь в несколько километров вес становится чересчур большим, и существование больших полостей уже невозможно. На самом деле прочность Земли в глобальном масштабе по отношению к длительно действующим силам незначительна, и предположение, что земной материал ведет себя как жидкость, неявно выраженное в уравнении (3.11), в этом временном масштабе близко к истине (см. разд. 8.3). Поправки на отклонения от сферической симметрии, связанные с неоднородностью плотности пород и с экваториальным вздутием, также малы по величине.

Более важный фактор — температура. Она не присутствует явно в уравнении Адамса — Вильямсона, но если температура растет с глубиной, это должно приводить к расширению вещества, т. е. противодействовать давлению. Можно поэтому подумать, что уравнение Адамса — Вильямсона предполагает постоянную температуру, но это не так, поскольку используется модуль всестороннего сжатия. Имеются два главных определения этого модуля в зависимости от того, что происходит с теплом, выделяющимся при сжатии вещества. В случае изотермального модуля тепло удаляется, так что температура остается постоянной; в случае адиабатического модуля тепло остается в веществе и стремится расширить его; при этом, чтобы получить данную величину сжатия, требуется большее давление, т. е. в этом случае модуль всестороннего сжатия выше. Модуль сжатия, используемый в уравнении Адамса — Вильямсона, выводится с помощью уравнения (3.14) из уравнения для V_p (уравнение (3.8)). Когда продольная волна проходит через вещество, сжатие длится столь короткое время, что выделяющееся тепло не успевает перейти в окружающий материал до того, как последующее разрежение приведет к охлаждению. Следовательно, используемый модуль — адиабатический, и, значит, уравнение Адамса — Вильямсона предполагает, что внутри Земли существует *адиабатический температурный градиент*, или, для краткости *адиабата*.

Адиабата — столь важное понятие, что его значение необходимо объяснить несколько подробнее. Рассмотрим сжимаемую жидкость, в которой и температура, и давление возрастают с глубиной. Если бы две равные малые массы δm_1 и δm_2 , показанные на рис. 3.10, могли бы каким-то волшебным способом поменяться местами *без изменения температуры и давления*, то δm_2 оказалась бы в условиях более высокой температуры и большего давления, чем ее новое окружение (для δm_1 условия будут соответственно обратными). Если же допустить, что давление моментально выравнивается, то δm_2 дол-

Рис. 3.10. Адиабатический температурный градиент. Две равные массы δm_1 и δm_2 , первоначально находящиеся в показанном положении, в процессе мысленного эксперимента мгновенно меняются местами. Подробности см. в тексте.



жна расширяться и в процессе расширения охлаждаться. Если после выравнивания давления температура окажется равной температуре окружающей среды, то температурный градиент будет адиабатическим. Если δm_2 окажется горячее, чем ее новое окружение, градиент будет сверхадиабатическим, если холоднее – субадиабатическим. В случае сверхадиабаты излишняя температура после выравнивания давления приведет к тому, что вещество будет продолжать расширяться и его плотность станет ниже, чем у окружающей среды, в результате чего данная масса будет всплывать. При больших размерах тел сверхадиабатический градиент приводит к возникновению конвекции, поскольку если даже малое возмущение в жидкости толкает какую-то часть вещества кверху, появляющаяся в этом случае плавучесть стремится поднять жидкость еще выше (см. также разд. 8.6.1).

В силу того что модель сжатия под действием веса вышележащих слоев предполагает адиабатический температурный градиент, получается, что если бы температурный градиент в Земле был сверхадиабатическим, то плотность возрастала бы медленнее, чем предсказывается уравнением Адамса–Вильямсона, так как излишняя температура заставляла бы вещество расширяться, и наоборот, принятие величины массы мантии, превышающей предсказываемую уравнением Адамса–Вильямсона, заставляло бы предположить существование субадиабатического температурного градиента. Поскольку на деле этот градиент почти определенно сверхадиабатический (см. разд. 8.6.2), необходимо заключить, что неадиабатические температурные градиенты не могут считаться главной причиной того, что модель простого сжатия оказалась несостоятельной.

В любом случае можно подсчитать, что любое правдоподобное отклонение от адиабатических условий только в малой степени отразится на плотностном разрезе. Исключением может быть основание мантии, где сейсмические скорости возрастают медленнее, чем в более верхних областях. Возможно, это обусловлено большим температурным градиентом, связанным с поступлением тепла из ядра (разд. 8.6.2), или же это результат изменения состава, приводящего к увеличению плотности. Литосфера – самая верхняя жесткая часть Земли (разд. 8.2) – характеризуется большим сверхадиабатическим температурным градиентом, но его влияние на плотность менее значительно, чем влияние изменений состава (гл. 7–9).

Таким образом, остаются только два других фактора – изменения состава и изменения состояния вещества. Поскольку материалы разного состава могут при одном и том же давлении иметь различные плотности, очевидно, что уравнение Адамса–Вильямсона не может учесть ни резкого, ни постепенного изменения вещества внутри Земли. К изменениям состояния относится переход от жидкого состояния к твердому, что, как полагают,

имеет место на границе ядра и мантии, но, кроме того, сюда же относятся и *фазовые изменения*, при которых твердое вещество меняет свою кристаллическую структуру посредством перестановки атомов. Примером может служить преобразование при высоких давлениях графита, имеющего плотность 2000 кг/м^3 , в алмаз с плотностью 3500 кг/м^3 . Возрастание давления с глубиной внутри Земли благоприятствует появлению более компактных образований и, следовательно, более высоких плотностей. Поскольку кристаллы существуют только при правильном расположении атомов, переход от одних образований к другим должен быть резким, по крайней мере в локальном масштабе, а это выходит за пределы применимости уравнения Адамса–Вильямсона, так как использование модуля всестороннего сжатия предполагает, что непрерывное возрастание давления ведет к непрерывному же уменьшению объема. Следовательно, модель простого сжатия под действием вышележащих слоев эквивалентна, по сути дела, предположению о химической и фазовой однородности Земли.

Вопрос о том, связаны ли отклонения от модели самоуплотнения с изменениями состава или с фазовыми изменениями, будет рассматриваться в последующих главах. Что касается того, где происходят эти отклонения, то, вероятно, они соответствуют сейсмическим разделам, т. е. ступеням, показанным на рис. 2.7, так как, согласно модели сжатия под действием веса вышележащих слоев, плотность и модуль упругости должны изменяться с глубиной непрерывно. Это не исключает, что постепенные изменения состава могут также происходить на любой глубине.

Хотя уравнение Адамса–Вильямсона неприменимо для строгого описания плотностного разреза Земли, имеются области, где оно подходит довольно хорошо. Наилучшее приближение можно получить для внешнего ядра. Жидкое и находящееся, вероятно, в конвективном движении, оно должно быть хорошо перемешано и иметь температурный градиент, близкий к адиабатическому (см. гл. 6). Это уравнение приближенно верно, по всей видимости, и для большей части нижней мантии—от 1050 до 2700 км. Там, где уравнение Адамса–Вильямсона не подходит, предсказываемое им значение градиента плотности (по глубине) следует считать минимальным, так как и изменения состава, и фазовые изменения должны вести к более быстрому увеличению плотности с глубиной. Единственно возможные исключения—области с очень высоким температурным градиентом, которые находятся, по всей вероятности, у кровли или в основании мантии (разд. 8.6.2) и в которых можно ожидать низкие градиенты плотности.

3.6. Некоторые более сложные модели и метод Монте-Карло для решения обратных задач. После того как было понято, что модель простого сжатия под действием вышележащих слоев имеет только ограниченную применимость, были предприняты другие попытки найти третью зависимость, связывающую плотность и модули упругости (или, иначе, сейсмические скорости). Опираясь на экспериментальные данные, Берч [14] предложил следующее соотношение:

$$V_p = a\bar{m} + b\rho, \quad (3.18)$$

где a и b —эмпирически установленные постоянные, а \bar{m} —*средний атомный вес* минерала, т. е. сумма атомных весов всех атомов минерала, деленная на число атомов. Физические основания этого соотношения понятны не полностью, и имеются сомнения по поводу того, сохраняется ли данная закономерность при высоких давлениях, характерных для глубокой мантии. Более подробно об этом сказано в приложении 3 и в разд. 7.5.

При другом подходе на основании имеющихся ограниченных данных допускается, что

модуль всестороннего сжатия изменяется с глубиной по некоторому простому закону. Это приводит к семейству моделей, разработанных Булленом [33], которые год от года совершенствовались в соответствии со все более и более точными данными и теперь широко используются. Еще один подход – расчет плотностей на основании предложенных петрологических моделей Земли (это путь, противоположный принятому в данной книге). Зачастую получавшиеся при этом подходе модели выглядели мешаниной из всевозможных допущений; такова, например, модель Вана¹ [236]. Для верхней мантии Ван рассчитывал плотность по одной из петрологических моделей, для более низких горизонтов он использовал закон Берча (уравнение (3.18)), приняв иное эмпирическое соотношение между плотностью и скоростью P -волн для нижней мантии, а для ядра применил уравнение Адамса – Вильямсона.

Хотя такие подходы имеют свои преимущества, позволяя использовать наилучшие данные, имеющиеся для каждой области, они не исключают субъективных оценок.

Положение изменилось с появлением данных о свободных колебаниях: период этих колебаний связан с распределением плотности и модулей упругости внутри Земли и тем самым дает независимое соотношение между этими величинами. В принципе знания одних только периодов собственных колебаний Земли было бы достаточно для построения плотностного разреза. На практике этого сделать не удастся: накладываются ограничения, связанные с конечным числом наблюдаемых периодов. Значения ρ , K и μ меняются внутри Земли непрерывно, и поэтому их надо определять на бесконечном числе глубин, однако число точно измеренных периодов собственных колебаний составляет только около 100. Из этого следует, что наши знания об этих периодах позволяют лишь указать ограничения для возможных распределений плотности и модулей упругости по глубине, но не дают возможности найти единственное истинное решение. Кроме того, поскольку скорости волн Рэлея лишь слабо зависят от модуля всестороннего сжатия, а скорости волн Лява не зависят вовсе, данные о периодах сферидальных и крутильных собственных колебаний очень мало ограничивают варианты глубинного распределения этого модуля или значений V_p .

Учитывая недостаточность данных о свободных колебаниях, их обычно комбинируют с данными по объемным волнам и сведениями о массе и моменте инерции Земли. Один из путей построения правдоподобного плотностного разреза без использования каких бы то ни было моделей – это привлечение для решения обратных задач метода Монте-Карло в его наиболее совершенном виде, разработанном Прессом [175–177].

В методе Монте-Карло разрезы выбираются случайным образом, а затем выбранные варианты подвергаются испытаниям: их сравнивают с известными ограничениями. При этом подходе субъективные, предвзятые суждения исключаются. С помощью ЭВМ Пресс выбрал таким способом значение плотности для каждой из 19 глубин, а затем соединил соседние точки и получил плотностной разрез (рис. 3.11). Чтобы уменьшить объем необходимых расчетов, для каждой глубины устанавливались пределы возможного диапазона плотности. Кроме того, чтобы на некоторых глубинах можно было получить более быстрое изменение плотности, 19 глубин были выбраны через неравные интервалы (рис. 3.11). То же самое было сделано для V_p и V_s (из уравнения (3.8) следует, что ρ , V_p и V_s эквивалентны ρ , K и μ). Затем Земля была разделена на 81 концентрическую оболочку,

¹ Ван Чжиюэнь (Chi-yuen Wang) – профессор Калифорнийского университета (Беркли, США). – Прим. перев.

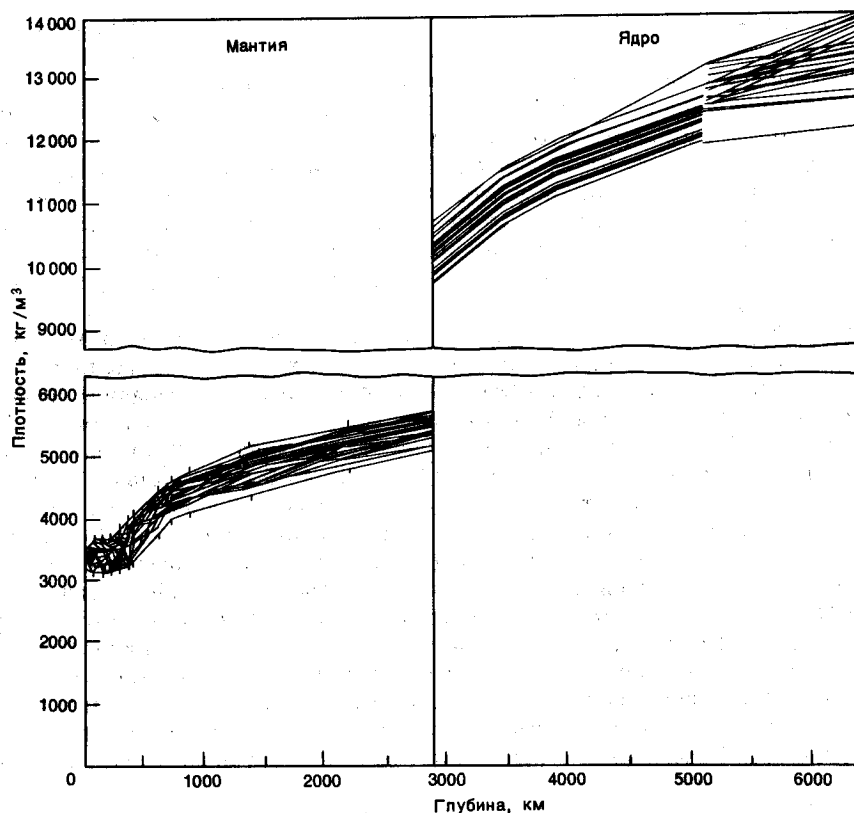


Рис. 3.11. Двадцать пять плотностных разрезов, полученных с помощью случайного процесса. Эта очень небольшая выборка моделей, испытанных в ходе применения инверсионного метода Монте-Карло, довольно равномерно заполняет пространство между ограничивающими ли-

ниями, причем согласие с этими рамками получилось случайно. Вертикальными черточками на ограничивающих линиях отмечены глубины, на которых случайным образом были выбраны значения V_p , V_s и ρ . ([176], с разрешения издательства Elsevier.)

и для каждого такого слоя по случайно выбранному разрезу были найдены значения ρ , V_p и V_s . Следующим шагом было использование этой многослойной модели для вычисления общей массы и момента инерции Земли, большинства из надежно установленных периодов собственных колебаний и времен пробега объемных волн для некоторого числа выбранных эпицентральных расстояний (вычисление полного годографа потребовало бы чересчур расточительного расхода машинного времени). Каждый из вычисленных параметров сравнивался с наблюдаемыми значениями; если расхождение превышало ошибку наблюдений (обычно меньше 1%), соответствующие разрезы отбрасывались и выбирались, опять же случайным образом, новые.

Пресс испытал десятки миллионов моделей: только 27 из них прошли испытание. Эти модели (только для плотности) показаны на рис. 3.12.

Насколько можно доверять этим моделям? Прежде всего надо отметить, что те де-

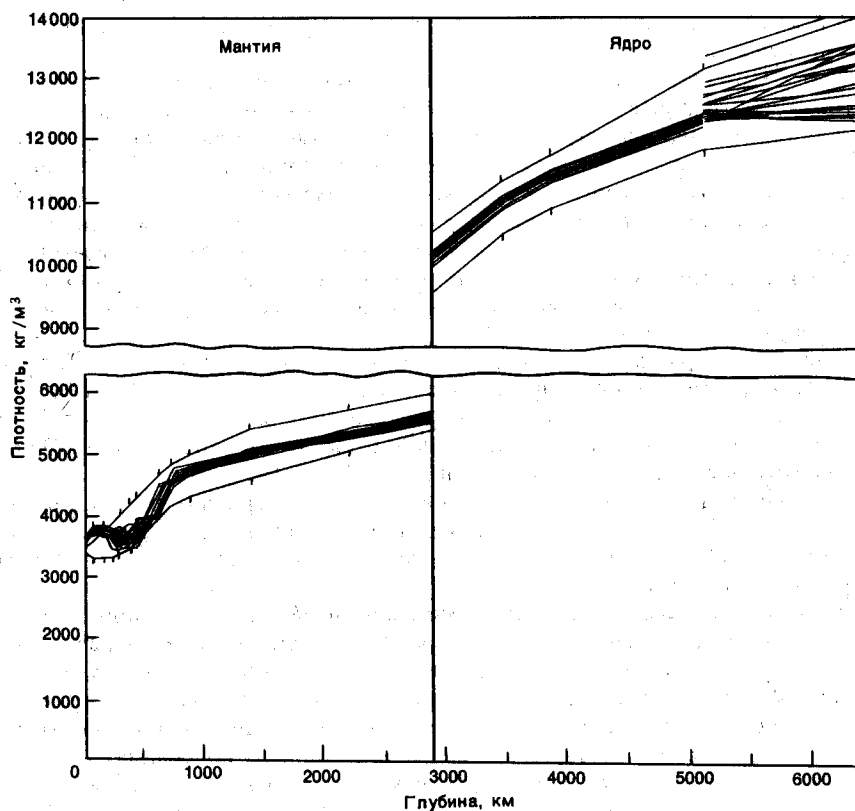


Рис. 3.12. Двадцать семь удачных плотностных разрезов, полученных с помощью метода Монте-Карло. Для большинства глубин решения группируются довольно тесно, что позволяет предположить, что другие возможные решения также не будут сильно различаться. Заметьте, однако, что на некоторых глубинах получен-

ные кривые касаются той или иной ограничивающей линии, что показывает, что выбранные пределы слишком узки. Заметьте также плохую сходимость решений, полученных для плотности внутреннего ядра. ([176], с разрешения издательства Elsevier.)

сятки миллионов моделей, которые были испытаны, — это все-таки лишь малая доля из того множества моделей, которые можно было бы испытать. Пресс не указал, на сколько интервалов он разделил разрешенный диапазон на каждой глубине, но, очевидно, больше чем на 10 (рис. 3.11). Для 19 различных глубин это дает более 10^{19} независимых моделей одной только плотности. Таким образом, 27 моделей образуют всего лишь малую выборку возможных вариантов, поэтому их ценность зависит от того, в какой степени они представительны по отношению к полному набору. Об этом можно судить только по их расхождению, и рис. 3.12 показывает, что на большинстве глубин расхождение значительно меньше, чем позволяет взятый диапазон. Следовательно, представляется вероятным, что другие подходящие модели не будут сильно отличаться от полученных

раньше, за исключением зоны низких скоростей, где признанные удачными модели различаются значительно.

Полученные Прессом результаты встречают и более серьезные возражения. На некоторых глубинах признанные удачными решения теснятся около ограничивающих линий, хотя Пресс и утверждал, что пределы были выбраны так, чтобы включить все предыдущие модели. По-видимому, на этих глубинах удовлетворительные модели могут выходить за выбранные рамки. Кроме того, если *действительный* плотностной разрез на некотором интервале идет, скажем, выше рамки, то, «заставляя» модель втискиваться в установленные пределы, мы, чтобы добиться нужного совпадения со значением общей массы Земли и с другими исследуемыми параметрами, «перемещаем» некоторую массу на другие глубины. Таким образом, слишком узкие рамки на одной глубине приводят к ложным решениям и для других глубин.

Имеются также возражения, касающиеся числа глубин, для которых выбираются значения, а также возражения против применявшихся методов вычислений, видов испытаний и величин допускаемых отклонений. Критика такого рода высказана в работе Уоррингтона и др. [253], которые приходят тем не менее к выводу, что этот метод в принципе может дать объективные, непредвзятые результаты.

Однако этому методу действительно присуще одно ограничение: чтобы сократить время, необходимое для вычислений, до приемлемой величины, приходится пользоваться приближениями, такими, например, как определение плотности только на 19 глубинах, чего не требуется при других подходах.

3.7. Плотность как функция глубины: состояние проблемы. При попытках улучшить плотностной разрез Земли специалисты исправляют существующие в настоящее время варианты в свете уточненных данных, т.е. ликвидируют известные расхождения. Один за другим появляются все более детальные разрезы, уточненные благодаря использованию более совершенной измерительной техники и улучшенных способов анализа записанных сигналов. Постоянно совершенствуются данные о свободных колебаниях как в числе выделяемых типов колебаний, так и в точности установления их периодов.

На рис. 3.13 показана выборка из нескольких плотностных разрезов, построенных сравнительно недавно. Главное, что надо отметить, — это то, что они мало отличаются один от другого, поэтому мы в какой-то степени можем доверять нашим представлениям о плотности на любой глубине. Это не значит, что остающиеся неопределенности нам уже неинтересны, так как необходимы уточнения для верхних 1000 км мантии, для основания мантии, а также для внутреннего ядра. В первом случае мы можем надеяться на то, что получим дополнительные сведения из других источников, особенно геохимических, но наши знания о составе нижних слоев мантии и внутреннего ядра основываются главным образом на данных об их плотности.

В последующих главах мы опираемся на плотностной разрез Харта и др. [99], предложенный в 1977 г.; он допускает неупругое поведение мантии и удовлетворяет ограничениям, положенным известными значениями общей массы Земли, момента инерции, данными о свободных колебаниях и об объемных волнах. Этот разрез показан на рис. 3.14 вместе с кривыми ускорения силы тяжести и давления, которые можно получить с помощью уравнений (3.12) и (3.16).

Краткое содержание. 1. Сейсмические скорости V_p и V_s , установленные с достаточной точностью для большинства глубин, зависят от плотности и двух модулей упругости, но найти эти три параметра нельзя без привлечения какого-то третьего соотношения между ними. Строгой закономерной связи между этими параметрами не существует, поэтому

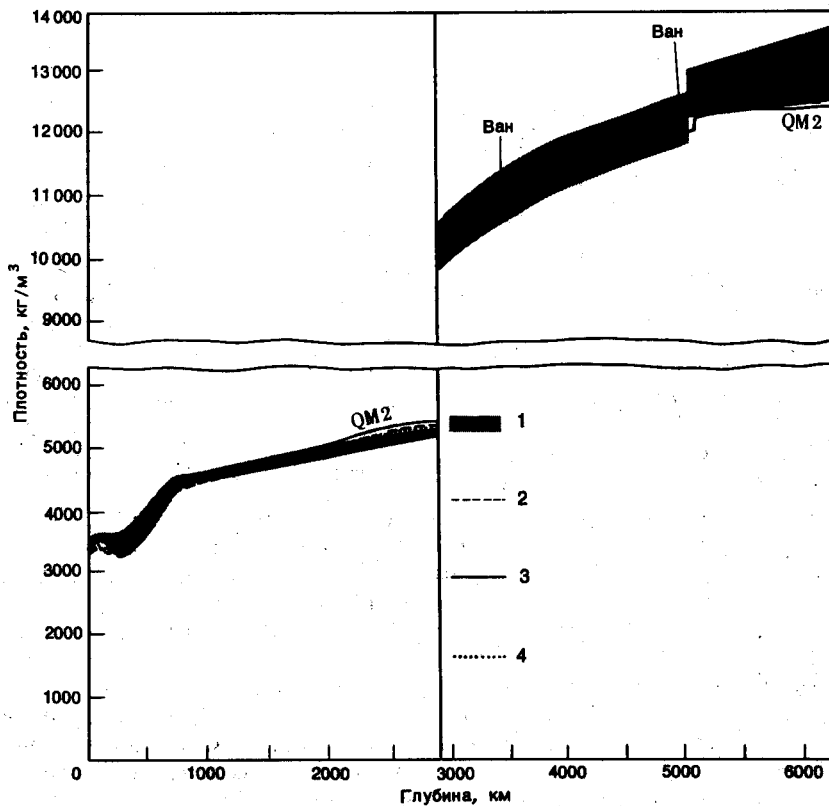


Рис. 3.13. Выборка недавно предложенных плотностных разрезов для внутренних областей Земли. Допущения, принятые в работах Пресса [176] и Вана [236], указаны в тексте. Модель Буллена и Хэддона [34] основана на уравнении Адамса-Вильямсона, модифицированном с учетом данных о свободных колебаниях. Модель

Харта и др. [99] учитывает неупругое поведение мантии Земли. (Взято из упомянутых источников.) 1 – приблизительный диапазон удачных решений, принятый Прессом (1970); 2 – модель HB2 Буллена и Хэддона (1970); 3 – модель QM2 Харта и др. (1977); 4 – модель Вана (1972).

при попытках определить плотность и другие параметры используют различные допущения, эмпирические соотношения или же их комбинации.

2. Применение модели простого сжатия под действием веса вышележащих слоев показывает, что мантия не может быть однородной средой, в которой плотность возрастала бы только под давлением вышележащих слоев и существовал бы адиабатический температурный градиент.

Вероятные области отклонения от этой модели располагаются в мантии на глубинах между 100 и 1000 км, в основании мантии, включая раздел между мантией и корой, и в переходной зоне от внешнего ядра к внутреннему (рис. 3.13).

Неприменимость модели простого сжатия для большей части этих глубин связана либо с изменениями состава вещества, либо с изменениями состояния, в том числе с фазовыми изменениями; в обоих случаях градиент плотности оказывается выше, чем в ре-

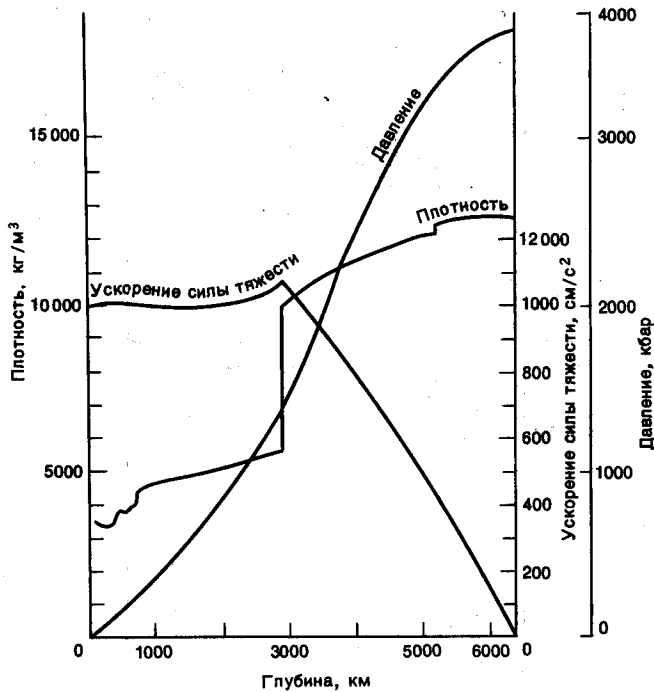


Рис. 3.14. Плотность, давление и сила тяжести внутри Земли. Показаны полученные недавно оценки, принятые в этой книге. Давление и ускорение силы тяжести соответствуют модели С2 Андерсона и Харта [8], предложенной в 1976 г., плотность соответствует модели QM2 Харта и др. [99], которая тесно связана с моделью С2 и отличается от нее только тем, что учитывает неупругое, или пластичное, поведение мантии. 1 кбар \approx \approx 1000 атм (1000 кбар = 100 ГПа.— Перев.).

зультате одного только давления вышележащих слоев. В литосфере и, вероятно, в основании мантии большой сверхадиабатический градиент может вызвать противоположный эффект, хотя в низах мантии малое возрастание сейсмических скоростей можно объяснить и иначе — изменением состава вещества.

3. В более изощренных моделях используются различные подходы, призванные учесть самые надежные имеющиеся данные. Иногда эти модели составлены из допущений, различных для разных глубин. Такие модели не исключают субъективных, пристрастных оценок; альтернативный подход — применение метода Монте-Карло для решения обратных задач. Однако хотя этот метод в принципе можно считать беспристрастным, его практическая ценность ограничена необходимостью большого объема вычислений.

4. Несмотря на все оговорки, плотность известна в настоящее время для большинства глубин с такой точностью, которая накладывает жесткие ограничения на предположения о составе вещества. Глубины, где наши знания требуют наибольшего уточнения, — это верхние 1000 км мантии и зона перехода от внутреннего ядра к внешнему.

Книги, рекомендуемые для более детального изучения

Словарь геофизики [192, разд. «Земля — распределение плотности», «Модели Земли, основанные на данных сейсмологии»].

Об отклонениях от модели простого сжатия под действием веса вышележащих слоев [33, разд. 3.4].

Журнальные статьи, рекомендуемые для более детального изучения

Использование метода Монте-Карло [175]; дополнительные подробности и решения [177].

Модели распределения плотности, давления и ускорения силы тяжести во внутренних областях Земли [99].