

**Элементы
геофизической
гидродинамики**

**Геофизическая гидродинамика –
динамика бароклинной жидкости
(газа) на неравномерно прогретой,
вращающейся сфере (геоиде)**

Классическая гидродинамика

**бароклинная
жидкость**

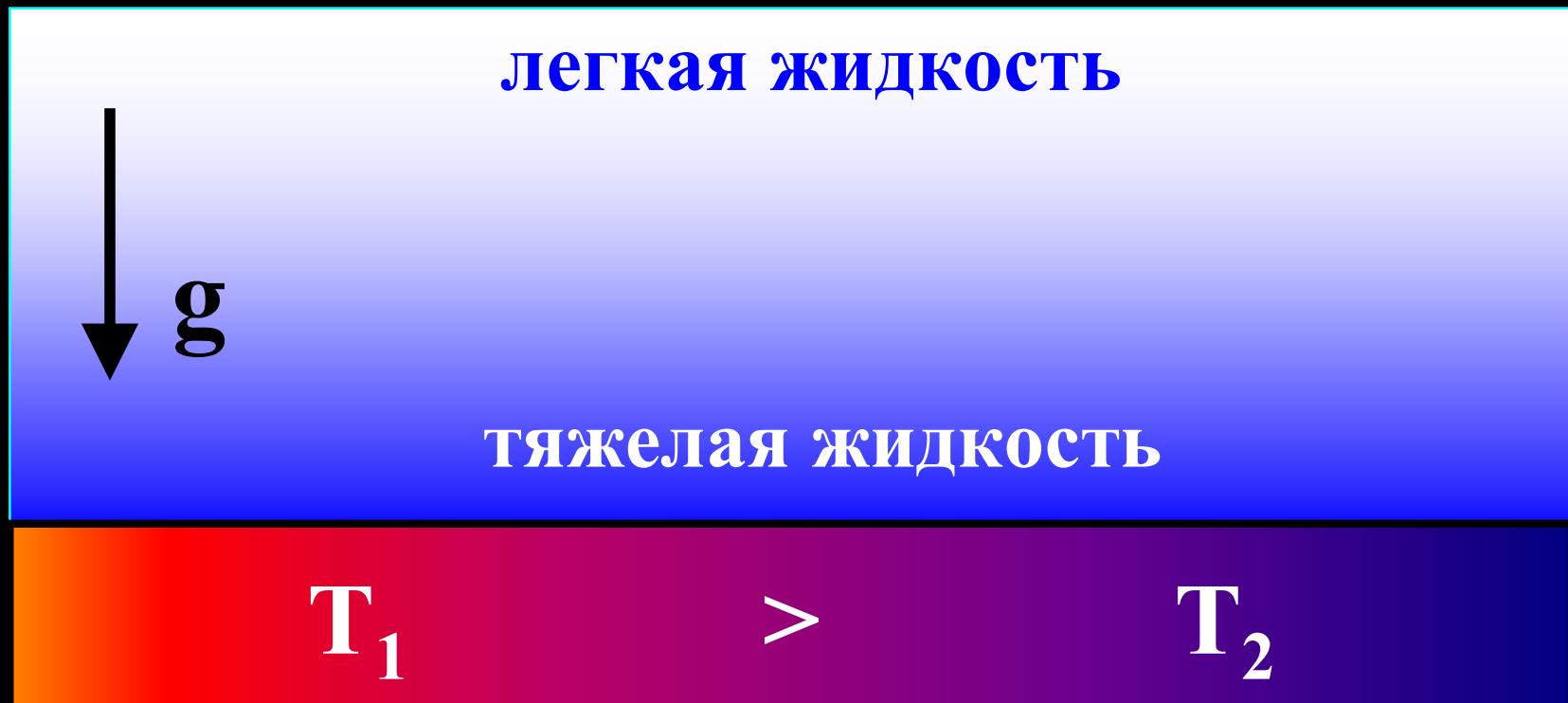
$$\rho = \rho(p, T, \dots)$$

**баротропная
жидкость**

$$\rho = \rho(p)$$

баротропная
жидкость

$$\rho = \rho(p)$$



В баротропной жидкости (газе) температурные градиенты не приводят к возникновению течений!

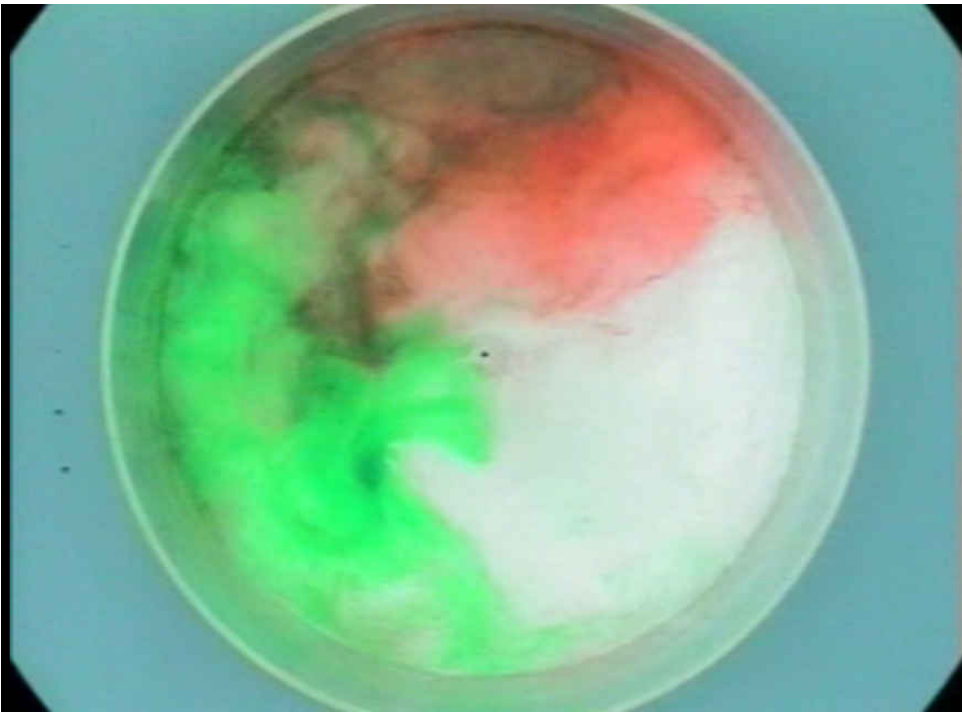
реальные атмосфера и океан

**бароклинная
жидкость**

$$\rho = \rho(p, T, \dots)$$

В бароклинной жидкости (газе) температурные градиенты приводят к возникновению течений!

Влияние вращения Земли





Gaspard-Gustave de Coriolis
French, Mathematics, Physics
1792-1843

$$\mathbf{F}_{\text{Kop}} = 2m[\vec{v} \times \vec{\omega}]$$

Геофизическая гидродинамика – динамика бароклинной жидкости (газа) на неравномерно прогретой, вращающейся сфере (геоиде)

Большинство крупномасштабных течений атмосферы и гидросферы происходят в условиях баланса сил:

по вертикали:

гидростатический баланс

сила градиента давления = сила тяжести

по горизонтали:

геострофический баланс

сила градиента давления = сила Кориолиса

Уравнение состояния

$$\rho = \rho(p, T, \dots)$$

парциальное давление
водяного пара

воздух

$$\rho = \rho(p, T, e)$$

соленость

вода

$$\rho = \rho(p, T, s)$$

Уравнение состояния воздуха

$$p = \rho \frac{R}{\mu} T \equiv \rho R_a T$$

$$R_a \equiv \frac{R}{\mu} = \frac{8.31 \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{МОЛЬ}} \right]}{0.029 \left[\frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}} \right]} \approx 287 \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{КГ}} \right]$$

$$p = \rho R_a T \Rightarrow \rho = \frac{p}{R_a T}$$

**Уравнение состояния
СУХОГО воздуха**

при Н.У.

$$p = 101325 \text{ Па}$$

$$T = 273.16 \text{ К}$$

$$\left. \begin{array}{l} p = 101325 \text{ Па} \\ T = 273.16 \text{ К} \end{array} \right\} \Rightarrow \rho \approx 1.29 \text{ кг / м}^3$$

$$p_a = \rho_a R_a T$$

Парциальное
давление
водяного пара

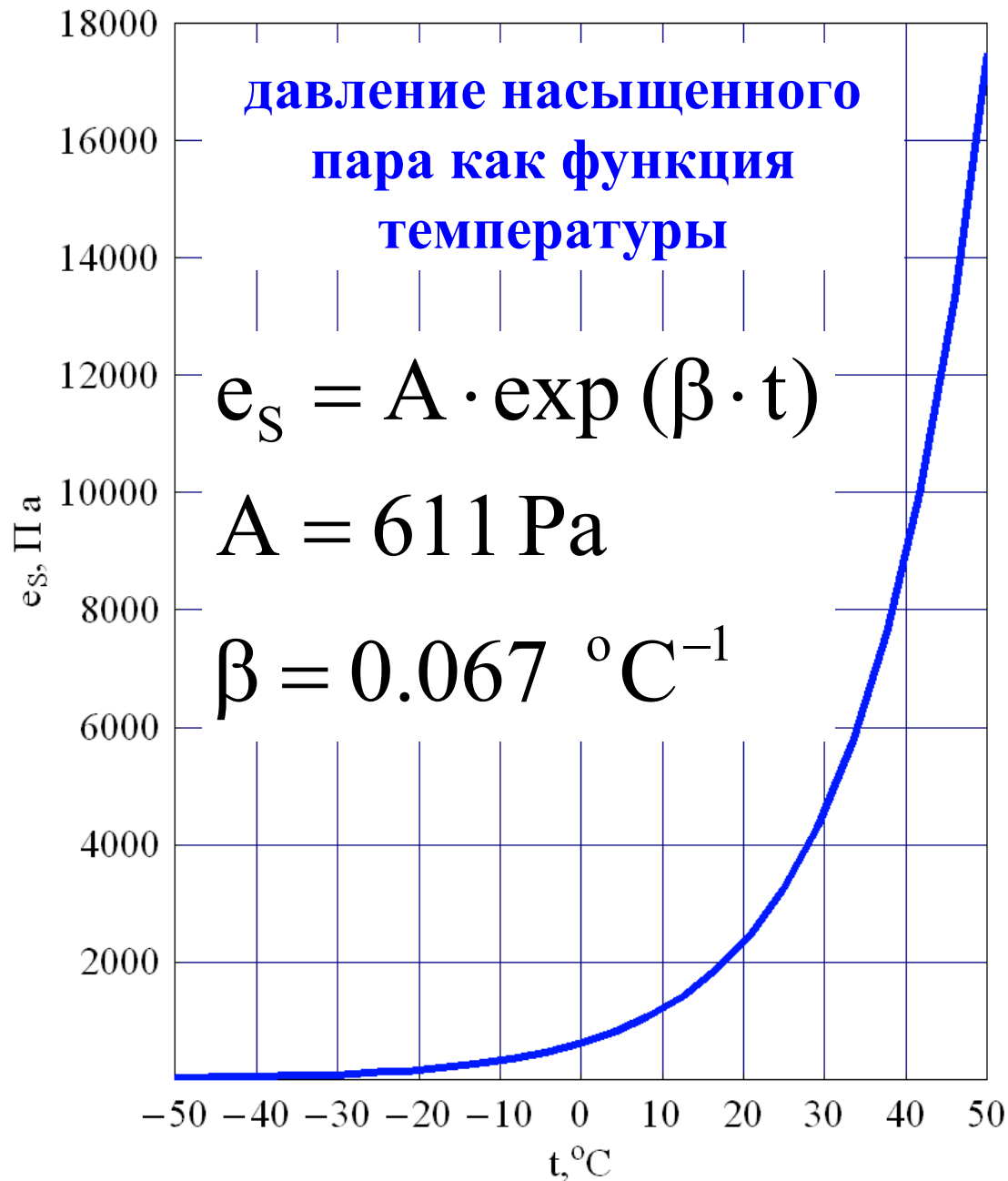
$$e = \rho_w R_w T$$

$$\rho = \rho_a + \rho_w = \frac{p_a}{R_a T} + \frac{e}{R_w T} = \frac{p - e}{R_a T} + \frac{e}{R_w T}$$

Уравнение состояния влажного воздуха

$$\rho = \frac{p}{R_a T} \left(1 - \frac{e}{p} \left[1 - \frac{R_a}{R_w} \right] \right) \approx \frac{p}{R_a T} \left(1 - 0.38 \frac{e}{p} \right)$$

$$e \sim 10^3 \text{ Па} \Rightarrow \frac{e}{p} \ll 1$$



- ❑ Концентрация пара резко падает с высотой
- ❑ В высоких широтах воздух менее влажный чем в тропиках
- ❑ Осадки – концентрация пара, поднятого на высоту конвекцией
- ❑ Содержание пара в атмосфере Земли варьировалось в прошлом в соответствии с ходом температуры

Уравнение состояния морской воды

$$\rho = \rho(p, T, s)$$

$$\rho = 1 + 10^{-3} (\varepsilon_1 s + \varepsilon_2 T - \varepsilon_3 s T - \varepsilon_4 T^2 + \varepsilon_5 p) \quad [\text{г/см}^3]$$

$$\varepsilon_1 = 0.82$$

$$\varepsilon_2 = 0.0689$$

$$\varepsilon_3 = 0.0039$$

$$\varepsilon_4 = 0.00918$$

$$\varepsilon_5 = 4.5 \cdot 10^{-3}$$

$$s \quad [^{\circ}/_{\infty}]$$

$$T \quad [^{\circ}\text{C}]$$

$$p \quad [\text{дбар}]$$

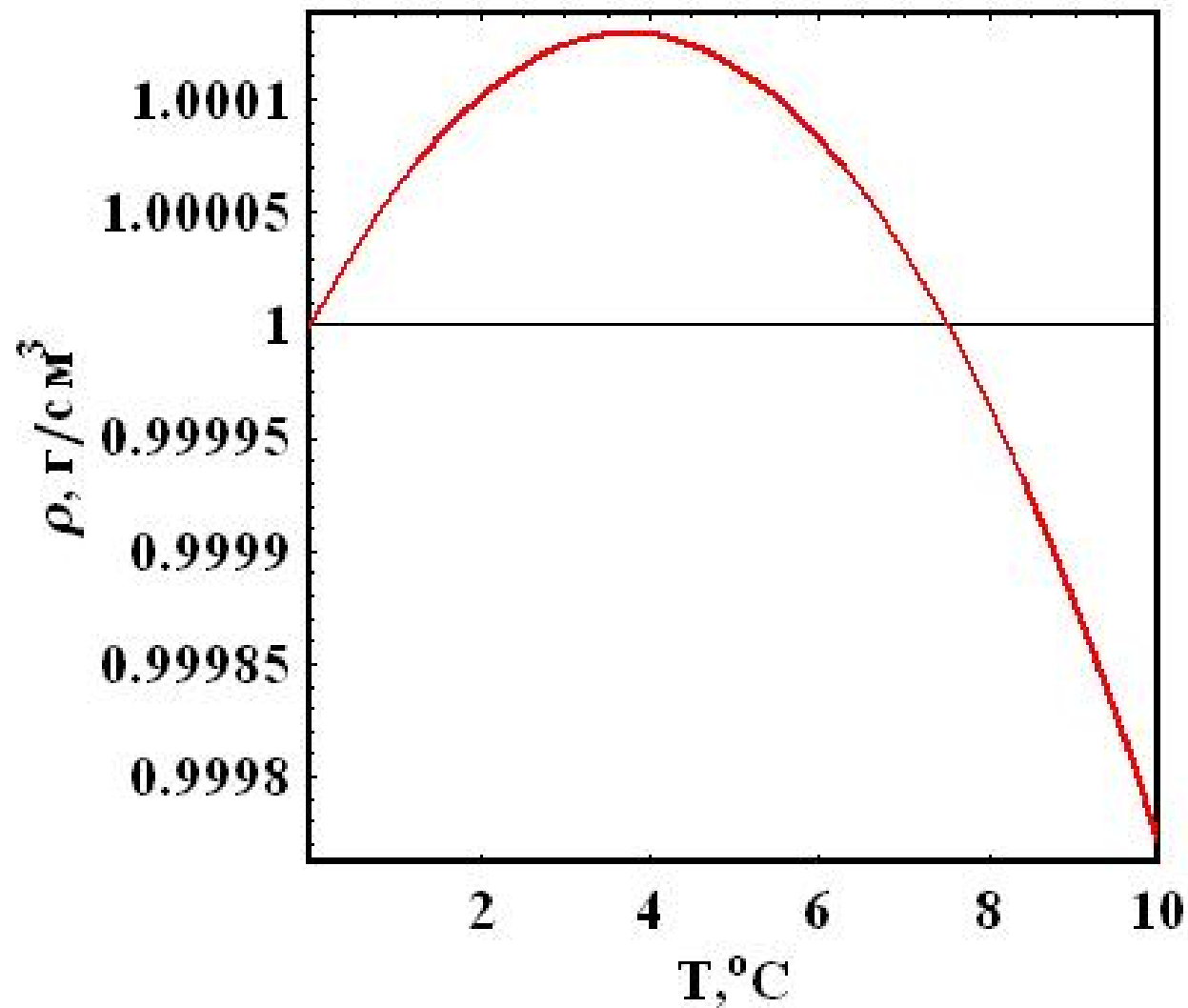
Уравнение состояния морской воды

$$\rho = \rho(p, T, s)$$

Уравнение Чена-Миллеро содержит **48 (!!!)**
эмпирических констант

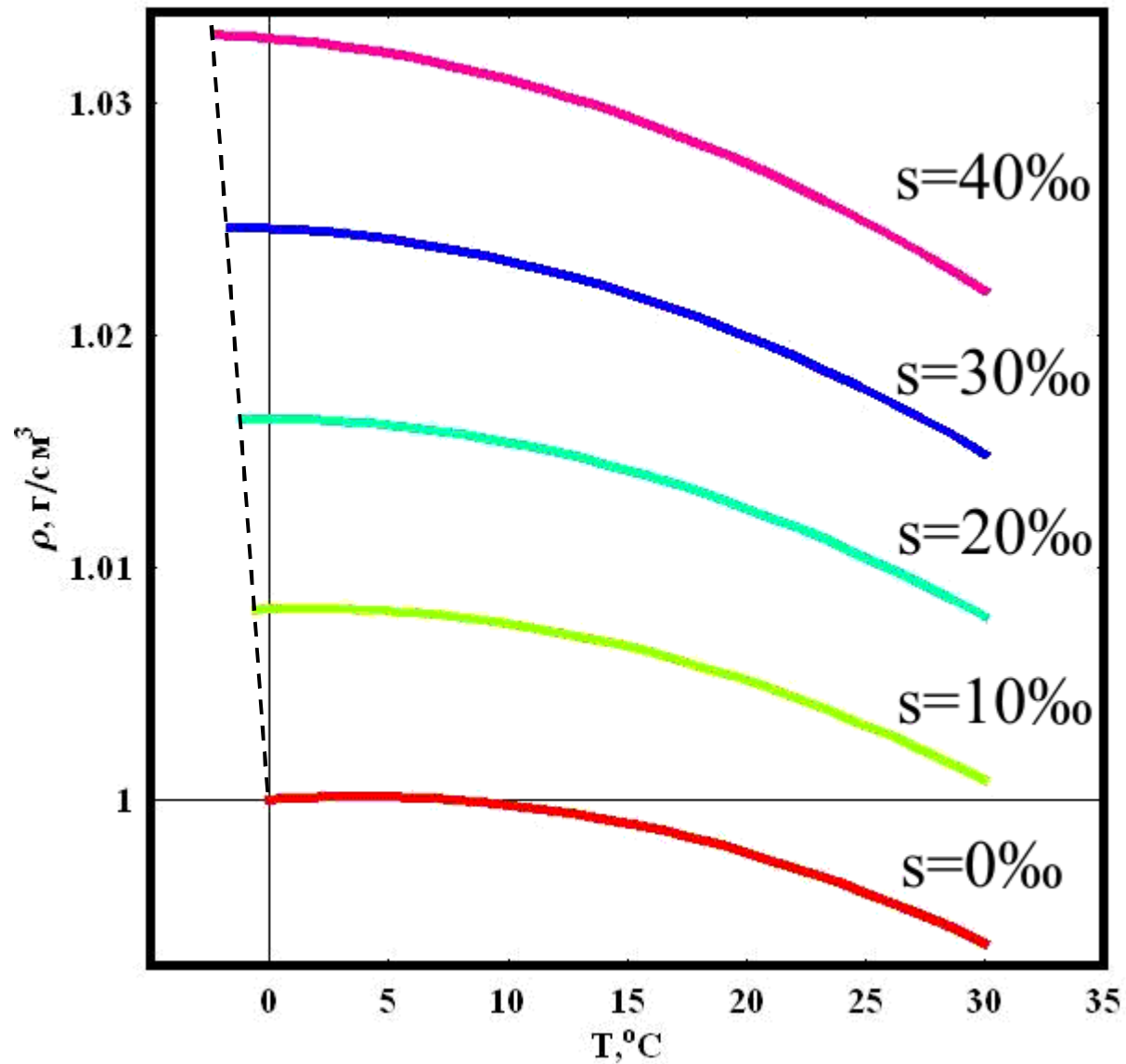
**The International Thermodynamic
Equation of Seawater – 2010 (TEOS-10)**

www.teos-10.org

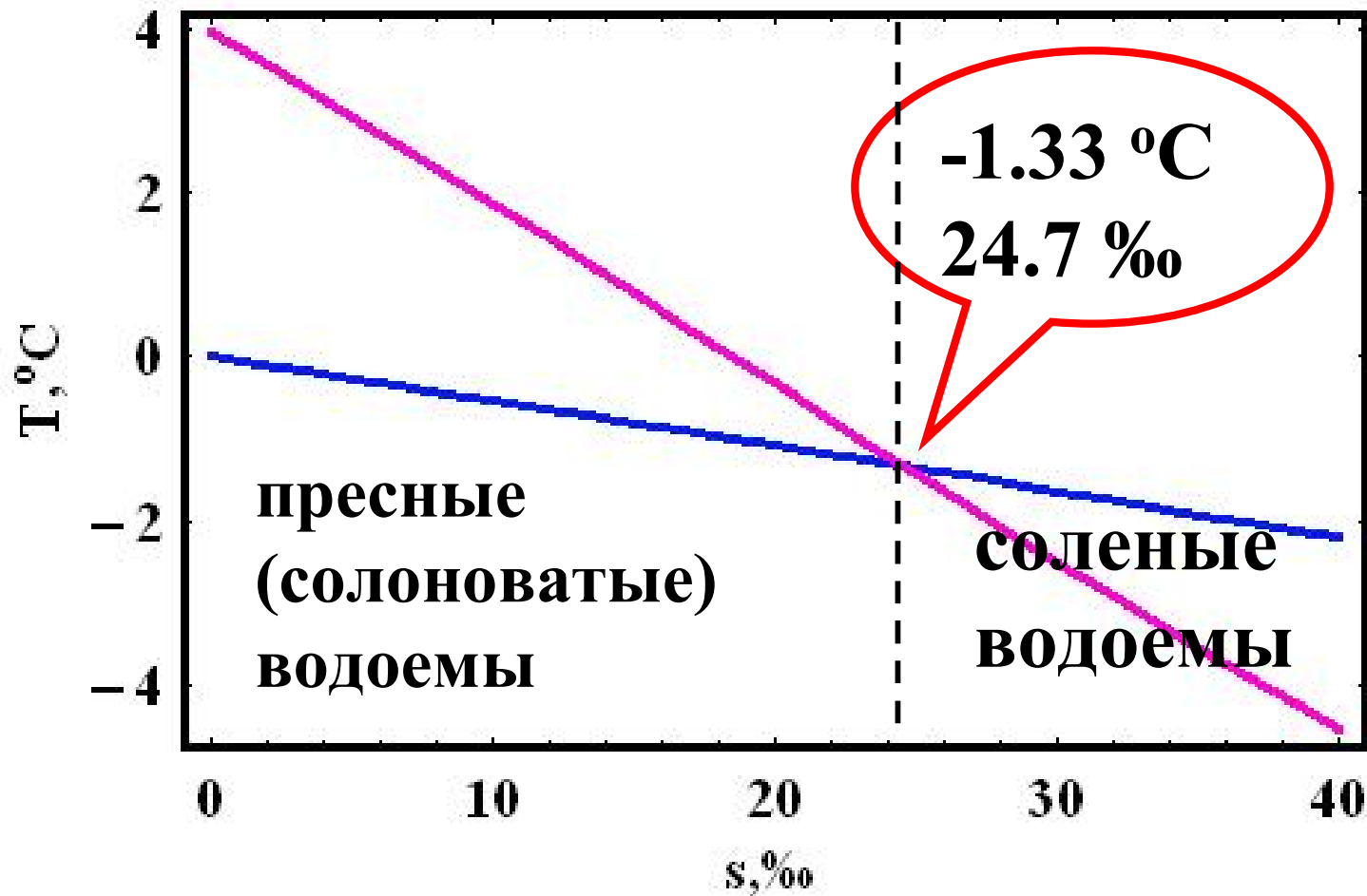


**у пресных (солонватых) вод существует
«температура максимальной плотности»**

Плотность морской воды как функция температуры и солености



Температура замерзания и максимальной ПЛОТНОСТИ как функция солености



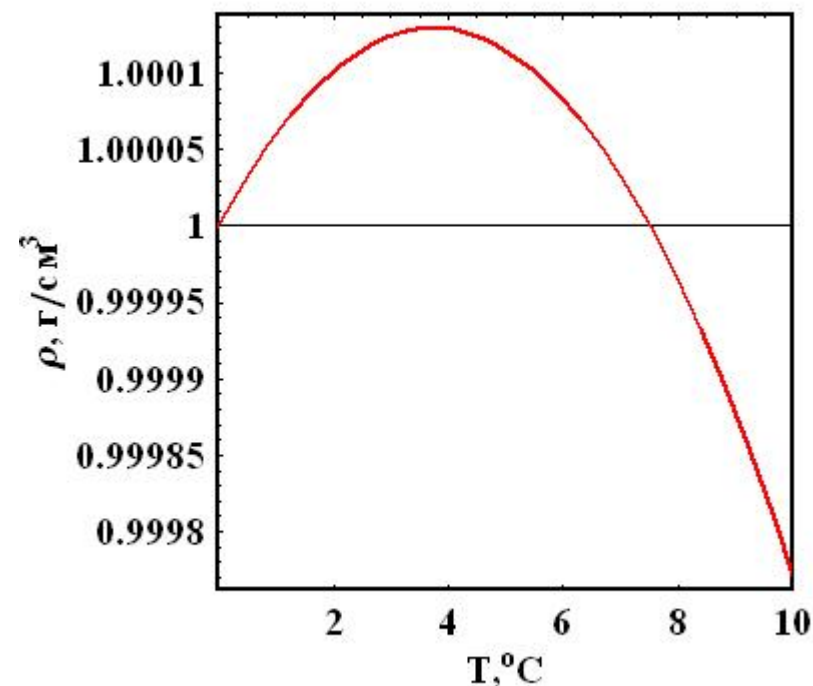
Уникальные свойства воды

ПЛОТНОСТЬ ЛЬДА < ПЛОТНОСТИ ВОДЫ

917 кг/м³

999.8 кг/м³

**существование
температуры
максимальной
плотности у пресных
(солонатовых) вод**



Уникальные свойства воды

стабилизируют
климат Земли

Высокие значения:

теплоемкости

4 186 Дж/кг К

теплота плавления

332 400 Дж/кг

теплота парообразования

2 256 200 Дж/кг

- ❑ Вода – эффективный растворитель
- ❑ На Земле вода встречается в трех фазах
- ❑ Широкий диапазон существования жидкой фазы

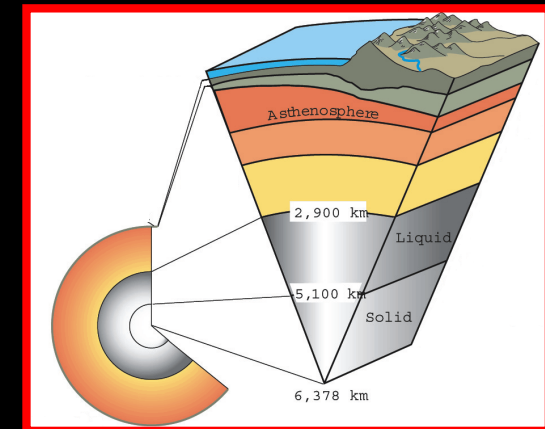
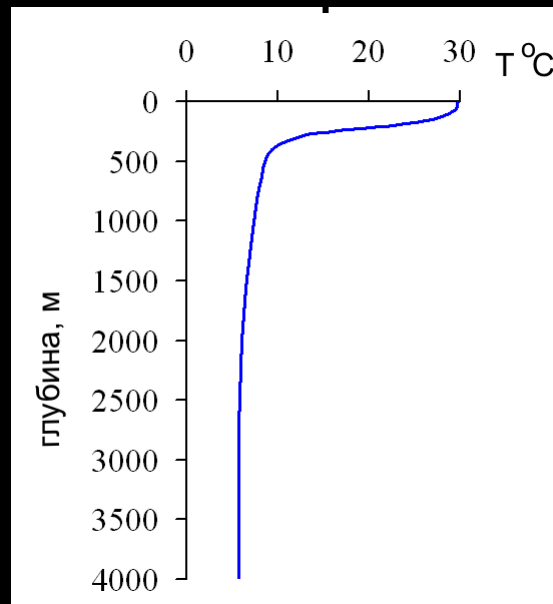
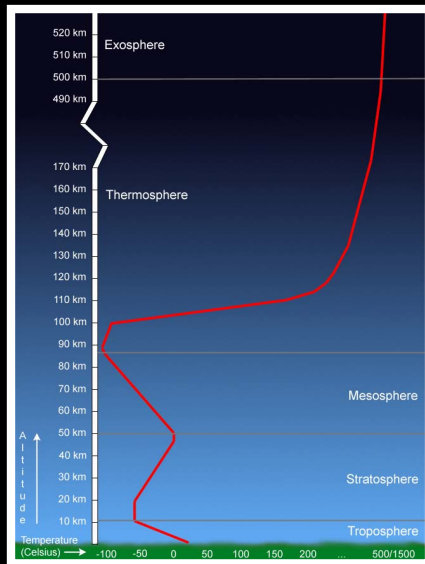
Устойчивость стратификации

Стратификация –

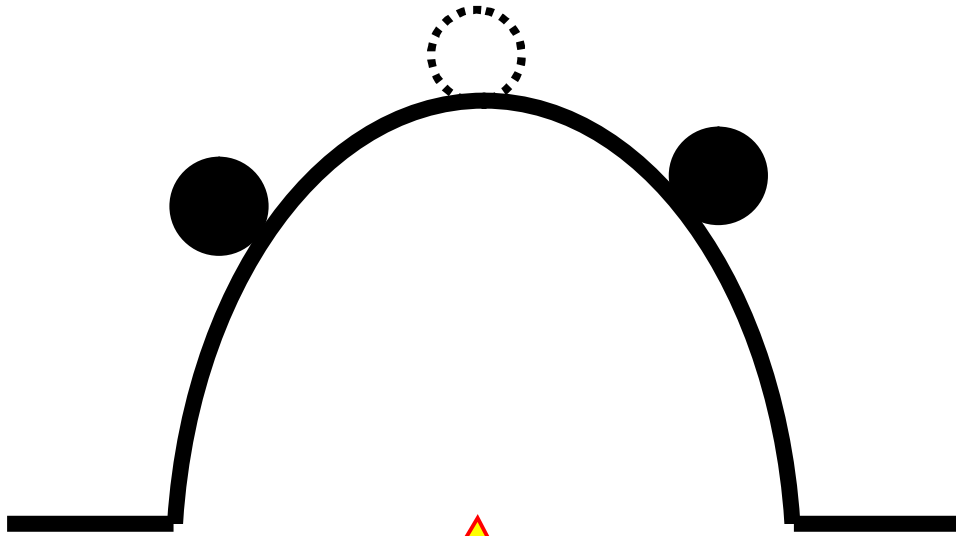
(лат. *stratum* настил слой+ *facere* делать)

распределение по вертикали слоев воды или воздуха с различной плотностью, температурой, соленостью, etc.

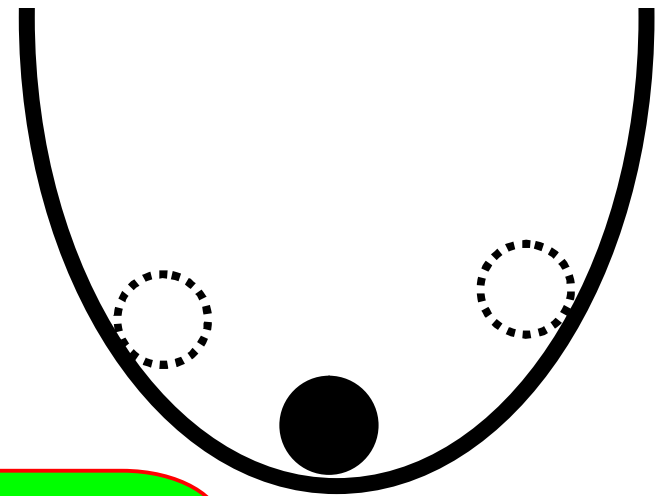
Стратификация свойственна атмосфере, океану и «твердой земле»



Устойчивость

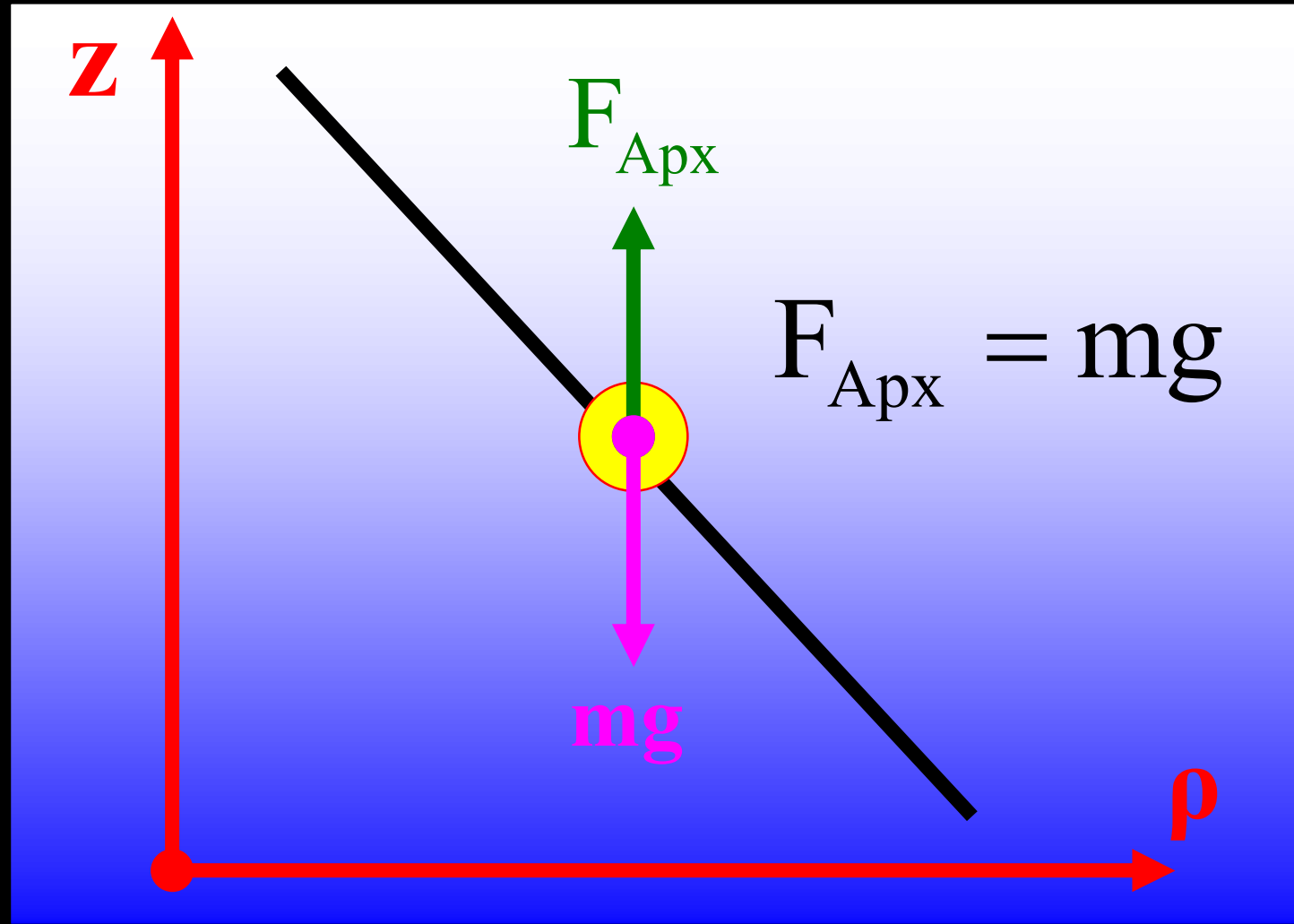


Малые
возмущения
нарастают со
временем

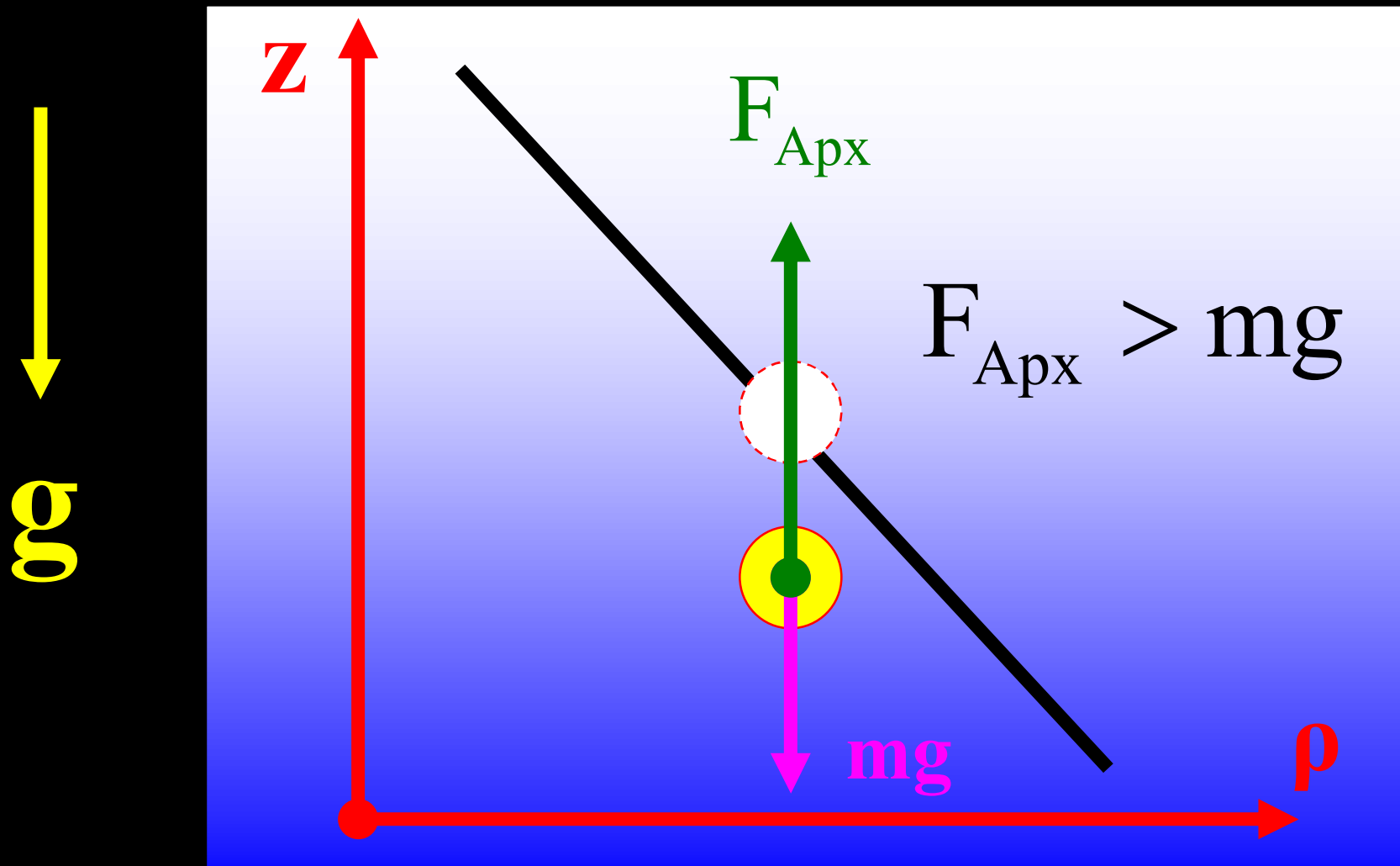


Малые
возмущения
затухают

ρ

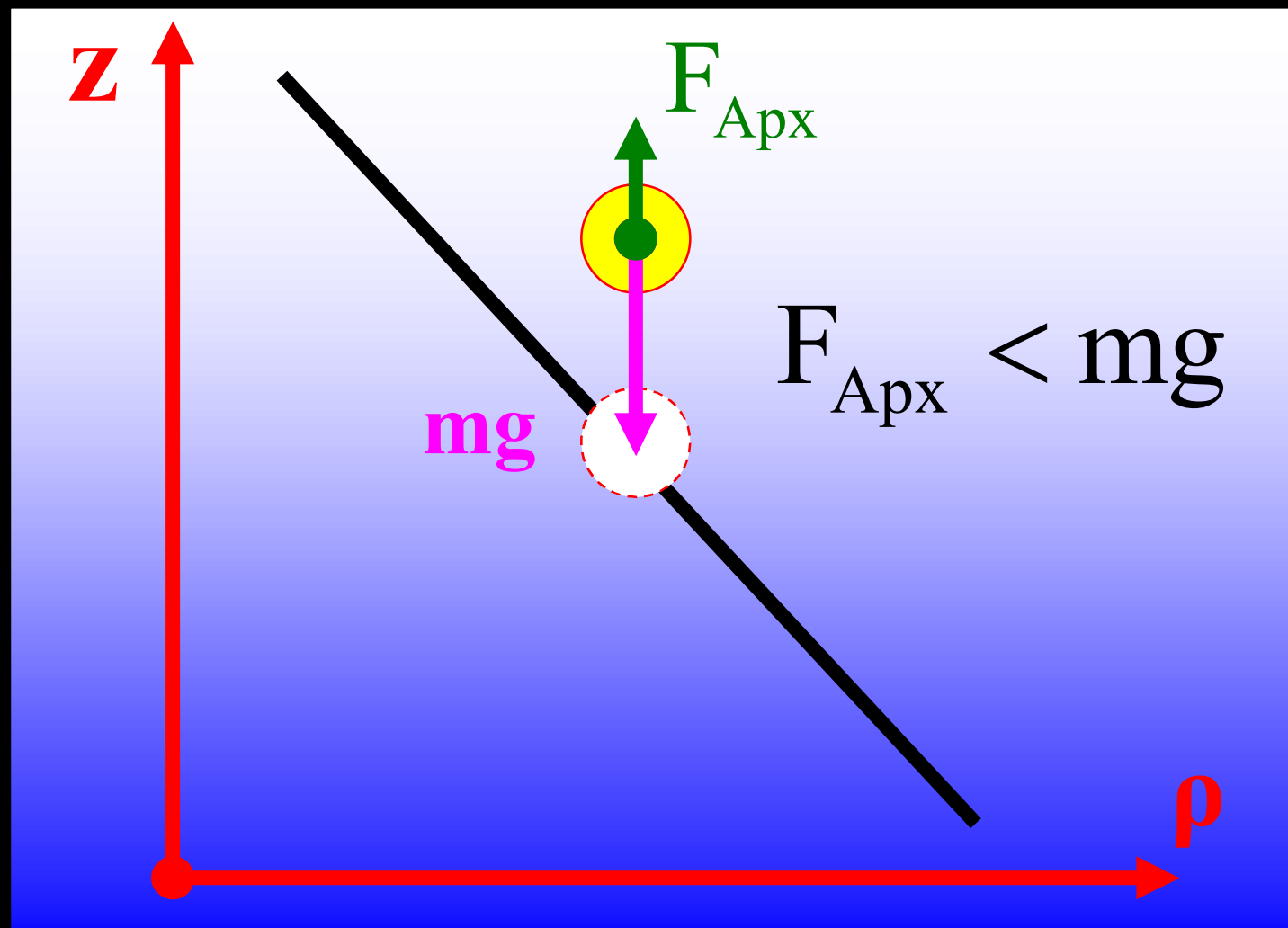


Разница сил возвращает частицу
в исходное положение



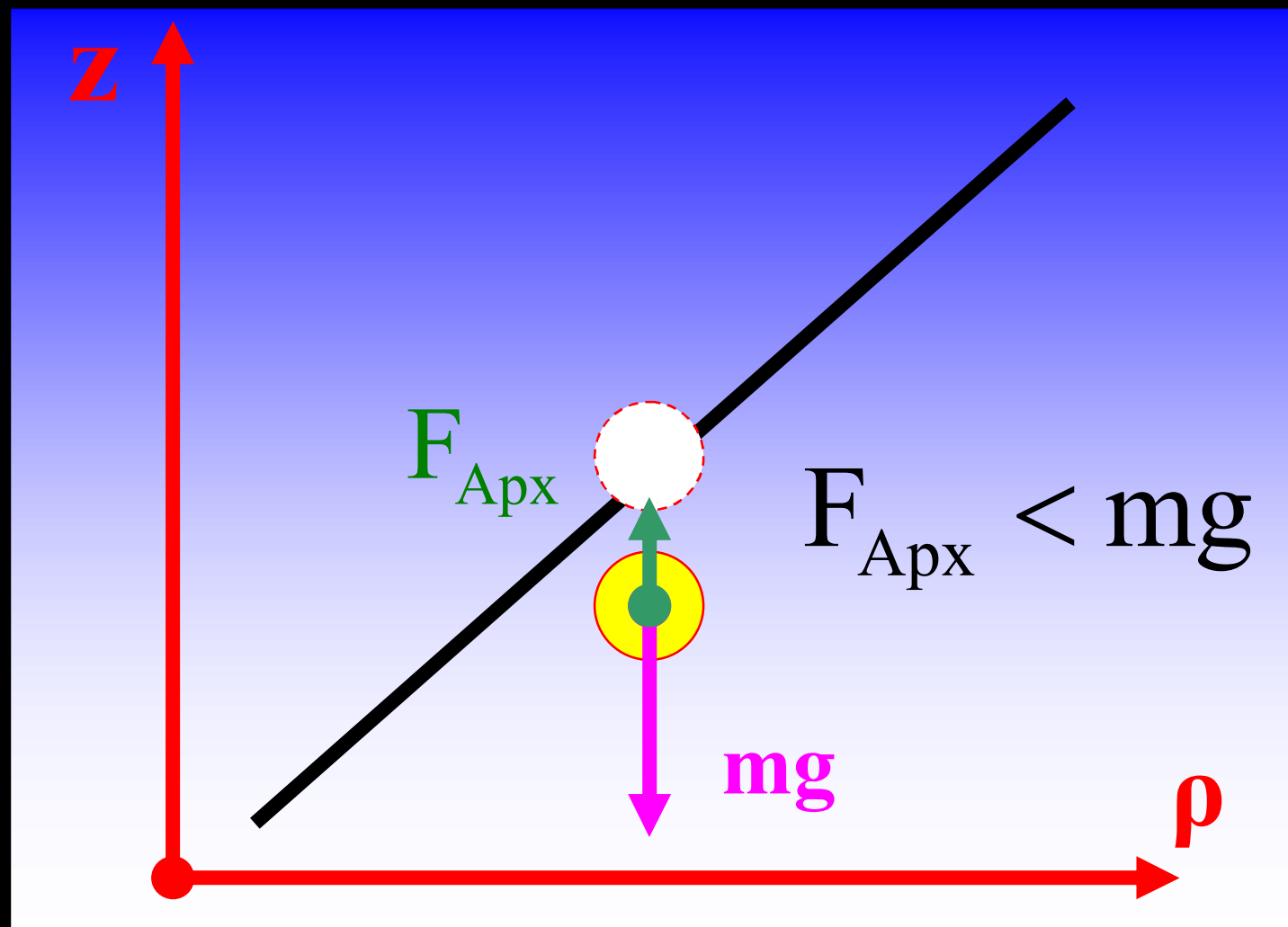
Разница сил возвращает частицу
в исходное положение

ρ



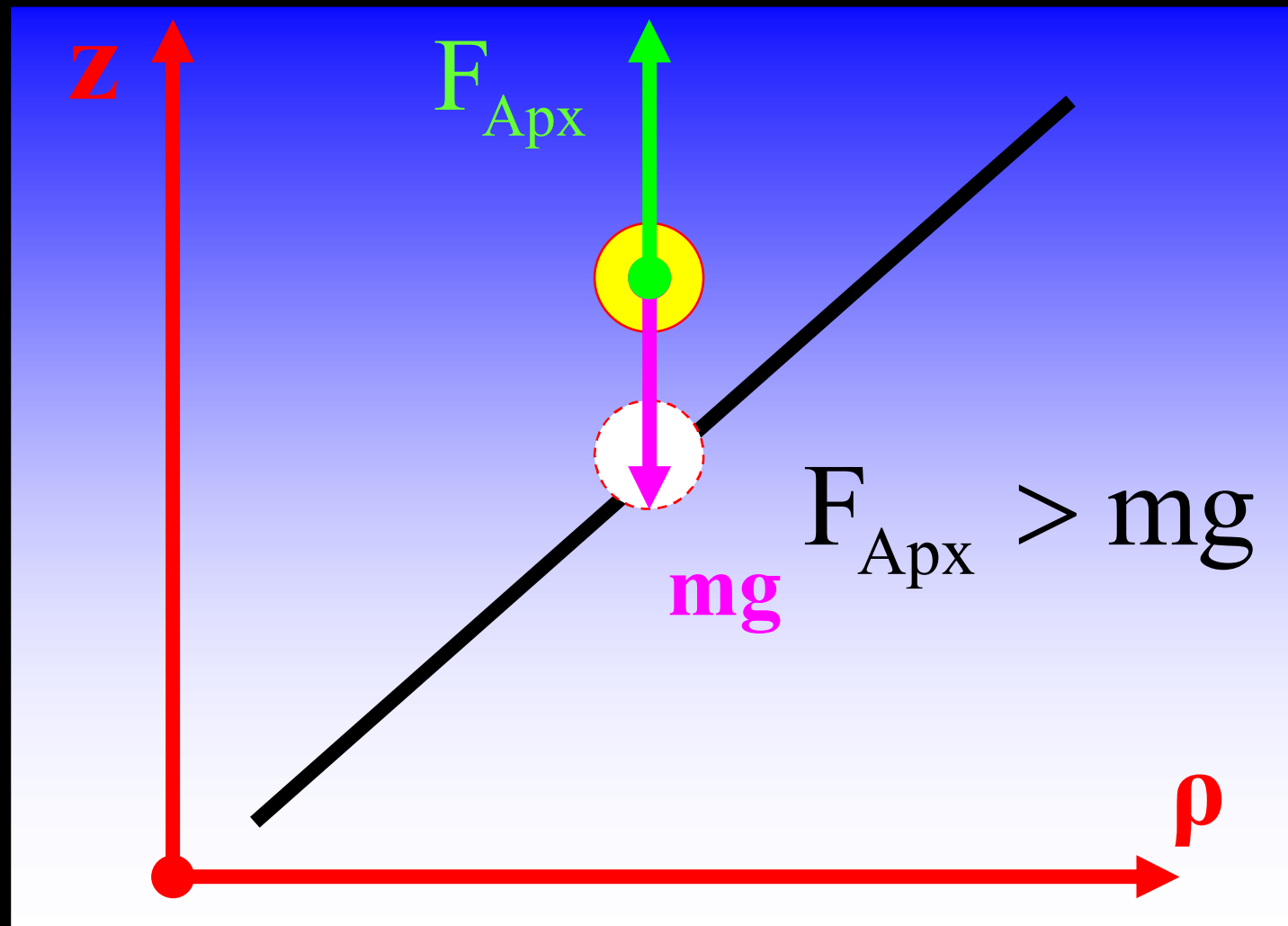
Разница сил способствует удалению
частицы от положения равновесия

ω



Разница сил способствует удалению
частицы от положения равновесия

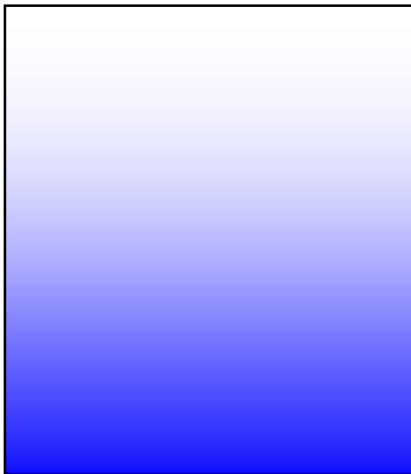
ω



Критерий устойчивости

устойчивое
состояние

$$\frac{d\rho}{dz} < 0$$



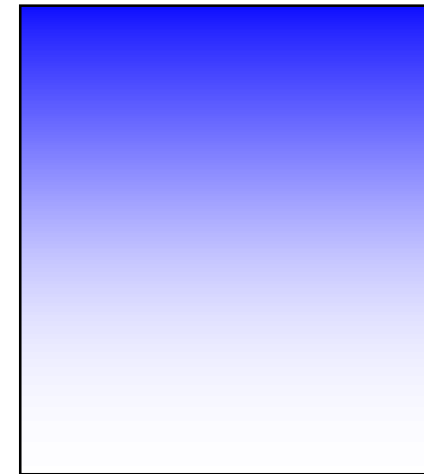
нейтральное
состояние

$$\frac{d\rho}{dz} = 0$$

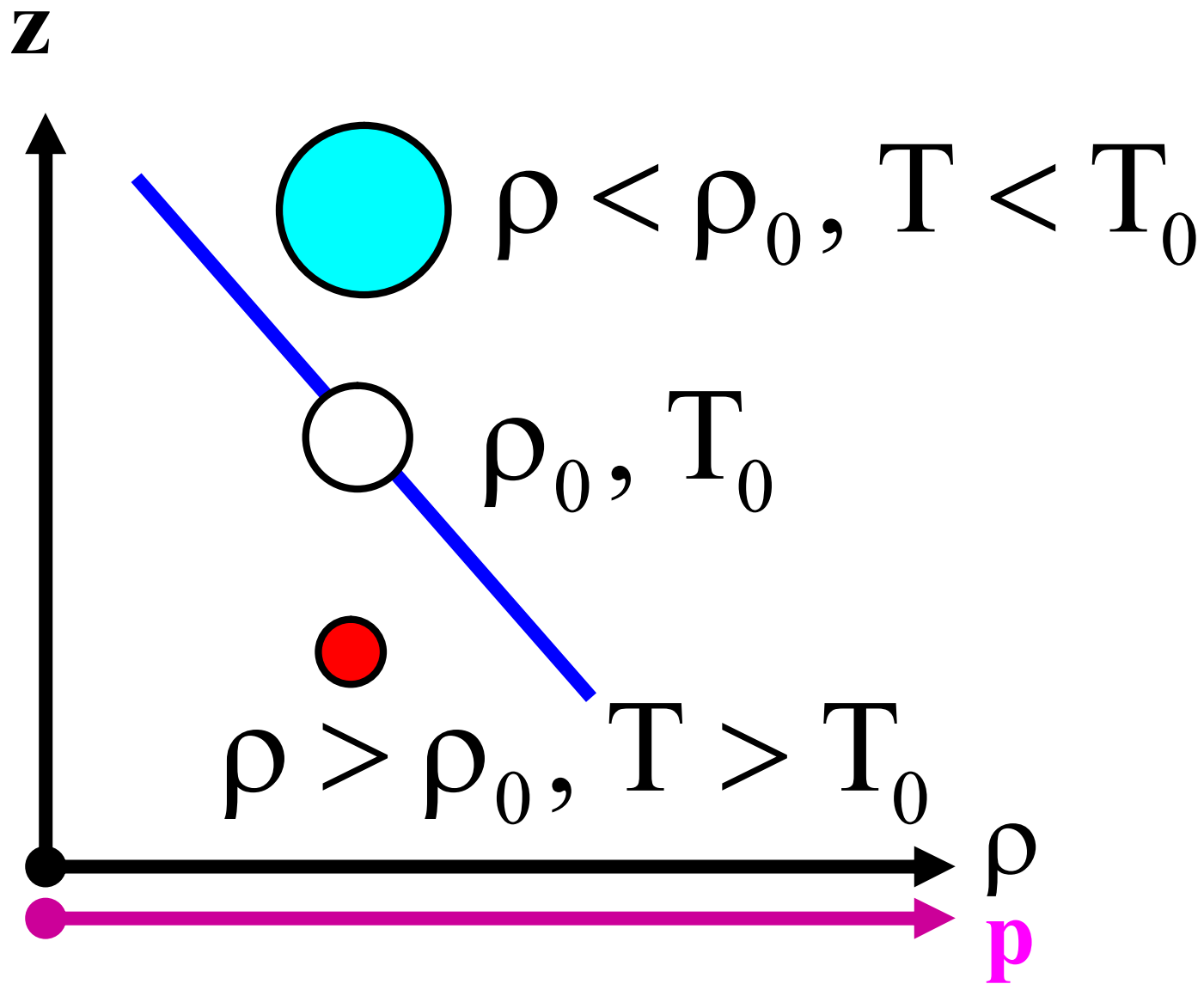


неустойчивое
состояние

$$\frac{d\rho}{dz} > 0$$



Нейтральное состояние



Нейтральное состояние

$$\left. \frac{d\rho}{dz} \right|_{\text{нейтр}} = \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_s = \left(\frac{d\rho(p(z))}{dz} \right)_s = \left(\frac{d\rho}{dp} \right)_s \frac{dp}{dz}$$

$$\left(\frac{d\rho}{dp} \right)_s$$

$$= \frac{1}{c^2}$$

**скорость
звука**

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

$$\left. \frac{d\rho}{dz} \right|_{\text{нейтр}} = -\frac{\rho g}{c^2}$$

**закон
гидростатики**

Критерий устойчивости

устойчивое
состояние

$$\frac{d\rho}{dz} < \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_s$$

нейтральное
состояние

$$\frac{d\rho}{dz} = \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_s$$

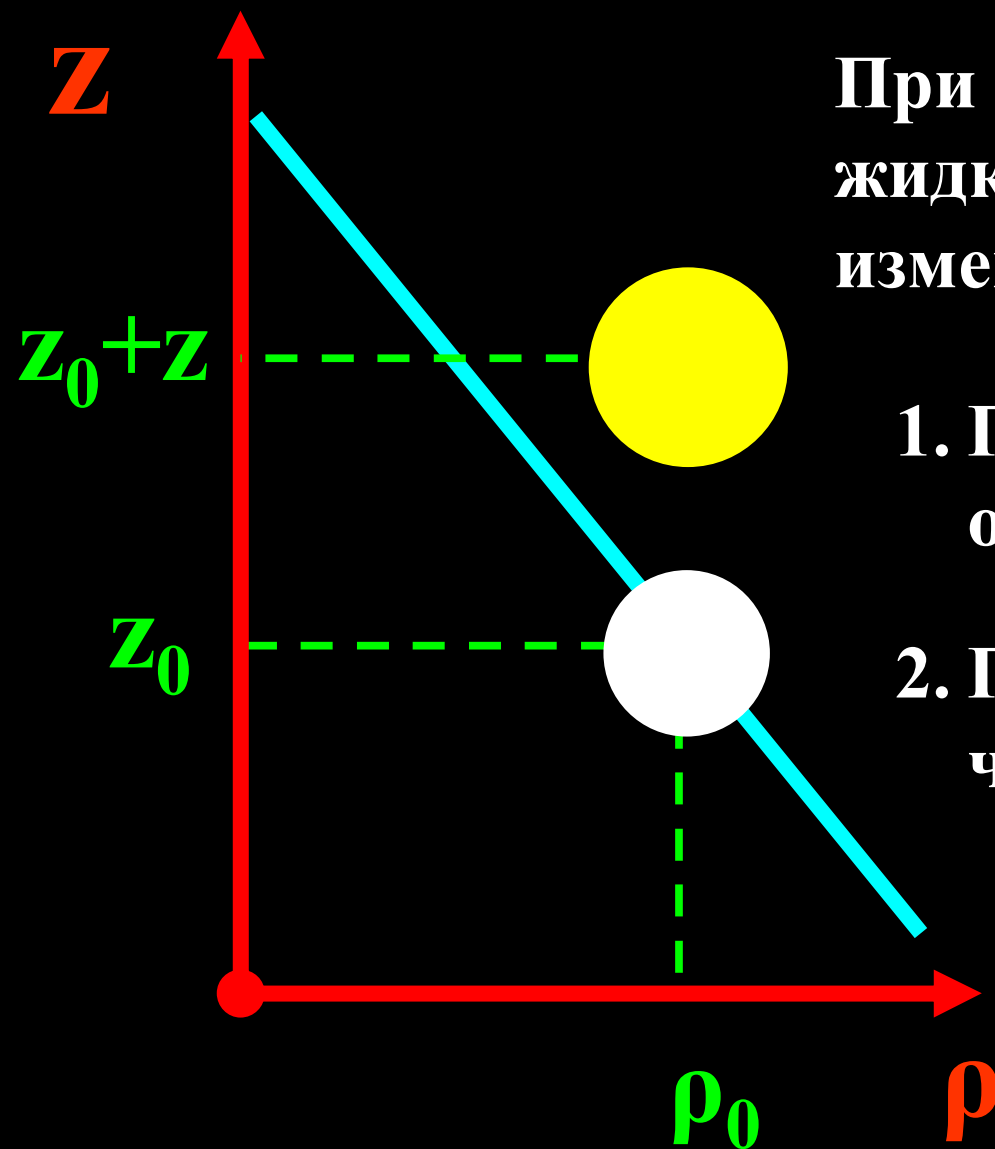
неустойчивое
состояние

$$\frac{d\rho}{dz} > \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_s$$

$$\left. \frac{d\rho}{dz} \right|_{\text{нейтр}} = -\frac{\rho g}{c^2} \equiv \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_s$$

**адиабатический
градиент**

Частота малых колебаний устойчиво стратифицированной жидкости (газа)



При ее смещении частицы жидкости по вертикали на Z изменяются:

1. Плотность окружающей среды
2. Плотность самой частицы

$$m \ddot{z} = F_{\text{Арх}} - mg$$

$$\rho V \ddot{z} = Vg(\rho_{\text{среды}} - \rho_{\text{частицы}})$$

$$\ddot{z} = g(\rho_{\text{среды}} - \rho_{\text{частицы}}) / \rho$$

$$\rho_{\text{среды}} = \rho_0 + \frac{d\rho}{dz} z$$

$$\rho_{\text{частицы}} = \rho_0 + \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_s z$$

$$\ddot{z} - \frac{g}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dz} - \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_s \right) z = 0$$

$$\ddot{z} - \frac{g}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dz} - \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_s \right) z = 0$$

$$\ddot{z} + N^2 z = 0$$

**Частота
Вяйсяля-
Брента**

в океане / атмосфере

$$N \sim 10^{-4} - 10^{-1} \text{ Гц}$$

$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dz} - \left(\frac{d\rho}{dz} \right)_s \right)$$

или

$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dz} + \frac{\rho g}{c^2} \right)$$

$$\ddot{z} + N^2 z = 0 \quad N = \sqrt{-\frac{g}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dz} + \frac{\rho g}{c^2} \right)}$$

N – действительная величина

**Устойчивая
стратификация**

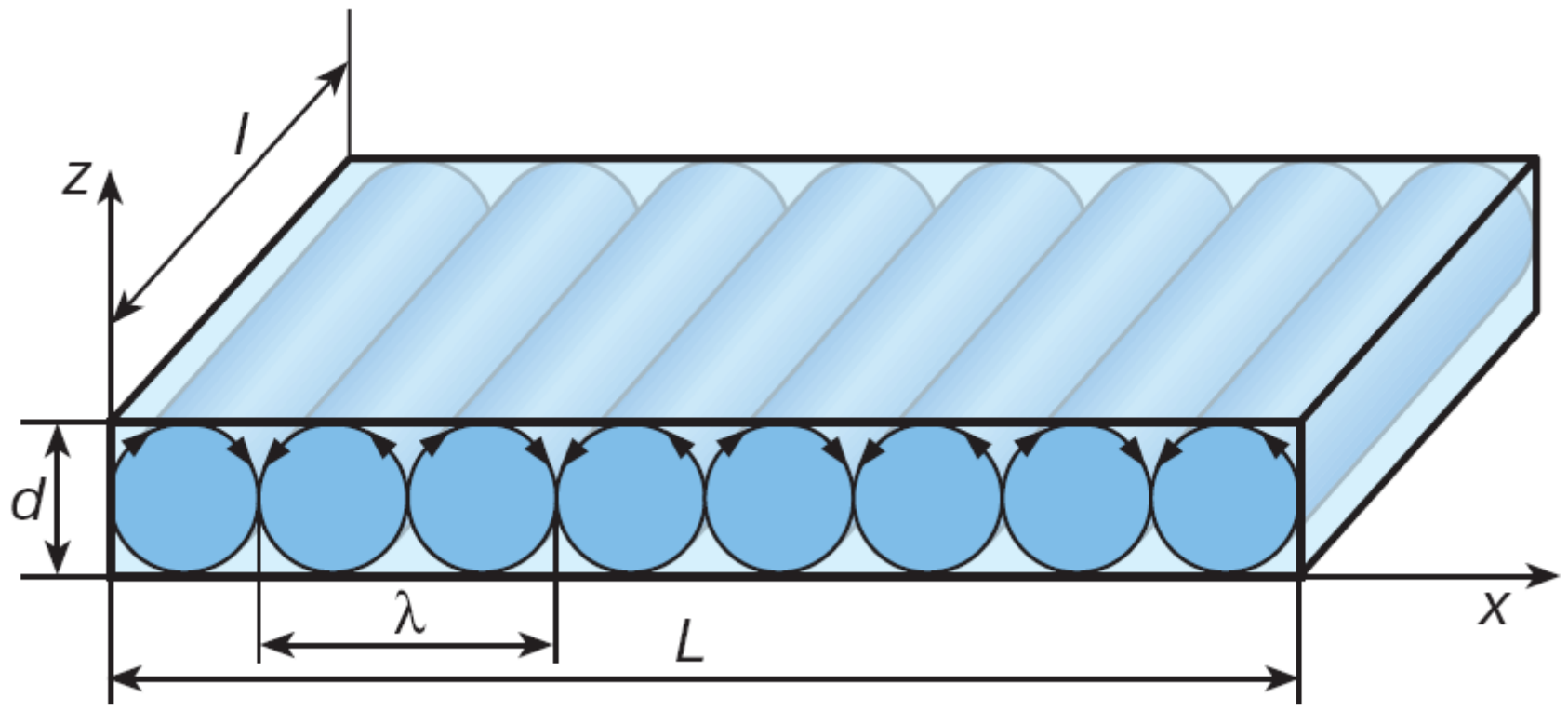
$$z(t) = A \cdot \sin(N \cdot t) + B \cdot \cos(N \cdot t)$$

N – мнимая величина

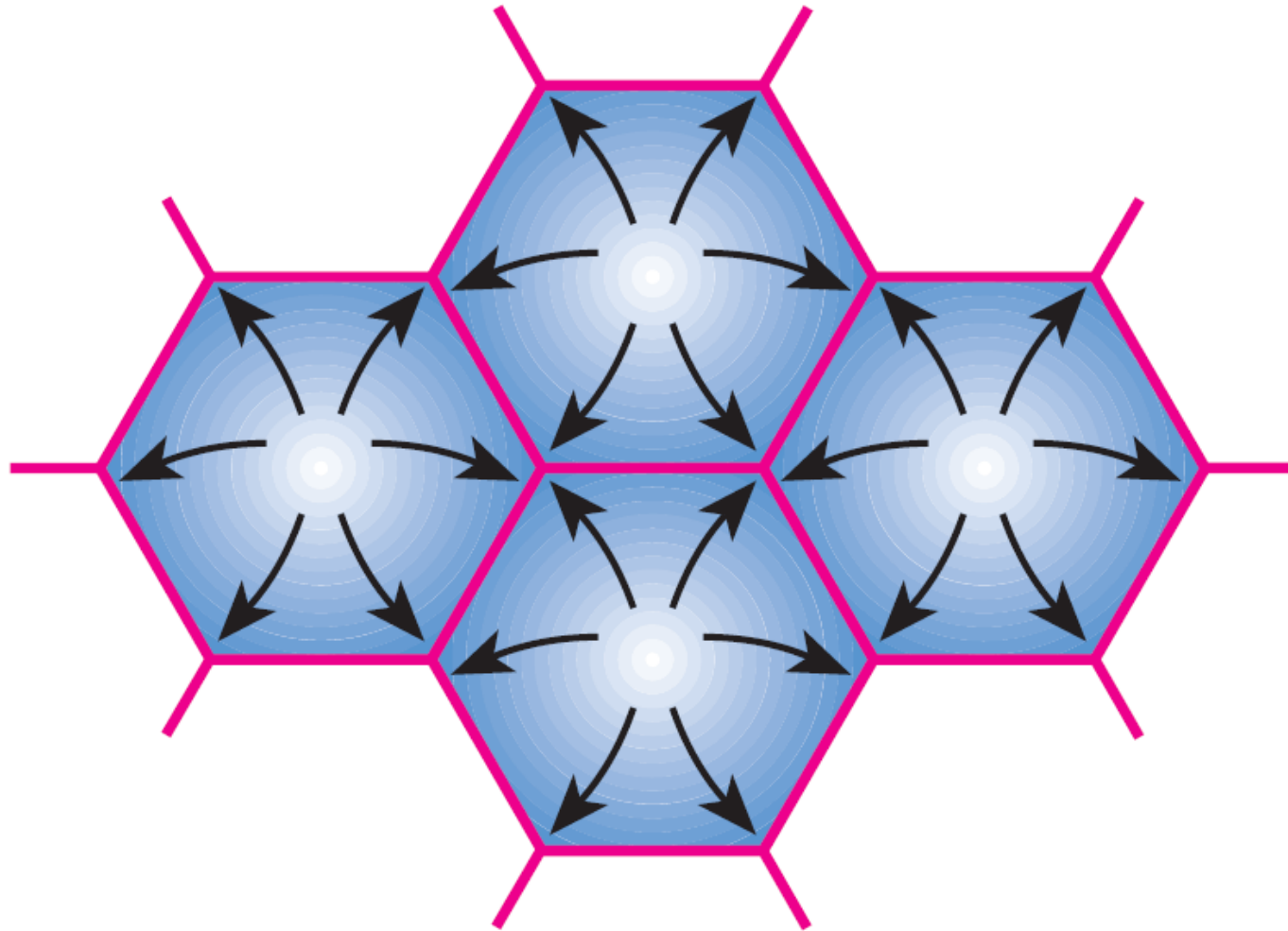
**Неустойчивая
стратификация**

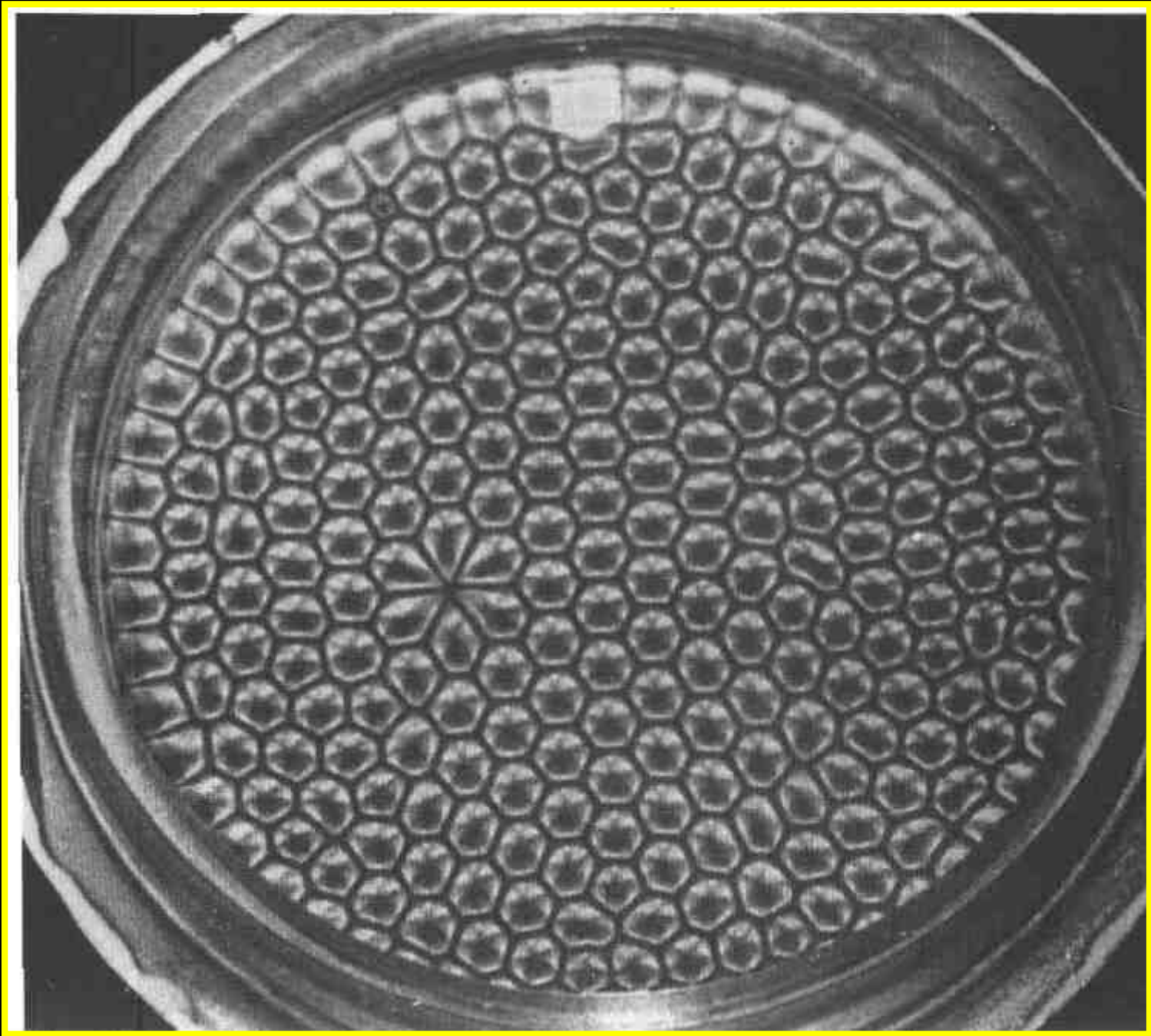
$$z(t) = A \cdot \exp(N \cdot t) + B \cdot \exp(-N \cdot t)$$

Термогравитационная конвекция

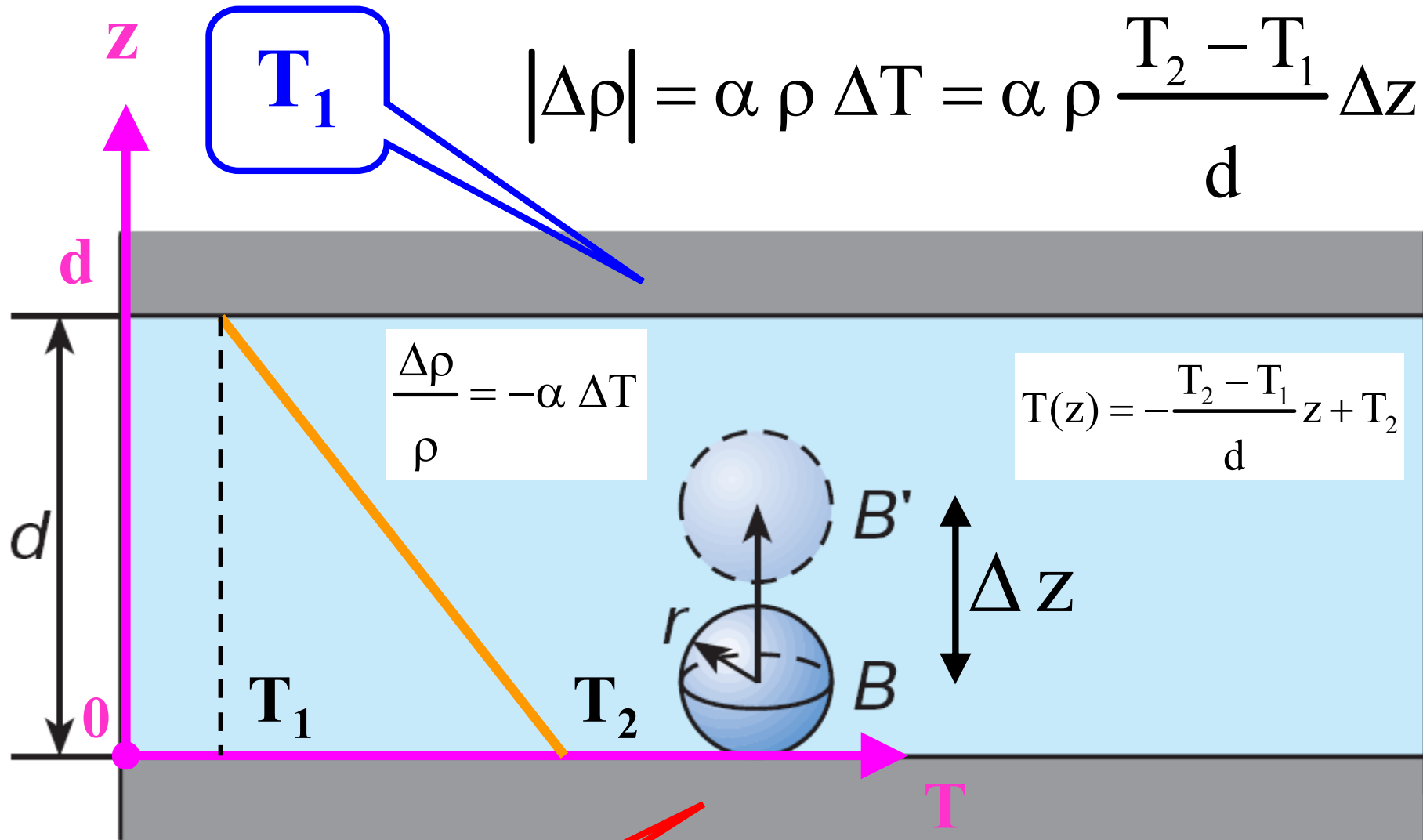


Конвективные ячейки Бенара с восходящим потоком в центре





Конвективной неустойчивостью
называется неустойчивость в
газовой или жидкой среде,
находящейся в поле силы тяжести,
которая пронизывается потоком
тепла в направлении
противоположном вектору g



T_1

$$|\Delta\rho| = \alpha \rho \Delta T = \alpha \rho \frac{T_2 - T_1}{d} \Delta z$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = -\alpha \Delta T$$

$$T(z) = -\frac{T_2 - T_1}{d}z + T_2$$

T_2

α – коэффициент объемного температурного расширения

$$\Delta\rho = \alpha \rho \frac{T_2 - T_1}{d} \Delta z$$

$$F_b = g \Delta\rho V$$

$$U = \frac{2g\alpha}{9\nu} \frac{T_2 - T_1}{d} \Delta z r^2$$

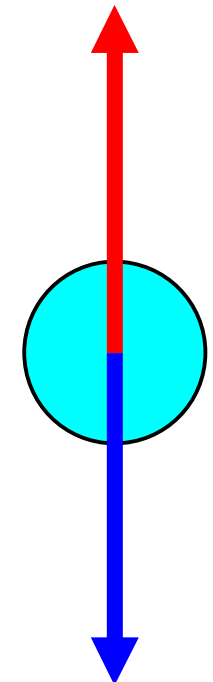
$$F_b = F_s$$

$$\tau_{\Delta z} \sim \frac{\Delta z}{U}$$

$$\tau_{\Delta z} \sim \frac{\nu d}{g\alpha(T_2 - T_1)r^2}$$

$$F_s = 6\pi\rho\nu r U$$

**Кинематическая
вязкость**



$$\tau_{\Delta z} \sim \frac{\nu d}{g \alpha (T_2 - T_1) r^2}$$

?

$$\tau_T \sim \frac{r^2}{\chi}$$

$$\frac{\tau_T}{\tau_{\Delta z}} = \frac{g \alpha (T_2 - T_1) r^4}{\chi \nu d}$$

Температуро-проводность

$$r \sim d$$

$$Ra = \frac{g \alpha (T_2 - T_1) d^3}{\chi \nu}$$

Число Рэлея

Характер границ поверхности	$Ra_{кр}$
Обе свободные	657,11
Обе жесткие	1707,76
Верхняя свободная, нижняя жесткая	1100,65

Вода

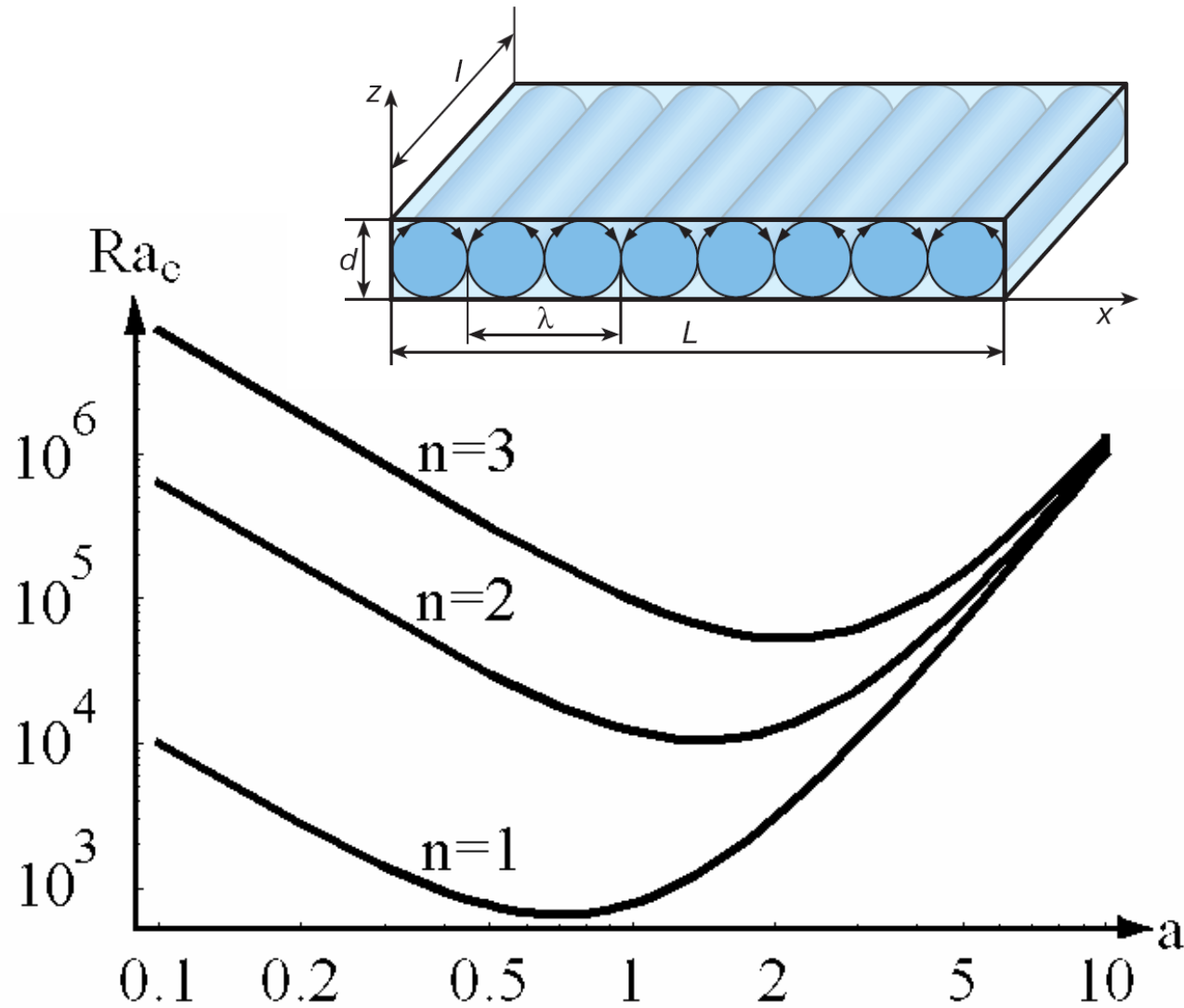
1 м $T_2 - T_1 \sim 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}$

1 см $T_2 - T_1 \sim 10^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}$

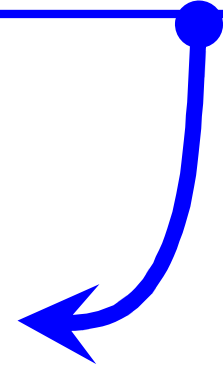
1 мм $T_2 - T_1 \sim 100 \text{ } ^\circ\text{C}$

**Абсолютная
устойчивость!**

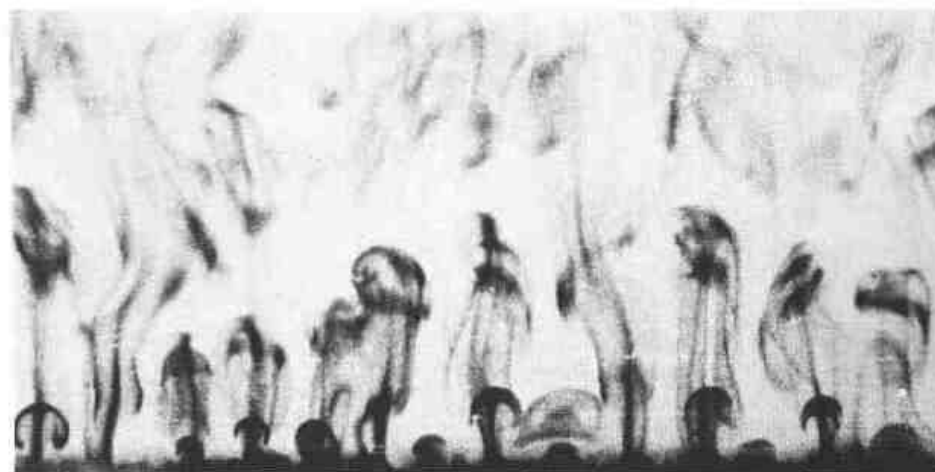
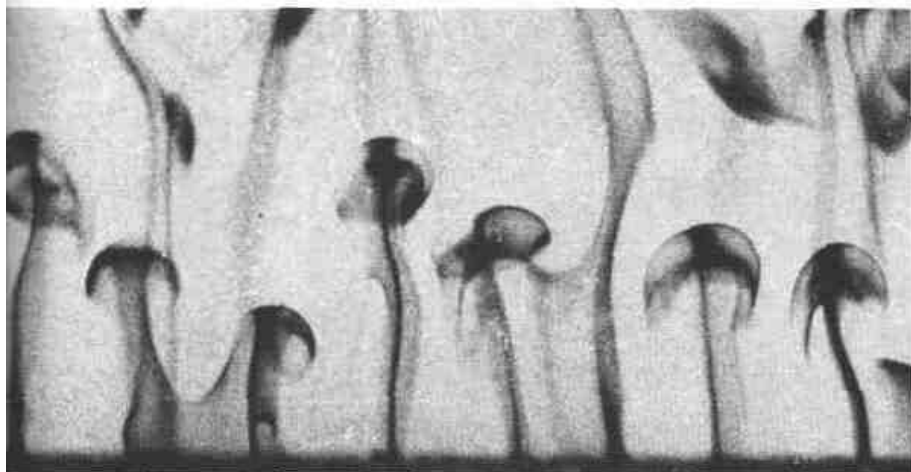
Нейтральные кривые для конвекции Рэлея



$$a = \frac{2\pi}{\lambda}$$



Нагрев снизу



Остывание сверху

