

Ю. П. ДОРНИН

Ф И З И К А О К Е А Н А

Санкт - Петербург, 2000г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение.....	5
1. Задачи дисциплины и метод изучения.	5
2. Связь физики океана с другими науками.....	7
3. Строение воды как физического тела.....	9
Дополнительная литература.....	16
Глава 1. Основы термостатики океана	17
1.1. Основные определения термостатики морской воды..	17
1.2. Уравнение состояния морской воды.....	23
1.3. Теплофизические характеристики морской воды.....	27
1.4. Адиабатический процесс.....	33
1.5. Критерии вертикальной плотностной стратификации океана.....	37
Дополнительная литература	40
Вопросы для самопроверки.....	40
Глава 2. Основные законы изменения термодинамических характеристик океана	41
2.1. Уравнение движения морской воды.....	41
2.2. Уравнения неразрывности и диффузии соли.....	46
2.3. Уравнения изменения энергии океана как термодинамической системы.....	48
2.4. Уравнения изменения энтропии и теплопроводности..	52
2.5. Общая система уравнений термодинамики океана.....	56
Дополнительная литература	58
Вопросы для самопроверки.....	58
Глава 3. Основные свойства и описание океанической турбулентности	59
3.1. Определение турбулентности.....	59
3.2. Осреднение уравнений термодинамики.....	63
3.3. Коэффициенты турбулентного обмена субстанциями..	68
3.4. Уравнение баланса энергии турбулентности.....	74
3.5. Спектральная плотность турбулентных характеристик.	79
3.6. Мезомасштабная и крупномасштабная турбулентность	90
3.7. Принцип вероятностного описания океанической мелкомасштабной турбулентности.....	93
Дополнительная литература.....	97
Вопросы для самопроверки.....	98

Глава 4. Закономерности термохалинных процессов	99
4.1. Анализ порядков величин слагаемых уравнений теплопроводности и диффузии соли.....	99
4.2. Уравнения теплового и солевого балансов.....	105
4.3. Закономерности тепло- и влагообмена океана с атмосферой.....	111
4.4. Изменение температуры и солёности верхнего слоя океана за счет теплообмена и влагообмена с атмосферой	121
4.5. Влияние неоднородности турбулентного перемешивания на вертикальные профили температуры и солёности воды.....	129
4.6. Свободная и вынужденная конвекция в океане.....	132
4.7. Изменение температуры и солёности морских течений.....	146
Дополнительная литература	152
Вопросы для самопроверки.....	153
Глава 5. Физические свойства морского льда	154
5.1. Образование и рост кристаллов льда.....	154
5.2. Фазовый состав морского льда.....	159
5.3. Теплофизические характеристики морского льда.....	164
5.4. Общие закономерности роста и таяния морского льда.....	170
5.5. Механические свойства морского льда.....	180
5.6. Поведение льда под нагрузкой.....	186
Дополнительная литература	191
Вопросы для самопроверки.....	191
Глава 6. Электромагнитные явления в океане	192
6.1. макроскопические электромагнитные свойства морской воды и льда.....	192
6.2. Уравнения, описывающие электромагнитное поле океана.....	199
6.3. Магнитное поле Земли.....	201
6.4. Электромагнитное поле океана динамической природы, обусловленное поверхностными волнами.....	203
6.5. Генерация электромагнитного поля течениями.....	210
6.6. Теория теллурических токов в океане.....	216
Дополнительная литература.....	221
Вопросы для самопроверки.....	222

Глава 7. Оптика океана	223
7.1. Основные определения.....	223
7.2. Поглощение света в морской воде.....	225
7.3. Рассеяние света в морской воде.....	228
7.4. Ослабление света морской водой.....	234
7.5. Флюоресценция морской воды.....	236
7.6. Освещенность океана.....	240
7.7. Яркость светового поля.....	47
7.8. Уравнение переноса света в океане.....	249
7.9. Видимость подводных объектов.....	253
7.10 Цвет океана.....	257
Дополнительная литература.....	261
Вопросы для самопроверки	261
Глава 8. Акустика океана	262
8.1. Основные определения.....	262
8.2. Уравнения распространения акустических волн.....	266
8.3. Энергетические характеристики акустической волны.....	270
8.4. Прохождение звука через границу сред разной плотности.....	273
8.5. Рефракция акустического луча.....	276
8.6. Изменение интенсивности звука с расстоянием.....	281
8.7. Отражение и рассеяние акустических волн.....	287
8.8. Акустические шумы.....	291
Дополнительная литература.....	296
Вопросы для самопроверки.	296
Предметный указатель	298

УДК 551.46

Рецензенты: доктор физико-математич. наук Г.А. Лебедев,
доктор географ. наук, профессор Б.А. Слепцов-Шевлевич

Излагаются современные представления об основных физических процессах, протекающих в Мировом океане, дается их теоретическое объяснение и рассматриваются методы расчета различных гидрологических характеристик.

Основное внимание уделяется изложению общих вопросов термодинамики океана, океанской турбулентности и закономерностям изменения его температуры и солености, образования и разрушения морского льда, его физико-механическим свойствам. Рассмотрены электромагнитные явления в океане, распространение в нем света и звука.

Книга предназначена в качестве учебника для студентов вузов, специализирующихся в области океанологии.

The book gives the present notions of the major physical processes that take place in the World ocean. It offers their theoretical explanation and ways and methods of determination of various hydrological elements.

The main attention is paid to general problems, such as oceanic thermodynamics, oceanic turbulence, regularities in variations of temperature and salinity of the ocean, formation and destruction of sea ice, physical and mechanical properties of sea ice.

Some other problems are considered hereby: electromagnetic phenomena in the ocean, light and sound spreading.

The book is intended as a manual for higher school students whose speciality is oceanology.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дисциплина «Физика океана» преподается студентам-океанологам 3-го и 4-го курсов после того, как они изучат в установленном объеме общую физику, дифференциальное и интегральное исчисление, элементы математической физики и гидромеханики. Из специальных дисциплин настоящему курсу должно предшествовать изучение «Общей океанологии», дающей общее представление об океане, его водных массах, о диапазоне изменений в нем основных океанологических характеристик, об основных течениях. Все это позволяет при изложении материала считать, что студентам известны общие физические законы естествознания, что они умеют пользоваться аппаратом математической физики и имеют представление об океане как о географическом объекте.

В соответствии с программой дисциплины основное внимание в книге уделено изложению основ термодинамики морской воды и объяснению физических законов и уравнений, описывающих движение морской воды и изменение ее температуры и солёности. В связи с турбулентным характером движения воды освещены основные положения турбулентности и методы определения ее интенсивности. Изложены физические свойства морского льда, закономерности его роста и таяния. Все более широко используются электромагнитные, оптические и акустические свойства морской воды и соответствующие явления, протекающие в океане, поэтому они также нашли отражение в книге.

Теория и методы расчета приливов, волн, течений и дрейфа льда, из-за общности этих процессов и большого объема материала излагаются в дисциплине «Динамика океана», которая, по сути, является второй частью «Физики океана».

Структура книги осталась такой же, как и учебника «Физика океана» изданного в 1978 г., но все ее разделы в большей или меньшей степени подверглись переработке с целью их наполнения новым материалом и совершенствования методики изложения текста для его лучшего понимания и усвоения студентами.

Первая глава книги дополнена рядом термодинамических соотношений, лучше поясняющих взаимосвязь между термодинамическими потенциалами морской воды. Вторая глава дополнена общей системой уравнений термодинамики океана с пояснением их упрощения для разных категорий движения воды в океане. Существенно переработана глава, описывающая турбулентное перемешивание воды в океане. В ней более детально изложен

При изложении термохалинных процессов в океане больше внимания уделено свободной и вынужденной конвекции. Более полно описаны температура морского льда и его механические свойства, зависящие, в частности, от этой температуры.

Значительной переработке подверглась глава об электромагнитных явлениях в океане, в которую вошли не только электромагнитные характеристики воды, но и льда. Четче изложены электромагнитные поля, обусловленные движением воды и изменениями магнитного поля Земли.

При описании оптических свойств океана включены разделы, излагающие перенос света в океане и теорию видимости. Использованы также последние результаты гидрооптических исследований, изложенные в двух томах «Оптики океана», изданных АН СССР. Несколько переработана и глава об акустических свойствах океана. В ней представлены зависимости поглощения звука от его частоты, объяснены отражение и рассеяние акустических волн, а также принцип гидролокации.

В конце каждой главы помещены вопросы для самопроверки усвоения студентом содержания раздела.

Включение новых разделов не должно сопровождаться увеличением объема книги, ограниченного стандартами учебников, поэтому проведена переработка текста с исключением длинных математических выкладок, ряда таблиц, рисунков и поясняющих деталей.

Основой учебника послужили лекции, читаемые автором студентам океанологического факультета Российского государственного гидрометеорологического университета в течение более 20 лет. Они часто обсуждались преподавателями факультета РГГМУ, а также других учебных заведений, где автор читал различные разделы курса. Все замечания и пожелания в той или иной степени учтены при составлении текста книги.

ВВЕДЕНИЕ

1. Задачи дисциплины и метод изучения

В физике океана предусматривается изучение основных физических свойств морской воды и законов, характеризующих состояние океана и протекающих в нем физических процессов; изучение взаимосвязи как между различными параметрами морской воды, так и между физическими процессами; рассмотрение зависимости океанических процессов от причин, их обуславливающих. При этом необходимо не только качественно установить причинно-следственную связь, но и дать математическое выражение этой связи.

Задача дисциплины состоит не только в изучении процессов, но и в рассмотрении возможностей использования причинно-следственных связей для прогнозирования физических явлений, так как прогноз является одной из тех конечных вершин, к достижению которых стремятся все науки о Земле. Собственно, прогноз не является непосредственной задачей курса, но основы для изучения методов прогнозирования закладываются в физике океана.

Второй вершиной, к достижению которой стремятся науки о Земле, являются рекомендации по использованию природы в интересах человечества без нанесения экологического ущерба ее состоянию. В принципе рекомендации могут иметь под собой научную основу только тогда, когда изучена физика процессов и ясны последствия, которые могут возникнуть в результате вмешательства человека в естественный процесс.

Обеспечение хозяйственных и других организаций информацией о физических процессах в океане и их направленности требует знания законов развития этих процессов. Не всегда наш уровень знаний о тех или иных процессах в океане достаточно высокий. Бывает, что новый эмпирический материал приводит к ревизии ранее сложившихся представлений о характере протекания процесса и о причинах, его обуславливающих. В настоящем курсе изложены закономерности физических процессов, протекающих в океане, выявленные на базе экспериментального материала, собранного к концу XX в. Новая информация может привести к уточнению или пересмотру изложенных положений. Такие не до конца выясненные закономерности протекающих в океане процессов или их весьма приближенное описание отмечаются в учебнике, чтобы у студента не создалось

представления о полной изученности океана, чтобы у него появилось желание самому заняться решением отмеченной задачи.

Наука только тогда достигает существенных результатов, когда ей удается использовать математический аппарат. Это объясняется тем,

что вместо приближенного качественного описания естественного процесса математика позволяет определить количественные критерии его интенсивности и установить аналитические связи между причиной и следствием. Поэтому в физике океана широко применяется математический аппарат.

Поскольку океанические процессы протекают в конкретных физико-географических условиях, которые в деталях не могут быть описаны, пожалуй, никаким математическим аппаратом, то при математическом описании процесса широко используется абстрагирование от несущественных черт. Чем шире и сильнее абстрагирование, тем для более широкого класса явлений применима выявленная закономерность, но вместе с тем вычисленный процесс будет сильнее отличаться от реально существующего. Например, известна закономерность роста температуры верхнего слоя океана с увеличением притока солнечной радиации и тепла от атмосферы. Однако фактическое изменение температуры будет отличаться от общего хода в той мере, в какой не учтены при расчете локальные особенности бассейна: его плотностная стратификация, теплопроводность, адвекция тепла течениями и т.д. Математическое описание процесса тем и ценно, что применение абстрагирования позволяет в данном примере использовать указанную закономерность роста температуры с повышением притока тепла ко всем океанам и морям. Нужно только во всем многообразии действующих факторов выявить и учесть существенные и отбросить второстепенные.

Многие океанические процессы описываются довольно сложными уравнениями, решение которых в аналитическом виде пока не удается получить. В этом случае на помощь приходят электронные вычислительные машины как дискретного действия, так и аналоговые, позволяющие получить конкретное численное решение задачи. Варьирование различными параметрами и слагаемыми уравнений дает возможность оценить роль того или иного параметра или фактора в моделируемом физическом процессе.

Для многих физических процессов еще не известны даже общие закономерности их развития и связи с окружающей географической средой. На настоящем этапе развития наших знаний такие процессы наиболее целесообразно изучать с помощью натурального моделирования, когда модель с возможно большей подробностью воспроизводит в уменьшенном масштабе естественные условия и по внешним параметрам воспроизводится исследуемый процесс. Естественно, что при этом следует иметь в виду выполнение условий подобия лабораторного процесса природному океаническому или морскому.

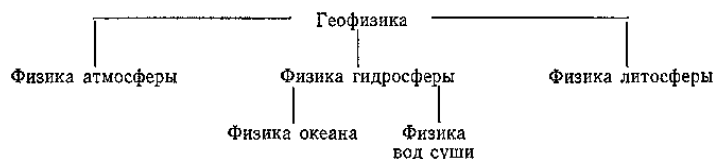
Таким образом, в методическом отношении задача состоит не только в изучении известных основных законов физики океана, но и в ознакомлении с методами исследования.

6

2. Связь физики океана с другими науками

Океан граничит с литосферой и атмосферой, поэтому все процессы в океане зависят от обмена веществом и энергией с этими средами. Наиболее тесна связь физики океана с физикой атмосферы, с которой ее роднит общность многих научных и практических задач. Это находит свое отражение в том, что при изучении общих вопросов океанологию и метеорологию объединяют в одно понятие «Гидрометеорология».

По характеру решаемых задач и по методам исследования курс физики океана можно считать как бы разделом физики или, точнее, геофизики - науки, имеющей дело с совокупностью физических явлений, возникающих на нашей планете, и включающей в себя такие разделы, как физика атмосферы, физика литосферы, физика океана и т.д. Между этими разделами есть много общего, особенно между физикой атмосферы и океана, но в то же время они освещают существенно различные по физическим свойствам среды, в которых многие физические процессы протекают по-разному. Общее соотношение основных разделов геофизики можно отразить схемой:



В этой классификации акцент делается на объекте, физические свойства и процессы которого освещаются в соответствующем разделе науки.

Широко распространен подход к физике океана как к разделу более общей науки об океане - океанологии, освещающей также его химические свойства и процессы, морфологию дна и берегов, фауну и флору океана и т.д. В данном случае акцент делается на характере рассматриваемых свойств океана и протекающих в нем процессов.

Обе эти классификации равноправны, но при изучении физики океана предпочтительнее первая.

Некоторые разделы физики океана являются разделами курса общей физики. Сюда можно отнести термодинамику, оптику, электричество, акустику и т.д. Отличие состоит в том, что в данном случае процессы изучаются применительно к конкретной среде, т.е. при меньшем абстрагировании.

Физика океана тесно связана с химией океана. Достаточно отметить, что морская вода является раствором почти всех химических элементов. Многие физические процессы в океане протекают по-разному в зависимости от концентрации солей в воде. Здесь можно

случае меняется не только общая концентрация солей в рассоле, но и их соотношение. Электромагнитные свойства морской воды также очень сильно зависят от солёности. Поэтому учет химического состава воды необходим и для решения физических проблем данного направления.

Вместе с тем физику океана следует считать в какой-то мере географической наукой, так как при изучении физических процессов нужно иметь в виду, что они при многих общих чертах протекают несколько по-разному в зависимости от сезона и географического положения района, процесс в котором рассматривается. Например, процесс формирования термохалинной циркуляции зависит от географического положения исследуемого района, рельефа дна, конфигурации берегов, атмосферного воздействия и т.д. Многие физические процессы в океанах и морях полярных широт протекают иначе, чем в умеренных и тропических, из-за наличия, например, льда.

Особенно заметно проявляется необходимость учета географической среды в тех случаях, когда нужно дать количественную оценку характеристик физического процесса для локально выбранных районов при прогнозах. При этом повышенные требования к точности описания процесса заставляют уменьшать степень абстрагирования и учитывать чисто местные особенности.

Помимо тесной связи с физикой, метеорологией, химией, географией, физика океана не менее тесно связана с рядом дисциплин прикладного и технического профиля. В настоящее время со все большей остротой возникает необходимость срочного решения такой проблемы, как исследование причин загрязнения вод океанов и морей и разработка мер борьбы с ним. Можно отметить, что даже в открытом океане встречаются участки загрязненных вод площадью в тысячи квадратных километров. Перечисленное заставляет при изучении соответствующих разделов курса физики океана обращаться к смежным дисциплинам.

Результатом изучения курса физики океана должно быть не только знакомство с основными процессами, протекающими в океане, не только изучение законов, определяющих характер океанических процессов, но и выработка навыков методологии исследований, получение представления о проблемах, которые в первую очередь необходимо решать.

Многие физические и химические свойства пресной и морской воды аномальны по отношению к веществам, выражаемым аналогичной химической формулой (H_2Te , H_2Se , H_2S). К таким «аномальным» свойствам можно отнести хорошо известное изменение плотности воды, изменение ее объема при замерзании, зависимость температуры замерзания от давления, некоторые тепловые характеристики и т.д.

Чтобы понять и объяснить свойства воды в различных ее фазовых состояниях, необходимо предварительно рассмотреть отдельную молекулу H_2O . Ее исследование показало, что многие физико-химические свойства воды обусловлены строением молекулы, которое создает вокруг нее специфическое электромагнитное поле, ориентирует молекулы воды относительно друг друга и связывает их.

Некоторые свойства молекулы воды были выяснены с помощью экспериментальных исследований, другие до сих пор не могут еще быть проверены экспериментально, а объясняются теоретически на основе различных моделей молекулы. Наиболее полный обзор исследований структуры и свойств воды содержится в книгах [1, 3]. В соответствии с программой дисциплины собственно молекулярные свойства пресной воды не являются предметом курса, но при объяснении ряда свойств

морской воды и льда их следует иметь в виду. Поэтому во введении в краткой форме приведены некоторые сведения о структуре пресной воды и льда, а также вытекающие из нее их основные свойства.

Представление о строении молекулы воды дает теория молекулярных орбиталей, под которыми понимается совокупность возможных положений электронов. Предполагается, что пара электронов с противоположно направленными спинами движется по одной орбитали. Из восьми электронов атома кислорода первая пара находится на ближайшей к ядру сферической s_1 -орбитали и прочно с ним связана, вторая пара электронов находится на более удаленной от ядра сферической s_2 -орбитали и менее прочно с ним связана, третья пара электронов расположена уже не на сферической, а на круговой p_z -орбитали. Оставшиеся два

электрона распределены по одному на двух p_x -и p_y - орбиталях, лежащих в плоскости, перпендикулярной предыдущей орбитали (рис.1). Так как эти электроны непарные, они могут взаимодействовать с электронами первой орбитали двух атомов водорода, образуя связи О-Н. Полагается, что при таком простом объединении электронов кислорода и водорода угол между двумя связями О-Н был бы 90° . Однако из-за сил отталкивания между ядрами водорода и добавочного влияния электронов

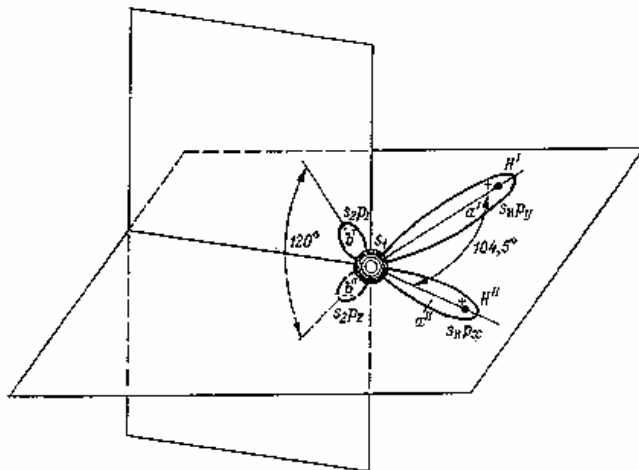


Рис. 1. Схема положения гибридных орбиталей молекулы воды.
 A' и A'' – ковалентные O–H связи,
 B и B' – гибридные неподеленные пары.

s_2 -орбитали (эффекта гибридизации) происходит увеличение угла до $104,5^\circ$.

Гибридизация электронов s_2 - и p_z -орбиталей кислорода приводит к тому, что около его ядра образуются две области заряда. Они расположены симметрично плоскости, в которой находятся O–H связи. В результате молекула воды приобретает тетраэдрическое строение с двумя положительно заряженными областями вблизи ядер водорода и двумя отрицательно заряженными областями вблизи ядер кислорода. Эти четыре полюса позволяют каждой молекуле воды образовывать с соседними молекулами четыре водородные связи.

Характерное для молекулы воды расположение ядер водорода и кислорода и гибридных электронов приводит к тому, что моменты связей O–H и моменты ядер создают большой дипольный

момент, равный $1,86D$. Остальные электроны не дают вклада в общий дипольный момент из-за их симметричного положения относительно ядер кислорода.

При рассмотрении параметров молекулы H_2O следует иметь в виду, что ядра ее атомов постоянно колеблются около положения равновесия. Поэтому расстояние между ядрами, а следовательно,

длина связей О-Н и угол между ними постоянно меняются. В среднем длина О-Н связи равна $0,96 \cdot 10^{-10}$ м. При колебаниях как длина связей, так и угол между ними могут меняться до 5 - 8%.

При изучении различных энергетических свойств воды важно иметь представление об энергии молекулы H_2O . Общая ее энергия определяется как разность между энергией неподвижной молекулы и ее составных частей, расположенных на бесконечно больших расстояниях друг от друга. Сумма последних в разъединенном состоянии больше, чем в объединенном, на 2080,6 эВ (1эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.). Это кинетическая энергия молекулы, в которой 10,1 эВ составляет энергию электронной связи. Энергия, требуемая на разрыв О-Н связи (диссоциацию) при 0^0 К, составляет 4,4 эВ. Диссоциация молекулы воды при 0^0 К на H^+ и OH^- требует 5,11 эВ энергии. Еще меньше изменяется внутренняя энергия молекулы при фазовых переходах. Так, при кипении она меняется на 0,39 эВ, а при плавлении – на 0,06 эВ.

Существует по три устойчивых изотопа водорода и кислорода, которые могут соединяться между собой. Наибольшее распространение имеет сочетание $H_2^1O^{16}$ – обыкновенная вода. На сумму все остальных изотопов приходится менее 0,3% объема природных вод.

Хотя строение всех изотопов молекулы воды одинаково, многие физические характеристики оказываются различными. Несколько различаются длины О-Н связей и углы между ними, моменты инерции и т.д. Но из-за малой доли изотопных молекул в природной воде они не определяют ее макроскопические свойства.

Прежде чем рассматривать строение воды, целесообразно дать характеристику структуры ее крайне неупорядоченной фазы – пара и упорядоченной – льда. В случае водяного пара силы взаимодействия между молекулами воды существуют, но молекулы не связываются в больших количествах в какие либо объединения. В принципе из-за дипольных моментов молекулы H_2O взаимно ориентируются относительно друг друга. При этом они испытывают взаимное притяжение или отталкивание в зависимости от их ориентировки.

Оценки дальнедействующих сил показывают, что при межмолекулярном расстоянии $10 \cdot 10^{-10}$ м. они составляют всего несколько процентов от их максимального значения и практически не влияют на взаимное поведение молекул. В то же время среднее расстояние между молекулами, исходя из плотности водяного пара, определяют в $30 \cdot 10^{-10}$ м. Поэтому в результате теплового движения молекулы оказываются разрозненными.

Эксперименты показывают, что в водяном паре может присутствовать не более 1% димеров, т.е. объединений двух молекул H_2O , но природа их связи еще не выяснена.

В случае льда молекулы H_2O связаны между собой, а взаимное положение атомов кислорода довольно хорошо изучено. Вследствие образования вокруг атома кислорода четырех заряженных областей каждый атом кислорода соединяется с четырьмя другими, отстоящими от него на расстояние $2,76 \cdot 10^{-10}$ м, образуя тетраэдральную фигуру. При этом между неподеленной парой электронов одного атома кислорода и О-Н связью другого возникает сила притяжения, называемая *водородной связью*. Такое соединение молекул приводит к кристаллической решетке со значительным межмолекулярным притяжением, но не очень плотной упаковкой. На рис.2 представлено объединение пяти молекул H_2O , изображенных ради наглядности в виде шариков, в которых

показано взаимное положение связей О-Н [2]. Если соединить внешние молекулы между собой поверхностями, то получится тетраэдр с одной молекулой внутри, образующей угол с внешними молекулами, равный $109,5^\circ$.

Благодаря ориентирующему влиянию электромагнитного поля молекул их взаимное

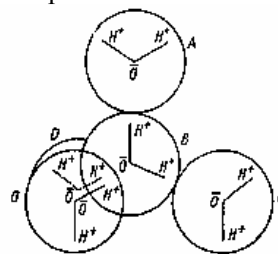


Рис. 2. Схема тетраэдрического строения льда

положение не будет полностью симметричным во всех направлениях, что можно увидеть, если дополнить фигуру на рис.2 другими молекулами. Такая фигура, в которой показано только положение атомов кислорода, приведена рис.3.

На рисунке хорошо видно, что симметрия положения атомов кислорода в вертикальном и горизонтальном направлениях различна. При этом как бы выделяются слои, в которых каждая молекула соединяется связями с тремя соседними того же слоя и с одной молекулой другого слоя. Эти слои принято называть *базисной плоскостью* кристаллической решетки, а направление, перпендикулярное к ней, – *оптической осью* или С-осью кристалла.

Молекулы H_2O в кристаллической решетке льда не прочно связаны между собой, так как вследствие тепловых колебаний происходит изменение их ориентаций. Поэтому не только из-за сложной картины общего расположения атомов водорода в кристалле,

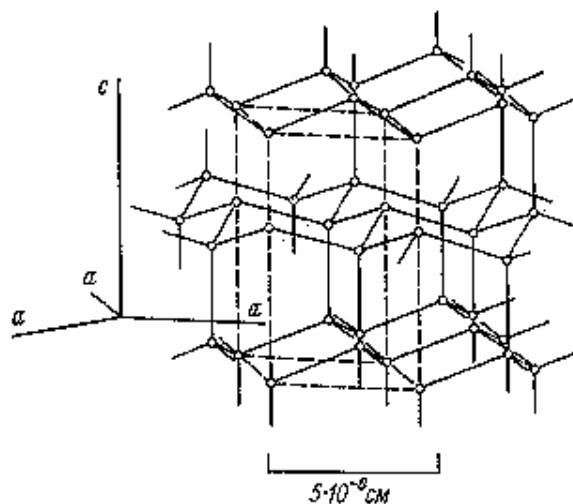


Рис. 3. Расположение атомов кислорода в кристалле по Бэггу.

Штриховой линией обозначена единичная ячейка.

как видно из рис.2, но и из-за тепловых колебаний нельзя указать их точное положение в кристалле льда.

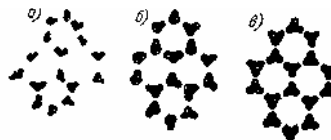
Оценки показывают, что при температуре таяния молекула H_2O ежесекундно претерпевает 10^5 изменений своей ориентации, т.е. средний период переориентаций составляет $\Delta t_n \approx 10^{-5}$ с. С понижением температуры интенсивность теплового возбуждения молекул уменьшается и изменение молекулярных ориентаций становится более медленным.

Кроме вращательных движений, молекулы в кристалле осциллируют около своих средних положений с характерным периодом $\Delta t_k \approx 10^{-13}$ с. Вращательно-колебательные движения молекул влияют как на их взаимное положение, так и на ориентировку О-Н связей.

В книге [3] показан характер структуры льда в зависимости от времени осреднения положения молекул. Если бы можно было сфотографировать молекулы H_2O с выдержкой порядка 10^{-13} с, то на фотоснимке кристалла льда очертания молекул должны быть довольно

резкими, а кристаллическая решетка – неупорядоченной, так как из-за колебаний молекулы не обязательно находятся в их средних положениях (рис.4а). Структура такого характера названа *мгновенной* или *структурой I*.

Рис.4. Схематическое изображение структуры воды при разных периодах осреднения : а) мгновенная, б) колебательно-осредненная, в) диффузионно-осредненная.



При экспозиции больше указанной, но малой по сравнению с Δt_n , изображения молекул на снимке получились бы размытыми вследствие их колебательного движения, но более упорядоченно ориентированными вследствие осреднения. Такая структура названа *колебательно-осредненной* или *структурой II* (рис.4б).

Наконец, при экспозиции, большей Δt_n на фотоснимке изобразилась бы довольно упорядоченная кристаллическая решетка льда, в узлах которой находятся размытые изображения молекул из-за полного осреднения их осцилляций и вращений. Эта структура названа *диффузионно-осредненной* или *структурой III* (рис.4в). Структура III в разных участках одного и того же кристалла одинакова, и ее можно определить не только как осреднение структур II во времени, но и как их осреднение в пространстве.

Модель структуры воды не определена еще с той достоверностью, с какой известно строение водяного пара и льда. Тем не менее имеется достаточно много сведений экспериментального характера, свидетельствующих о значительной упорядоченности в относительном расположении молекул H_2O в этой фазе.

Молекулярные движения в воде подразделяются на быстрые колебания около временных положений равновесия и на более медленные диффузионные перемещения. Период первых оценивается в 10^{-13} с, т.е. имеет такой же порядок, как и у льда, а период вторых отказывается существенно меньшим, чем у льда, и составляет 10^{-11} с. Поэтому при «снимках» положения молекул в воде с различной выдержкой моментальный снимок с экспозицией, меньшей Δt_k , зафиксировал бы структуру I (см. рис.4а). При экспозиции порядка 10^{-12} с. Получился бы фотоснимок структуры II (см.рис.4б). Если же фотографировать структуру воды с экспозицией, большей Δt_n , то, в отличие от льда, снимок структуры III воды был бы полностью размытым. Подобие картины, изображенной на рис.4в, получилось бы только в том случае, если фотокамеру поместить на молекулу воды и

сфотографировать с последней выдержкой пространство вокруг данной молекулы. При этом оказалось бы, что расположение молекул вокруг выбранной локальной молекулы H_2O близко к тетраэдрическому, но менее строго, чем во льду. Такая упорядоченность прослеживается в пределах небольших расстояний. Если же одновременно охватить взглядом большой объем воды, то характер упорядоченности исчезает. Поэтому часто говорят что лед обладает дальней и ближней упорядоченностью структуры, а вода имеет только ближнюю упорядоченность в расположении молекул, а пар не обладает упорядоченностью структуры.

Для объяснения изложенной структуры воды применяются различные модели, из которых лучше всего удовлетворяет результатам экспериментов так называемая модель искаженных водородных связей. В ней предполагается, что большинство молекул в воде взаимосвязано посредством водородных связей. Но, в отличие от льда, в воде эти связи не могут удержать молекулы в среднем в узлах решетки; последняя оказывается изогнутой, а водородные связи становятся не линейными, а изогнутыми. Чем больше расстояние от произвольно выбранной молекулы, тем больше накапливается искажений и пропадает регулярность положения молекул относительно центральных.

Так же как и у льда, каждая молекула воды, называемая центральной, окружена четырьмя соседними, образуя менее правильный, чем в твердой фазе, тетраэдр. Обычно эти четыре из ближайшего окружения молекулы называют *первичными* соседями. За ними следуют *вторичные*, *третичные* соседи и т.д. Для воды характерным является то, что изгиб водородных связей позволяет некоторым вторичным и третичным молекулам внедряться в область около центральной молекулы, что приводит к увеличению плотности воды по сравнению со льдом.

Энергия водородной связи, меняющаяся в пределах от 0,2 до 0,3 эВ во льду и уменьшающаяся до 0,06 эВ в воде, существенно меньше других видов внутримолекулярных энергий. Тем не менее, как было показано, роль этих связей велика. Они влияют на специфическое изменение плотности воды. Силами сцепления между молекулами воды объясняются такие ее тепловые свойства, как теплоемкость, теплота кристаллизации и испарения.

Специфика распределения электрического заряда вокруг молекулы обусловила существование у нее дипольного момента, приводящего к образованию некоторых особенностей электромагнитного поля. Пресная вода является слабым электролитом, так как молекулы H_2O довольно устойчивы и на ионы разлагаются с трудом. Об их количестве можно судить по величине рН. Однако, по-видимому, электромагнитные силы ионов воды достаточно велики, чтобы разорвать молекулы солей в морской воде на разноименные ионы.

Электрически активные ионы солей внедряются в структуру воды, присоединяясь к молекуле воды в зависимости от знака заряда либо со стороны водорода, либо со стороны кислорода в направлении гибридизированной неподеленной орбитали. При этом нарушается структура воды. В результате локальных изменений структуры воды, вызванных ионами и другими растворенными веществами, многие свойства морской воды отличаются от пресной. По сути, некоторые ученые предлагают рассматривать морскую воду не как смесь молекул H_2O , ионов и других растворенных веществ, а как особое сложное вещество.

Дополнительная литература

1. *Путинцев Н.М.* Физические свойства вещества (лед, вода, пар).– Мурманск, Мурманская государственная академия рыбопромыслового флота, 1995.– 255 с.
2. *Шулейкин В.В.* Физика моря.– М., Наука, 1968.– гл.8..
3. *Эйзенберг Д., Кауцман В.* Структура с свойства воды./ Пер. с англ.– Л.: Гидрометеиздат, 1975.– 280 с.

ОСНОВЫ ТЕРМОСТАТИКИ ОКЕАНА

1.1. Основные определения термостатики морской воды

При изучении океанических процессов неизбежно приходится сталкиваться с различными видами преобразования энергии. В первую очередь это относится к трансформации лучистой энергии Солнца, за счет которой в конечном итоге формируются все виды движения воды на нашей планете. Закономерности преобразования одного вида энергии в другой, связи энергии с состоянием вещества изучаются в термодинамике, определяющей наиболее общие законы, присущие любому веществу. В данном случае будут рассмотрены лишь те положения и законы термодинамики, которые необходимы при изучении физических процессов океанов и морей.

Термодинамика исследует состояние системы, т.е. состояние некоторого определенного количества вещества, которое не может быть ни бесконечно большим, ни бесконечно малым, включающим, например, несколько молекул. Такое ограничение, налагаемое на объем системы, стало особенно ясным после получения ее макроскопических характеристик в результате статистических операций, над конечным ансамблем микроскопических величин. Воды всего Мирового океана, его океанов и морей как в целом, так и в ограниченных объемах удовлетворяют этим требованиям. Поэтому к ним применимы положения термодинамики, а сами выделенные объемы воды или весь Мировой океан называются *термодинамическими системами*.

Совокупность свойств системы, таких, как плотность ρ , температура T , давление P , соленость S и т.д. определяет *состояние* термодинамической системы. Изменение состояния системы, а следовательно, и ее свойств называется *процессом*. В свете этих определений любые преобразования энергии, изменения количества вещества и его свойств как в целом для Мирового океана, так и для его ограниченного объема, перенос вещества и т.д. являются процессами, происходящими в термодинамической системе. Изменения теплового и агрегатного состояния вод, изменения количества солей в морской воде, циркуляция вод и многое другое могут служить в качестве примеров термодинамических процессов.

Если при протекании процесса система не обменивается веществом с окружающей средой, то ее принято называть *закрытой*, а если она не обменивается еще теплом и работой, то такую систему называют *полностью изолированной*. Практически океан не является ни

обмен перечисленными субстанциями не влияет существенным образом на некоторые свойства системы, и по отношению к ним иногда определенный объем воды удастся рассматривать как закрытую или изолированную систему.

Морская вода представляет собой *многокомпонентную систему*, состоящую из молекул воды, анионов и катионов солей и множества других примесей. Некоторые параметры такой системы в большинстве случаев определяются парциальным составом элементов в ней. Наиболее меняющимися элементами в морской воде и в то же время наиболее существенно влияющими на ее поведение являются соли. Поскольку солевой состав морской воды практически не меняется, то с достаточной для многих океанологических задач степенью точности морскую воду можно считать *бинарной* системой, состоящей из пресной воды и соли.

Содержание соли в морской воде обычно не превышает 4%, поэтому на некоторые термодинамические процессы соль не оказывает существенного влияния. В таких случаях морскую воду можно рассматривать как однокомпонентную систему, что значительно упрощает связи между ее параметрами. В дальнейшем бинарность морской воды будет приниматься во внимание только тогда, когда соль оказывает существенное влияние на гидрологический процесс.

При рассмотрении свойств и состояния океана с точки зрения термодинамики морскую воду представляют как *сплошную материальную систему* с непрерывным распределением вещества и физических характеристик. При этом молекулярная структура вещества не принимается во внимание, а его макроскопические параметры определяются осреднением по некоторому элементарному объему и относятся к центру этого объема. Поэтому под плотностью, температурой, соленостью и другими параметрами вещества в какой-то точке пространства в этом случае следует понимать соответствующие характеристики элементарного объема воды с центром в указанной точке, который содержит достаточно большое число молекул.

В термодинамике различают два вида энергии: внутреннюю энергию системы и внешнюю. Первая складывается в основном из энергии поступательного и вращательного движения молекул, их взаимодействия, из внутриатомной и внутриядерной энергии. Во второй вид входит энергия движения всей системы как единого целого и энергия положения системы в поле сил при условии неизменности внутренней энергии. В противном случае часть энергии положения перейдет во внутреннюю.

Любой вид энергии является однозначной функцией состояния системы и не зависит от пути, по которому совершается переход от одного состояния к другому. Единственно возможными термодинамическими формами передачи энергии от одной системы к

18

другой являются теплота и работа. Если представить общий объем термодинамической системы V как сумму небольших объемов V_j ,

каждый из которых обладает неизменной по объему удельной энергией E_j , т.е. энергией, приходящейся на единицу объема, то удельную энергию системы можно выразить формулой

$$E = \sum_j \frac{V_j}{V} E_j = \sum_j p_j E_j, \quad (1.1)$$

причем $\sum_j p_j = 1$.

В статистической термодинамике параметр $p_j = V_j / V$ называют вероятностью состояния [5]. При переходе к молекулярным масштабам p_j представляет вероятность того, что произвольно выбранная молекула воды имеет j -е энергетическое микросостояние.

Общее изменение энергии определяется выражением

$$dE = \sum_j E_j dp_j + \sum_j p_j dE_j. \quad (1.2)$$

Первое слагаемое этого уравнения

$$\sum_j E_j dp_j = \delta Q^e \quad (1.3)$$

характеризует такую форму изменения энергии, при которой меняется вероятность распределения всего набора выделенных энергий E_j , т.е. теплоту. Иначе это слагаемое называют изменением внутренней энергии системы за счет обмена с окружающей средой. Второе слагаемое

$$\sum_j p_j dE_j = -\delta G^i \quad (1.4)$$

есть упорядоченное изменение энергетического состояния элементов термодинамической системы, что соответствует определению работы, которая совершается системой. Таким образом, уравнение (1.2) может быть переписано в виде выражения

$$dE = \delta Q^e - \delta G^i, \quad (1.5)$$

обычно используемого при формулировке первого начала термодинамики, смысл которого состоит в том, что поступающая в систему энергия в форме тепла расходуется на изменение ее внутренней энергии и на работу.

Несмотря на то, что слагаемые правой части формулы (1.5) раздельно могут не быть дифференциалами, их сумма

(а следовательно, и изменение внутренней энергии) не зависит от пути процесса и является полным дифференциалом. В некоторых случаях

зависимость тепла и работы от пути процесса отпадает и они могут рассматриваться как дифференциалы, т.е.

$$dQ^e = dE + dG^i. \quad (1.6)$$

Очень важным термодинамическим параметром является *энтропия* η , характеризующая макроскопическое состояние системы в зависимости от ее микроструктуры. В статистической термодинамике она выражается формулой

$$\eta = -k_B \sum_j p_j \ln p_j, \quad (1.7)$$

где $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Параметр p_j , как уже было отмечено, показывает распределение микромасштабных характеристик в системе. Применительно к океанологии под последними можно понимать энергетические параметры, температуру, соленость, давление и т.д. Максимум энтропии наступает при их одинаковых значениях в каждом из выделенных j -м диапазоне, т.е. при одинаковых p_j , которые могут иметь место только при равновесном состоянии системы.

Выражение энтропии через макроскопические океанологические характеристики статистическим методом дано в учебнике [5]. Оно также может быть получено более просто дедуктивным методом, хотя и менее строго. В этом случае считается, что изменение энтропии системы происходит в результате ее теплообмена с окружающей средой и внутренних процессов, т.е.

$$d\eta = \frac{dQ^e}{T} + \frac{dQ'}{T}, \quad (1.8)$$

где Q' – некомпенсированное тепло, т.е. приводящее к отличию процесса от обратимого. Замена в этой формуле dQ^e выражением из уравнения (1.6) приводит к

$$Td\eta = dE + dG^i + dQ'. \quad (1.9)$$

Если в системе нет источников тепла, например, ядерных, химических и др., то dQ' может иметь место только за счет диссипации механической энергии во внутреннюю.

В двухкомпонентной системе некомпенсированное тепло возникает еще и в результате изменения соотношения компонентов. В морской воде это выражается изменением солености, т.е.

20

$$dQ' = -\mu dS, \quad (1.10a)$$

если сюда не включается диссипация механической энергии. Параметр μ называется *химическим потенциалом* морской воды. Он пропорционален разности потенциалов соли и пресной воды, знак которой вынесен перед параметром.

Работа внутренних сил приводит к сжатию или расширению системы, т.е.

$$dG^i = Pdv. \quad (1.10б)$$

С учетом изложенного уравнение (1.9) переписывается в виде

$$dE = Td\eta - Pdv + \mu dS. \quad (1.11)$$

Это уравнение называется *основным уравнением термодинамики*, или уравнением Гиббса. Полный вывод его можно найти в книге [5].

Химический потенциал морской воды зависит от солености, и для его определения используется соотношение, полученное с использованием экспериментальных данных при $T=27^\circ\text{C}$ и $P = P_a$

$$S\left(\frac{\partial\mu}{\partial S}\right)_{TS} = 75 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}. \quad (1.12)$$

Уравнение (1.11) может быть модифицировано переводом в другие координаты. При использовании изобарической координаты вместо изохорной в уравнении (1.11) вместо внутренней энергии появляется другой потенциал – *энтальпия* χ :

$$d(E + Pv) = d\chi = Td\eta + vdP + \mu dS \quad (1.13)$$

Если изменение энтропии заменить на изменение температуры, то в уравнении (1.11) появится новый потенциал – *свободная энергия* E_c :

$$d(E - T\eta) = dE_c = -\eta dT - Pdv + \mu dS. \quad (1.14)$$

В случае использования координат температуры, давления и солености в уравнении (1.14) появляется *полный термодинамический потенциал (потенциал Гиббса)* ζ :

$$d(E - T\eta + Pv) = d\zeta = -\eta dT + vdP + \mu dS. \quad (1.15)$$

Все эти термодинамические потенциалы не зависят от пути, и их уменьшение характеризует разность между максимально возможной и фактической работой в различных системах координат или при изменении различных функций состояния. Поскольку любой термодинамический потенциал не зависит от пути, т.е. является полным дифференциалом, между ними устанавливаются некоторые соотношения. В общем виде изменение потенциала F представляется выражением

$$dF(x, y, z) = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{yz} dx + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_{xz} dy + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_{xy} dz = Xdx + Ydy + Zdz. \quad (1.16)$$

Это уравнение называется уравнением Пфафа . Для него справедлива циклическая перестановка

$$\left(\frac{\partial X}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial Y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_y = -1, \quad (1.17)$$

и соотношения

$$\left(\frac{\partial X}{\partial y} \right)_{xz} = \left(\frac{\partial Y}{\partial x} \right)_{yz}; \quad \left(\frac{\partial X}{\partial z} \right)_{xy} = \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{zy}; \quad \left(\frac{\partial Y}{\partial z} \right)_{xy} = \left(\frac{\partial Z}{\partial y} \right)_{xz}, \quad (1.18)$$

которые называются соотношениями Максвелла. С их помощью можно получить связь между различными термодинамическими характеристиками. Например, из уравнения (1.14) следует

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial v} \right)_{TS} = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{vS}, \quad (1.19)$$

представляющее собой уравнение Клапейрона.

Из уравнения (1.15) получается соотношение

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial S} \right)_{TP} = - \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{SP}, \quad (1.20)$$

характеризующее зависимость химического потенциала от температуры. Поскольку энтропия морской воды с изменением солёности меняется не сильно, то и ее химический потенциал слабо меняется с изменением температуры.

Уравнение (1.15) можно представить в виде

$$\left(\frac{\partial \zeta}{\partial T} \right)_{PS} dT + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial P} \right)_{TS} dP + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial S} \right)_{TP} dS = -\eta dT + v dP + \mu dS. \quad (1.21)$$

Из него, в частности, следует

$$\mu = \left(\frac{\partial \zeta}{\partial S} \right)_{TP}, \quad (1.22)$$

т.е. химический потенциал характеризуется изменением полного термодинамического потенциала морской воды от солёности при изобаро-изотермическом процессе. Если продифференцировать последнюю формулу по P , то

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right)_{TS} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial S \partial P} = \left(\frac{\partial \nu}{\partial S}\right)_{TP}. \quad (1.23)$$

Таким образом, соотношения Максвелла позволили выразить зависимость химического потенциала морской воды от температуры, солёности и давления. Можно получить и другие термодинамические соотношения, вследствие чего формулы (1.17) и (1.18) широко используются в термодинамике.

1.2. Уравнение состояния морской воды

Вода, в том числе морская, является сжимаемой жидкостью, т.е. её плотность меняется. Зависимость плотности ρ или удельного объёма ν от определяющих факторов выражается *уравнением состояния*. В океанологии в качестве таких факторов принимаются наиболее просто измеряемые температура T , солёность S и давление P , т.е. $\rho = \rho(T, S, P)$ и $\nu = \nu(T, S, P)$. В таком случае можно записать

$$d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{SP} dT + \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)_{TP} dS + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_{TS} dP. \quad (1.24)$$

Если все члены этого выражения поделить на плотность, то коэффициентами при дифференциалах температуры, солёности и давления будут *коэффициент термического расширения*

$$k_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{SP}, \quad (1.25)$$

коэффициент солёностного сжатия

$$k_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)_{TP}, \quad (1.26)$$

коэффициент изотермической сжимаемости

$$k_P = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_{TS}. \quad (1.27)$$

В случае использования этих коэффициентов уравнение состояния морской воды в дифференциальной форме принимает вид

$$\frac{\partial \rho}{\rho} = -k_T dT + k_S dS + k_P dP. \quad (1.28)$$

Иногда уравнение состояния выражается аналогичным образом через удельный объем

$$\frac{dv}{v} = \alpha dT - \beta dS - kdP, \quad (1.29)$$

где $\alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{SP}$, $\beta = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial S} \right)_{TP}$, $k = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_{TS}$.

Они также называются коэффициентами термического расширения, соленостного сжатия и изотермической плотностной сжимаемости. Поскольку $v = 1/\rho$, то

$$\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right) = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right), \text{ т.е. } \alpha = -k_T.$$

Аналогичное соотношение имеет место между другими парами коэффициентов.

Диапазон изменений перечисленных коэффициентов в природных условиях составляет

$$-1 \leq k_T \cdot 10^4 \leq 3,3 \text{ K}^{-1}, \quad 7,5 \leq k_S \cdot 10^4 \leq 8,3 \left(\frac{0}{\infty} \right)^{-1}, \quad 3,2 \leq k_P \cdot 10^{10} \leq 4,7 \text{ Па}^{-1}.$$

Несмотря на сравнительно простую форму записи дифференциального уравнения состояния, оно не всегда удобно для практического использования ввиду слабой изученности зависимости перечисленных коэффициентов от температуры, солености и давления. Поэтому продолжают поиски выражений уравнения состояния морской воды, приемлемых для океанологических расчетов. Наиболее широкое распространение в океанологической практике получило уравнение состояния, полученное Кнудсенем в 1901г. по 24 пробам океанической воды. Оно определяло зависимость плотности морской воды от температуры и солености. Позднее, в 1908г. Экман предложил поправку, учитывающую влияние давления на плотность. Общее выражение эмпирического уравнения состояния Кнудсена-Экмана довольно громоздкое и представляется в виде

$$\sigma(T, S, P) = (\sigma_0 + 0,1324) [\delta_2 + \delta_3 (\sigma_0 - 0,1324)] - \delta_1 + \tilde{k}_P P, \quad (1.30)$$

где $\delta_1 = \frac{(T - 3,98)^2}{503,57} \cdot \frac{T + 283}{T + 67,26}$,

$$\delta_2 = 1 - (4,7867 - 0,098185T + 0,0010843T^2) T \cdot 10^{-3},$$

$$\delta_3 = (18,030 - 0,8164T + 0,01667T^2) T \cdot 10^{-6},$$

$$\sigma_0 = -0,069 + 1,4708 \text{ Cl} - 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ Cl}^2 + 3,98 \cdot 10^{-5} \text{ Cl}^3.$$

В эту формулу температура входит в градусах Цельсия.

Коэффициент σ_0 , называемый в океанологии *условным удельным*

весом, зависит от содержания соли в морской воде. В океане солевой

состав практически постоянный, поэтому общее содержание солей определяется по какому-то одному компоненту. В океанологии принято определять соленость воды по содержанию в ней анионов хлора (Cl) на основании формулы Кнудсена

$$S = (0,030 + 1,8050 \text{ Cl})\%_0 \quad (1.31)$$

или формулы ЮНЕСКО

$$S = 1,80655 \text{ Cl } ^0/_{00} \quad (1.32)$$

В эти формулы входит не фактическое число ионов хлора, а так называемая *хлорность*, определяемая числом граммов серебра, необходимого для осаждения всех галогенов в определенном объеме воды. Чтобы избежать промежуточного определения солености в условный удельный объем входит хлорность.

Начиная с 70-х годов в оперативной практике соленость чаще определяется по электропроводности морской воды, поэтому в более поздних уравнениях состояния используется не хлорность, а соленость.

С 1980г. начинает постепенно использоваться международное уравнение состояния морской воды, полученное по более чем 2000 пробам воды. Часто его называют *уравнением УС-80*. Оно имеет вид

$$\rho(T, S, P) = \frac{\rho(T, S, 0)}{1 - P / k(T, S, P)10^5}, \quad (1.33)$$

где $\rho(T, S, 0) = \rho_n + AS - BS^{3/2} + CS^2, \quad (1.34)$

$$\rho_n = 999,842594 + 6,793952 \cdot 10^{-2} T - 9,09529 \cdot 10^{-3} T^2 + 1,001685 \cdot 10^{-4} T^3 - 1,120083 \cdot 10^{-6} T^4 + 6,536332 \cdot 10^{-9} T^5,$$

$$A = 0,824493 - 4,0899 \cdot 10^{-3} T + 7,6438 \cdot 10^{-5} T^2 - 8,2647 \cdot 10^{-7} T^3 + 5,3875 \cdot 10^{-9} T^4,$$

$$B = 5,72466 \cdot 10^{-3} - 1,0227 \cdot 10^{-4} T + 1,6546 \cdot 10^{-6} T^2,$$

$$C = 4,8314 \cdot 10^{-4},$$

$$k_p(T, S, P) = k_p(T, S, 0) + A_1 \cdot 10^{-5} P + B_1 \cdot 10^{-10} P^2,$$

$$k_p(T, S, 0) = k_n + aS + bS^{3/2},$$

$$k_n = 19652,21 + 148,4206T - 2,327105 T^2 + 1,360477 \cdot 10^{-2} T^3 - 5,155288 \cdot 10^{-5} T^4,$$

$$a = 54,6746 - 0,603459T + 1,09987 \cdot 10^{-2} T^2 - 6,61670 \cdot 10^{-5} T^3,$$

$$b = 7,944 \cdot 10^{-2} + 1,6483 \cdot 10^{-2} T - 5,3009 \cdot 10^{-4} T^2,$$

$$A_1 = A_w + (2,2838 \cdot 10^{-3} - 1,0981 \cdot 10^{-5} T - 1,6078 \cdot 10^{-6} T^2)S + 1,91075 \cdot 10^{-4} S^{3/2},$$

$$B_1 = B_w - (9,9348 \cdot 10^{-7} - 2,0816 \cdot 10^{-8} T - 9,1697 \cdot 10^{-10} T^2)S,$$

$$A_w = 3,239908 + 1,43713 \cdot 10^{-3} T + 1,16092 \cdot 10^{-4} T^2 - 5,77905 \cdot 10^{-7} T^3,$$

$$B_w = 8,50935 \cdot 10^{-5} - 6,12293 \cdot 10^{-6} T + 5,2787 \cdot 10^{-8} T^2.$$

В уравнении (1.33) используются T в $^{\circ}\text{C}$, S в ‰ , P в Па.

Это уравнение оказывается еще более громоздким, чем уравнение Кнудсена. Поэтому во многих случаях, когда не требуется большая точность, обходятся приближенными зависимостями, не учитывающими тех или иных поправок в приведенных выше уравнениях. Наиболее часто в океанологической практике нашей страны применяются приближенные формулы:

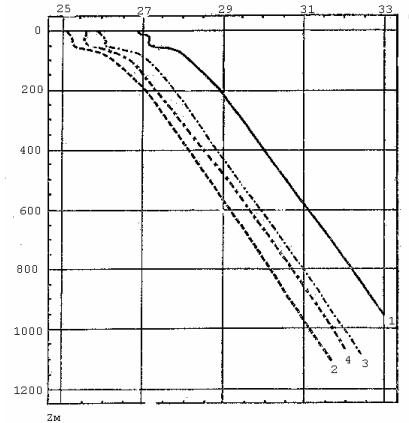


Рис.1.1 Профили условной плотности, рассчитанные по уравнениям:
1- (1.33), 2- (1.30), 3- (1.36),
2- 4- (1.35).

а) *линеаризованное уравнение*

$$\frac{\rho(T, S, P)}{\rho_0(T_0, S_0, P_0)} = 1 - k_T(T - T_0) + k_S(S - S_0) + k_P(P - P_0). \quad (1.35)$$

Оно получается из уравнения (1.28) при неизменных коэффициентах k_T, k_S, k_P . Если T, S, P не сильно отличаются от реперных значений этих характеристик T_0, S_0, P_0 , по которым вычислены перечисленные коэффициенты, то рассчитанная плотность может быть близкой к фактической. Основной недостаток этого уравнения состояния состоит в том, что при его использовании не может произойти увеличение плотности воды при смешении различных водных масс относительно их средней плотности.

б) уравнение состояния *Мамаева*, представляющее собой упрощенный вариант уравнения Кнудсена

$$\sigma_3(T, S, P) = 0,01[2815,2 - 7,35T - 0,469T^2 + (80,2 - 0,2T)(S - 35)] + 4,6 \cdot 10^{-7} P, \quad (1.36)$$

в которое входит T в $^{\circ}\text{C}$, S в ‰ , P в Па.

Существуют и другие эмпирические уравнения состояния морской воды как в нашей стране, так и за рубежом, но они используются реже

и для специфических условий, например для экваториальной или полярной зон. Поэтому здесь они не приводятся.

Различная точность уравнений состояния видна по рис.1.1, на котором приведены вертикальные профили плотности воды, вычисленные по одним и тем же значениям температуры и солености, полученным по данным наблюдений в холодный период года в северной части умеренной зоны. При другом распределении температуры и солености воды соотношение профилей плотности может быть другим, но они редко совпадают друг с другом.

Поскольку реперные точки в приближенных уравнениях состояния обычно различны, то вдали от них нельзя без дополнительного анализа оценить точность вычисленной плотности воды. В среднем наиболее точным считается уравнение УС-80 (1.23), поэтому оно все чаще используется при расчетах плотности и плотностной устойчивости океана. Нельзя пользоваться разными уравнениями состояния при описании поля плотности океана или моря, поскольку при этом могут возникнуть фиктивные градиенты плотности воды, искажающие многие термодинамические процессы в регионе.

1.3. Теплофизические характеристики морской воды

К теплофизическим характеристикам морской воды относят ее теплоемкость, молекулярную теплопроводность, энергию фазовых переходов, границы фазовых переходов.

Теплоемкость вещества, в том числе и морской воды, характеризует взаимосвязь между изменением его внутренней энергии, или энтальпии, и температуры. Это важнейшая термодинамическая характеристика, используемая в большинстве задач, связанных с определением теплового состояния вещества. При изучении связи теплоемкости морской воды с другими параметрами системы целесообразно воспользоваться основным уравнением термодинамики (1.11). Поскольку в нем внутренняя энергия является полным дифференциалом, его можно представить через частные производные по трем параметрам уравнения состояния: температуру, удельный объем и соленость:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{vS} dT + \left(\frac{\partial E}{\partial v}\right)_{TS} dv + \left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_{Tv} dS = Td\eta - Pd v + \mu dS. \quad (1.37)$$

Если предположить, что не происходит изменения объема и состава смеси термодинамической системы, т.е. $dv=0$ и $dS=0$, то из этого уравнения следует

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{vS} = T \left(\frac{d\eta}{dT}\right)_{vS}. \quad (1.38)$$

Правая и левая части этого выражения называются *теплоемкостью при постоянном объеме и составе смеси* C_{vS} . Если система однофазная, то это будет просто теплоемкость при постоянном объеме. Иногда ее называют *изохорная теплоемкость*.

Если использовать выражение энтропии для обратимого процесса

$$d\eta = dQ^e / T, \quad (1.39)$$

то

$$C_{vS} = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_{vS} = \left(\frac{dQ^e}{dT} \right)_{vS}. \quad (1.40)$$

Это наиболее широко известное определение теплоемкости как параметра системы, характеризующего количество тепла, которое ей нужно сообщить для изменения температуры на 1 градус. Обычно используется понятие *удельной теплоемкости*, определяющей количество тепла, необходимое для изменения температуры 1кг. вещества на 1°C.

Термодинамический процесс может протекать не при постоянном объеме, а при неизменном давлении. В этом случае используется *теплоемкость при постоянном давлении* (*изобарическая теплоемкость*), которая аналогичным способом находится из уравнения (1.13)

$$C_{pS} = \left(\frac{\partial \chi}{\partial T} \right)_{pS} = T \left(\frac{d\eta}{dT} \right)_{pS}. \quad (1.41)$$

Из сопоставления двух последних формул видно, что изохорная и изобарическая теплоемкости не одинаковы. Если использовать уравнение (1.37), полагая, что неизменны давление и соленость, то

$$C_{pS} = C_{vS} + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_{TS} + P \right] \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{pS}. \quad (1.42)$$

Из этой формулы видно, что различие между этими теплоемкостями обусловлено изменением внутренней энергии и работой сил давления, связанных с изменением объема системы.

Формула (1.42) может быть преобразована в другую более употребительную форму. Если в уравнении (1.37) полный дифференциал от энтропии представить в виде частных производных, как и от внутренней энергии, а затем приравнять слагаемые, содержащие dv , то

$$\left[\left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_{TS} + P \right] = T \left(\frac{\partial \eta}{\partial v} \right)_{pS}, \quad (1.43)$$

или, с учетом соотношения (1.19),

$$\left[\left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_{TS} + P \right] = T \frac{\partial P}{\partial T}. \quad (1.44)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P = -1,$$

приводит соотношение (1.42) к выражению

$$C_{PS} = C_{vS} + \frac{T\alpha^2 v}{k_p}. \quad (1.45)$$

Только при температуре наибольшей плотности, когда коэффициент термического расширения $\alpha = 0$, теплоемкости равны между собой. Во всех остальных случаях изобарическая теплоемкость больше изохорной, но относительное различие между ними менее 1%.

Экспериментальным путем обычно определяется изобарическая теплоемкость, так как в опытах легче выдерживать постоянство давления. Одним из таких эмпирических выражений является формула, полученная Коксом и Смитом. Для условий атмосферного давления она имеет вид

$$C_{PS} = 4,1784 + 8,46 \cdot 10^{-6} (T - 33,67)^2 - 5,075 \cdot 10^{-3} S - 1,4 \cdot 10^{-5} S^2, \quad (1.46)$$

где T в $^{\circ}\text{C}$, S в ‰ , C_{PS} в $\text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$

Зависимость теплоемкости от давления может быть выражена на основе уравнения термодинамики (1.15), если в нем расписать потенциал Гиббса через частные производные по T , P , S и приравнять члены с одинаковыми dT и dP , то

$$\left(\frac{\partial \zeta}{\partial T}\right)_{PS} = -\eta, \quad \left(\frac{\partial \zeta}{\partial P}\right)_{TS} = v.$$

Из них следует

$$\left(\frac{\partial^3 \zeta}{\partial T^2 \partial P}\right)_S = -\frac{1}{T} \left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_S,$$

т.е.

$$\frac{\partial C_{PS}}{\partial P} = -T \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_S. \quad (1.47)$$

Если продифференцировать соотношение (1.20) по T и иметь в виду определение (1.41), то получается

$$\frac{\partial C_P}{\partial S} = -T \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2}\right). \quad (1.48)$$

Таким образом, теплоемкость морской воды с ростом солёности и давления уменьшается, а с ростом температуры уменьшается до солёности примерно 20 ‰, при более высокой солёности она несколько увеличивается с ростом температуры. Однако эти

различия между изобарической и изохорной теплоемкостями, а сама теплоемкость часто принимается в виде константы $C \approx 4 \text{ кДж/(кг.К)}$.

Следующей важной теплофизической характеристикой морской воды является ее *теплопроводность*, определяющая скорость передачи тепла. Она выражается коэффициентом теплопроводности, под которым понимают, как это принято в физике, количество тепла, протекающего через единицу площади сечения воды в единицу времени при единичном градиенте температуры. Различают *молекулярную теплопроводность* λ_m и *турбулентную* λ . Первая определяется физическими свойствами воды и зависит от скорости движения молекул, длины их свободного пробега, плотности воды

$$\lambda_m = C_{pS} \rho \kappa_T, \quad (1.49)$$

где κ_T - коэффициент молекулярной теплопроводности.

Значение коэффициента молекулярной теплопроводности пресной воды при атмосферном давлении и температуре 20°C составляет $0,6 \text{ Вт/(мК)}$ и уменьшается примерно на 10^{-2} Вт/(м.К) при понижении температуры на каждые 10^0 C . Соленость не оказывает заметного влияния на величину λ_m .

Турбулентная теплопроводность воды определяется в основном кинематическими свойствами морской воды и зависит от интенсивности турбулентного перемешивания. Коэффициент турбулентной теплопроводности обычно на несколько порядков величины больше молекулярного и играет основную роль в переносе тепла.

В зависимости от температуры и давления пресная вода может находиться в трех агрегатных состояниях: газообразном, жидком и твердом. Для получения уравнения, которое характеризует границы перехода из одного фазового состояния в другое, можно воспользоваться соотношением (1.19). Поскольку в нем температура и соленость неизменны, то производная от энтропии в левой части уравнения меняется скачком и можно записать

$$\frac{\eta_1 - \eta_2}{v_1 - v_2} = \frac{\partial P}{\partial T}. \quad (1.50)$$

Для выделения в левой части соотношения (1.50) температуры на границе фазовых переходов энтропия заменяется на энтальпию

$$\frac{\chi_1 - \chi_2}{T(v_1 - v_2)} = \frac{\partial P}{\partial T}. \quad (1.51)$$

Это выражение известно как уравнение Клапейрона. Общее его решение можно представить в виде

$$P = P_0 + \int_{T_0}^T \left(\frac{\chi_1 - \chi_2}{v_1 - v_2} \right) \frac{dT}{T}. \quad (1.52)$$

30

Здесь P_0 - значение давления на границе раздела фаз при температуре T_0 .

Разность энтальпий является теплотой фазового перехода. Поскольку энтальпия водяного пара больше энтальпии воды, а последняя больше энтальпии льда, при переходе воды из фазового состояния с большей энтальпией в фазовое состояние с меньшей происходит высвобождение излишков энтальпии, а при обратном переходе необходимо эту разность энтальпий добавить из-за пределов термодинамической системы. Эти разности энтальпий носят название теплоты фазовых переходов: при переходе 1 кг воды из газообразного состояния в жидкое изменение энтальпии составляет 2500 кДж и называется *удельной теплотой конденсации* (L). Для осуществления обратного перехода в систему надо добавить такое же количество энтальпии, которое называется *удельной теплотой испарения*. Поскольку они одинаковы по величине, но различаются по знаку, их обозначают обычно одним и тем же символом.

При переходе воды из жидкой фазы в твердую разность энтальпий положительная и для массы вещества в 1 кг. называется *удельной теплотой кристаллизации* ($L_k=335$ кДж), Обратная ей разность энтальпий называется *удельной теплотой плавления*. Поскольку она отличается от теплоты плавления только знаком, то обозначается одинаковым с ней символом.

Разность энтальпий газообразного и твердого состояния воды, отнесенная к массе вещества в 1 кг называется *удельной теплотой сублимации* $L_c= 2835$ кДж. Обратная ей величина разности энтальпий называется *удельной теплотой возгонки*. Она обозначается тем же символом, что и теплота сублимации.

Если одна из фаз газообразная, то ее объем больше такой же массы твердой или жидкой фаз примерно в 10^5 раз, поэтому в уравнении (1.51) объем последних может не учитываться. Кроме того, объем пара достаточно точно описывается уравнением состояния идеального газа

$$P_v \nu_v = R_v T. \quad (1.53)$$

Газовая постоянная водяного пара $R_v = 461,5$ Дж/(кг·К).

При этих условиях уравнение (1.51) принимает форму

$$\frac{dP_v}{dT} = \frac{LP_v}{R_v T^2}. \quad (1.54)$$

Его решением будет

$$P_v = P_{v0} \exp \left[\frac{L}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]. \quad (1.55)$$

Это выражение известно как уравнение Клаузиуса-Клапейрона. В нем P_{v0} – давление водяного пара при температуре T_0 . Для $T_0=273^0\text{K}$ упрругость насыщенного пара $P_{v0} = 610 \text{ Па}$.
 L -удельная теплота фазового перехода между газообразной и жидкой или твердой фазами воды, а P_v -давление насыщенного водяного пара над плоской поверхностью воды или льда соответственно.

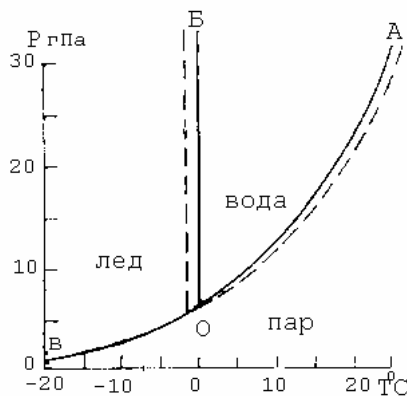


Рис.1.2. Диаграмма фазовых состояний воды. Сплошные линии – пресная вода, штриховые– соленая вода.

Уравнения (1.51) и (1.55) описывают границы разделов между тремя фазами воды на диаграмме фазовых состояний воды (Рис. 1.2). Все три кривые сходятся в одной точке, называемой *тройной*. Из диаграммы видно, что с повышением температуры давление пара над водой и льдом имеет некоторый наклон в сторону понижения температуры с очень большим углом к оси температуры. Это объясняется большой величиной производной по температуре в этих фазах. Наличие солей в морской воде несколько изменяет границы раздела фаз. В первую очередь это связано с тем, что в соответствии с законом Рауля давление насыщенных паров растворителя у разбавленных идеальных растворов пропорционально доле растворителя и давлению паров чистого растворителя, в данном случае пресной воды. Морская вода может рассматриваться только как слабый, но не идеальный раствор, поскольку ионы солей взаимодействуют между собой, а также оказывают влияние на структуру воды и затрудняют ее испарение. Поэтому давление насыщенного водяного пара над морской водой оказывается несколько меньшим, чем следует из закона Рауля. Это находит отражение введением эмпирического коэффициента α , в результате чего упрругость насыщения водяных паров над морской водой P_S выражается эмпирической формулой

$$P_S = (1 - aS) P_v. \quad (1.56)$$

При выражении солёности в ‰ коэффициент $a = 0,0053$.

Вторым важным следствием солёности является сдвиг границы раздела между твердой и жидкой фазами в сторону более низких температур. Различие размеров молекул воды и ионов, наличие между

ними электромагнитных взаимодействий приводит к тому, что при росте концентрации ионов, т.е. с увеличением солёности затрудняется объединение молекул H_2O в кристалл. Для этого необходимо уменьшение кинетической энергии молекул, которое характеризуется понижением температуры. Теория этого процесса для такой сложной термодинамической системы, как морская вода, еще не разработана. Для двухкомпонентного раствора зависимость температуры его замерзания θ от концентрации растворенного вещества S выражается известным в термодинамике уравнением

$$\frac{d\theta}{dS_m} = -\frac{k_b N_a \theta^2}{\chi_w - \chi} \quad (1.57)$$

где $k_b = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана,
 $N_a = 6,023 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – постоянная Авогадро,
 $\Delta\chi = \chi_w - \chi$ – разность энтальпий жидкой и твердой фаз,
 S_m – молярная концентрация раствора.
 Решение этого уравнения имеет вид

$$\theta = -\frac{k_b N_a \theta_0^2 S_m}{\Delta\chi(1 - k_b N_a \theta_0 S_m / \Delta\chi)} \approx -\frac{k_b N_a \theta_0^2}{\Delta\chi} \left[S_m - \frac{k_b N_a \theta_0 S_m^2}{\Delta\chi} + \frac{1}{2} \left(\frac{k_b N_a \theta_0}{\Delta\chi} \right)^2 S_m^3 - \dots \right] \quad (1.58)$$

где $\theta_0 = 273^0$ К – температура замерзания пресной воды.

Из-за сложного строения морской воды теоретическое выражение (1.58) не точно описывает температуру ее замерзания. Для ее расчетов приходится использовать различные эмпирические формулы, из которых наиболее точной и близкой по форме к теоретически полученной является формула Крюммеля

$$\theta = -10^{-3} (3 + 52,7 S + 0,04 S^2 + 0,0004 S^3). \quad (1.59)$$

В этой формуле присутствует свободный член, характеризующий переохлаждение, необходимое для замерзания воды. Температура в этой формуле дается в ⁰С, а солёность – в ‰.

Характер изменения границ фазовых переходов морской воды представлен на рис.1.2 штриховой линией.

1.4. Адиабатический процесс

Часто при вертикальных перемещениях водной массы теплообмен ее с окружающей средой оказывается незначительным, а изменение температуры происходит за счет перепадов давления. Термодинамический процесс, протекающий без обмена теплом между

системой и окружающей средой, называется *адиабатическим*. Если к тому же не происходит и обмена солями, то такой процесс называется

изэнтропическим, поскольку при этих условиях энтропия, как будет далее показано, может меняться только в результате процессов внутри системы, а не за счет обмена с окружающей средой. При перечисленных условиях уравнение (1.37), в котором изменение внутренней энергии выражено через теплоемкость и изменение температуры, имеет вид

$$C_{vs}dT + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_{TS} + P \right] dv = 0. \quad (1.60)$$

Если учесть соотношения (1.43) и (1.45), то оказывается, что

$$\left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_{TS} + P = T \frac{\alpha}{k_p}. \quad (1.61)$$

Следовательно,

$$dT = - \frac{T\alpha}{C_{vs}k_p} dv. \quad (1.62)$$

Эта формула характеризует изменение температуры воды при ее вертикальном перемещении. В случае подъема воды и расширении при этом ее объема ($dv > 0$) происходит адиабатическое понижение температуры ($dT < 0$). При опускании воды и ее сжатии температура повышается. Из-за того что при температуре ниже температуры наибольшей плотности знак α у воды меняется на обратный, в этом диапазоне температур вода при расширении адиабатически нагревается, а при сжатии – охлаждается.

Во многих практических расчетах вместо изменений удельного объема удобнее использовать изменение давления. Для получения такой формулы можно использовать умноженное на dT выражение (1.42), в котором с помощью формул (1.60) и (1.61) исключаются C_{vs} и энергия. В результате получается

$$C_{ps}dT = \frac{T\alpha}{k_p} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{ps} dT - dv \right]. \quad (1.63)$$

Применение уравнения состояния (1.29) позволяет преобразовать выражение в скобках и получить

$$dT = \frac{T\alpha v}{C_{ps}} dP. \quad (1.64)$$

Из этой формулы видно, что с ростом давления при адиабатическом опускании водной массы ее температура повышается, а при подъеме воды, когда давление уменьшается, ее температура понижается. Поскольку

$$\frac{dT}{dz} = \frac{dT}{dP} \frac{dP}{dz},$$

34

а на основании уравнения статики $dP / dz = g / v$, то из формулы (1.64) следует

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_a = \frac{gT\alpha}{C_{PS}} \equiv \Gamma. \quad (1.65)$$

Этот градиент температуры называется *адиабатическим*. Из формулы видно, что он не остается постоянным. При температуре наибольшей плотности $\Gamma=0$ из-за того, что при этом $\alpha=0$. При более высокой температуре $\Gamma>0$, но, он невелик, порядка 10^{-4} К/м.

Вследствие адиабатических процессов при вертикальных перемещениях воды ее температура меняется. Эти изменения в ряде случаев надо знать, например при определении вертикальной устойчивости водной массы и при анализе водных масс. Поэтому в океанологии принято температуру приводить адиабатически к давлению на поверхности океана, исключая тем самым ее адиабатические изменения. Приведенную таким образом температуру называют *потенциальной* (ϑ). Чтобы ее вычислить, достаточно проинтегрировать формулу (1.65) по глубине

$$\vartheta = T \exp \int_z^0 \frac{g\alpha}{C_{PS}} dz \quad (1.66)$$

или

$$\vartheta \approx T - T \int_0^z \frac{g\alpha}{C_{PS}} dz. \quad (1.67)$$

Последнее слагаемое в формуле (1.67) называется *адиабатической поправкой*.

В качестве исходного уравнения при получении выражения потенциальной температуры можно использовать уравнение (1.64). В этом случае интегрирование производится по давлению от P до поверхностного P_a

$$\vartheta = T \exp \int_P^{P_a} \frac{\alpha v}{C_{PS}} dP \approx T \left(1 - \int_{P_a}^P \frac{\alpha v}{C_{PS}} dP \right). \quad (1.68)$$

Из-за малого значения коэффициента термического расширения воды адиабатическая поправка небольшая и для характерного перепада глубин в 1 км. она составляет величину порядка $10^{-1} - 10^{-2}$ градуса в зависимости от температуры воды.

По аналогии с потенциальной температурой введено понятие *потенциальной плотности* морской воды ρ_ϑ , т.е. плотности, приведенной адиабатически к атмосферному давлению:

$$\rho_\vartheta(\vartheta, S, P) = \rho(T, S, P) - \int_{P_a}^P \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_\eta dP. \quad (1.69)$$

Подынтегральное выражение представляет собой *адиабатический*

$$k_{\eta} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_{\eta}. \quad (1.70)$$

Он связан с изотермическим коэффициентом сжимаемости соотношением

$$k_{\eta} = \frac{C_{vS}}{C_{pS}} k_p. \quad (1.71)$$

Это следует из формул (1.45) и (1.64).

Потенциальная плотность и адиабатический градиент плотности наиболее часто используются при определении вертикальной устойчивости вод океана и при определении скорости звука.

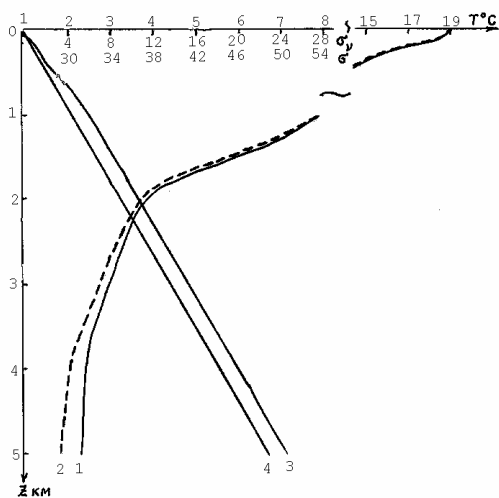


Рис.1.3.Пример изменения с глубиной температуры воды (1), потенциальной температуры (2), условной плотности (3) и потенциальной условной плотности (4).

На рис.1.3 приведен пример вертикальных профилей потенциальной температуры и потенциальной условной плотности. Надо иметь в виду, что они всегда отсчитываются от требуемого горизонта или давления на нем. Изменение потенциальной плотности происходит в основном за счет давления, Вклад температуры на два порядка величины меньше, поэтому на глубинах более 1км, где температура и соленость воды с глубиной меняются слабо, вертикальные профили фактической и потенциальной плотности подобны.

36

1.5. Критерии вертикальной плотностной стратификации океана

Океан в среднем обладает устойчивой плотностной стратификацией, т.е. более плотные слои воды располагаются под менее плотными. Чем больше вертикальный градиент плотности, тем труднее воду перемешать, так как на это требуется затратить больше энергии. При этом обычно затрудняется проникновение тепла, соли и других субстанций через слои с большой плотностной устойчивостью. Довольно часто под воздействием тех или иных причин происходит нарушение изложенной картины, и менее плотные массы воды оказываются под более плотными. Длительное время такая аномальная стратификация сохраняться не может, и в соответствии с законом Архимеда происходит опускание более плотной воды и подъем менее плотной. Характер этой циркуляции и связанный с ней перенос различных субстанций также зависят от вертикального градиента плотности. Поэтому в океанологической практике почти всегда оценивается плотностная устойчивость океанов и морей в том или ином пункте.

Критерий устойчивости определяется по соотношению плотностей перемещаемого по вертикали объема жидкости ρ_v и окружающей среды ρ . Считается, что плотность перемещаемого объема воды меняется адиабатически

$$\rho_v(z + \Delta z) = \rho_v(z) + \left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a \Delta z, \quad (1.72a)$$

а плотность окружающей среды может меняться иначе

$$\rho(z + \Delta z) = \rho(z) + \left(\frac{d\rho}{dz} \right) \Delta z. \quad (1.72b)$$

Если на исходном уровне z плотности выделенного объема и окружающей среды одинаковы ($\rho_v = \rho$), то за счет разности изменений по вертикали этих плотностей возникает архимедова сила, вызывающая ускорение

$$G_a = \frac{g}{\rho} \left[\frac{d\rho}{dz} - \left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a \right] \Delta z. \quad (1.73)$$

В том случае, когда градиент плотности воды в океане равен адиабатическому, архимедова сила равна нулю и плотностная стратификация называется *безразличной*. Если адиабатический градиент плотности воды больше фактического (точка a на рис.1.4), т.е. их разность в скобках формулы (1.73) отрицательная, то выведенный из состояния равновесия с уровня z элементарный объем

37

жидкости при опускании ($\Delta z > 0$) приобретает плотность большую, чем окружающая среда, и будет стремиться к дальнейшему опусканию. При подъеме ($\Delta z < 0$) этот объем жидкости становится менее плотным по сравнению с окружающей средой и будет всплывать. Стратификация, при которой выведенный из состояния

равновесия объем жидкости не стремится вернуться на исходный уровень, называется неустойчивой.

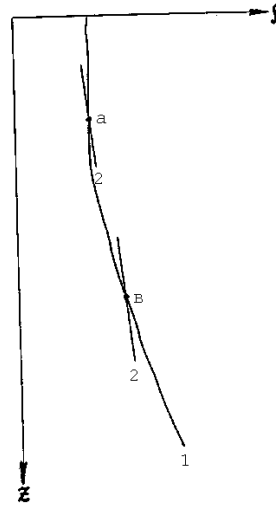


Рис.1.4. Схема соотношения плотностей воды фактической (1) и потенциальной (2) при неустойчивой (а) и устойчивой (в) стратификациях.

Если адиабатический градиент плотности меньше фактического (точка *в* на рис.1.4), т.е. их разность в скобках формулы (1.73) положительная, то выведенный из состояния равновесия объем жидкости старается вернуться на первоначальный уровень, поскольку при подъеме он оказывается плотнее окружающей среды, а при опускании - менее плотным. Такая стратификация называется *устойчивой*.

В формуле (1.73) множитель Δz является произвольным, поэтому его обычно опускают. При этом формула приобретает размерность с^{-2} :

$$N^2 = \frac{g}{\rho} \left[\frac{d\rho}{dz} - \left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a \right]. \quad (1.74)$$

Параметр N называют *частотой Вьёйсяля-Брента*. Он характеризует частоту инерционных колебаний объема воды, выведенной из состояния равновесия при устойчивой стратификации океана.

При практических оценках стратификации океана удобнее использовать не плотность, а такие измеряемые характеристики, как температура, соленость, давление. Поскольку полагается, что при адиабатическом процессе выделенный объем жидкости не изменяет

38

своей солености, его градиент плотности представляется в виде

$$\left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a = \frac{\partial \rho}{\partial T} \left(\frac{dT}{dz} \right)_a + \frac{\partial \rho}{\partial P} \left(\frac{dP}{dz} \right)_a. \quad (1.75)$$

Градиент плотности окружающей воды описывается выражением

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{\partial\rho}{\partial T} \frac{dT}{dz} + \frac{\partial\rho}{\partial S} \frac{dS}{dz} + \frac{\partial\rho}{\partial P} \frac{dP}{dz}. \quad (1.76)$$

Подстановка этих двух последних выражений градиентов давления в формулу (1.74) при условии, что из-за быстрого выравнивания давления оно в перемещающемся объеме воды и в окружающей среде одинаково, видоизменяет ее

$$N^2 = \frac{g}{\rho} \left\{ \frac{\partial\rho}{\partial T} \left[\frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_a \right] + \frac{\partial\rho}{\partial S} \frac{dS}{dz} \right\}. \quad (1.77)$$

В таком виде квадрат частоты Вэйсяля-Брента называют *критерием устойчивости Хессельберга-Свердрупа*. Он используется для характеристики плотностной стратификации океана.

Для того чтобы оценить относительное влияние градиентов температуры и солёности на устойчивость вод, достаточно в формуле (1.77) определить по уравнению состояния зависимость плотности воды от температуры и солёности, производные которых входят множителями к соответствующим градиентам. Множитель при градиенте солёности почти на порядок величины больше, чем при градиенте температуры. Следовательно, несмотря на малые градиенты солёности, она оказывает большое влияние на плотностную стратификацию океана. Поэтому в тех акваториях Мирового океана, где происходит распреснение поверхностного слоя за счет стока речных вод, таяния льда и осадков, плотностная стратификация оказывается очень устойчивой и переход к неустойчивому состоянию за счет только одного изменения температуры практически невозможен. Например, в летний период года из-за распреснения при таянии льда в арктических морях градиенты солёности достигают значений порядка $0,5 \text{ ‰}$ на 1 м. Чтобы преодолеть обусловленную солёностью такую устойчивость, необходим градиент температуры не менее 5°C на 1 м, что практически никогда не наблюдается.

Из уравнения состояния следует, что знак множителя у градиента солёности в формуле (1.77) положительный, а у градиента температуры - отрицательный. Поэтому рост солёности с глубиной способствует повышению устойчивости, а рост температуры воды с глубиной - уменьшает ее.

Критерий устойчивости очень часто используется в океанологической практике и для удобства его определения составлены Океанографические таблицы [2]. Однако при их использовании следует иметь в виду, что изменения плотности по

39

температуре и солёности в них вычислены по уравнению состояния Кнудсена. Если пользоваться другим уравнением состояния морской воды, то значения N^2 могут отличаться от приведенных в таблицах.

Дополнительная литература

1. *Мамаев О.И.* Термохалинный анализ вод Мирового океана.–Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 296с.
2. Океанографические таблицы. Изд. 4-е.–Л.: Гидрометеиздат, 1975.–477с.
3. *Попов Н.И., Федоров К.Н., Орлов В.М.* Морская вода. Справочное руководство. – М.: Наука, 1979.–327с.
4. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Кн.3. Молекулярная физика и термодинамика. Изд. 4-е.–М.: Наука, 1998. – 208с.
5. *Трайбус М.* Термостатика и термодинамика /Пер. с англ./ –М.: Энергия, 1970.– 501с.

Вопросы для самопроверки

1. Каков физический смысл энергии, энтропии, энтальпии и химического потенциала термодинамической системы морской воды?
2. Что характеризует основное уравнение термодинамики морской воды?
3. В чем различие между дифференциальным уравнением состояния морской воды и уравнениями Кнудсена, УС-80 и другими?
4. Почему различаются изобарическая и изохорная теплоемкости морской воды?
5. Как изменяется энтальпия морской воды при изменении ее фазового состояния? Какова связь с теплотой фазовых переходов?
6. В чем суть адиабатических и изэнтропических процессов и каково их влияние на температуру и плотность воды в океане?
7. Как связана вертикальная устойчивость вод океана с распределением температуры и солености?

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОКЕАНА

2.1. Уравнение движения морской воды

Вода выходит из состояния покоя и начинает двигаться под действием различных сил, которые подразделены на две категории: *объемные*, или *массовые*, и *поверхностные*. К первой категории принято относить те силы, которые действуют непосредственно на все элементы объема: гравитационные, электромагнитные и т.д. Ко второй относят силы, непосредственно влияющие на поверхность объема массы, а далее это влияние различным способом передается в глубь объема. В эту категорию входят силы трения и давления между объемами жидкости.

При изучении динамики морской воды как сплошной среды рассматриваются не сами объемные силы, а плотность их распределения. Согласно определению, даваемому в механике сплошных сред, под *плотностью распределения объемной силы* в точке O понимают предел отношения равнодействующей объемных сил $\Delta \mathbf{F}_0$, действующих на частицы малого объема ΔV с центром в точке O , к массе этого объема

$$\mathbf{F} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} (\Delta \mathbf{F}_0 / \rho \Delta V). \quad (2.1)$$

Размерность \mathbf{F} в системе СИ будет Н/кг. или м/с^2 .

Поверхностные силы также выражаются плотностью их распределения \mathbf{P} , но не по объему, а по поверхности Π

$$\mathbf{P} = \lim_{\Pi \rightarrow 0} (\Delta \mathbf{P}_0 / \Delta \Pi). \quad (2.2)$$

Размерность \mathbf{P} в системе СИ составляет Н/м^2 .

Величина поверхностной силы зависит от ориентировки площадки, на которую она действует. Чтобы этого избежать, плотность распределения этой силы, которую ради краткости обычно называют просто поверхностной силой, проектируется на координатные плоскости. Из гидромеханики известно, что такая проекция представляется выражением

$$\mathbf{P} d\Pi = \mathbf{P}_x d\Pi_x + \mathbf{P}_y d\Pi_y + \mathbf{P}_z d\Pi_z, \quad (2.3)$$

где $d\Pi_x, d\Pi_y, d\Pi_z$ - проекции площадки $d\Pi$ на соответствующие координатные плоскости. Их также можно выражать через эту площадку и косинусы углов наклона к координатным плоскостям

$$P d\Pi = P_x \cos(n,x) d\Pi + P_y \cos(n,y) d\Pi + P_z \cos(n,z) d\Pi. \quad (2.4)$$

Отсюда следует

$$P = P_x \cos(n,x) + P_y \cos(n,y) + P_z \cos(n,z). \quad (2.5)$$

Часто ради краткости записи это выражение представляют следующим образом

$$P = P_x n_x + P_y n_y + P_z n_z. \quad (2.6)$$

Из этого соотношения видно, что вектор поверхностной силы в любой точке среды зависит от ориентировки в ней площадки, на которую он действует.

В дальнейшем ради краткости изложения плотности распределения массовых и поверхностных сил называются просто соответствующими силами, как это принято в литературе.

Для того чтобы получить уравнение движения элементарного объема воды, используется закон изменения количества движения, согласно которому изменение *главного вектора количества движения* системы материальных частиц **I** равно *главному вектору внешних массовых и поверхностных сил*:

$$dI dt = \int F dM + \int P d\Pi \quad (2.7)$$

Главный вектор количества движения для объема **V** определяется интегралом от произведения абсолютных скоростей **V_a** и элементарных масс частиц в объеме

$$I = \int_V V_a \cdot dM. \quad (2.8)$$

Если выделенный объем жидкости неизменный и небольшой, позволяющий отнести отмеченную скорость не только к его отдельным частям, но и ко всему объему, то уравнение (2.7) можно переписать в виде

$$\int_V \frac{dV_a}{dt} dM = \int_V F dM + \int_{\Pi} P d\Pi. \quad (2.9)$$

В океанологии полученное уравнение без дополнительных преобразований не используется. В первую очередь необходимо

перейти от абсолютной скорости движения жидкости к скорости относительно вращающейся Земли. Для того чтобы учесть ускорение, возникающее за счет вращения Земли, проще всего рассмотреть две системы координат: неподвижную x_1, y_1, z_1 и подвижную x, y, z (Рис.2.1).

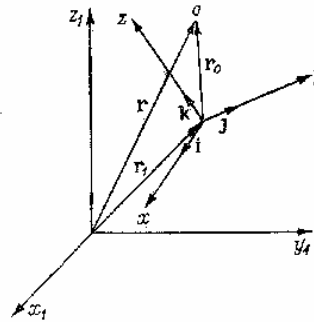


Рис.2.1.Схема положения выделенного объема в неподвижной и подвижной системах координат

Пусть вектор \mathbf{r} определяет положение центра выделенного элементарного объема в первой системе координат, а \mathbf{r}_0 - во второй. Тогда, если \mathbf{r}_1 обозначает положение центра подвижной системы координат в неподвижной, можно записать

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_1 + (x \cdot \mathbf{i} + y \cdot \mathbf{j} + z \cdot \mathbf{k}) . \quad (2.10)$$

Для того чтобы перейти к ускорениям, нужно это выражение дважды продифференцировать по t , в результате чего получается

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{V}_a}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = & \left(\frac{d^2\mathbf{r}_1}{dt^2} + x \frac{d^2\mathbf{i}}{dt^2} + y \frac{d^2\mathbf{j}}{dt^2} + z \frac{d^2\mathbf{k}}{dt^2} \right) + \\ & + \left(\frac{d^2x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \mathbf{k} \right) + 2 \left(\frac{dx}{dt} \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{d\mathbf{j}}{dt} + \frac{dz}{dt} \frac{d\mathbf{k}}{dt} \right) . \end{aligned} \quad (2.11)$$

Как известно, выражение, стоящее в первых скобках правой части этого равенства, определяет переносное ускорение, во вторых скобках - относительное ускорение, в третьих - ускорение Кориолиса. Производные от ортов обычно выражают через угловую скорость вращения подвижной системы, т.е. Земли, $\boldsymbol{\omega}$

$$d\mathbf{i}/dt = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{i}, \quad d\mathbf{j}/dt = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{j}, \quad d\mathbf{k}/dt = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{k}.$$

После подстановки этих соотношений в уравнение (2.11) и учета равномерности поступательного движения Земли, из-за которого $d^2\mathbf{r}_1/dt^2=0$, а также с учетом того, что $\boldsymbol{\omega} = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ есть величина постоянная, оно приобретает вид

$$\frac{d\mathbf{V}_a}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_0) + \frac{d\mathbf{V}}{dt} + 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}), \quad (2.12)$$

где \mathbf{V} - скорость движения воды относительно Земли.

Следующий этап преобразований уравнения (2.9) сводится к замене интеграла от поверхностных сил в объемный на основании теоремы Гаусса-Остроградского и соотношения (2.6)

$$\int_{\Pi} \mathbf{P} d\Pi = \int_v \left(\frac{\partial \mathbf{P}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{P}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{P}_z}{\partial z} \right) dv = \int_v \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{P}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{P}_z}{\partial z} \right) dM . \quad (2.13)$$

Подстановка выражений (2.12) и (2.13) в уравнение (2.9) приводит его к виду, в котором каждое слагаемое выражено через объемный интеграл. Поскольку объем всех интегралов одинаков и

может полагаться бесконечно малым, то интегральное уравнение сводится к дифференциальному

$$d\mathbf{V}/dt = \mathbf{F} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_0) - 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \mathbf{P}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{P}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{P}_z}{\partial z} \right). \quad (2.14)$$

В результате проведенных преобразований в правой части уравнения движения появились два новых слагаемых. Первое из них существует всегда, независимо от движения воды. Это центробежное ускорение. Оно направлено перпендикулярно оси вращения Земли и зависит, как видно из этого уравнения, не только от угловой скорости, но и от расстояния от оси вращения (\mathbf{r}_0). Второе новое слагаемое - ускорение Кориолиса - зависит от скорости течения. Это инерционное ускорение, возникшее как и первое в результате перехода к подвижной системе координат.

В океанологии из объемных сил обычно выделяют плотность распределения силы земного притяжения и вызываемое им ускорение суммируют с центробежным. Первое из них направлено к центру планеты, а второе - по перпендикуляру от оси вращения Земли (Рис.2.2) Поскольку центробежное ускорение в земных условиях составляет примерно 1/3 % от ускорения, создаваемого притяжением, то на рисунке их невозможно представить в реальном масштабе.

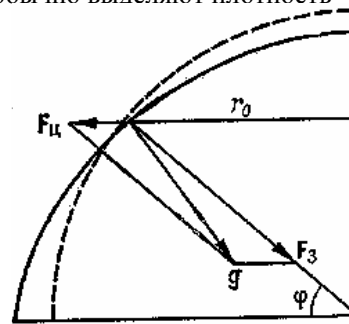


Рис.2.2 Направление ускорений на вращающейся Земле.

Сумма этих двух ускорений называется *ускорением свободного падения g*. Из-за центробежного ускорения величина \mathbf{g} меняется по широте: у полюсов она оказывается максимальной, а на экваторе - минимальной.

Если на океан действует только ускорение свободного падения, то его поверхность располагается так, чтобы в любой точке она была перпендикулярна вектору \mathbf{g} . Интеграл от ускорения \mathbf{g} по глубине z

$$\Phi_{1,2} = \int_{z_1}^{z_2} g dz \quad (2.15)$$

в океанологии называется *динамической глубиной*. Поверхность одинаковых динамических глубин обычно называют *потенциальной*.

В земных условиях гравитационная сила и созданное ею ускорение не остаются постоянными, а меняются в зависимости от положения

Луны и Солнца. Поэтому обычно выделяют среднее значение \mathbf{g} и периодическую часть ускорения, вызывающую приливы \mathbf{F}_n .

Представление поверхностных сил в форме, записанной в уравнении (2.14) не очень удобно для практического использования. Поэтому действующие на координатные плоскости силы проектируются на оси координат. Для декартовых координат имеет место запись

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_x &= p_{xx} \mathbf{i} + p_{xy} \mathbf{j} + p_{xz} \mathbf{k}, \\ \mathbf{P}_y &= p_{yx} \mathbf{i} + p_{yy} \mathbf{j} + p_{yz} \mathbf{k}, \\ \mathbf{P}_z &= p_{zx} \mathbf{i} + p_{zy} \mathbf{j} + p_{zz} \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

В принятой системе обозначений первый индекс у p_{ij} обозначает ориентировку плоскости, на которую действует поверхностная сила (ориентировка плоскости определяется по перпендикулярной к ней координатной оси), а второй индекс - ось, на которую спроектировано данное напряжение. Напряжения с одинаковыми индексами ориентированы по нормали к соответствующим площадкам и называются *нормальными*, а напряжения с разными индексами являются проекциями на оси, лежащие в плоскости площадок, поэтому их называют *касательными*.

Среднее значение нормальных напряжений, взятое со знаком «минус»

$$P = -\frac{1}{3}(p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}), \quad (2.17)$$

называют *гидростатическим давлением* или просто *давлением*.

Влияние давления на движение жидкости очень велико, поэтому его и выделяют из напряжений, а знак минус вводится ради удобства, поскольку скорость направлена в сторону, обратную градиенту давления. Оставшаяся часть нормальных напряжений τ_{ii} после выделения давления меньше прежних и представляется соотношением $\tau_{ii} = p_{ii} + P$. Новые же касательные напряжения после выделения гидростатического давления равны старым $\tau_{ij} = p_{ij}$. Преобразованные таким образом напряжения называются *вязкими*, поскольку они пропорциональны вязкости воды κ и градиентам скорости течения

$$\tau_{ij} = \rho\kappa \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right), \quad (2.18)$$

$$\tau_{ii} = 2\rho\kappa \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} \right). \quad (2.19)$$

Кинематический коэффициент молекулярной вязкости воды κ имеет величину порядка $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$. В формулах (2.18) и (2.19)

индексы i и j обозначают каждую из трех осей координат и соответствующие проекции скоростей течения.

Совокупность всех вязких напряжений можно представить их тензором

$$\begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}.$$

Учет перечисленных преобразований приводит уравнение движения (2.14) к виду

$$d\mathbf{V}/dt = \mathbf{g} + \mathbf{F}_n - 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) - \frac{1}{\rho} \nabla P + \kappa \left(\nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{3} \nabla \operatorname{div} \mathbf{V} \right), \quad (2.20)$$

где ∇ , ∇^2 - знаки градиента и лапласиана соответственно.

Итак, правая часть уравнения движения воды содержит ускорения, обусловленные постоянной (ускорение свободного падения) и переменной частями гравитационных сил, ускорение Кориолиса, ускорение от градиента давления и ускорение, связанное с вязкими напряжениями. В таком виде уравнение движения является достаточно полным для описания всех основных движений воды.

2.2. Уравнения неразрывности и диффузии соли

Уравнение *неразрывности*, или сохранения массы морской воды выражает один из основных законов физической океанологии. Его суть сводится к тому, что если внутри выделенного объема воды не происходит образования или исчезновения какой-то массы воды, то суммарный приток воды через поверхность этого объема вызывает изменение плотности воды внутри объема. Действительно, если через элементарную площадку $d\Pi$ объема v протекает вода со скоростью \mathbf{V} ,

то в направлении внешней нормали \mathbf{n} протечет $\rho V_n d\Pi$ воды (

Рис.2.3). Через всю поверхность Π протечет воды $\int_{\Pi} \rho V_n d\Pi$. В

результате притока или вытекания воды в выделенном объеме происходит изменение ее плотности, т.е.

$$\int_v \frac{d\rho}{dt} dv = - \int_{\Pi} \rho V_n d\Pi \quad (2.21)$$

Знак «минус» в правой части равенства ставится из-за того, что нормаль \mathbf{n} направлена от поверхности вне объема.

Для того чтобы перейти к дифференциальной форме уравнения, поверхностный интеграл заменяют на объемный по теореме Гаусса-Остроградского, как это делалось в п.2.1:

$$\int_v \frac{d\rho}{dt} = - \int_v \rho \mathbf{V} dv. \quad (2.22)$$

Из-за произвольности выбора области интегрирования можно записать

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{V} = 0. \quad (2.23)$$

Это и есть уравнение *неразрывности*, записанное в дифференциальной форме.

Часто используется иная форма записи этого уравнения, связанная с выделением локального изменения плотности

$$d\rho/dt = \partial\rho/\partial t + \mathbf{V}\nabla\rho. \quad (2.24)$$

После подстановки этого соотношения в уравнение (2.23) получается

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\mathbf{V}) = 0. \quad (2.25)$$

Уравнения неразрывности в приведенной форме или записанные с каким-то упрощением практически всегда используется с уравнением движения, если необходимо вычислить поле скоростей течения в каком либо объеме Мирового океана.

При рассмотрении не потока массы воды, а потока соли все рассуждения остаются такими же, но вместо потока массы в уравнении должен фигурировать поток соли Φ_s . Вместо плотности воды в уравнение должно входить содержание соли ρS . В этом случае уравнение (2.25) сводится к виду

$$\frac{\partial\rho S}{\partial t} + \operatorname{div}\Phi_s = 0 \quad (2.26)$$

Поток соли обуславливается двумя основными факторами: упорядоченным переносом движущейся водой - *адвекцией* и хаотическим молекулярным перемешиванием - *диффузией*. Первый, как известно, пропорционален скорости течения, а второй - молекулярному коэффициенту диффузии κ_s и градиенту солёности, т.е.

$$\Phi_s = -\rho(\mathbf{V}S - \kappa_s \nabla S). \quad (2.27)$$

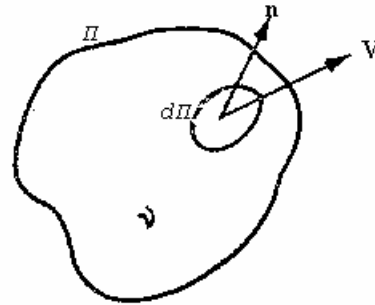


Рис.2.3. Схема направления потока жидкости.

Знак «минус» перед диффузионной частью потока указывает на то, что он направлен в сторону, противоположную градиенту солёности.

В ряде случаев при изучении мелкомасштабной диффузии и конвекции в диффузионном слагаемом следует учитывать не только градиент солёности, но и градиент температуры с соответствующим коэффициентом, характеризующий термодиффузию (эффект Соре) и градиент давления, характеризующий бародиффузию [1]. Поскольку роль этих эффектов существенно меньше диффузионного переноса за счет градиента солёности, эти явления в учебнике не рассматриваются.

Выражение (2.26) можно преобразовать, выделив из него члены, связанные с изменением плотности воды

$$S \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial S}{\partial t} = -S \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) - \rho \mathbf{V} \cdot \nabla S + \operatorname{div}(\kappa_s \rho \nabla S). \quad (2.28)$$

Первые слагаемые правой и левой частей этого выражения в сумме равны нулю на основании уравнения неразрывности (2.25), а сумма вторых слагаемых обеих частей (2.28) составляет индивидуальную производную солёности. В результате последнее уравнение сводится к виду

$$\rho \frac{dS}{dt} = \operatorname{div}(\kappa_s \rho \nabla S). \quad (2.29)$$

Суть полученного уравнения состоит в том, что изменение солёности элементарного объема воды, если в нем отсутствуют источники и стоки соли, происходит за счет дивергенции молекулярного потока соли. Если в выделенном объеме воды существуют источники или стоки воды или соли, то члены, учитывающие эти факторы, должны входить в правую часть уравнения (2.26), а следовательно и в правые части уравнений неразрывности и диффузии соли.

2.3. Уравнения изменения энергии океана как термодинамической системы

При рассмотрении энергии некоторого объема морской воды обычно принято выделять кинетическую E_k , потенциальную E_p и внутреннюю E виды энергий. Они могут переходить одна в другую и запасы той или иной формы энергии характеризуют определенное состояние объема воды и ее способность совершить какую-то работу. Особенно возросла роль знаний об энергии океана в связи с расширением экспериментов по моделированию состояния океана и его морей. При этом оценка изменений энергии океана позволяет судить о правильности проведенного моделирования.

Уравнение, характеризующее кинетическую энергию, получается из уравнения движения (2.20), в котором ради краткости записи все виды гравитационных ускорений обозначены символом \mathbf{G} , а последнее слагаемое выражено через вязкие напряжения

$$d\mathbf{V}/dt = \mathbf{G} - 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) - (\nabla P - \nabla \tau)/\rho. \quad (2.30)$$

Необходимо умножить это уравнение на $\rho d\mathbf{v}$ и проинтегрировать по всему объему v , в результате чего получается

$$\int \frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) \rho d\mathbf{v} = \int \mathbf{V} \cdot \mathbf{G} \rho d\mathbf{v} - \int \mathbf{V} \nabla P d\mathbf{v} + \int \mathbf{V} \nabla \tau d\mathbf{v}. \quad (2.31)$$

Ускорение Кориолиса при этом преобразовании пропадает из-за того, что скалярное произведение $(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) \cdot \mathbf{V}$ равно нулю. Это свидетельствует о том, что так называемая сила Кориолиса является фиктивной силой и не вызывает изменений энергии.

Левая часть уравнения (2.31) выражает изменение кинетической энергии выделенного объема воды. Первый член правой части этого уравнения представляет собой изменение потенциальной энергии. Если вспомнить, что простейшее выражение изменения потенциальной энергии представляется формулой

$$dE_n = -gMdz, \quad (2.32)$$

в котором M обозначает массу, а знак «минус» использован из-за того, что вертикальная ось направлена от поверхности океана ко дну. С глубиной же запас потенциальной энергии уменьшается. Изменение ее во времени при постоянных g и M в единице объема приводит к выражению

$$\frac{dE_n}{dt} = -\rho g \frac{dz}{dt} = -\rho g V_z = -\rho \mathbf{G} \cdot \mathbf{V}. \quad (2.33)$$

Таким образом, можно записать

$$\int \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{G} d\mathbf{v} = - \int \frac{dE_n}{dt} d\mathbf{v}. \quad (2.34)$$

Чтобы облегчить понимание физической сущности двух последних членов уравнения (2.31), их целесообразно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} - \int \mathbf{V} \cdot \nabla P d\mathbf{v} + \int \mathbf{V} \cdot \nabla \tau d\mathbf{v} &= - \int \operatorname{div}(P\mathbf{V}) d\mathbf{v} + \int P \operatorname{div} \mathbf{V} d\mathbf{v} + \\ &+ \int \operatorname{div}(\mathbf{V}\tau) d\mathbf{v} - \int \tau \operatorname{div} \mathbf{V} d\mathbf{v}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Первый и третий члены правой части этого выражения представляют собой дивергенцию векторов в замкнутом объеме. В соответствии с теоремой Гаусса-Остроградского эти интегралы по объему могут быть преобразованы в интегралы по поверхности. При этом первый из слагаемых интерпретируется как работа сил гидростатического давления, третий - как работа сил трения. Во втором слагаемом дивергенция скорости может быть заменена изменением во времени плотности воды на основании уравнения неразрывности. Такую же операцию в последнем слагаемом нельзя провести из-за того, что τ является тензором. Это слагаемое характеризует совместное влияние вязких напряжений и градиента скорости на энергию системы. Оно всегда отрицательное и характеризует убыль кинетической энергии за счет вязкости, т.е. определяет скорость вязкой диссипации кинетической энергии D .

Поскольку объем в уравнении (2.31) - величина произвольная и может быть бесконечно малой, его допустимо записать в дифференциальной форме, приняв во внимание изложенное выше

$$\frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_n}{dt} = \frac{dG_n}{dt} - \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} - D, \quad (2.36)$$

где G_n - характеризует работу поверхностных сил, т.е. первый и третий члены (2.35). Знак перед этим членом определяется с учетом того, что при выделении гидростатического давления он меняется на обратный.

Скорость диссипации энергии D после замены вязких напряжений их выражениями (2.19) представляется формулой

$$D = \rho k \left[2 \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{2}{3} (\text{div} \mathbf{V})^2 \right], \quad (2.37)$$

где i, j - характеризуют выделенные значения по каждой из трех координат.

В этой формуле каждое слагаемое положительно. Поскольку последнее слагаемое, характеризующее дивергенцию скорости, меньше суммы остальных членов, все выражение D при любых скоростях течений остается положительной величиной.

Сумма кинетической и потенциальной энергий называется *механической* энергией. Это понятие часто используется, так как в некоторых океанических процессах с малой долей допущения можно считать, что механическая энергия неизменна, а кинетическая и потенциальная энергии переходят одна в другую. Такое явление имеет место, например, в волнах зыби.

Уравнение (2.36) свидетельствует о том, что механическая энергия изменяется в основном за счет действия поверхностных сил. Влияние эффектов сжатия небольшое, и при рассмотрении многих

океанических процессов оно не учитывается. Скорость диссипации энергии также небольшая и обычно не превышает нескольких процентов от первого слагаемого, но знак ее не меняется и D всегда уменьшает рост кинетической энергии. Поэтому в расчетах последней на длительный срок, а также при моделировании климатической картины циркуляции вод, приливов и некоторых других динамических процессов диссипация энергии обязательно принимается во внимание.

Уравнение механической энергии в некоторых случаях удобнее представлять в иной форме. При этом в выражении (2.31) два последних слагаемых не преобразуются, а слагаемые кинетической и потенциальной энергии разделяются на локальное их изменение и адвективную составляющую

$$\frac{dE_k}{dt} + \frac{dE_n}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{V^2}{2} + \rho g z \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \left(\rho \frac{V^2}{2} + \rho g z \right).$$

Второй член выражения (2.31), содержащий давление, в данном случае удобно включить в адвективное слагаемое энергии.

С учетом перечисленных преобразований уравнение (2.31) в дифференциальной форме представляется выражением

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{V^2}{2} + \rho g z \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \left(\rho \frac{V^2}{2} + \rho g z + P \right) = \mathbf{V} \cdot \nabla \tau. \quad (2.38)$$

Сумма во втором слагаемом уравнения представляет собой общее давление, состоящее из динамического и статического.

Уравнение, характеризующее изменение внутренней энергии, может быть получено, если из уравнения полной энергии, в которое добавлено слагаемое, учитывающее приток энтальпии за счет изменения солёности системы

$$\frac{dE_M}{dt} + \frac{dE}{dt} = \frac{dG^i}{dt} + \frac{dQ^e}{dt} + \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_\eta \frac{dS}{dt}, \quad (2.39)$$

вычтуть уравнение (2.36), тогда

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ^e}{dt} + \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + D + \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_\eta \frac{dS}{dt}. \quad (2.40)$$

Полагалось, что работа над системой осуществляется только поверхностными силами, поэтому слагаемые, содержащие G_n и G^i , сократились.

Изменение солёности системы может быть заменено через дивергенцию диффузионного потока соли $\Phi'_S = -\kappa_s \rho \nabla S$. С учетом отмеченного уравнение, описывающее изменение внутренней энергии системы, принимает вид

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ^e}{dt} + \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + D - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_\eta \operatorname{div} \Phi'_s. \quad (2.41)$$

Оно показывает, что изменение внутренней энергии массы морской воды складывается из притока энергии к ней посредством теплопередачи, работы сжатия или расширения, диссипации кинетической энергии и потока соли. Если сравнивать порядки величин членов этого уравнения, то оказывается, что эффект диссипации кинетической энергии составляет в лучшем случае несколько процентов от эффекта сжатия. Поэтому при расчетах изменения внутренней энергии диссипацию, как правило, не учитывают. Еще меньше диссипативного последнее слагаемое уравнения, поэтому влияние потока соли на изменение внутренней энергии также обычно не учитывается.

2.4. Уравнения изменения энтропии и теплопроводности

Энтропия морской воды является функцией состояния, характеризующей наличие в системе процессов, приводящих в ней к перераспределению гидрологических элементов. Поэтому определение изменения энтропии очень важно для знания направленности гидрологических процессов в морской воде.

Для получения выражения, характеризующего изменение энтропии, обычно используют основное уравнение термодинамики, в котором рассматривается изменение параметров состояния в единице объема системы за элементарный отрезок времени:

$$T \frac{d\eta}{dt} = \frac{dE}{dt} + P\rho \frac{dV}{dt} - \mu \frac{dS}{dt}. \quad (2.42)$$

Последующая замена изменения внутренней энергии ее выражением (2.41) приводит к уравнению

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{1}{T} \left\{ \frac{dQ^e}{dt} + D + \frac{1}{\rho} \left[\mu - \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_\eta \right] \operatorname{div} \Phi'_s \right\}. \quad (2.43)$$

Это уравнение показывает, что скорость изменения энтропии единичного объема морской воды определяется притоком тепла из-за пределов этого объема, а также теплотой фазовых переходов внутри него; притоком тепла, обусловленным диссипацией кинетической энергии, и притоком энтропии в результате обмена солью с окружающей средой.

Общее изменение энтропии можно представить виде сумм изменений энтропий только в результате тепло- и массообмена с

внешней средой $d\eta^e$ и за счет протекания процессов внутри системы $d\eta^i$

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{d\eta^e}{dt} + \frac{d\eta^i}{dt}.$$

Поскольку при описании внешней слагаемой изменения энтропии считается, что она характеризует отклонение состояния системы от равновесного, для ее выделения в уравнении (2.43) достаточно принять параметры состояния T , μ постоянными, скорость диссипации $D = 0$, фазовые переходы в системе должны отсутствовать, поэтому приток тепла в систему описывается его дивергенцией, т.е.

$$\frac{dQ^e}{dt} = -\operatorname{div}\Phi_Q. \quad (2.44)$$

В этом случае внешнее слагаемое изменения энтропии также определяется дивергенцией потоков тепла и соли

$$\frac{d\eta^e}{dt} = -\operatorname{div}\Phi_\eta, \quad (2.45)$$

$$\text{где } \Phi_\eta = \frac{1}{T} \left\{ \Phi_Q + \frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_\eta - \mu \right] \Phi'_S \right\}.$$

Так как поток энтропии зависит от дивергенции потоков тепла и соли, то он может быть как положительным, так и отрицательным.

Для получения выражения, характеризующего изменение энтропии за счет процессов внутри системы, достаточно вычесть из общего уравнения (2.43) формулу (2.45), имея при этом в виду, что параметры системы могут меняться и дивергенция от произведения двух переменных представляется в виде двух слагаемых. Тогда

$$\frac{d\eta^i}{dt} = \Phi_Q \nabla \left(\frac{1}{T} \right) + \Phi'_S \nabla \left\{ \frac{1}{\rho T} \left[\left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_\eta - \mu \right] \right\} + \frac{1}{T} \frac{dQ_\bullet}{dt} + \frac{D}{T} \equiv \varphi(\eta^i). \quad (2.46)$$

Из полученного выражения видно, что эта часть изменения энтропии определяется неравномерностью распределения в выделенном элементарном объеме морской воды параметров состояния, теплотой фазовых переходов Q_\bullet и диссипацией механической энергии в тепло. Изменение энтропии внутри системы иначе называется производством энтропии и по второму началу термодинамики не может быть отрицательным.

Индивидуальная производная энтропии может быть представлена в виде суммы ее локального значения и адвекции, поэтому на основании выражений (2.45) и (2.46) получается

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \varphi(\eta) - \mathbf{V} \cdot \nabla \eta - \operatorname{div} \Phi_{\eta} . \quad (2.47)$$

Это выражение показывает, что изменение энтропии в каком-то районе океана зависит от ее локальной генерации, адвекции и дивергенции ее потока. Как уже отмечалось, первый член этого уравнения не отрицательный, а остальные два слагаемых могут иметь любой знак. Поэтому локальное изменение энтропии также может как расти, так и уменьшаться.

Полученные в гл.1 термодинамические соотношения между энтропией и такими параметрами, как температура, соленость и давление, позволяют преобразовать уравнение (2.43) таким образом, чтобы можно было определять изменение температуры воды. Для этого надо заменить полный дифференциал от энтропии через частные от температуры, солености и давления, а затем заменить их через соотношения Максвелла . В результате получается выражение

$$C_{PS} \rho \frac{dT}{dt} - \frac{T}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{PS} \frac{dP}{dt} - T \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{PS} \frac{dS}{dt} = \frac{dQ^e}{dt} + D + \frac{1}{\rho} \left[\mu - \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_{\eta} \right] \operatorname{div} \Phi'_S \quad (2.48)$$

Второй член левой части полученного выражения есть не что иное, как адиабатическая добавка к температуре . Действительно,

$$\frac{T}{C_{PS}} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{PS} \frac{dP}{dt} = \frac{T v k_T}{C_{PS}} \frac{dP}{dt} , \quad (2.49)$$

как следует из формулы (1.64), характеризует адиабатическое изменение температуры. Поэтому при введении потенциальной температуры, согласно формуле (1.69), это слагаемое исчезает и уравнение, определяющее ϑ , принимает вид

$$C_{PS} \rho \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{dQ^e}{dt} + D + \varphi(\mu) \operatorname{div} \Phi'_S , \quad (2.50)$$

где

$$\varphi(\mu) = \frac{1}{\rho} \left[\mu - \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_{\eta} - T \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{PS} \right] .$$

Аналогичное выражение получается, если в качестве исходного выражения используется уравнение внутренней энергии.

Последний член выражения (2.50) характеризует тепловые процессы в морской воде, вызванные наличием градиента солености. Однако в реальных условиях это слагаемое принимается во внимание только при изучении мелкомасштабных процессов, в которых заметно влияние молекулярной диффузии соли и могут иметь место большие локальные градиенты солености. При рассмотрении процессов больших масштабов, особенно если перемешивание интенсивнее

молекулярного, роль упомянутого слагаемого мала и оно в уравнении не включается.

Общий приток тепла Q^e обычно подразделяется на тепло фазовых преобразований Q_L и дивергенцию диффузионного Φ и лучистого B потоков тепла. После использования этой замены и пренебрежения притоком тепла от диффузии соли уравнение, характеризующее изменение потенциальной температуры воды, представляется выражением

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{C_{ps}\rho} \left[\frac{dQ_L}{dt} + D - \text{div}(\Phi + B) \right]. \quad (2.51)$$

Это уравнение называют уравнением *теплопроводности* или *термодинамики*. Последний термин чаще используется в зарубежной литературе.

Приток тепла за счет фазовых преобразований в воде имеет место только в районах образования и таяния внутриводного льда. Затраты тепла на испарение воды с поверхности океана в данное уравнение не включаются, поскольку этот процесс принято учитывать в уравнении теплового баланса поверхности океана. Такое разделение этих потоков тепла не является обязательным, а лишь приводит к более простой форме записи уравнения.

Малая роль внутриводного источника тепла фазовых переходов и диссипации механической энергии обусловили то, что в широкой океанологической практике первые два слагаемых в уравнении (2.51) не учитываются. Дальнейшие преобразования уравнения сводятся к тому, что в лучистом потоке тепла учитывается только его вертикальная составляющая (B), обусловленная поглощением коротковолновой прямой и рассеянной солнечной энергии. В диффузном потоке тепла учитывается его пропорциональность градиенту температуры

$$\Phi = -\lambda_m \nabla \vartheta, \quad (2.52)$$

где $\lambda_m \approx 0,6$ Вт/(м·К) - коэффициент молекулярной теплопроводности воды.

Во многих случаях не делается также различия между изобарической и изохорной теплоемкостями морской воды, а используется понятие некоторой средней постоянной теплоемкости C . Все перечисленные упрощения и преобразования приводят уравнение теплопроводности к еще более простому виду

$$C_{ps}\rho \frac{d\vartheta}{dt} = \lambda_m \nabla^2 \vartheta - \frac{\partial B}{\partial z}. \quad (2.53)$$

Далее будет показано, что из-за турбулентного перемешивания воды в океанах и морях и трудности его описания проведенные упрощения уравнения теплопроводности уменьшают точность определения температуры гораздо меньше, чем упрощения, связанные с турбулентностью.

Полученная выше система уравнений полностью описывает динамические и термохалинные процессы в океане. Действительно, движение воды описывается уравнениями (2.20) и (2.23) или их аналогами, изменение температуры и солёности воды - уравнениями (2.50) и (2.29), плотность воды - одним из уравнений состояния, соответствующие уравнения характеризуют изменение различных видов энергии и энтропии. Естественно, что решение этих уравнений может быть осуществлено при использовании граничных условий, определяющих обмен океана с окружающей средой различными видами энергии и потоками массы. Но во многих случаях при описании тех или иных океанических термогидродинамических процессов нет необходимости использовать все перечисленные уравнения.

Если допустимо считать плотность воды постоянной, то упрощенная таким образом модель океана называется *однородной*. Ее используют при рассмотрении ветровых волн, дрейфовых течений, приливов.

Более полной является модель океана, в которой учитывается изменение плотности воды только от давления. Такая модель называется *баротропной*. Она применяется при описании внутренних волн, ветровых и градиентных течений

Состояние океана, при описании которого необходимо учитывать изменение плотности воды от давления, температуры и солёности, называется *бароклинным*. Такая модель наиболее широко используется при описании течений, в которых плотностная добавка играет существенную роль; при описании конвекции, при описании большинства термохалинных и ледовых процессов и т.д. Но и в этом случае могут использоваться некоторые упрощения, одно из которых предложено Буссинеском. Исходя из того, что в естественных условиях плотность морской воды меняется не более, чем на десятые доли процента, а изменения скорости могут превышать 100%, он предложил пренебречь в уравнении неразрывности (2.23) первым слагаемым. В этом случае оно принимает вид

$$\operatorname{div}\mathbf{V} = 0. \quad (2.54)$$

Погрешность при такой записи уравнения для мезо- и крупномасштабных движений не превышает долей процента, поэтому в океанологической практике обычно используется это уравнение.

При рассмотрении вертикальной стратификации океана было отмечено, что при отклонении профиля плотности морской воды от адиабатического в океане возникает архимедова сила, влияющая на вертикальное перемешивание воды. Буссинеск предложил рассматривать отклонение действительного состояния океана от *стандартного*, под которым понимается его неподвижное состояние с постоянной энтропией. В этом случае потенциальные температура и

градиентом давления, который становится вертикальным, и ускорением свободного падения

$$\nabla P_c = \frac{\partial P_c}{\partial z} = \rho_c \mathbf{g}. \quad (2.55)$$

Индекс «с» отмечает параметры океана в стандартном состоянии.

Поскольку фактическая плотность морской воды отличается от стандартной на доли процента, то с такой же погрешностью полученное соотношение, называемое *уравнением гидростатики*, остается справедливым для реальных океанических условий.

Входящие в уравнение движения градиент давления, плотность и ускорение свободного падения могут быть представлены в виде их стандартных значений и отклонений от них

$$\mathbf{g} - \frac{\nabla P}{\rho} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho_c} (\nabla P_c + \nabla P') \left(1 - \frac{\rho'}{\rho_c} + \dots \right) = \mathbf{g} \frac{\rho'}{\rho_c} - \frac{\nabla P'}{\rho_c}. \quad (2.56)$$

Приближение Буссинеска по отношению к уравнению движения заключается в замене фактической плотности стандартной и использовании приближения (2.56). В результате уравнение движения без учета приливообразующих сил записывается в виде

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} + 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) = \mathbf{g} \frac{\rho'}{\rho_c} - \frac{\nabla P'}{\rho_c} + \kappa \nabla^2 \mathbf{V}. \quad (2.57)$$

Первое слагаемое правой части этого уравнения характеризует плавучесть, т.е. влияние архимедовой силы. При рассмотрении горизонтальных течений к градиенту аномалии давления может быть добавлено стандартное давление P_c , не меняющееся в горизонтальном направлении. В этом случае в уравнении используется не аномалия, а фактическое давление.

Уравнение движения может быть преобразовано в результате замены индивидуальной производной от скорости течения на локальную и адвективную слагаемые, причем последняя связана с вихрем скорости $\boldsymbol{\Omega}$ формулой

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} + \nabla \left(\frac{V^2}{2} \right). \quad (2.58)$$

В таком случае уравнение (2.20) в приближении Буссинеска примет вид

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{V} + \nabla \left(\frac{P}{\rho_c} + \frac{V^2}{2} + gz \right) = \kappa \nabla^2 \mathbf{V}. \quad (2.59)$$

При рассмотрении гравитационных волн, типа зыби, из этого уравнения достаточно учесть первый и третий члены. Остальные играют малую роль. Если рассчитываются приливы, то в приведенное

уравнение надо включить приливообразующую силу F_n , а вязкость жидкости также можно во внимание не принимать. В обоих этих

случаях уравнение (2.59) содержит две неизвестных \mathbf{V} и P , поэтому дополнительно используется уравнение неразрывности (2.54).

В случае расчета эюры дрейфового течения не принимается во внимание третий член уравнения (2.59) и завихренность $\mathbf{\Omega}$, а молекулярная вязкость заменяется турбулентной. Но уже при расчетах ветрового течения учитывается горизонтальный градиент давления при условии гидростатики, вследствие чего он выражается через градиент уровня

$$\nabla P = \rho_c g \nabla \zeta. \quad (2.60)$$

Поскольку влияние колебаний уровня моря прослеживается на всех глубинах из-за малой сжимаемости морской воды, то часто и при расчете ветровых течений приходится учитывать градиенты плотности морской воды

$$\nabla P = \rho_c g \nabla \zeta + g \int_0^z \nabla \rho dz. \quad (2.61)$$

Естественно, что при этом приходится привлекать уравнение, описывающее изменение плотности воды. Учет меняющейся плотности воды переводит течения в категорию бароклинных.

Дополнительная литература

1. Карлин Л.Н., Ключков Е.Ю., Кутько В.П. Мелкомасштабная структура гидрофизических полей верхнего слоя океана.- М.: Гидрометеиздат, 1988.-162с..
2. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. т. VI Гидродинамика: (учебное пособие). 4-е изд.- М.: Наука, 1988.- 733с.

Вопросы для самопроверки

1. Какие силы в уравнении движения относятся к поверхностным и почему ?
2. В чем состоит особенность уравнения движения жидкой среды?
3. Почему в уравнении движения появляются градиент гидростатического давления и вязкие напряжения?
4. Каков физический смысл уравнения неразрывности и почему оно практически всегда используется совместно с уравнением движения?
5. Объясните различия индивидуального и локального изменения плотности воды и солёности в уравнениях неразрывности и диффузии соли?
6. Что представляет собой механическая энергия объема морской воды и какие факторы влияют на ее изменение?
7. Что влияет на изменение внутренней энергии морской воды?
8. Существует ли связь между различными видами энергии морской воды как термодинамической системы?
9. Как осуществляется переход от основного уравнения термодинамики к уравнению теплопроводности?
10. Что влияет на изменение энтропии объема морской воды?
11. В чем состоит смысл приближений Буссинеска?

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА И ОПИСАНИЕ ОКЕАНИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

3.1. Определение турбулентности

В природе выделяются два типа движений жидких и газообразных сред: *ламинарное* и *турбулентное*. Первое характеризуется постоянной или плавно меняющейся скоростью течения. Если в такое течение ввести краситель с плотностью, не отличающейся от плотности воды, то будет видна плавная линия, которая будет очень слабо расширяться из-за молекулярной диффузии краски.

Турбулентное течение характеризуется тем, что на общем переносе заметны различной интенсивности беспорядочные пульсации скорости (рис.3.1).

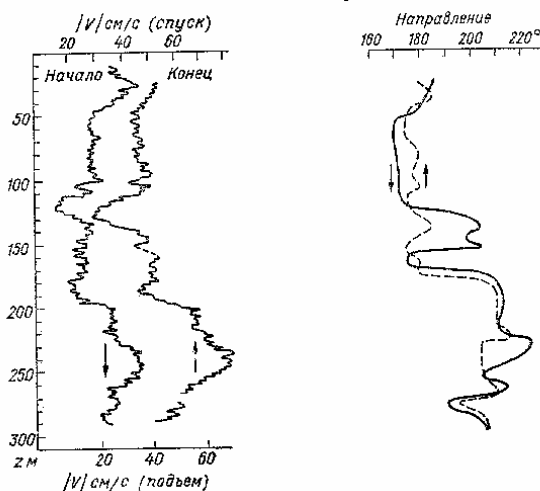


Рис.3.1. Пример регистрации зондом скорости и направления течения [2].

Если жидкость не однородна, то одновременно с пульсациями скорости течения отмечаются пульсации температуры и солёности воды, а также других океанологических элементов. Эти возмущения случайны по величине, направлению и времени. Поскольку при этом случайный объём жидкости переносится со своими специфическими свойствами, то перераспределение этих свойств в пространстве и времени происходит гораздо быстрее, чем при чисто молекулярном процессе. Стохастичность процесса, при котором

нельзя точно определить мгновенные поля океанологических характеристик, заставляет искать критерии перехода ламинарного течения в турбулентное и обратно, причины порождения турбулентности в океане, способы ее описания и учета в океанологических процессах.

Условие перехода ламинарного течения в турбулентное определил Рейнольдс в конце XIX в. при изучении движения жидкости в трубах. Он предложил критерий динамического подобия течений вязкой несжимаемой жидкости

$$Re = \frac{Vl}{\kappa},$$

названный впоследствии *числом Рейнольдса*.

Здесь V и l - характерные значения скорости течения и его масштаба, κ - кинематический коэффициент вязкости.

Число Рейнольдса обычно интерпретируется как соотношение характерных сил инерции и вязких в течении изучаемой жидкости. Если возникает случайное возмущение ламинарного течения, то инерционное ускорение способствует дальнейшему отклонению элемента жидкости от ламинарной струи, а вязкое ускорение гасит это возмущение.

Существует некоторое критическое значение числа Рейнольдса Re_{κ} , характеризующее потерю гидродинамической устойчивости по отношению к малым возмущениям в ламинарном течении. При $Re < Re_{\kappa}$ движение устойчиво к возмущениям скорости и ламинарное. При $Re > Re_{\kappa}$ движение неустойчиво к возмущениям скорости и становится турбулентным.

Переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при различных Re_{κ} в зависимости от вида течения. По данным обзора [2], в лабораторных экспериментах турбулизация плоского течения наступала при $Re_{\kappa} \sim 1000-2500$. Если же предварительно подавить начальные возмущения, то оказывается возможным задержать переход к турбулентности до $Re_{\kappa} \sim 10^6$ [3].

Такая неопределенность с оценкой Re_{κ} заставляет не ограничиваться только одними экспериментами, а развивать теорию возникновения турбулентности. Согласно этой теории переход ламинарного течения в турбулентное описывается в виде потери устойчивости решения уравнения движения, в результате чего возникают бифуркации, т. е. принципиальные нарушения течения, часто называемые катастрофами [3]. Пока такие исследования проведены для ограниченного числа простых течений.

Проведенные за последние два десятилетия лабораторные опыты по экспериментальному воспроизведению турбулентных течений показали, что турбулентность нельзя считать полностью хаотичным

движением. Оказалось, что в нем проявляется некоторая упорядоченность. Например, в турбулентной струе заметны крупные вихревые движения по всему сечению. В турбулентном пограничном пристеночном слое отмечены специфические подковообразные вихри и вращающиеся в противоположные стороны продольные вихри и т.д. [1].

Для природных океанических условий некоторая упорядоченность отмечена в нефтяной пленке от танкера. Возможно, что это является отражением специфики горизонтальной турбулентности поверхностного слоя океана. Существование элементов упорядоченности в турбулентном движении не позволяет определять его как хаотическое со случайным изменением океанологических характеристик. Поэтому определение турбулентности становится более осторожными. Так, в книге [3] предлагается турбулентностью называть стохастическую эволюцию завихренного течения вязкой жидкости.

При использовании числа Re_k для выявления характера океанического течения дополнительные трудности возникают с выбором характерного масштаба l . По-видимому, для его оценки можно использовать радиус корреляции пульсаций скорости течения, т.е. расстояние, на котором нормированный коэффициент корреляции достигает по модулю минимума.

Турбулентное перемешивание в океане возникает в результате действия многих сил. Оценка порядка величины энергии турбулентности, генерируемой ими, проведена в книге [2]. Более всего энергии турбулентности E_T генерируется в результате обрушения поверхностных волн. Хотя считается, что на нее расходуются только десятые доли процента энергии волны, тем не менее на единицу массы воды ветровые волны высотой примерно 1 м генерируют каждую секунду энергию порядка $10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}^3$. Эта величина представляет собой скорость изменения энергии, приходящейся на единицу массы воды (dE_T / dt).

Значительная энергия турбулентности генерируется в дрейфовых течениях в результате неустойчивости течений из-за больших вертикальных градиентов горизонтальной скорости. При умеренном ветре значение этого притока энергии может достигать $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^3$.

Волны и дрейфовые течения генерируют турбулентность в верхнем экмановском слое океана. Поскольку они существуют практически всегда, этот слой обычно всегда турбулирован.

Существенное турбулизирующее влияние оказывают приливы. В основном их энергия расходуется в придонном слое. Исходя из оценок общей энергии приливов можно считать, что на долю энергии турбулентности, генерируемой приливами, приходится $10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}^3$.

Следующим фактором, вызывающим турбулентное перемешивание

в океане, является конвекция, возникающая в основном в верхнем слое океана за счет понижения температуры и повышения солености. Оценки по действию архимедовой силы приводят к $(dE_T / dt) \sim 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}^3$. Несколько слабее протекает конвекция в толще океана и в его придонном слое, где плотностная стратификация неустойчива.

Неустойчивость внутренних волн и циркуляции воды в них из-за больших градиентов скорости течения также турбулизируют те слои океана, в которых они развиваются. Скорость генерации энергии турбулентности здесь оценивается величиной порядка $10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}^3$. Примерно такова же скорость генерации турбулентности крупными океаническими течениями. Турбулентность также генерируется конвекцией, возникающей в толще океана в результате локальных образований мелкомасштабных участков неустойчивой плотностной стратификации.

Несмотря на столь большое количество сил, вызывающих турбулизацию океана, она в нем распределена не повсеместно. В основной толще океана турбулентность сосредоточена в локальных участках - пятнах турбулентности. Исследования мелкомасштабной структуры океана показали, что эти пятна имеют толщину порядка метров, а диаметр - сотен метров. Предлагается описывать их размеры и возможность существования вероятностным соотношениями [6].

Итак, в океане практически всегда выделяется верхний хорошо турбулизованный слой. Он ограничен снизу пикноклином и довольно отчетливо выделяется. В основной толще океана турбулентность распространена пятнами с довольно резко очерченными границами. Эти пятна распределены во времени и в пространстве весьма неравномерно и связаны с областями внутренних волн и внутриводной конвекции. В придонном слое турбулентность, хотя и более слабая, чем в поверхностном, но, по данным наблюдений, развита повсеместно.

Все перечисленные факторы приводят к образованию турбулентных возмущений различного масштаба. Установлено, что наиболее интенсивно турбулентность генерируется на трех участках океанических движений 1) в масштабах океанских вихрей и меандрирования океанских течений (около 10^6 м), 2) в масштабах инерционных и приливных колебаний (примерно 10^4 м), 3) в масштабах ветровых волн (примерно 10^1 м). Соответственно выделяются три масштаба турбулентности: крупномасштабная (*макротурбулентность*), среднемасштабная (*мезотурбулентность*), мелкомасштабная (*микротурбулентность*). В пределах этих участков турбулентности, размеры горизонтальных и вертикальных возмущений и их продолжительность во времени существенно различны (табл.3.1).

Характерные пространственно-временные масштабы турбулентных возмущений

Область турбулентности	Масштаб пространственных возмущений, м.		Масштаб возмущений во времени, с.
	горизонтальный	вертикальный	
Крупномасштабная	$10^5 - 10^6$	$10^2 - 10^3$	$10^5 - 10^7$
Среднемасштабная	$10^4 - 10^5$	$10^1 - 10^2$	$10^3 - 10^5$
Мелкомасштабная	$10^{-1} - 10^2$	$10^{-1} - 10^1$	$10^0 - 10^3$

Из табл.3.1 видно, что крупномасштабная и среднемасштабная турбулентность *квазидвумерна*, т.е. ее размеры по горизонтали существенно больше чем по вертикали. Мелкомасштабная турбулентность более однородна, особенно в области самых мелких возмущений, где она, по данным наблюдений, практически изотропна. Последнее существенно облегчает ее изучение, поэтому именно мелкомасштабная турбулентность наиболее изучена.

3.2. Осреднение уравнений термодинамики

Поток жидкости при больших значениях числа Re характеризуется наличием в нем беспорядочных флуктуаций скорости, давления, температуры и других величин. В результате зависимость мгновенных значений океанологических элементов от времени и пространства не может быть предвычислена. Даже при одних и тех же внешних условиях они каждый раз будут другими. Возможно лишь описание некоторых осредненных характеристик турбулентного течения. На практике чаще всего ограничиваются осреднением по какому-то отрезку времени. Гораздо реже используется осреднение по какой-то области пространства [4] или совместное пространственно-временное осреднение. Осреднение по времени выполнить легче, поскольку для этого обычно имеется необходимая информация в виде данных наблюдений в какой-то точке. При выборе способа осреднения используются правила, из которых основные определил еще О.Рейнольдс в конце XIX в. Применение правил осреднения к дифференциальным уравнениям гидродинамики не должно менять их сути и должны получаться достаточно простые уравнения для определения средних значений

гидродинамических характеристик. Предполагается, что мгновенное значение любой такой характеристики ϕ может быть представлено

через ее среднее значение $\bar{\varphi}$ в выбранном интервале времени и через отклонение от этой средней величины φ' , т.е.

$$\varphi(t) = \bar{\varphi} + \varphi', \quad (3.1)$$

где
$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} \varphi(\xi) d\xi$$

Минимальный отрезок времени Δt , в пределах которого проводится осреднение, должен быть таким, чтобы выполнялось условие

$$\bar{\varphi}' = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} \varphi'(\xi) d\xi = 0. \quad (3.2)$$

Максимальное значение отрезка Δt должно определяться требованием: в его пределах среднее значение функции не должно меняться,

$$\bar{\bar{\varphi}} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} \bar{\varphi} d\xi = \bar{\varphi}. \quad (3.3)$$

В зависимости от требований к детализации описания процесса выбирается масштаб осреднения Δt . Если, например, требуется описать характер течения за приливной цикл, то период осреднения должен быть порядка десятка минут, в пределах которых среднее значение течения не испытывает заметного изменения. В случае необходимости описания сезонного изменения течения период осреднения может быть существенно больше, так как нет нужды воспроизводить приливные изменения течений и неупорядоченные колебания часовых или суточных масштабов, которые могут быть существенными. Как правило, с увеличением интервала осреднения возрастает масштаб колебаний гидрологических характеристик, входящих в этот Δt .

Следующим требованием осреднения является условие

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \xi} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, \quad (3.4)$$

где ξ - временная или пространственная координата. Очевидны также соотношения

64

$$\overline{\varphi + \psi} = \bar{\varphi} + \bar{\psi}, \quad (3.5)$$

$$c\bar{\varphi} = \overline{c\varphi}, \text{ если } c = \text{const.}, \quad (3.6)$$

$$\overline{\varphi\psi} = \overline{\varphi}\overline{\psi} + \overline{\varphi'\psi'}$$

При изложенном подходе к осреднению полученные средние значения функций нельзя строго считать математическим ожиданием. Тем не менее из-за нестационарности гидродинамических природных процессов и из-за многомасштабности турбулентных возмущений, не позволяющих получить простые и строго обоснованные выражения для определения средних значений в заданном интервале осреднения по единичной выборке, приходится использовать приведенные соотношения.

Осреднение целесообразно начинать с уравнения неразрывности. В простейшем случае его можно записать в декартовой системе координат. В компактной и удобной для дальнейших операций форме оно записывается в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_i)}{\partial x_j} = 0, \quad (3.7)$$

где индекс j принимает последовательно значения 1,2,3 и характеризует соответственно координаты x, y, z . Знак суммирования членов с переменными x_j обычно опускается.

После проведения осреднения в соответствии с формулой (3.6.) в уравнении неразрывности появляется произведение пульсаций

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \bar{V}_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\bar{\rho}' \bar{V}_i')}{\partial x_j} = 0. \quad (3.8)$$

Обычно $\frac{V'}{\bar{V}} \sim 1$, а $\frac{\rho'}{\bar{\rho}} \sim 10^{-3}$. Это означает, что последнее слагаемое уравнения (3.8) на три порядка меньше второго. Поэтому в океанологической практике это слагаемое опускается. В таком случае осредненное и не осредненное уравнения имеют одну и ту же форму и можно применять упрощение Буссинеска, т.е.

$$\frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_j} = 0. \quad (3.9)$$

При осреднении уравнение движения целесообразно представить в тензорной форме, чтобы различать составляющие скоростей по разным координатам

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \kappa \nabla^2 V_i. \quad (3.10)$$

В такой записи объединены уравнения для трех составляющих скоростей: V_1, V_2, V_3 по осям координат x, y, z . В этом уравнении ради краткости записи через F_i обозначена сумма ускорений

свободного падения и Кориолиса. Они не содержат произведений пульсирующих характеристик, а поэтому при их осреднении не появляется произведение пульсаций. Кроме того, в нем учтено приближение Буссинеска и выражение (3.9).

Для того чтобы упростить операцию осреднения, необходимо преобразовать уравнение (3.10) в уравнение импульса. Для этого его умножают на плотность ρ , а уравнение (3.7) умножают на V_i и полученные выражения суммируют

$$\frac{\partial \rho V_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho V_i V_j) = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \kappa \rho \nabla^2 V_i. \quad (3.11)$$

При осреднении этого уравнения можно учесть, что члены, содержащие пульсации плотности, оказываются на три порядка меньше аналогичных слагаемых, содержащих осредненную плотность. Поэтому в дальнейшем, как и в уравнении неразрывности, члены с пульсациями плотности будут опускаться. В таком случае осредненное уравнение (3.11) будет иметь вид

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{V}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{V}_i \bar{V}_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho V_i V_j}) = \bar{\rho} \bar{F}_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \kappa \bar{\rho} \nabla^2 \bar{V}_i. \quad (3.12)$$

Такое осредненное уравнение называют *уравнением Рейнольдса*, а слагаемое, содержащее произведение пульсаций скорости течения, *напряжением Рейнольдса*. Если объединить последние слагаемые левой и правой частей уравнения (3.12), то получается

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{V}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{V}_i \bar{V}_j) = \bar{\rho} \bar{F}_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\kappa \bar{\rho} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_i} - \overline{\rho V_i V_j}). \quad (3.13)$$

Слагаемое, содержащее молекулярную вязкость, характеризует обмен количеством движения между молекулами воды, т.е. выражает вязкие напряжения. Пульсационный член также характеризует обмен количеством движения, но не молекулярный, а между объемами воды, имеющими различную мгновенную скорость движения. В турбулентном течении это слагаемое существенно больше вязких напряжений, а поэтому последнее часто не учитывается.

Если записать все пульсационные слагаемые по каждой из трех осей, то получится тензор турбулентных напряжений T_{ij}

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} \overline{\rho u' u'} & \overline{\rho u' v'} & \overline{\rho u' w'} \\ \overline{\rho v' u'} & \overline{\rho v' v'} & \overline{\rho v' w'} \\ \overline{\rho w' u'} & \overline{\rho w' v'} & \overline{\rho w' w'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

66

Напряжения T_{xx}, T_{yy}, T_{zz} - нормальные к соответствующим плоскостям, а остальные - касательные.

Совершенно аналогично проводится осреднение уравнений теплопроводности и диффузии соли. Их также умножают на плотность, а уравнение неразрывности - на температуру в первом случае и на соленость - во втором. Затем проводится суммирование преобразованных уравнений теплопроводности и неразрывности или уравнения диффузии соли и уравнения неразрывности. В результате получаются

$$\frac{\partial \rho \vartheta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho V_j \vartheta) = \kappa_T \rho \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x_i^2} + \frac{1}{C_{PS}} \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho V_j S) = \kappa_s \rho \frac{\partial^2 S}{\partial x_i^2}. \quad (3.16)$$

Ради аналогии с уравнением движения здесь также использована сокращенная запись адвективных слагаемых, а под потоком тепла Q обозначена сумма тепла фазовых переходов, диссипации механической энергии в тепло и вертикального потока лучистой энергии в воде

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial Q_L}{\partial t} + \varepsilon - \frac{\partial B}{\partial z}$$

При осреднении также будет учитываться то, что слагаемые, содержащие пульсации плотности, как и в уравнении (3.8) на три порядка меньше аналогичных слагаемых со средней плотностью. Поэтому после осреднения эти слагаемые с пульсациями плотности будут опускаться. В результате осредненные уравнения теплопроводности и диффузии соли приобретают вид

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{\vartheta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{V}_j \bar{\vartheta}) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\kappa_T \bar{\rho} \frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial x_i} - \bar{\rho} \overline{\vartheta' V_j'}) + \frac{1}{C_{PS}} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t}, \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{S}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{V}_j \bar{S}) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\kappa_s \bar{\rho} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_i} - \bar{\rho} \overline{S' V_j'}). \quad (3.18)$$

Физический смысл слагаемых осредненного уравнения теплопроводности легче понять, если все его члены умножить на C_{PS} . В таком случае первый член уравнения (3.17) характеризует локальное изменение энтальпии, второе слагаемое - перенос энтальпии осредненным течением вдоль координаты x_j . Слагаемое в правой части уравнения, содержащее молекулярную

$$C_{PS} \overline{\rho V'_j \vartheta'} = \Phi_{Tj} \quad (3.19)$$

характеризует турбулентный поток энтальпии вдоль оси x_j , т.е. этот поток осуществляется неупорядоченным движением воды, поэтому он всегда существенно больше молекулярного потока энтальпии. По аналогии с дивергенцией молекулярного потока энтальпии слагаемое $\partial \Phi_{Tj} / \partial x_j$ можно считать дивергенцией турбулентного потока энтальпии.

В уравнении (3.18) первое слагаемое характеризует локальное изменение массы соли в единице объема воды, второе слагаемое - перенос массы соли осредненным течением вдоль оси x_j . В правой части содержится дивергенция молекулярного потока соли и турбулентного потока соли

$$\Phi_{Sj} = \overline{\rho V'_j S'}. \quad (3.20)$$

Его значение также много больше молекулярного потока соли, поскольку здесь перенос соли осуществляется массами жидкости.

Собирая турбулентные потоки энтальпии и соли по осям координат, можно, как и для тензора напряжений (3.14), записать

$$\begin{pmatrix} C_{PS} \overline{\rho u' \vartheta'} & C_{PS} \overline{\rho V' \vartheta'} & C_{PS} \overline{\rho w' \vartheta'} \\ \overline{\rho u' S'} & \overline{\rho V' S'} & \overline{\rho w' S'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{Tx} & \Phi_{Ty} & \Phi_{Tz} \\ \Phi_{Sx} & \Phi_{Sy} & \Phi_{Sz} \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Значения слагаемых в (3.14) и (3.21) зависят от длины интервала осреднения. Как уже отмечалось, чем он больше, тем больше вероятность того, что в него попадут пульсации больших масштабов. Практика океанологических наблюдений показывает, что при увеличении масштаба осреднения растет модуль произведения пульсационных величин.

Появление в осредненных уравнениях дополнительных слагаемых, содержащих произведения пульсаций, затрудняет их решение, так как эти произведения обычно не бывают заранее известны. Даже при осреднении турбулентных потоков субстанций возникают трудности с их оценкой по пульсационным характеристикам, поскольку требуются методы специальных наблюдений.

3.3. Коэффициенты турбулентного обмена субстанциями

Трудность измерения произведений пульсаций океанологических характеристик, а также потребность их представления через

осредненные значения этих характеристик с целью уменьшить число неизвестных в уравнениях термогидродинамики заставила еще

Буссинеска в конце XIX в. параметризовать напряжение трения через градиент осредненной скорости и некоторый коэффициент пропорциональности K . Буссинеск предположил, что турбулентное напряжение в плоскопараллельном потоке, как и молекулярное, можно выразить через градиент скорости, меняющейся только по нормали к этому потоку. Вместо кинематического коэффициента молекулярной вязкости κ предлагается *кинематический коэффициент турбулентной вязкости* K , который должен быть существенно больше молекулярного, поскольку обмен количеством движения осуществляется в данном случае неупорядоченным движением объемов жидкости

$$\Gamma_{xz} = \overline{\rho u'w'} = -\overline{\rho} K_{xz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}. \quad (3.22)$$

Позднее такую форму записи напряжений стали применять для выражений напряжений трения и по другим осям координат.

Шмидт (1917 г.) распространил идею Буссинеска на представления турбулентного потока тепла через градиент осредненной температуры и коэффициент пропорциональности K_T , называемый *коэффициентом турбулентной теплопроводности*,

$$\Phi_{Tj} = C_{PS} \overline{\rho V'_j T'} = -C_{PS} \overline{\rho} K_{Tj} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}. \quad (3.23)$$

Здесь вместо потенциальной использована обычная температура, поскольку в океане их пульсации, как и их градиенты, практически одинаковы.

Совершенно аналогично выражается турбулентный поток соли

$$\Phi_{Sj} = \overline{\rho V'_j S'} = -\overline{\rho} K_{sj} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_j}. \quad (3.24)$$

В формулах (3.22)-(3.24) вместо одной неизвестной - произведения пульсаций, фигурирует другая неизвестная - коэффициент турбулентного обмена, зависящая от внутренней структуры турбулентного течения и масштаба осреднения. Кроме того, нет какого-либо обоснования, кроме аналогии с молекулярным обменом, пропорциональности потоков субстанций градиенту осредненного значения этой субстанции. Делались попытки учесть производные более высоких порядков при описании потоков субстанций, но при этом появляются дополнительные коэффициенты, нуждающиеся в определении. Поэтому такое уточнение не получило распространения.

Если обобщать форму записи напряжений Рейнольдса и турбулентных потоков тепла и соли, входящих в уравнения движения, теплопроводности и диффузии соли, то по аналогии с

выражениями (3.14) и (3.21) можно записать

$$\frac{T_{ij}}{\bar{\rho}} = - \begin{pmatrix} K_{xx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} & K_{xy} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} & K_{xz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \\ K_{yx} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} & K_{yy} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} & K_{yz} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \\ K_{zx} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} & K_{zy} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} & K_{zz} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad (3.25)$$

$$\frac{\Phi_{Tj}}{C_{PS} \bar{\rho}} = - \left(K_{Tx} \frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial x} \quad K_{Ty} \frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial y} \quad K_{Tz} \frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial z} \right), \quad (3.26)$$

$$\frac{\Phi_{Sj}}{\bar{\rho}} = - \left(K_{Sx} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x} \quad K_{Sy} \frac{\partial \bar{S}}{\partial y} \quad K_{Sz} \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} \right). \quad (3.27)$$

Из сопоставления выражений (3.14) и (3.25) видно, что в ряде случаев симметрия напряжений при их представлении через коэффициенты турбулентности не выполняется.

Если, например $u'v' = v'u'$, то нет оснований считать, что

$$K_{xy} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = K_{yx} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}.$$

Для того чтобы избежать таких несоответствий, как и при записи вязких напряжений, принимается

$$\frac{T_{ij}}{\bar{\rho}} = -K_{ij} \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right). \quad (3.28)$$

Несмотря на то, что размерность всех коэффициентов турбулентного обмена одинакова [$\text{м}^2/\text{с}$], нет оснований считать, что коэффициенты кинематической турбулентной вязкости, температуропроводности и диффузии по одним и тем же направлениям одинаковы. Это связано с тем, что нет основания полагать равными относительные значения пульсаций разных субстанций.

Поскольку пульсации субстанций связаны с хаотическим перемещением объемов жидкости, то при гладких полях океанологических характеристик один и тот же объем жидкости переносит возмущения разных элементов. Поэтому есть основания

полагать наличие пропорциональности между относительными пульсациями различных характеристик. Следовательно, должна быть пропорциональность между коэффициентами турбулентного обмена

температуры, соли и импульса. По аналогии с соотношением молекулярных коэффициентов, выраженных через числа Прандтля (Pr) и Шмидта (Sc)

$$Pr = \frac{\kappa}{\kappa_T}, \quad Sc = \frac{\kappa}{\kappa_S}, \quad (3.29)$$

вводятся турбулентные числа Прандтля (Pr_T) и Шмидта (Sc_T)

$$Pr_T = \frac{K}{K_T}, \quad Sc_T = \frac{K}{K_S}. \quad (3.30)$$

В отличие от молекулярных, турбулентные числа Pr_T , Sc_T больше зависят от характера потока, чем от физических свойств вещества.

Коэффициенты турбулентного обмена очень сильно различаются по разным направлениям относительно осредненного движения. Обычно вертикальные пульсации гидрологических характеристик меньше горизонтальных из-за устойчивой плотностной стратификации, поэтому горизонтальные турбулентные потоки при этих условиях больше вертикальных. Кроме того, из-за осреднения вертикальные градиенты субстанций больше горизонтальных. Все это приводит к тому, что резко различаются коэффициенты вертикальной и горизонтальной турбулентности: первые меньше вторых. Например, отношение коэффициентов горизонтальной K_{TL} и вертикальной температуропроводности можно представить в виде

$$\frac{K_{TL}}{K_T} = \frac{\overline{u'T'}}{\overline{w'T'}} \frac{\frac{\partial \bar{T}}{\partial z}}{\frac{\partial \bar{T}}{\partial x}}. \quad (3.31)$$

Если полагать, что произведения пульсаций в числителе и знаменателе одинаковы, то вертикальный градиент температуры примерно на 3-4 порядка величины больше горизонтального. Это означает, что коэффициент горизонтальной турбулентной температуропроводности во столько же раз больше вертикального K_{TZ} . Полученная оценка справедлива и для коэффициентов турбулентной диффузии и вязкости. Различие между коэффициентами турбулентной вязкости и температуропроводности заключается не только в уже изложенном, но и в том, что при взаимодействии хаотически движущихся объемов воды передача количества движения происходит дополнительно за счет разностей давления в этих объемах воды. В приведенных формулах

это не учитывается.

Формально коэффициенты турбулентного обмена могут быть определены по формулам

$$K_{ij} = \overline{V_i'V_j'} / \left(\frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{V}_j}{\partial x_i} \right), \quad (3.32)$$

$$K_{Tj} = \overline{V_j'T'} / \left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right), \quad (3.33)$$

$$K_{sj} = \overline{V_j'S'} / \left(\frac{\partial \overline{S}}{\partial x_j} \right). \quad (3.34)$$

Однако для этого надо знать произведения пульсаций субстанций. В преобладающем числе случаев эта информация отсутствует. Кроме того, для использования коэффициентов турбулентного обмена в уравнениях с осредненными гидродинамическими характеристиками надо знать выражение этих коэффициентов через средние значения элементов. Наиболее успешно такая задача решена для пристеночной турбулентности.

При изучении плоскопараллельного турбулентного течения Прандтль (1925 г.) предположил, что пульсации скорости течения обусловлены перемещением объемов жидкости с одного уровня на другой на расстояние ℓ . Если градиент средней скорости $\partial \overline{u} / \partial z$, то вихрь, сохраняя свою первоначальную скорость при перемещении на расстояние ℓ , где средняя скорость другая, вызывает изменение скорости течения

$$u' = \ell \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}. \quad (3.35)$$

Если полагать мелкомасштабную турбулентность изотропной, то таким же, или близким к нему будет соотношение между пульсацией вертикальной скорости и градиентом средней скорости. Следовательно

$$\overline{u'w'} = \ell^2 \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right)^2. \quad (3.36)$$

Сопоставление формул (3.36) и (3.22) приводит к определению

$$K_{xz} = \ell^2 \left| \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right|. \quad (3.37)$$

72

Модуль градиента скорости введен в связи с тем, что коэффициент турбулентного обмена по аналогии с кинематическим коэффициентом турбулентной вязкости считается положительным.

Расстояние ℓ , на котором турбулентные вихри разрушаются, смешиваются с окружающей водой и теряют свой импульс, назвали *длиной пути смешения*. По определению Прандтля, эта длина пропорциональна расстоянию от твердой стенки

$$\ell = \varkappa z. \quad (3.38)$$

Предполагалось, что с увеличением расстояния от стенки растет размер вихрей и они проходят больший путь, не разрушаясь.

Из формул (3.37) и (3.38) следует

$$K_{xz} = \ell^2 z^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right|. \quad (3.39)$$

Этот способ вычисления K_{xz} пригоден для определения коэффициента вертикального турбулентного обмена в довольно тонком придонном слое океана. За его пределами уже нет устойчивого роста размеров турбулентных возмущений с расстоянием от дна. Здесь более пригодна рекомендуемая Карманом зависимость.

$$\ell = \varkappa \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} / \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right|, \quad (3.40)$$

хотя она получена по данным наблюдений в слое трения.

В формулах (3.38) и (3.40) $\varkappa \sim 0.40$ получена по данным экспериментов и называется *параметром Кармана*. Если выражение (3.40) подставить в (3.37), то получается

$$K_{xz} = \varkappa^2 \left| \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^3 / \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right)^2 \right|. \quad (3.41)$$

В этой формуле нет такой зависимости от расстояния z , как в (3.39), но использовать ее для расчета K_{xz} по данным наблюдений профиля скорости течения очень трудно вследствие малой точности определения знаменателя.

Существуют и другие понятия длины пути смешения ℓ . Например, Тейлор принимал за ℓ расстояние, на котором исчезает завихренность скорости турбулентного течения. В результате ℓ оказалась зависимой от расстояния смешения для скорости и для вихря, т.е. является еще менее определенной характеристикой и потому реже используемой.

Для определения коэффициента вертикального турбулентного обмена наиболее широко используется уравнение баланса энергии турбулентности.

3.4. Уравнение баланса энергии турбулентности

Уравнение баланса энергии турбулентности широко используется в океанологии для оценки развития или затухания турбулентности, а также для определения по нему коэффициента турбулентного обмена. Это уравнение получается из уравнений Навье-Стокса и Рейнольдса. Поскольку ускорение Кориолиса не производит работу, то в исходное уравнение движения это слагаемое не будет включаться. Кроме того, уравнение движения целесообразно использовать не в векторном представлении, а в выражении (3.11), которое позволяет проследить взаимосвязь составляющих скорости по различным осям координат. Его можно записать в компактной форме

$$\frac{\partial \rho V_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho V_i V_j + P \delta_{ij} - \tau_{ij}) = \rho F_i, \quad (3.42)$$

Единичная функция $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ во всех остальных случаях.

Для получения уравнения баланса кинетической энергии это уравнение скалярно умножается на V_i . В результате для плотности кинетической энергии $E_k = 0.5 \rho V_i V_i$ с учетом неразрывности в приближении Буссинеска [3] получается

$$\frac{\partial E_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (E_k V_j + P V_j \delta_{ij} - \tau_{ij} V_i) = \rho F_i V_i - \rho \varepsilon, \quad (3.43)$$

где $\varepsilon = \frac{\tau_{ij}}{\rho} \frac{\partial V_i}{\partial x_j}$ - скорость удельной диссипации энергии.

Уравнение показывает, что изменение кинематической энергии в какой-то точке океана зависит от плотности ее потока, представленного выражением в скобках. Этот поток обусловлен непосредственным переносом со скоростью V_i , давлением и внутренним молекулярным трением. В правой части содержится работа сил F_i и расход кинетической энергии вследствие ее диссипации во внутреннюю энергию.

74

На основе уравнения (3.13) аналогичным образом получается уравнение для плотности кинетической энергии осредненного движения $\bar{E}_k = 0.5 \bar{\rho} \bar{V}^2$:

$$\frac{\partial \bar{E}_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{E}_k \bar{V}_j + \overline{P'V_j \delta_{ij}} - \overline{\tau'_{ij} V_i} + \overline{\rho V_i V_j V_i'}) = \overline{\rho F_i V_i} - \overline{\rho \epsilon} + \overline{\rho V_i V_j'} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j}. \quad (3.44)$$

По сравнению с предыдущим уравнением в левой части последнего фигурирует перенос кинетической энергии пульсациями, а в правой части последнее слагаемое характеризует переход кинетической энергии среднего движения в энергию турбулентных возмущений. Если провести осреднение уравнения (3.43) по такому же интервалу времени, как и (3.44) имея в виду, что $E = \bar{E} + E_T$, $V = \bar{V} + V'$, $F = \bar{F} + F'$, и т.д., а затем из полученного выражения почленно вычесть уравнение (3.44), то окажется

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (E_T \bar{V}_j + 0.5 \overline{\rho V_i V_j V_j'} + \overline{P' V_j' \sigma_{ij}} - \overline{V_i' \tau'_{ij}}) = \overline{\rho V_i F_i'} - \overline{\rho \epsilon_v} - \overline{\rho V_i' V_j'} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j}. \quad (3.45)$$

Это уравнение баланса энергии турбулентности характеризует изменение во времени плотности этой энергии $E_T = 0.5 \overline{\rho V_i' V_i'}$. Слагаемые в скобках левой части уравнения обозначают перенос E_T осредненным течением, потоки энергии, вызванные турбулентными пульсациями скорости течения, пульсациями давления и молекулярной вязкостью. Слагаемые правой части уравнения выражают изменение турбулентной энергии за счет работы пульсаций внешних сил, за счет диссипации под действием вязкости и перехода энергии осредненного движения в турбулентное или в обратном направлении. Слагаемое

$$\overline{\rho \epsilon_v} = \frac{\overline{\rho} \kappa}{2} \sum_{ij} \overline{\left(\frac{\partial V_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j'}{\partial x_i} \right)^2} \quad (3.46)$$

представляет собой среднюю удельную диссипацию энергии пульсационного движения под действием вязкости, практически всегда подлежащую определению в уравнении баланса энергии турбулентности.

Следует обратить внимание на последнее слагаемое в правой части уравнений (3.44) и (3.45). Оно входит в них с противоположными знаками. Если оно отрицательное, то вызывает уменьшение кинетической энергии осредненного движения и увеличение энергии турбулентности, т.е. характеризует переход кинетической энергии осредненного движения в энергию турбулентности. При положительном значении этого слагаемого происходит переход

75

энергии от пульсационного движения к осредненному. Такое явление в природных условиях имеет место как в атмосфере, так и в океане. Оно получило название *отрицательной вязкости* в случае, когда крупномасштабные возмущения типа синоптических вихрей

накапливают энергию, поступающую от внешних источников (от атмосферы в виде напряжения трения ветра, солнечной энергии, речного стока и т.д.), а затем передают ее осредненному движению. Данные наблюдений за изменениями скорости течения и градиентами осредненной скорости течения в Гольфстриме при его взаимодействии с мезомасштабными вихрями показали, что здесь такой характер обмена энергии может иметь место.

При применении уравнения (3.45) для изучения океанологических процессов оно может быть упрощено. В нем пренебрегается переносом энергии, обусловленной турбулентными пульсациями давления и вязкими напряжениями. Кроме того, из-за существенно большей однородности океана в горизонтальном направлении, чем в вертикальном, обычно учитывают изменение энергии только по глубине. В результате уравнение (3.45) приобретает упрощенную форму

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\epsilon w} + \overline{\epsilon' w'}) = \overline{g' w'} - \epsilon_v - \left(\overline{u' w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{v' w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right), \quad (3.47)$$

$$\text{где } \epsilon = E_T / \bar{\rho}, \quad g' = g \rho' / \bar{\rho} = F_3'.$$

В уравнении (3.47) в качестве внешней силы F' учтена только плавучесть g' . Вместо работы архимедовой силы может использоваться безразмерное *потокное число Ричардсона* Rf

$$Rf = \frac{\overline{g' w'}}{\overline{u' w' \partial \bar{u} / \partial z} + \overline{v' w' \partial \bar{v} / \partial z}}. \quad (3.48)$$

Оно определяет долю энергии турбулентных пульсаций, которая расходуется при устойчивой стратификации или освобождается при неустойчивой стратификации за счет превращения потенциальной энергии в кинетическую.

Если выразить произведение пульсаций через коэффициент турбулентного обмена и градиент осредненной характеристики, то уравнение баланса энергии турбулентности (3.47) приобретает вид

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\epsilon w}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{\epsilon z} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) = \left[K_{xz} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + K_{yz} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right] (1 - Rf) - \epsilon_v. \quad (3.49)$$

Здесь $K_{\epsilon z}$ - вертикальный коэффициент турбулентного переноса энергии.

В ряде случаев целесообразно вместо Rf пользоваться обычным

$$Ri = \frac{g}{\bar{\rho}} \frac{\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2}. \quad (3.50)$$

Связь между ними выражается через соотношение коэффициентов диффузии массы $K_{\rho z}$ и количества движения при условии, что

$$K_{xz} = K_{yz} = K: \quad Rf = \frac{K_{\rho z}}{K} Ri. \quad (3.51)$$

В уравнении (3.49) показано, что локальное изменение энергии турбулентности происходит за счет ее переноса по вертикали упорядоченной скоростью и турбулентным перемешиванием, за счет генерации из осредненного движения, плавучести, а также в результате её диссипации во внутреннюю энергию.

В какой-то степени уравнение баланса (3.49) представляется формальным, поскольку в нем содержится несколько неизвестных. Наибольшая трудность связана с определением скорости диссипации энергии турбулентности ϵ_v . При отсутствии наблюдений за пульсациями скорости ее нельзя вычислить по формуле (3.46). Потому предпринимались попытки составить уравнение по аналогии с уравнением баланса энергии турбулентности, в которой ϵ_v являлась бы функцией от тех же сил, что и в уравнении для ϵ . Их идеология представлена в монографии [3]. Однако при этом приходится вводить ряд гипотез о выражении слагаемых, содержащих пульсации, через средние характеристики. При этом появляются коэффициенты пропорциональности, принимаемые за постоянные и определяемые по результатам экспериментов. В частности, при тех же упрощениях, которые использовались при записи уравнения баланса энергии в форме (3.49), уравнение для диссипации энергии турбулентности имеет вид

$$\frac{d\epsilon_v}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{z\epsilon} \frac{\partial \epsilon_v}{\partial z} \right) + \frac{\epsilon_v}{\epsilon} \left\{ c_1 K \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right] - c_2 \epsilon_v + c_3 K_{z\rho} \frac{g}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} \right\}. \quad (3.52)$$

По разным экспериментальным данным $c_1=1.38-1.44$, $c_2=1.40-1.92$, $c_3=0.8-1.40$. В этом уравнении полагается, что $K_{xz} = K_{yz} = K$. Коэффициенты турбулентного обмена для потоков ϵ и ϵ_v выражаются через кинематический коэффициент вязкости K и число Шмидта Sc_T :

$$K_{Bz} = K_{Bz} = K / Sc_T.$$

Для дальнейшего замыкания системы уравнений (3.49) и (3.52) вводится соотношение, получаемое из соображений размерности

$$K = c\epsilon^2 / \epsilon_v, \quad (3.53)$$

где $c = 0.08 - 0.09$.

Наличие большого числа экспериментальных параметров свидетельствует о том, что теория определения баланса энергии турбулентности и ее диссипации по осредненным значениям океанологических характеристик нуждается в дальнейшем развитии. Это тем более важно, поскольку как ϵ , так ϵ_v меняются в очень широких пределах.

Энергия турбулентности зависит от интервала осреднения скорости течения, поскольку с его увеличением учитываются большие значения скоростей. Поэтому такую зависимость принято представлять в виде изменения спектральной плотности энергии от масштаба турбулентности. Скорость диссипации меняется в меньших пределах, но принять какое-то ее среднее значение нельзя. По данным различных источников, обобщенных в книге [2], наиболее интенсивно энергия турбулентности переходит во внутреннюю в мелководных районах моря и в поверхностном волновом слое, где диссипация, приходящаяся на единицу массы воды, в среднем составляет $10^{-4} - 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с}^3$.

В верхнем 100-метровом слое, где развиты дрейфовые течения, конвекция и волны, скорость диссипации ϵ_v составляет $10^{-6} - 10^{-7} \text{ м}^2 / \text{с}^3$. В глубоководных участках океана ϵ_v уменьшается до $10^{-7} - 10^{-8} \text{ м}^2 / \text{с}^3$. Более детальное описание турбулентных возмущений различных субстанций, энергии и диссипации возможно на основе спектров их распределения.

Уравнение (3.49) в упрощенном виде часто используется для определения кинематического коэффициента турбулентного обмена. При этом обычно считается, что турбулентность находится в установившемся состоянии и поток энергии ϵ в вертикальном направлении отсутствует, что приводит к нулевому значению левой части уравнения. Следовательно,

$$K \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right] (1 - Rf) = \epsilon_v. \quad (3.54)$$

Как правило, определить значение ϵ_v по формуле (3.46) невозможно из-за отсутствия данных измерений пульсаций скорости. Поэтому часто используется соотношение, полученное из соображений размерности:

$$\epsilon_v = \frac{K^3}{c^4 l^4}, \quad (3.55)$$

где c -экспериментальный параметр. По данным различных исследований он меняется в широких пределах, но чаще всего принимается $c^{-4} = 0.046$.

Если масштаб турбулентности l известен, то при использовании формул (3.54) и (3.55) значение K легко находится. В данном случае K зависит от генерации энергии турбулентности осредненным течением, архимедовой силой и от диссипации энергии турбулентности. Если $Rf=1$, то, согласно уравнению (3.54), турбулентность отсутствует. Чаще считают, что турбулентность в стратифицированном океане отсутствует, если фактическое Rf меньше критического значения Rf_k . Согласно теории гидродинамической устойчивости, течение расслоенной жидкости оказывается устойчивым относительно бесконечно малых возмущений, если во всех его точках $Ri < 1/4$ [3]. При этом, согласно формуле (3.51), Rf_k может существенно отличаться от Ri_k , поскольку не всегда $K_{pz} = K$.

3.5. Спектральная плотность турбулентных характеристик

Поля гидрологических характеристик в турбулентном потоке в любой момент времени t можно рассматривать как случайные и к их описанию следует подходить с точки зрения теории случайных процессов. Выше уже отмечалось, что не всегда выполняются условия, позволяющие трактовать среднее значение гидрологической характеристики как математическое ожидание. Очень трудно также описать распределение вероятностей пульсационных значений даже таких скалярных элементов, как температура и соленость морской воды. Причиной тому служат не только многомасштабность и пространственная неоднородность турбулентных пульсаций, их изменчивость во времени, но и преимущественное использование рядов наблюдений, выбранных по коротким временным интервалам.

В теории турбулентности важно знать закономерность изменения масштаба гидрологических характеристик, так как от него зависит значение турбулентных потоков субстанций. Для этого используется понятие спектральной плотности пульсаций соответствующих характеристик. Кроме того, со спектральной плотностью связана корреляционная функция R между пульсациями, по сути описывающая нормированный поток турбулентной субстанции. Действительно, корреляционная функция пульсаций

$$R_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t) = \overline{V_i'(\mathbf{x}, t) V_j'(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t)}. \quad (3.56)$$

При $\mathbf{r} = 0$ и $\Delta t = 0$ эта функция описывает напряжения Рейнольдса, а тензор R_{ij} представляет собой тензор напряжений Рейнольдса, деленный на среднюю плотность (3.14). Аналогичным образом выражаются корреляционные функции пульсаций температуры и солёности

$$R_T(\mathbf{x}, t; \mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t) = \overline{T'(\mathbf{x}, t) T'(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t)}. \quad (3.57)$$

Могут составляться корреляционные соотношения и с использованием гидрологических характеристик: произведения пульсаций скорости и температуры, пульсаций скорости и солёности и т.д.

Спектральная плотность потока F параметризует распределение турбулентного потока субстанции либо во времени, либо по масштабу волновых векторов \mathbf{k} , или волновых чисел k

$$F(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\mathbf{r}, t) e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r})} d\mathbf{r}. \quad (3.58)$$

Причем,

$$R(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\mathbf{k}, t) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r})} d\mathbf{k}. \quad (3.59)$$

Следовательно, если известна спектральная плотность субстанции, то по ней можно определить корреляционный момент и в принципе турбулентные потоки этих субстанций.

Выше уже отмечалось, что океаническая турбулентность характеризуется тем, что в области малых масштабов (мелкомасштабная турбулентность) она практически однородна и изотропна или квазиизотропна. Это означает, что коэффициент корреляции одинаков по всем направлениям и зависит только от сдвига по времени или расстояния между пульсациями субстанций и не зависит от координаты. Чаще турбулентность считают локально-изотропной. В области средней и крупномасштабной турбулентности пульсации субстанций становятся существенно неизотропными: их горизонтальные значения много больше вертикальных.

Наиболее изучена мелкомасштабная изотропная турбулентность. Академики А.Н. Колмогоров и А.М. Обухова установили, что энергетический режим изотропной турбулентности стационарен. Это означает, что в области ее масштабов энергия поступает путем каскадной трансформации кинетической энергии от крупномасштабных вихрей, существующих

за ее пределами. Расход поступившей кинетической энергии осуществляется диссипацией во внутреннюю за счет вязкости в самых мелких вихрях.

А.Н. Колмогоров предложил выделить в области мелкомасштабной турбулентности *вязкую* подобласть, в которой происходит диссипация кинетической энергии во внутреннюю со скоростью ϵ_v за счет вязкости, определяемой кинематическим коэффициентом κ . Из этих параметров на основании размерности составляются “*внутренние*” масштабы турбулентных флуктуаций ℓ_1 и время их жизни t_1 ,

$$\ell_1 = \left(\frac{\kappa^3}{\epsilon_v} \right)^{1/4}, \quad t_1 = \left(\frac{\kappa}{\epsilon_v} \right)^{1/2}. \quad (3.60)$$

При характерных значениях $\kappa \approx 10^{-2} \text{ см}^2 / \text{с}$ и $\epsilon_v \approx 10^{-2} \text{ см}^2 / \text{с}^3$ оказывается, что $O(\ell_1) \approx 10^{-1} \text{ см}$ и $O(t_1) \approx 1 \text{ с}$.

В соответствии с гипотезой Колмогорова за вязкой подобластью в сторону больших масштабов следует *инерционная* подобласть. Полагается, что в ней на турбулентность не влияет ни вязкость, так как турбулентные возмущения уже довольно большие, ни плавучесть. В этой подобласти энергия турбулентности передается от вихрей большего масштаба к вихрям меньшего масштаба в результате их каскадного дробления. Статистические характеристики турбулентности в нем определяются единственным размерным параметром - скоростью диссипации энергии турбулентности ϵ_v . Полагается, что ϵ_v равна скорости поступления энергии из подобласти с еще большими размерами турбулентных флуктуаций.

Характерный масштаб турбулентности в инерционной подобласти ℓ_2 может быть определен по радиусу корреляции (рис.3.2)

$$\ell_2 = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^{\infty} R(r) dr. \quad (3.61)$$

Из рис.3.2 следует, что $O(\ell_1)$ составляет $10^0 - 10^1 \text{ см}$.

Следующий по масштабу турбулентности считается подобласть *плавучести*. В ней статистические характеристики турбулентности зависят как от ϵ_v , так и от плавучести, определяемой упрощенной формулой $B = (g / \rho)(\partial \bar{\rho} / \partial z)$. В связи с большими масштабом флуктуаций роль молекулярной вязкости невелика и она не принимается во внимание. Из параметров B и ϵ_v на основании размерности составляется масштаб

$$\ell_3 = \epsilon_v^{1/2} B^{-3/4}. \quad (3.62)$$

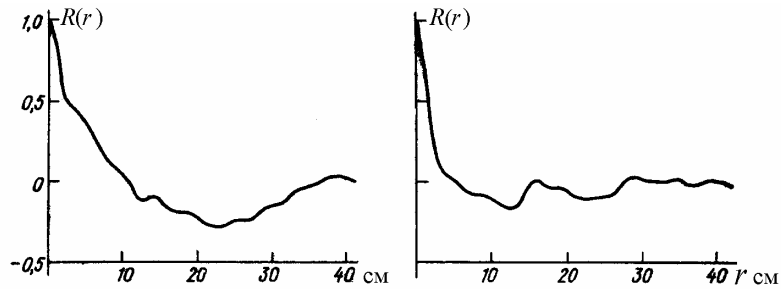


Рис.3.2. Типичный вид нормированных корреляционных функций пульсаций скорости течения [2].

Более обосновано вместо B использовать частоту Вейселя N^2 . При этом масштаб ℓ_3 определяется формулой

$$\ell_3 = \left(\frac{\epsilon_v}{N^3} \right)^{1/2}. \quad (3.63)$$

В этой подобласти масштаб турбулентных возмущений очень сильно зависит от градиента плотности, увеличиваясь с его уменьшением. Его характерные значения находятся в пределах от нескольких сантиметров до десятка метров. В последнем случае турбулентность становится не изотропной, а по крайней мере двумерной с существенным преобладанием горизонтальных размеров над вертикальными.

Если в стратифицированной среде основное влияние на устойчивость оказывает температура, то вместо градиента плотности используется коэффициент термического расширения α . Вводится также понятие скорости выравнивания флуктуаций температуры ϵ_T , играющий ту же роль, что и ϵ_v . При локально-однородной турбулентности ϵ_T представляется формулой

$$\epsilon_T = 6\kappa_T \overline{\left(\frac{\partial T'}{\partial r} \right)^2}, \quad (3.64)$$

где $\kappa_T \approx 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2 / \text{с}$ - коэффициент молекулярной теплопроводности.

Как и ϵ_v , параметр ϵ_T в океане меняется в очень широких пределах от 10^{-3} до $10^{-8} \text{ К}^2 / \text{с}$ [2] и учитывается при диссипации флуктуаций температуры в результате молекулярного теплообмена.

Выделенные подобласти мелкомасштабной турбулентности не имеют четких границ, а зависят от интенсивности турбулентности

расширяет соответствующую подобласть в сторону как инерционной, так и в сторону мезомасштабной турбулентности.

При анализе спектров пульсаций скорости течения F_v в выделенных участках мелкомасштабной турбулентности следует иметь в виду его зависимость от масштабов времени или длины ℓ . Вместо последней чаще используется волновое число $k = 2\pi / \ell$. Поэтому в вязкой подобласти (интервале) спектр должен определяться не только ϵ_v и κ , но и волновым числом. По теории размерностей для оценки F_v достаточно двух параметров: ϵ_v и κ

$$F_v = c_1 (\epsilon_v \kappa^5)^{1/4}. \quad (3.65)$$

В этом случае параметр k вводится безразмерной функцией $(\ell_1 k)^m$. Показатель степени m должен быть таким, чтобы при переходе к инерционному интервалу спектра в формуле пропадала бы вязкость. Это имеет место при $m = -5/3$. Следовательно,

$$F_v = c_1 (\epsilon_v \kappa^5)^{1/4} \cdot (\ell_1 k)^{-5/3}. \quad (3.66)$$

По результатам анализа данных наблюдений постоянная $c_1 \approx 1$.

На рис.3.3 показано изменение нормированной плотности F_v в вязкоинерционном интервале волновых чисел.

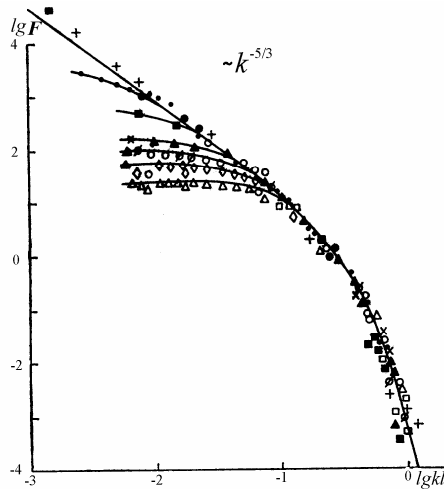


Рис.3.3. Нормированный спектр скорости по данным лабораторных измерений при различных значениях числа Re [2].

$$F = F_v (\epsilon_v \kappa^5)^{-1/4}$$

Вязкая часть интервала турбулентности располагается в пределах больших волновых чисел, где в результате нормировки данные

измерений разных авторов совмещаются на одной линии. На том участке волновых чисел, где результаты экспериментов расходятся, начинается инерционный интервал спектра. Эти данные могут ложиться на одну линию в том случае, если нормировка будет проводиться формулой инерционного интервала.

В инерционном интервале спектральная плотность должна зависеть только от ϵ_v и k . По теории размерностей это приводит к формуле

$$F_v = c_2 \epsilon_v k^{-5/3}, \quad (3.67)$$

где, по данным экспериментов, $c_2 \approx 1.4$.

Формула (3.67) получила название *закона Колмогорова-Обухова* по имени авторов, обосновавших ее выражение. По данным экспериментов переход от вязкого интервала к инерционному происходит при $k \ell_1 \sim 1/8$ [2], а сам он простирается в основном от $k \sim 10^1 \text{ см}^{-1}$ до $k \sim 10^{-1} \text{ см}^{-1}$.

В высокочастотной части интервала плавучести, которую принято называть инерционно-конвективным интервалом, при устойчивой стратификации энергия турбулентности расходуется в основном на работу против архимедовой силы и лишь малая ее доля диссипирует в тепло. Поэтому в соответствии с гипотезой Болджиано скорость вязкой диссипации ϵ_v в этом диапазоне волновых чисел не оказывает заметного влияния на статистические характеристики развитой турбулентности и может во внимание не приниматься. В частности, спектральная плотность пульсаций скорости должна зависеть от плавучести, характеризуемой, как выше отмечалось, коэффициентом термического расширения и ускорением свободного падения g , а также скоростью выравнивания температурных неоднородностей ϵ_T . По этим параметрам и волновому числу на основании соотношений размерности получается выражение

$$F_v = c_3 (\alpha g)^{4/5} \epsilon_T^{2/5} k^{-11/5}. \quad (3.68)$$

Его часто называют формулой Болджиано-Обухова. Характер спектра в этом диапазоне k приведен на рис.3.4.

Из рисунка видно, что плавучесть начинает играть заметную роль, когда возмущения имеют величины $10^1 - 10^2$ см. При больших размерах турбулентных возмущений существенную роль должны играть вертикальные градиенты температуры, а роль ϵ_T становится малой.

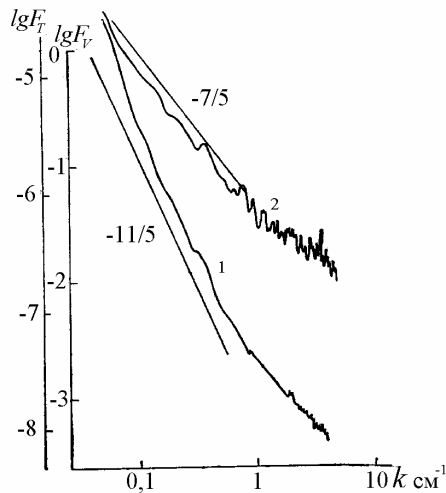


Рис.3.4. Спектральные плотности скорости течения (1) и температуры (2) в инерционно-конвективном интервале турбулентности [2]; F_T в $K^2 cm$, F_V в cm^3/c^2 .

Поэтому в основной части интервала плавучести при изотропной турбулентности и нейтральной солёностной стратификации спектр возмущений скорости течения на основании соображений размерности описывается формулой

$$F_v \sim \alpha g \left| \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right|^{-3} k^{-3}. \quad (3.69)$$

Пока спектр такого вида был обнаружен только в атмосфере, но для упомянутых выше условий стратификации должен описывать и океаническую турбулентность. Возможно, что для океана следует рассматривать выполнимость условия

$$F_v \sim \frac{g}{\bar{\rho}} \left| \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} \right| k^{-3}. \quad (3.70)$$

Сравнение формул, характеризующих зависимость спектра энергии турбулентности от k , показывает, что с уменьшением размера возмущений энергия сначала уменьшается быстро, а затем - медленно.

Характер изменений энергии турбулентности во всем диапазоне возмущений от крупномасштабной до мелкомасштабной - показан на рис.3.5.

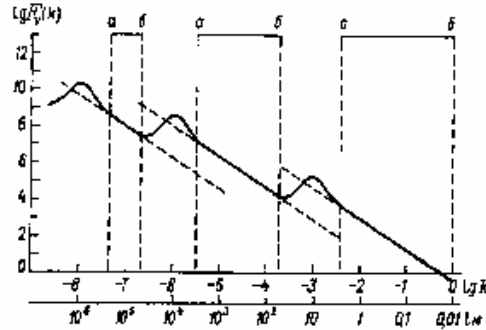


Рис.3.5. Схема распределения спектральной плотности энергии турбулентности по разномасштабным движениям океанских вод [5].
 $a-b$ – зоны выполнимости универсальных законов турбулентности.

Из рис.3.5 видно, что с увеличением масштаба турбулентности ее энергия растет, поскольку увеличиваются пульсации скорости течения. Максимумы спектра в диапазоне некоторых волновых чисел свидетельствуют о поступлении энергии в океан на этих участках. Первый максимум приходится на глобальные процессы, второй - на область инерционных и приливных движений, третий - на масштаб ветровых волн.

Величины F_v на рис. 3.3 - 3.5 представляют собой характерные значения этой функции. Диапазон же изменений F_v для каждого конкретного k в зависимости от гидрологических условий очень большой и уменьшается почти до нуля, если турбулентность отсутствует.

Для получения картины распределения энергии пульсаций турбулентности по волновым числам достаточно построить график функции $k F_v$. В принципиальном отношении характер рисунков не изменится, но наклон этой кривой к оси абсцисс будет меньше наклона кривой F_v из-за множителя k .

Плотность распределения энергии турбулентности позволяет определить скорость ее диссипации в выделенных интервалах спектра [2]

$$\varepsilon_v = 2\kappa \int_{k_1}^{k_2} k^2 F_v(k) dk. \quad (3.71)$$

На основании данных океанологических наблюдений было получено, что максимум ε_v располагается вблизи k порядка 1см^{-1} .

Поскольку энергия турбулентности меняется в зависимости от масштаба флуктуаций скоростей течения, естественно считают, что

и коэффициент турбулентности зависит от масштаба турбулентных возмущений или волновых чисел. В таком случае, с учетом размерности записывается соотношение

$$K(k) = c_4 \left[\int_k^\infty \frac{F_v(k)}{k^2} dk \right]^{1/2}, \quad (3.72)$$

где c_4 -числовая постоянная.

Часто используется другое выражение коэффициента турбулентности, впервые эмпирически полученное Рейнольдсом и носящее его имя. На основании размерности для инерционного интервала имеет место

$$K = c_5 \varepsilon_v^{1/3} \ell^{4/3}, \quad (3.73)$$

где $c_5 = 0.1$.

Эксперименты показывают, что при определении горизонтальной турбулентности эта формула применима для масштабов, превышающих инерционный интервал. Это связано с тем, что горизонтальные пульсации скорости течения существенно слабее зависят от плотностной устойчивости океана, чем вертикальные.

По аналогии с пульсациями скорости составляются распределения спектральной плотности для других океанологических характеристик. Для вязкого интервала спектральная плотность пульсаций температуры F_T полагается зависящей не только от ε_v и κ , но и еще от κ_T и ε_T . Тогда с учетом размерности при $[F_T] = K^2 m$ оказывается

$$F_T = c_6 \left(\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_v} \right) (\varepsilon_v \kappa_T^5)^{1/4} \varphi_T(\ell k, Pr). \quad (3.74)$$

Условия для выбора вида функции φ_T такие же, как и при выборе φ_v . В самой высокочастотной части вязкого интервала (в вязкодиффузионной области) основную роль в выравнивании температурных неоднородностей должны играть коэффициенты теплопроводности и кинематической вязкости, а также ε_v и ε_T . Естественно, в выражении для F_T на этом участке спектра должно фигурировать волновое число. Необходимость учета перечисленных параметров и положений размерности определяет выражение спектральной плотности

$$F_T(k) = \varepsilon_T \varepsilon_v Pr^{1/4} \left(\frac{\kappa}{\kappa_T} \right)^4 k^{-7}. \quad (3.75)$$

Такое быстрое уменьшение F_T с ростом волнового числа обусловлено сглаживающим действием молекулярной диффузии тепла и вязкости. Этот участок спектра очень короткий, удовлетворяющий условиям $kl_1 \gg (Pr)^{1/2}$ и переходит в конвективно-диффузионный участок вязкого интервала. Полагается, что в нем κ_T не должен заметно влиять на вид F_T и из определяющих параметров ее следует исключить, тогда формула (3.74) приобретает вид

$$F_T(k) = c_6 \varepsilon_T \left(\frac{\kappa}{\varepsilon_\nu} \right)^{1/2} k^{-1}. \quad (3.76)$$

В инерционном интервале в определяющие параметры не должны входить κ и F_T , следовательно

$$F_T(k) = c_7 \varepsilon_\nu^{-1/3} \varepsilon_T k^{-5/3}, \quad (3.77)$$

где $c_7 \sim 1.1$.

В ближней части интервала плавучести (инерционно-конвективном) в определяющие параметры спектральной плотности F_T должны входить (αg) и ε_T . Это приводит к зависимости F_T от k в виде

$$F_T(k) = c_8 (\alpha g)^{-2/5} \varepsilon_T k^{-7/5}. \quad (3.78)$$

Наконец, в дальней части интервала плавучести, где существенно влияние градиента температуры выражение F_T приобретает вид

$$F(k) \sim \left| \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right|^2 k^{-3}. \quad (3.79)$$

Если учитывать зависимость F_T от градиента плотности, то можно предположить существование формулы

$$F_T(k) \sim \varepsilon_T g^{-1/2} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} \right)^{3/2} k^{-3}. \quad (3.80)$$

Вид связи с волновым числом при этом не меняется по сравнению с формулой (3.79), а влияние стратификации учитывается более полно.

Сопоставление спектральных плотностей пульсаций скорости и температуры показывает, что в интервалах плавучести и инерционном их зависимость от волнового числа одинаковая. Это объясняется тем, что основную роль в передаче энергии и возмущений температуры по диапазону волновых чисел играют достаточно крупные вихри. В вязком же диапазоне на

скорость диссипации энергии турбулентности влияет вязкость воды, а на скорость выравнивания неоднородностей температуры влияет и вязкость и температуропроводность. Поэтому зависимость спектров F_V и F_T от k различна. Некоторое различие зависимости этих спектров от k имеет место на инерционно-конвективном участке спектра, где F_V с ростом k убывает существенно быстрее, чем F_T . Возможно, что это связано с упрощенным представлением стратификации в виде (αg) . Если стратификацию учитывать частотой Вэйселя-Брента N и принять во внимание ϵ_v , а не ϵ_T , то зависимость спектральной плотности пульсаций скорости от k будет такой же, как и $F_T(k)$

$$F_v(k) \sim \left(\frac{\epsilon_v^4}{N^2} \right)^{1/5} k^{-7/5}. \quad (3.81)$$

Спектральная плотность пульсаций солёности определяется по пульсациям электропроводности C' , так как другим способом не удастся измерить S' . Поскольку большой вклад в электропроводность морской воды оказывает температура, то спектр C' похож на спектр T' . В вязком интервале $F_s \sim k^{-1}$, в инерционном $F_s \sim k^{-5/3}$ в инерционно-конвективном $F_s \sim k^{-7/5}$.

Поскольку перенос в океане импульса, температуры и соли осуществляется одними и теми же вихрями, то между V' , T' и S' должна существовать корреляция. Выше отмечалось, что среднее от произведения пульсаций скорости и температуры $\overline{V'T'}$ представляет собой нормированный на объёмную теплоёмкость турбулентный поток тепла. Поэтому его зависимость от k также можно охарактеризовать спектральной плотностью. Для вертикального потока тепла на основании размерности также выражения получены [2]. В инерционном интервале спектральная плотность потока меняется по тому же закону, что и его составляющие T' и w' , т.е.

$$F_{Tw} \sim \epsilon_T^{1/2} \epsilon_v^{1/6} k^{-5/3}, \quad (3.82)$$

а в инерционно-конвективном интервале она полагается пропорциональной среднему геометрическому из F_T и F_v

$$F_{Tw} \sim (\alpha g)^{1/5} \epsilon_T^{3/5} k^{-3/5}, \quad (3.83)$$

Две последние формулы с точностью до постоянного множителя характеризуют турбулентный поток тепла на различных участках спектра и из них следует, что он уменьшается с ростом волнового числа.

В некоторых из приведенных выше формул безразмерная постоянная либо вообще не приведена, либо не дано ее числовое значение. Это обусловлено отсутствием данных наблюдений для получения упомянутых критериев. Такие исследования еще предстоит выполнить.

3.6. Мезомасштабная и крупномасштабная турбулентность

Этот тип турбулентности изучен существенно слабее, чем мелкомасштабный как из-за ограниченности натуральных наблюдений, так и из-за меньшей потребности со стороны океанологов. Тем не менее основные ее черты исследованы и описаны в океанологической литературе [2]. Характерной чертой мезомасштабной и крупномасштабной турбулентности является ее анизотропность. Турбулентные пульсации субстанций в вертикальном направлении существенно меньше, чем в горизонтальном. Поэтому обычно эту турбулентность считают двумерной. Но и в горизонтальном направлении пульсации субстанций вдоль течения обычно больше, чем по нормали к нему. Данные наблюдений свидетельствуют о том, что средние значения возмущений скорости течения образуют эллипс с большой осью вдоль скорости течения. Такое распределение пульсаций скоростей приводит к аналогичному изменению коэффициентов горизонтальной турбулентности по отношению к направлению скорости течения.

Следующая особенность мезомасштабной и крупномасштабной турбулентности заключается в том, что из-за ее существенной двумерности в ней выделяется не только кинетическая энергия, но и *энстрофия* (Ω). Под ней понимается половина квадрата вихря скорости ($\Omega = (\text{rot}\mathbf{V})^2 / 2$). Скорость изменения энстрофии $\epsilon_\omega = \partial\Omega / \partial t$ играет такую же роль, как и скорость диссипации энергии турбулентности ϵ_v . Размерность Ω составляет t^{-2} , а $[\epsilon_\omega] \sim t^{-3}$. Масштаб перехода от трехмерной турбулентности к двумерной оценивается с учетом их размерности по соотношению

$$O(L) \approx \left(\frac{\epsilon_v}{\epsilon_\omega} \right)^{1/2}. \quad (3.84)$$

Если на участке спектра на плотность энергии влияет только ϵ_ω , то с учетом размерности оказывается

$$F_v = c_\omega \varepsilon_\omega^{2/3} k^{-3}, \quad (3.85)$$

где $c_\omega = 1,74$.

Из этой формулы видно, что закон изменения F_v от волнового числа оказывается таким же, как и при мелкомасштабной турбулентности в интервале плавучести.

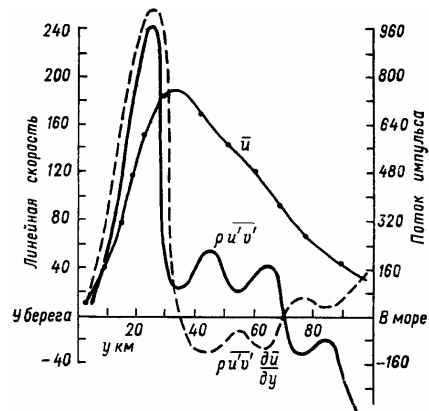
На тех участках спектра крупномасштабной турбулентности, где существенно влияние скорости диссипации энергии, а влияние других факторов мало, может иметь место изменение спектральной плотности, пропорциональное $k^{-5,3}$, как и в инерционном интервале мелкомасштабной турбулентности. При этом остается справедливым закон Ричардсона, характеризующий рост коэффициента горизонтальной турбулентности пропорционально $\ell^{4/3}$ вплоть до сотен километров [2].

Отличие рассматриваемой турбулентности от мелкомасштабной состоит и в том, что источники поступления энергии находятся в диапазоне ее волновых чисел (рис.3.5), а не за ее пределами, как в мелкомасштабной.

Согласно теории двумерной изотропной турбулентности невязкой жидкости при притоке извне энергии и энтропии в окрестностях волнового числа k_1 какого-либо инерционного интервала спектра происходит их сток в разные стороны. Основная доля поступающей энтропии переносится в сторону больших волновых чисел и постепенно диссипирует, а основная доля энергии переносится в сторону малых волновых чисел. В реальных течениях существуют отклонения от этой идеализированной картины. Тем не менее описанная тенденция переноса этих характеристик течения подтверждается результатами обработки данных наблюдений. Перенос энергии турбулентности в сторону малых волновых чисел или даже к осредненному течению обратный принятому положению для мелкомасштабной турбулентности, при котором коэффициент пропорциональности между осредненным произведением пульсаций скорости и ее градиентом в виде коэффициента турбулентности должен быть положительным. Чтобы согласовать направление потока энергии, выраженного через пульсации скоростей течения и через градиент средней скорости, коэффициент горизонтальной турбулентности приходится считать отрицательной величиной. Как уже ранее отмечалось, такой перенос энергии получил название *отрицательной вязкости*.

Впервые перенос энергии от крупномасштабной турбулентности к осредненному течению был обнаружен в районе Гольфстрима (рис3.6). Из рисунка видно, что в интервале расстояний примерно 30 –70 км от берега $\partial \bar{u} / \partial y < 0$, а $\overline{\rho u' v'}$ остается положительной величиной.

Рис.3.6. Характер изменения средней скорости течения \bar{u} , турбулентного потока импульса $\rho \overline{u'v'}$ и скорость взаимного перехода между энергией турбулентности и кинетической энергией осредненного течения в Гольфстриме [2].



В соответствии с формулой (3.34) это может иметь место только в том случае, если коэффициент горизонтальной турбулентности $K_L < 0$. Отрицательное значение члена уравнения баланса энергии турбулентности $\rho \overline{u'v'} (\partial \bar{u} / \partial y)$ в пределах расстояния от 35 до 70 км характеризует убывание энергии турбулентности за счет ее перетока к осредненному движению.

Явления с отрицательной вязкостью обнаружены и в ряде других районов Мирового океана. Например, по данным наблюдений в Аравийском море обнаружено, что при большом интервале осреднения, когда в категорию турбулентности могут включаться синоптические вихри, возникает явление отрицательной вязкости, а при малом интервале осреднения коэффициент турбулентности оказывается положительным. На рис.3.7 приведены значения изменения энергии турбулентности, которая может переходить в осредненное движение, либо приток энергии турбулентности от осредненного движения $A = -\rho [\overline{V_i V_j'} (\partial \bar{V}_i / \partial x_j)]$.

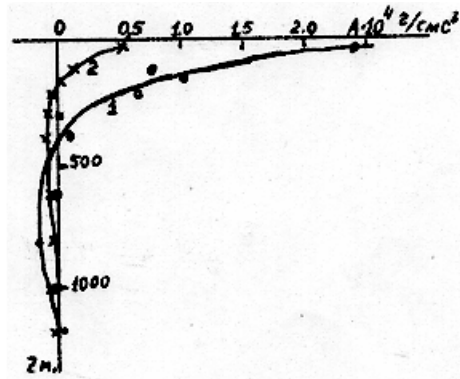


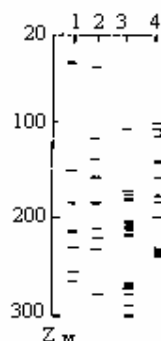
Рис.3.7. Скорость взаимного преобразования энергии турбулентности и осредненного движения при двух масштабах осреднения: 10 миль - (1) и 60 миль - (2) [2].

Из рис.3.7 видно, что в слое примерно 150 - 400 м при малом масштабе осреднения (кривая 1) $A > 0$, а при большом масштабе осреднения (кривая 2) $A < 0$. Это означает, что перенос кинетической энергии происходит в двух направлениях: к осредненному потоку от крупномасштабных вихрей и в сторону мелкомасштабной турбулентности. По-видимому, в условиях существования отрицательной вязкости обычный перенос энергии турбулентности в сторону больших волновых чисел всегда должен иметь место.

3.7. Принцип вероятностного описания океанической мелкомасштабной турбулентности

Данные наблюдений показывают, что за пределами поверхностного слоя волнового перемешивания и проникновения дрейфового течения (толщина до 30-50 м) турбулентное перемешивание происходит эпизодически и в ограниченных объемах. Это явление получило название *перемежающейся турбулентности*. Обычно оно является следствием потери устойчивости на локальных участках за счет действия внутренних волн, приливов, прохождения мезомасштабных вихрей и других возмущений. При этом появляется пятно или группа пятен с повышенной интенсивностью турбулентного перемешивания. За их пределами турбулентность либо отсутствует, либо очень слабая. Толщина пятна турбулентности в среднем составляет 10^0-10^1 м, а горизонтальная протяженность 10^2-10^3 м. Существуют такие пятна турбулентности ограниченное время от долей часа до нескольких часов и исчезают, появляясь снова в другом месте (рис.3.8)

Рис.3.8 Расположение пятен турбулентности по результатам зондирования в мае 1985 г. (20° с.ш., 37° з.д.). Цифры на оси абсцисс обозначают последовательные зондирования. [6].



Подобный характер протекания турбулентного перемешивания не позволяет применять методы определения ее интенсивности и переноса субстанций, используемые при сплошной турбулентном перемешивании.

При описании перемежающейся турбулентности возникают по крайней мере две проблемы: определение вероятности распределения пятен турбулентности и определения интенсивности турбулентного перемешивания в пятне. Попытка решения первой проблемы описана в работе [6], в которой результаты наблюдений за пятнами турбулентности представлены в виде вероятностного распределения. Оказывается, что вероятностное распределение одиночных пятен турбулентности можно выразить формулой

$$P_1(n) = \frac{(\mu H)^n}{n!} e^{-\mu H}, \quad (3.86)$$

где $P_1(n)$ - вероятность того, что в слое толщиной H находится n пятен,

μ - параметр распределения, представляющий собой случайную величину, характеризующую среднее число пятен на метр глубины.

Если в океане существуют группы пятен турбулентности, обладающие собственной закономерностью распределения (*кластеры*), то вводится условная вероятность того, что в m кластерах находится n пятен $P(n/m)$. Она описывается формулой

$$P_1\left(\frac{n}{m}\right) = \frac{(\bar{n}m)^n}{n!} e^{-\bar{n}m}. \quad (3.87)$$

где \bar{n} - среднее число пятен в кластере. Параметр распределения m также является вероятностной характеристикой, о которой сведений очень мало.

При использовании проведенных формул, учитывая тот факт, что турбулентность обычно развивается в условиях плотностной устойчивости вод, характеризуемой числом Ричардсона менее критического $Ri_\kappa = 0.1$, а также при вертикальных градиентах скорости течения G , распределение которых характеризуется параметром δ . В слоях, где создаются оба этих условия, возможна генерация турбулентности и образования пятна. Вероятность его существования описывается функцией генерации $P(z)$

$$P(z) = \exp\left[-\frac{\delta(z)}{\sqrt{Ri_\kappa}} N(z)\right], \quad (3.88)$$

где N - частота Вайсяля-Брента. По данным наблюдений среднее

значение δ находится в диапазоне 1-2 мин [6]. С учетом функции генерации и вероятностного представления параметра μ вероятность распределения пятен турбулентности представима формулами

$$P(0) = (1 - b/2)e^{-a}, \quad (3.89)$$

$$P(1) = [a - b(a - 2)/2]e^{-a}, \quad (3.90)$$

$$P(n) = \left\{ \frac{a^n}{n!} - \frac{b}{2} \frac{a^{n-2}}{(n-2)!} \left[\frac{a^2}{n(n-1)} - \frac{2a}{n-1} + 1 \right] \right\} e^{-a}, \quad n \geq 2 \quad (3.91)$$

$$\text{где } a = \sum_{i=1}^k P(z_i), \quad b = \sum_{i=1}^k P(z_i)^2,$$

Формулы (3.89)-(3.91) характеризуют вероятность отсутствия пятен турбулентности в слое H (3.89), наличие одного пятна (3.90) или нескольких пятен (3.91). Параметры a и b зависят как от толщины выбранного слоя, так и от числа измерений или определенных другим способом функций генерации.

Помимо функции распределения пятен турбулентности определяются функции распределения как толщин этих пятен, так и расстояний между ними

$$P(h_i) \sim h_i e^{-\alpha_i h_i}, \quad (3.92)$$

где $i = 1$ относится к толщине слоев, а $i = 2$ к расстояниям между ними.

По данным наблюдений параметры распределения α_1 меняются в интервале $0.32 - 0.44 \text{ м}^{-1}$, а α_2 – в пределах $0.15 - 0.33 \text{ м}^{-1}$.

Можно полагать, что в каждом турбулентном пятне интенсивность турбулентности описывается формулой (3.73), где под ℓ следует понимать толщину слоя, т.е.

$$K_i = c_5 \epsilon_v^{1/3} h_i^{4/3}. \quad (3.93)$$

Наибольшая трудность при использовании этой формулы заключается в определении ϵ_v . В работе [5] предлагается считать, что при критическом значении числа Ричардсона Ri_k скорость диссипации кинетической энергии описывается формулой (3.46), в которой пульсации скоростей заменяются самими скоростями и учитываются только их вертикальные производные. В этом случае упомянутая формула может быть переписана в виде

$$\epsilon_v = 2\kappa N^2 \text{Ri}_k^{-1}, \quad (3.94)$$

где принимается $\text{Ri}_k = 0.25$.

Значение характера распределения толщины пятен турбулентности и скорости диссипации энергии (3.94) позволяет получить представление о распределении интенсивности турбулентности (3.93) по вертикали.

В океане перемешивание воды в солевых пальцах или в виде диффузионной конвекции можно рассматривать как турбулентное перемешивание, выражаемое коэффициентом турбулентности. В результате такого перемешивания формируются слои с однородным по вертикали распределением температуры и солёности. Если считать конвективную ячейку в пределах такого квазиоднородного слоя h за турбулентный вихрь, то согласно [5] скорость диссипации энергии в ней представляется формулой

$$\epsilon_v = h^2 N^3 \text{Ri}_k^{-3/2}. \quad (3.95)$$

Подстановка этого значения ϵ_v в формулу, характеризующую K в инерционном диапазоне спектра, даёт

$$K = c_1 h^2 N \text{Ri}_k^{-1/2}. \quad (3.96)$$

При характерных значениях квазиоднородных ступенек $h \sim 1\text{м}$ и частотах $N \sim 10^{-3} - 10^{-4} \text{с}^{-1}$ коэффициент вертикальной турбулентности меняется в пределах от $10^{-3} - 10^{-4} \text{м}^2/\text{с}$. Это довольно большие K для глубоких слоев океана, где нет сплошного турбулентного перемешивания. Поэтому формирующая мелкомасштабная структура может оказывать заметное влияние на общее перемешивание глубоких слоев океана.

Формула (3.96) совпадает с формулой (3.93), если в первой заменить N по формуле (3.95). Различие состоит лишь в том, что ϵ_v в формулах (3.94) и (3.95) выражены на основании разных соотношений.

Внутримассовая мелкомасштабная конвекция может рассматриваться как вероятностный процесс, поэтому рассмотренные положения применимы и к ней.

Иногда необходимо определить среднее значение \tilde{K} в слое H . В работе [5] предлагается K описывать ступенчатой функцией $F((z - z_i)/h_i)$, равной 1, если ее аргумент находится в пределах от 0 до 1 и равной 0 во всех остальных случаях. Таким образом

$$\tilde{K} = \sum_{i=1}^n K_i F\left(\frac{z - z_i}{h_i}\right), \quad (3.97)$$

где n - число пятен турбулентности по вертикали. Распределение

толщины слоев h_i и функции F характеризуется соответствующими функциями распределения P_h и P_z . В результате соотношение (3.97) должно преобразоваться в выражение

$$\tilde{K} = \sum_{i=1}^n \int_{h_i} \int_{z_i} K_i P_h(h_i) P_z(z_i) F\left(\frac{z-z_i}{h_i}\right) dz_i dh_i. \quad (3.98)$$

В нем уменьшено число переменных, поскольку величина K_i в основном зависит от толщины слоев h_i .

При равномерном распределении плотности турбулизированных слоев в пределах глубины H

$$\int_{z_i} F\left(\frac{z-z_i}{h_i}\right) P_z(z_i) dz_i \approx \frac{h_i}{H}. \quad (3.99)$$

В этом случае выражение (3.98) упрощается

$$\tilde{K} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^n \int_{n_i} K_i h_i P_h(h_i) dh_i. \quad (3.100)$$

По данным наблюдений в главном термоклине северной части Тихого океана для функции P_h , выражаемой формулой (3.92), оказалось $\alpha=0,46$ 1/м и $\tilde{h}^2=9,4$ м². В верхнем слое ($H=250$ м) Индийского океана $\alpha=0,021$ 1/м и $\tilde{h}^2=21$ м². При этих значениях параметров получено, что \tilde{K} варьирует в пределах от 1,6 до 16 см²/с. Дисперсия K оказалась такого же порядка, что и \tilde{K} [5]. Из изложенного следует, что вероятностная оценка интенсивности турбулентного перемешивания приводит к правдоподобным результатам, хотя точность определения K пока еще остается небольшой.

Дополнительная литература

1. Кантуэлл Б. Дж. Организационные движения в турбулентных потоках.- Сер. Механика. Новое в зарубежной науке, т.33. Вихри и волны.- М.:Мир,1984,с.9 - 79.
2. Монин А.С., Озмидов Р.В. Океанская турбулентность.- Л.:Гидрометеиздат, 1981.-319 с.
3. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Т.1. Теория турбулентности. - СПб: Гидрометеиздат, 1992, гл. 2,3,6,7.
4. Николаевский В.Н. Пространственное осреднение и теория турбулентности. Сер.: Механика. Новое в зарубежной науке, т.33 . Вихри и волны.- М.: Мир, 1984, с. 266-335.

5. *Озмидов Р.В.* Диффузия примесей в океане .- Л.: Гидрометеиздат, 1986-гл.1,3.
6. *Поздынин В.Д.* Элементы вероятностного описания мелкомасштабной турбулентности в океане.- Л.: Гидрометеиздат, 1989. - 50 с.

Вопросы для самопроверки

1. Объясните принцип осреднения уравнений гидротермодинамики для турбулентного океана. Объясните физический смысл рейнольдсовых напряжений.
2. Какие масштабы турбулентности в океане вы знаете? Почему выделяют горизонтальную и вертикальную турбулентность?
3. Каков физический смысл коэффициентов турбулентного обмена? Зависят ли они от масштаба осреднения? В чем состоят прямые и косвенные методы их определения?
4. Объясните, почему для характеристики развития турбулентности в реальном океане одного критерия Рейнольдса недостаточно.
5. Как получить уравнение баланса энергии турбулентности? Каков физический смысл его слагаемых?
6. Какие статистические характеристики используются для описания структуры турбулентных движений в океане?
7. Назовите основные свойства локально-изотропной турбулентности.
8. Каковы закономерности изменения основных спектральных характеристик турбулентности в зависимости от ее масштаба?
9. Объясните смысл "отрицательной" вязкости.
10. Понятие "перемежающейся" турбулентности. Как она описывается?

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ТЕРМОХАЛИННЫХ ПРОЦЕССОВ

4.1. Анализ порядков величин слагаемых уравнений теплопроводности и диффузии соли

Под *термохалинными* процессами принято понимать такие, которые формируют поля температуры и солёности океанов. Их обычно рассматривают совместно, поскольку изменения температуры и солёности морской воды описываются похожими уравнениями диффузии. В них через балансы тепла и влаги учитывается влияние атмосферы, которое распространяется от поверхности в толщу океана и особенно заметно от сезона к сезону. Характер изменения температуры и солёности воды под воздействием атмосферных процессов и в течениях во многом подобный.

При изучении плотностной устойчивости вод и их циркуляции учитывается совместное влияние как температуры, так и солёности. От их значений зависит температура замерзания воды. Существует и много других явлений, зависящих одновременно от этих океанологических характеристик.

В преобладающем числе случаев для практических нужд интерес представляет в различной степени сглаженный ход температуры и солёности воды, а не их мгновенные значения. Поэтому, как уже отмечалось в предыдущей главе, производится осреднение уравнений теплопроводности и диффузии соли за некоторый промежуток времени, величина которого определяется рассмотренными в гл.3 критериями. Поскольку относительные пульсации плотности воды по крайней мере на два порядка величины меньше относительных пульсаций температуры, солёности и скорости течения, что следует из уравнения состояния, при осреднении уравнений теплопроводности и диффузии соли пульсации плотности не учитывались. В результате уравнение теплопроводности принимает вид

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla \vartheta = \nabla (\kappa_T \nabla \vartheta - \overline{\mathbf{V}' \vartheta'}) + \frac{1}{C_{ps} \rho} \left(\frac{\partial Q_L}{\partial t} - \frac{\partial B}{\partial z} \right). \quad (4.1)$$

Ради краткости записи знак осреднения оставлен только над пульсационными слагаемыми. Все остальные характеристики здесь и далее полагаются средними и неизменными в пределах интервала осреднения.

Уравнение (4.1) характеризует изменение потенциальной

температуры воды ϑ , обусловленное: а) горизонтальной и вертикальной адвекцией, описываемой вторым слагаемым левой части уравнения; б) молекулярным и турбулентным переносом, отображаемом первым слагаемым правой части уравнения; в) фазовыми переходами в результате образования и таяния внутриводного льда, диссипацией механической энергии и термических эффектов, связанных с потоком соли (Q_L); г) лучистым потоком тепла (B).

Входящие в состав уравнения теплопроводности слагаемые весьма неоднородны по величине и играют неодинаковую роль в процессах различного масштаба. Поэтому целесообразно их оценить и при решении уравнения (4.1) оставить члены одинаковых порядков величин. Слагаемые же малых величин следует исключить, так как они могут затруднить решение уравнения, а при численном решении могут вызвать возмущения, которые затрудняют определение истинного значения температуры.

Чтобы оценить роль каждого члена, следует преобразовать уравнение (4.1) к безразмерному виду (с индексом "n"), воспользовавшись характерными масштабами величин (с индексом "x") по соотношениям типа $\Phi = \Phi_n \Phi_x$.

При использовании этих соотношений и с учетом перехода от вектора скорости течения \mathbf{V} и от градиента температуры к слагаемым по осям координат уравнение (4.1) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \vartheta_n}{\partial t_n} + \frac{t_x V_x}{L_x} \left(u_n \frac{\partial \vartheta_n}{\partial x_n} + v_n \frac{\partial \vartheta_n}{\partial y_n} \right) + \frac{t_x w_x}{z_x} w_n \frac{\partial \vartheta_n}{\partial z_n} = \\ & = \frac{\kappa_T t_x}{L_x^2} \left(\frac{\partial^2 \vartheta_n}{\partial x_n^2} + \frac{\partial^2 \vartheta_n}{\partial y_n^2} \right) + \frac{\kappa_T t_x}{z_x^2} \frac{\partial^2 \vartheta_n}{\partial z_n^2} - \frac{t_x V_x \vartheta'_x}{\vartheta_x L_x} \left[\frac{\partial}{\partial x_n} (\overline{u'_n \vartheta'_n}) + \frac{\partial}{\partial y_n} (\overline{v'_n \vartheta'_n}) \right] - \\ & - \frac{t_x w_x \vartheta'_x}{z_x \vartheta_x} \frac{\partial}{\partial z_n} (\overline{w'_n \vartheta'_n}) - \frac{B_x t_x}{C_{PS} \rho z_x \vartheta_x} \frac{\partial B_n}{\partial z_n} + \frac{Q_{Lx}}{C_{PS} \rho \vartheta_x} \frac{\partial Q_{Ln}}{\partial t_n}. \quad (4.2) \end{aligned}$$

где V_x - характеристическая горизонтальная скорость течения на расстоянии L_x .

Поскольку безразмерные множители имеют величину порядка 1, то вклад того или иного члена определяется характерным значением масштабных коэффициентов, т.е. зависит от масштаба рассматриваемого явления. При этом важно знать масштаб осреднения, поскольку, как было показано в главе 3, чем больше интервал осреднения, тем больше могут быть пульсационные множители.

Если рассматривать мелкомасштабные изменения температуры в интервале времени от нескольких секунд до десятка минут, то

его пределах из-за осреднения изменение температуры исключено и уравнение (4.1) не пригодно для описания таких изменений температуры. Поэтому при описании процессов такого масштаба следует использовать не осредненное уравнение теплопроводности.

В случае использования уравнения (4.1) для описания мезомасштабных явлений продолжительностью от часов до суток и с $L_x \sim 10^3$ м, $z_x \sim 10^1$ м величина множителя $t_x V_x / L_x \sim 10^{-1}$, но в районах с большими приливными течениями он может достигать величины порядка 10^0 . Поэтому при изучении изменений температуры океана суточного масштаба адвекцию тепла течениями можно не учитывать только в тех районах, где приливные течения не сильные.

В бесприливных районах множитель следующего слагаемого выражения (4.2) $t_x w_x / z_x^2 \sim 10^{-2}$ и поэтому его обычно исключают из уравнения, но на акваториях с приливами или с крупными внутренними волнами этот множитель может возрастать на 1-2 порядка. В таких случаях вертикальная адвекция тепла должна учитываться.

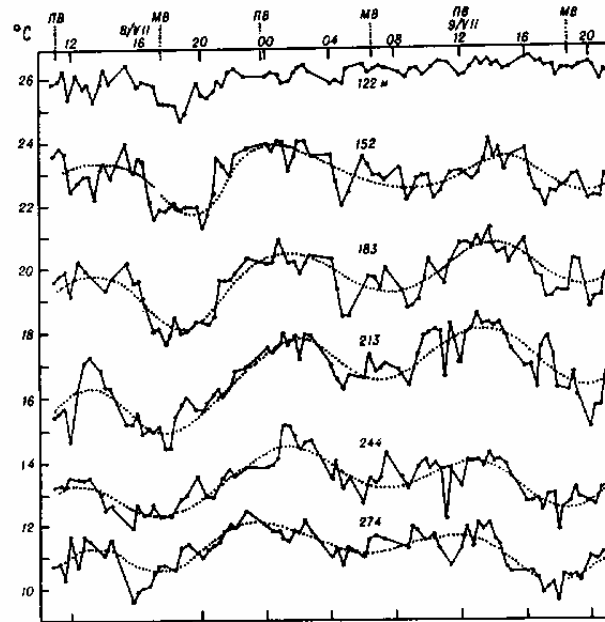


Рис.4.1 Колебания температуры мезомасштабного характера на разных глубинах верхнего слоя океана [7].

Влияние приливов на температуру воды показано на рис.4.1. Видно, что изменение температуры глубинных слоев воды больше, чем поверхностных.

Совершенно незначительна роль горизонтальной молекулярной теплопроводности в изменениях температуры воды рассматриваемого масштаба. Множитель $\kappa_T t_x / L_x^2$ имеет величину порядка 10^{-7} , поэтому первое слагаемое правой части уравнения (4.2) всегда опускается. Также мала роль молекулярной теплопроводности в переносе тепла по вертикали, т.к. $\kappa_T t_x / z_x^2 \sim 10^{-3}$. Поэтому второе слагаемое уравнения (4.2) не учитывается. Лишь под льдом или около дна, где турбулентное движение затухает, это слагаемое может учитываться.

По сравнению с молекулярным турбулентный перенос тепла неизмеримо больше. Так, при $V'_x \sim w'_x \sim 10^{-3}$ м/с и $\vartheta'_x \sim 10^{-1}$ К величина множителя при третьем слагаемом (горизонтальный турбулентный перенос тепла) составляет величину порядка 10^{-3} , а при четвертом (вертикальный турбулентный перенос тепла) – $10^{-1}-10^0$. Это означает, что вертикальный перенос тепла должен уравнением учитываться.

Поглощение лучистого тепла играет заметную роль в пределах верхних 10 м. Здесь множитель при пятом слагаемом уравнения (4.2) для дневного времени имеет величину порядка 10^{-1} . Поэтому для описания вертикального распределения температуры в этом слое требуется учитывать проникновение лучистого тепла в океан. Если в радиационном балансе основную роль играет длинноволновая радиация, практически не проникающая в океан, то это слагаемое из уравнения (4.2) исключается.

Действие внутренних источников и стоков тепла за счет фазовых преобразований воды и диссипации механической энергии незначительно. Наиболее существенно на изменение температуры влияет испарение воды. Но это поверхностный процесс, и поэтому он учитывается не в уравнении теплопроводности, а в уравнении теплового баланса поверхности океана, которое используется в качестве одного из граничных условий к уравнению теплопроводности.

Выделение или поглощение тепла при образовании или таянии внутриводного льда, если исходить из представлений о скорости этого вида фазовых преобразований, очень мало, и множитель перед последним слагаемым может оцениваться величиной порядка 10^{-3} . Еще меньше роль диссипации механической энергии. Ее вклад оценивается величиной порядка 10^{-4} , поэтому последнее слагаемое уравнения (4.2) в мезомасштабных процессах не учитывается.

Поскольку в процессах рассматриваемого масштаба вертикальные смещения воды не могут превосходить нескольких сотен метров, то для этого случая адиабатическую поправку можно считать линейно пропорциональной глубине $\vartheta = T(1 + \gamma_a z)$. Тогда вклад

$$\frac{t_x w_x \gamma_a}{1 + \gamma_a z_x} \sim 10^{-4}, \quad (4.3)$$

что позволяет в уравнении (4.1) вместо потенциальной использовать обычную температуру без какой-либо добавки.

В случае определения изменений температуры воды в синоптических масштабах от нескольких суток до десятков суток, т.е. $t_k \sim 10^6$ с, можно полагать $L_x \sim 10^2$ км и $z_x \sim 5 \cdot 10$ м. При таких пространственно-временных масштабах и отмеченных выше характерных значениях скоростей течений оказывается, что $t_x V_x / L_x \sim 1$ и $t_x w_x / z_x \sim 10^{-1} - 10^0$. Это означает, что горизонтальная адвекция тепла, а в областях интенсивно восходящих и нисходящих движений и вертикальная адвекция тепла играют важную роль в изменении температуры воды. Множитель при вертикальном турбулентном переносе тепла также имеет величину порядка 10^0 и, так же, как в мезомасштабных процессах, этот член играет важную роль.

Из-за периодического суточного хода среднее характерное значение лучистого потока тепла уменьшается по сравнению с мезомасштабной изменчивостью, поэтому проникновение лучистой энергии в океан в рассматриваемых процессах можно не учитывать.

Поскольку множители при остальных слагаемых уравнения (4.2) имеют порядок величины не более 10^{-3} , эти члены при решении исключаются.

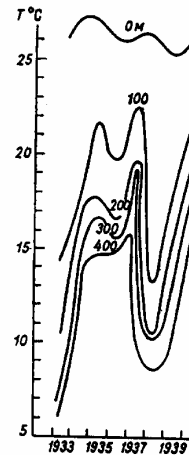
Примерно такие же соотношения множителей при слагаемых уравнения (4.2) остаются при рассмотрении сезонных изменений температуры океана. Может несколько увеличиться роль упорядоченного вертикального переноса тепла из-за увеличения продолжительности действия этого фактора. Вертикальное турбулентное перемешивание, как и в рассмотренных масштабах изменчивости, является основным механизмом распространения тепла по вертикали. В верхних слоях океана, особенно при возникновении конвекции, множитель $t_x w_x \vartheta_x' / z_x \vartheta_x$ может достигать значений от 1 до 10. В глубинных слоях, не затронутых конвекцией, этот множитель значительно меньше.

При дальнейшем увеличении масштаба изменчивости температуры океана все больше будут возрастать множители при членах, описывающих горизонтальную адвекцию. Вертикальная адвекция играет заметную роль только в некоторых районах с устойчивым направлением подъема или опускания вод, как, например, в зоне сползания вод по антарктическому склону. Роль турбулентного перемешивания в процессах такого масштаба уменьшается. Примером подобной изменчивости температуры могут служить межгодовые колебания температуры воды, приведенные на рис.4.2.

Из рисунка видно, что температура поверхности океана меняется существенно слабее, чем на глубине. Следовательно, причиной такого

явления не может служить теплообмен с атмосферой. Она заключается в упорядоченном перемещении холодной или теплой воды течением.

Рис.4.2 Межгодовые колебания температуры воды на разных глубинах в Тихом океане (35 - 36° с.ш. , 150 - 151° в.д., август) [6].



Таким образом, оценка масштабных множителей в уравнении теплопроводности позволяет выяснить роль каждого члена в изменении температуры соответствующего масштаба. Вследствие того, что скорость движения воды, источники и стоки тепла для естественных условий всегда определяются с некоторыми ошибками, малые члены уравнения не следует принимать во внимание, так как их вклад может быть меньше искажений, вызванных упомянутыми ошибками. Для перечисленных масштабов изменчивости можно не делать различий между изобарической и изохорной теплоемкостями воды.

Уравнение диффузии соли после его осреднения и без учета малых слагаемых, характеризующих термодиффузию и бародиффузию, имеет вид, аналогичный уравнению теплопроводности (4.1)

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla S = \nabla \cdot (\kappa_s \nabla S - \overline{\mathbf{V}'S'}) \quad (4.4)$$

Соотношение между членами этого уравнения как и в предыдущем случае зависит от масштаба явления. Поэтому в первую очередь

необходимо принять во внимание масштаб рассматриваемого процесса, оценить порядки величин слагаемых, оставив в уравнении

лишь значимые члены, а затем уже проводить решение трансформированного таким образом уравнения. Если перейти к масштабу солёности S_x и сомножителю S_n , аналогичному безразмерной температуре, а также масштабировать остальные параметры, как это сделано в уравнении теплопроводности, то при использовании прямоугольных координат из уравнения (4.4) получается выражение

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_n}{\partial t_n} + \frac{t_x V_x}{L_x} \left(u_n \frac{\partial S_n}{\partial x_n} + v_n \frac{\partial S_n}{\partial y_n} \right) + \frac{t_x w_x}{z_x} \left(w_n \frac{\partial S_n}{\partial z_n} \right) = \frac{\kappa_S t_x}{L_x^2} \left(\frac{\partial^2 S_n}{\partial x_n^2} + \frac{\partial^2 S_n}{\partial y_n^2} \right) + \\ + \frac{\kappa_S t_x}{z_x^2} \frac{\partial^2 S_n}{\partial z_n^2} - \frac{t_x V_x S'_x}{L_x S_x} \left[\frac{\partial}{\partial x_n} \left(u'_n S'_n \right) + \frac{\partial}{\partial y_n} \left(v'_n S'_n \right) \right] - \frac{t_x w_x S'_x}{z_x S_x} \frac{\partial}{\partial z_n} \left(w'_n S'_n \right). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Характерные масштабы имеют такой же порядок величин, как и в уравнении теплопроводности, и таким же образом скомбинированы. Поэтому все особенности в изменении вклада тех или иных членов уравнения в зависимости от масштаба процесса, отмеченные для уравнения теплопроводности, исключая, конечно, внутренние источники тепла, справедливы и для уравнения переноса соли.

4.2. Уравнения теплового и солевого балансов

Уравнение теплового баланса представляет собой одну из форм закона сохранения энергии. Оно характеризует распределение потоков энергии по различным направлениям и позволяет оценить соотношение между ними. Различают уравнение теплового баланса поверхности океана, различных его слоев и объемов.

Наиболее просто формулируется уравнение теплового баланса поверхности океана, представляемой плоскостью бесконечно малой толщины. Поэтому в ней не может накапливаться или расходоваться энергия, в ней не могут иметь место горизонтальные потоки тепла. Поэтому сумма вертикальных потоков энергии со стороны атмосферы равна вертикальному потоку энергии в подповерхностном слое океана, то есть

$$B_a + \Phi_u + \Phi_a = \Phi_T. \quad (4.6)$$

Со стороны атмосферы теплообмен с океаном происходит в основном в результате лучистого теплообмена, характеризуемого радиационным балансом B_a , теплотой испарения или конденсации влаги Φ_u и теплообменом за счет молекулярного и турбулентного

перемешивания Φ_a . Сумма этих потоков уравнивается вертикальным потоком тепла в океане Φ_T . Если турбулентный теплообмен слабый или требуется повышенная точность, то в потоки Φ включаются и молекулярные потоки субстанций.

В принципе в левой части уравнения (4.6) может фигурировать слагаемое, характеризующее приток или отток тепла в результате выпадения осадков, температура которых отлична от температуры поверхности океана $\Phi_{oc} = C_p \Delta T \frac{\partial M}{\partial t}$. Однако из-за трудности предвычисления разности температур ΔT и скорости выпадения осадков $\frac{\partial M}{\partial t}$ это слагаемое практически никогда не учитывается.

В том случае, когда требуется учесть проникновение лучистого потока в океан, составляющая B_a уменьшается на часть потока B_0 , проходящего в океан, т.е.

$$B_a - B_0 + \Phi_u + \Phi_a = \Phi_T. \quad (4.7)$$

Ради удобства принято полагать потоки тепла со стороны атмосферы положительными, если они направлены к поверхности океана, а со стороны океана – если они направлены от поверхности океана в его толщу.

Для получения уравнения теплового баланса слоя океана между глубинами z_1 и z_2 уравнение теплопроводности, в котором допустимо заменить потенциальную температуру на T , умножается на теплоемкость и плотность воды и суммируется с уравнением неразрывности (2.25), умноженным на температуру. Далее полученное уравнение интегрируется по z в пределах выделяемого слоя z_1 и z_2 . В декартовой системе координат это приводит к выражению

$$\int_{z_1}^{z_2} C_{PS} \frac{\partial \rho T}{\partial t} dz = \int_{z_1}^{z_2} \left\{ \frac{\partial Q}{\partial t} - C_{PS} \rho \left[\frac{\partial}{\partial x} (Tu + \overline{T'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (Tv + \overline{T'v'}) \right] \right\} dz +$$

$$+ \left[C_{PS} \rho (Tw + \overline{T'w'}) + B_0 \right]_{z_1}^{z_2}. \quad (4.8)$$

При получении этого уравнения опущены молекулярные потоки тепла, которые, как было показано в предыдущем разделе, существенно меньше остальных слагаемых.

* В дальнейшем индексы PS у теплоемкости C_{PS} будут опускаться.

106

В левой части уравнения теплового баланса слоя океана (4.8) представлено изменение внутренней энергии столба воды единичного сечения толщиной $h = z_2 - z_1$. Чаще всего на практике определяется

тепловой баланс либо некоторого поверхностного слоя океана и тогда $z_1 = 0$, либо всей толщи океана или моря и тогда в качестве z_2 принимается глубина дна $z_2 = H$.

В правой части выражения (4.8) представлены потоки тепла, обусловленные действием внутренних источников тепла Q , горизонтальной адвекцией и турбулентным переносом тепла на границах слоя z_2 и z_1 , а также потоками лучистой энергии на границах этого слоя.

Тепловой баланс на какой-то момент времени используется только в различных математических моделях и в качестве граничного условия. На практике больше требуется знать тепловой баланс за какой-то интервал времени $\Delta t = t_{j+1} - t_j$. Выражение такой формы теплового баланса слоя океана получается, если каждый член уравнения (4.8) умножить на dt и проинтегрировать в пределах от t_j до t_{j+1} . Поскольку обычно интерес представляет тепловой баланс поверхностного слоя, то из (4.8) следует:

$$\begin{aligned} & \int_0^h C\rho(T_{j+1} - T_j)dz = \int_0^h (Q_{j+1} - Q_j)dz - \\ & - \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_0^h C\rho \left[\frac{\partial}{\partial x} (Tu + \overline{T'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (Tv + \overline{T'v'}) \right] dz dt + \\ & + \int_{t_j}^{t_{j+1}} \left\{ C\rho \left[(Tw + \overline{T'w'})_0 - (Tw + \overline{T'w'})_h \right] + B_0 - B_h \right\} dt. \end{aligned} \quad (4.9)$$

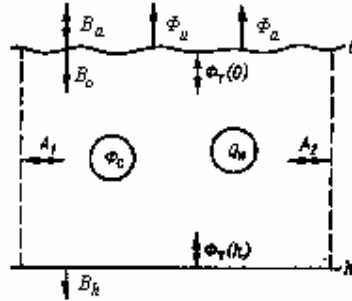
Для того, чтобы получить уравнение теплового баланса не столба воды единичного сечения, а целой акватории площадью Π , достаточно выражение (4.9) почленно проинтегрировать по x и по y от одной границы выделенной площади до другой, имея ввиду, что $d\Pi = dx dy$. Результат интегрирования можно представить в виде:

$$\begin{aligned} & \int_{\Pi} \int_0^h C\rho(T_{j+1} - T_j)dz d\Pi = \int_{\Pi} \int_0^h (Q_{j+1} - Q_j)dz d\Pi - \\ & - \int_{\Gamma} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_0^h C\rho (Tu + Tv + \overline{T'u'} + \overline{T'v'}) dz dt d\Gamma + \\ & + \int_{\Pi} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \left\{ C\rho \left[(Tw + \overline{T'w'})_0 - (Tw + \overline{T'w'})_h \right] + B_0 - B_h \right\} dt d\Pi. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Второй член правой части уравнения (4.10) обозначает горизонтальный адвективный и турбулентный потоки тепла на границе выделенной области длиной Γ , появившиеся при

интегрировании второго слагаемого правой части уравнения (4.9).
Общее схематическое представление всех основных потоков тепла представлено на рис.4.3.

Рис.4.3 Схема притоков и стоков тепла
 Φ_c - изменение энтальпии слоя воды;
 Q - внутренние источники тепла;
 $A_{1,2}$ - перенос тепла течениями и горизонтальной турбулентностью;
 B_w, B_o, B_n - потоки лучистой энергии на поверхность океана, под его поверхность и на глубине h соответственно; Φ_T - вертикальный турбулентный поток тепла в океане; Φ_a - турбулентный теплообмен между атмосферой и океаном; Φ_u - затраты тепла на испарение с поверхности океана.



В уравнениях (4.8)-(4.10) тепловое влияние атмосферы в явном виде не фигурирует. Оно проявляется через вертикальный турбулентный поток тепла, связанный с атмосферными потоками тепла уравнением теплового баланса поверхности океана (4.6), так как $\overline{T'w'} = \Phi_T / C_p$.

Уравнение (4.10) довольно часто используется для оценки трудно измеряемых горизонтальных потоков тепла на границах изучаемой акватории. Впервые, по-видимому, такой прием был использован В.В.Шулейкиным [14] при определении годового теплового баланса Карского моря. Если рассматривать тепловой баланс моря за год, в течение которого его средняя температура не меняется, то левая часть уравнения (4.10) равна нулю. Можно предполагать, что теплообмен через дно отсутствует. В замерзающих водоемах основным внутренним источником тепла являются выделение теплоты при образовании льда и ее поглощение при таянии. Если образовавшийся в море лед в нем и тает, то годовая сумма энергии от этого источника тепла равна нулю. Следовательно, с учетом изложенного из уравнений (4.7) и (4.10) следует:

$$\int_{\Pi} \int_{t_j}^{t_{j+1}} (B_a + \Phi_u + \Phi_a) dt d\Pi = \int_{\Gamma} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_0^H C_p (Tu + Tv + \overline{T'u'} + \overline{T'v'}) dz dt d\Gamma. \quad (4.11)$$

То есть теплообмен с атмосферой уравновешивается горизонтальной адвекцией и турбулентным теплообменом на границах области. По

атмосферу компенсируется поступлением тепла, приносимого атлантической водой и речным стоком.

Уравнение теплового баланса на дне океанов и морей составляется так же, как и для границы раздела с атмосферой. Вертикальный поток тепла у дна

$$\Phi_H = -C\rho\left(\kappa_T \frac{\partial T}{\partial z} - \overline{T'w'}\right)$$

приравнивается вертикальному потоку тепла в грунте

$$\Phi_g = -\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial z} \Big|_H,$$

т.е.

$$C\rho\left(\kappa_T \frac{\partial T}{\partial z} - \overline{T'w'}\right) \Big|_H = \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial z} \Big|_H. \quad (4.12)$$

Несмотря на математическую простоту уравнения теплового баланса, имеется мало сведений относительно характера движения воды в придонном слое, о значениях турбулентных пульсаций температуры и скорости течения. Еще меньше сведений о потоке тепла в грунте. В среднем он оценивается в 10^{-2} Вт/м² и направлен в сторону воды. Вклад этого потока в тепловой баланс океана небольшой и он обычно во внимание не принимается. Однако в некоторых морях тепловой поток от дна оказывается существенным, например, в глубоких участках Черного моря, и приводит к инверсии вертикального профиля температуры воды.

Уравнение баланса соли поверхности океана представляет собой сумму всех интегральных потоков соли на границе раздела атмосфера-океан

$$\rho\left(\kappa_s \frac{\partial S}{\partial z} - \overline{S'w'}\right) = S_0 \frac{\partial M}{\partial t}, \quad (4.13)$$

где M – приток или отток массы пресной воды за счет осадков или испарения, процессов таяния и образования льда,

S_0 – соленость поверхности океана.

Если происходит приток пресной воды, то $\partial M / \partial t > 0$, что способствует уменьшению солености поверхностного слоя океана. Если же происходит убыль пресной воды ($\partial M / \partial t < 0$), то остающиеся

соли приводят к росту солености.

Уравнение баланса соли столба воды получается таким же образом, как уравнение баланса тепла. Из уравнения (4.4) без учета молекулярной соли следует

$$\int_0^h \frac{\partial \rho S}{\partial t} dz = \rho(S_w + \overline{S'w'})_0 - \rho(S_w + \overline{S'w'})_h - \int_0^h \rho \left[\frac{\partial}{\partial x} (Su + \overline{S'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (Sv + \overline{S'v'}) \right] dz. \quad (4.14)$$

В правой части уравнения первые два слагаемых характеризуют вертикальные потоки соли у поверхности океана и на глубине h , а третье – обозначает горизонтальные потоки соли в слое h за счет адвекции и турбулентного перемешивания.

Уравнение (4.14) может быть преобразовано в выражение, характеризующее баланс соли какой-то акватории глубиной H за интервал времени $\Delta t = t_{j+1} - t_j$. Для этого его следует по аналогии с уравнением теплового баланса проинтегрировать по t в выбранном интервале времени и по площади Π

$$\int_{\Pi} \int_0^H \rho (S_{j+1} - S_j) dz d\Pi = \int S_0 (M_j - M_{j+1}) d\Pi - \int_{\Pi} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \rho (S_w + \overline{S'w'})_H dt d\Pi - \int_{\Gamma} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_0^H \rho (Su + Sv + \overline{S'u'} + \overline{S'v'}) dz dt d\Gamma. \quad (4.15)$$

Первое слагаемое правой части этого уравнения характеризует приток или убыль пресной воды, второе слагаемое – поток соли через дно и третье – горизонтальный приток соли в акваторию за счет адвекции и горизонтальной турбулентности.

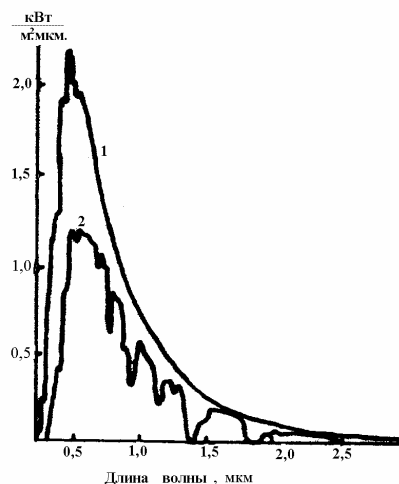
Это уравнение, как и уравнение теплового баланса (4.11), иногда используется для оценки переноса вод через проливы. Обычно при этом принимается годовой отрезок времени, за который при установившемся состоянии нет накопления или расхода соли в акватории и левая часть уравнения (4.15) равна нулю. Если поток соли через дно отсутствует, то распресняющее влияние потока пресной воды или осолоняющее влияние при ее дефиците уравновешивается потоком соли через проливы.

4.3. Закономерности тепло- и влагообмена океана с атмосферой

Теплообмен океана с атмосферой происходит посредством лучистого, турбулентного и молекулярного потоков тепла, а также за счет преобразований энергии при фазовых переходах воды. Взаимосвязь всех этих потоков тепла выражена уравнением теплового баланса (4.6) и (4.7). Результирующий поток тепла между поверхностью океана и нижележащими слоями воды, обусловленный как проникновением лучистого потока в океан, так и вертикальными турбулентным и молекулярным потоками, непосредственно измерить чрезвычайно сложно. Лишь с помощью специального пиранометра удастся измерить проникающую в океан радиацию. Поэтому чаще всего суммарный теплообмен океана с атмосферой определяют как остаточный член уравнения теплового баланса, равный сумме радиационного баланса, теплообмена с атмосферой и затрат тепла на испарение. Однако и эти потоки тепла не всегда удается измерить, поэтому в преобладающем числе случаев их приходится вычислять по данным стандартных метеорологических наблюдений.

Поступающий на океаническую поверхность поток лучистой энергии представляет собой спектр волн различной длины и энергии, меняющийся с изменением атмосферных условий и высоты Солнца. Характер распределения энергии в спектре Солнца у поверхности океана приведен на рис.4.4.

Рис.4.4 Спектральное распределение потока солнечного излучения
1 - на внешней границе атмосферы;
2 - на уровне поверхности океана.



В этом спектре принято выделять его коротковолновую часть до длины волны примерно 700 нм и длинноволновую часть с более длинными волнами. Это в океанологии важно учитывать из-за того, что последняя практически не проникает в океан, а поглощается в очень тонком его поверхностном слое.

Из рис.4.4 видно, что основная доля лучистой энергии Солнца имеет очень сложный спектр с большим числом полос поглощения газами и водяными парами атмосферы. Поэтому для оценки поступающей энергии в океан используются не точные формулы, описывающие весь спектр излучения, а приближенные, характеризующие суммарный поток либо по всему спектру, либо отдельно для коротковолновой и длинноволновой частей. Дополнительно к океану поступает лучистая энергия излучения атмосферы. Она сосредоточена в длинноволновой области спектра, форма которого весьма сложна из-за того, что излучение и поглощение радиации происходит во всей толще атмосферы и зависит от содержания водяных паров, облачности, аэрозолей, газового состава воздуха и температуры. Поэтому и эта составляющая радиационного баланса на практике чаще всего рассчитывается по упрощенным формулам. Рекомендации по вычислению составляющих радиационного баланса поверхности океана по упрощенным формулам приведены в справочном пособии [2].

Определение потока солнечного излучения у поверхности океана облегчается тем, что его суммарное значение за некоторый промежуток времени в случае безоблачного неба для каждого конкретного района меняется не очень сильно. Поэтому обычно по данным наблюдений составляются таблицы *возможной радиации* Q_0 , т.е. суммы прямой и рассеянной радиации, поступающей на горизонтальную поверхность при ясном небе. Общая зависимость возможной радиации от высоты Солнца h_c аппроксимируется формулой

$$Q_0 = C_0 (\sin h_c)^D, \quad (4.16)$$

где эмпирические коэффициенты C_0 и D зависят от прозрачности атмосферы P_a , которая характеризуется формулой

$$P_a = 0,790 - 0,003T^0. \quad (4.17)$$

В зависимости от температуры воздуха T^0 параметр P_a меняется примерно от 0.71 в экваториальных районах до 0.80 в зимний период в полярных районах. Для этого диапазона вариаций P_a коэффициент $1.01 < D < 1.18$, уменьшаясь с ростом P_a . При этих значениях коэффициентов C_0 , D и P_a размерность Q_0 дается в кВт/м².

Очень велика зависимость от облачности поступающего к поверхности океана солнечного излучения, называемой также

суммарной радиацией Q из-за того, что она включает в себя прямую и рассеянную радиацию. Точные формулы такой зависимости для произвольной формы облаков и их распределения не получены. Поэтому используются различной сложности аппроксимации. Для расчета суммарной радиации за день предлагается формула

$$Q / Q_0 = 1 + 0,19\bar{n} - 0,71\bar{n}^2, \quad (4.18)$$

где \bar{n} – количество средней за день облачности в долях единицы.

Более точное соотношение, чем формула (4.18), представлено в Океанографических таблицах [8], в которых учтены ярусы облаков и высота Солнца.

Тепловое излучение атмосферы на практике вычисляется по различной сложности эмпирическим формулам. Чаще всего в качестве исходных параметров в них используются температура и влажность воздуха в приводном слое атмосферы

$$Q_{a0} = \sigma T_k^4 (a + b\sqrt{e}), \quad (4.19)$$

где $\sigma = 5.673 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² К⁴) – постоянная Стефана-Больцмана, a и b – экспериментальные коэффициенты, меняющиеся в зависимости от места и времени ($0.34 < a < 0.66$; $0.03 < b < 0.09$ м¹),

T_k – температура воздуха у поверхности океана по шкале Кельвина.

Поскольку влажность воздуха e над океаном близка к насыщающей, то удастся ее исключить и получить зависимость теплового излучения атмосферы только от температуры воздуха типа

$$Q_{a0} = 1,026 T_k^2 \cdot 10^{-5} - 0,541. \quad (4.20)$$

Размерность Q_{a0} при этом стандартная – кВт/м².

Влияние облачности на излучение атмосферы очень велико, т.к. Q_a в очень сильной степени зависит от ее температуры. Точно учесть это очень трудно из-за разных высот, а следовательно и температуры облака, а также из-за трансформации теплового излучения в слое между облаком и океаном. Поэтому традиционная форма эмпирического учета облачности состоит во введении множителя к величине Q_{a0} . В наиболее простом виде учитывается лишь общая величина облачности

$$Q_n = Q_{a0} [1 + c\bar{n}^2], \quad (4.21)$$

где c – эмпирический коэффициент, меняющийся примерно от 0.1 до 0.7 в зависимости от температуры воздуха, увеличиваясь с ее понижением.

В более детализированных эмпирических формулах учитывается

Поступающая на поверхность океана лучистая энергия частично отражается. Отношение отраженной радиации к поступающей характеризуется *коэффициентом отражения* r . Величина его в различных участках спектра разная. В области видимого света этот коэффициент для прямой солнечной радиации описывается известными формулами Френеля, которые при равновероятном распределении лучей света относительно плоскости падения можно записать в виде одного выражения

$$r_{\Pi} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\varphi - \varphi_1)}{\sin^2(\varphi + \varphi_1)} + \frac{\operatorname{tg}^2(\varphi - \varphi_1)}{\operatorname{tg}^2(\varphi + \varphi_1)} \right] \quad (4.22)$$

где φ - угол падения луча света на водную поверхность, φ_1 - угол преломления луча света в воде.

Угол падения при штилевой поверхности океана определяется зенитным расстоянием Солнца, а при волнении – углом между нормалью к поверхности воды и направлением на Солнце. В результате отражение прямой радиации зависит не только от высоты Солнца, но и от волнения (табл. 4.1)

Таблица 4.1

Коэффициент отражения прямой радиации, %

Высота Солнца, °	Спокойное море	При волнении
90	2.1	13.1
60	2.2	3.8
30	6.2	2.4

При штилевых условиях с уменьшением высоты Солнца угол φ растёт, поэтому увеличивается отражательная способность океана. Если же существует волнение, то чем меньше высота Солнца, тем меньше угол падения и меньше коэффициент отражения.

Лучи рассеянной радиации поступают на водную поверхность под всевозможными углами, поэтому ее отражение не зависит от взволнованности океана. Значение коэффициента отражения рассеянного света r_p может быть получено интегрированием формулы (4.22) по всем направлениям φ и отнесением результата к единице дуги. При таком определении оказывается $r_p \approx 0.066$.

Общая величина коэффициента отражения суммарной радиации зависит, кроме значений r_{Π} и r_p , еще от относительной доли рассеянной радиации и оценивается по формуле

$$r = r_{\Pi}(1 - \xi) + r_p \xi. \quad (4.23)$$

Если все небо покрыто облаками, то $\xi = 1$. В ясный же день доля рассеянной радиации в суммарной растет с уменьшением высоты Солнца.

Таблица 4.2
Доля рассеянной радиации в суммарной

Высота Солнца, °	70-90	60	40	20	10	0
ξ , %	10.5	12.3	16.1	25.6	42.1	100

Кроме этого величина ξ зависит от степени прохождения света через облака, т.е. от их типа и распределения облаков по небосводу. Поэтому коэффициент отражения суммарной радиации зависит не только от высоты Солнца, волнения, но и от облачности.

Проникающая в океан лучистая энергия частично рассеивается во все стороны, в том числе и вверх. Часть ее выходит из океана и не влияет на его тепловое состояние. Поэтому эту радиацию принято суммировать с отраженной и отношение полученной суммы лучистой энергии к падающей суммарной радиации называют *альбедо*. Таким образом, альбедо всегда несколько больше коэффициента отражения. Поскольку лучистая энергия проникает и рассеивается в океане в основном в области видимой части спектра, детальное изложение входящего из океана света приведено в разделе оптики океана.

Большое число факторов, влияющих на альбедо, которое сложно учесть, приводят к его существенной изменчивости. Поэтому на практике обычно используют его осредненные значения. При высоте Солнца 80-90° альбедо суммарной радиации находится в пределах от 0.05 при ясной или малооблачной погоде до 0.06 – при пасмурной. С уменьшением высоты Солнца до 40° приведенные значения альбедо увеличиваются на 0.03. При высоте Солнца менее 30° альбедо в случае малооблачной погоды оказывается больше, чем при пасмурном небе. Так, при $h_c = 20^\circ$ оно меняется от 0.16 до 0.10. Это обусловлено увеличением доли прямой радиации при малой облачности и ее сильным отражением при малой высоте Солнца.

Поскольку океан поглощает длинноволновую радиацию тонким поверхностным слоем и обратного рассеяния в этой области спектра практически нет, то для этого участка спектра коэффициент отражения и альбедо одинаковы. Альбедо меняется слабо и оценивается в 0.04.

Кроме перечисленных составляющих радиационного баланса следует учесть тепловое излучение океана. Оно близко к излучению

абсолютно черного тела и выражается формулой

$$Q_u = \delta \sigma T_{ок}^4, \quad (4.24)$$

где $\delta \cong 0.95$, $T_{0к}$ - температура поверхности океана по шкале Кельвина.

Таким образом, радиационный баланс океана, характеризующий суммарный поток лучистой энергии к нему, описывается формулой

$$B_a = Q(1 - A) + Q_a(1 - A_0) - \delta \sigma T_{0к}^4. \quad (4.25)$$

Из-за зависимости альбедо от участка спектра в первое слагаемое включается коротковолновая радиация, а во второе – длинноволновая. Сумма второго и третьего слагаемых называется *эффективным излучением*. Q_3 . Чаще всего оно отрицательное из-за теплового излучения океана. Первое слагаемое уравнения (4.25) всегда положительное. Поэтому радиационный баланс может быть как положительным, так и отрицательным.

Если требуется составить уравнение радиационного баланса поверхности океана B_0 , то нужно учесть проникновение коротковолновой радиации за пределы поверхностного слоя. Поскольку длинноволновая часть суммарной радиации не проникает за пределы поверхностного слоя,

$$B_0 = Q(1 - A)(1 - \delta_0) + Q_3, \quad (4.26)$$

где $\delta_0 \approx 0.2$ – доля суммарной радиации, проходящая в океан.

Ослабление проникшей в воду коротковолновой радиации происходит по экспоненциальному закону с коэффициентами экспоненты, разными в различных областях спектра

$$Q_j(z) = Q_j(1 - A)(1 - \delta_0) \exp(-\epsilon_j z), \quad (4.27)$$

где j –участок спектрального интервала.

Зависимость радиационного баланса океана от состояния атмосферы и океана, которые недостаточно полно учитываются в формулах, приводит к тому, что вычисленные значения B могут отличаться от фактических. Ошибки тем меньше, чем больше период осреднения, так как при этом уменьшаются аномальные отклонения в состоянии этих сред. Но в среднем различие между результатами расчетов и наблюдений в разных районах Атлантического океана составили 7-18 % [2]. Полагается, что эти различия в значениях B обусловлены не только недостаточной точностью вычислений, но и малой точностью измерений.

Еще большую трудность представляет определение турбулентного теплообмена с атмосферой, испарения и связанных с ним потерь тепла по измеренным пульсациям соответствующих метеорологических характеристик. Поэтому пульсационные измерения потоков тепла и

водяного пара проводятся лишь в специальных исследованиях или как контрольные. В стандартных же расчетах турбулентных потоков тепла и пара осуществляется переход от пульсаций к осредненным

значениям гидрометеорологических характеристик, как это показано в главе 3, т.е. используется предположение, что турбулентные потоки аналогичны молекулярным, но с большими значениями турбулентной теплопроводности K_a и диффузии K_q

$$\frac{\Phi_a}{c_a \rho_a} = \kappa_a \frac{\partial T_a}{\partial z} - \overline{T'_a w'_a} = (\kappa_a + K_a) \frac{\partial T_a}{\partial z}, \quad (4.28)$$

$$\frac{И}{\rho_a} = \kappa_q \frac{\partial q}{\partial z} - \overline{q' w'_a} = (\kappa_q + K_q) \frac{\partial q}{\partial z}, \quad (4.29)$$

где q – удельная влажность воздуха,

c_a, ρ_a – удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении и плотность воздуха соответственно.

Знаки правых частей формулы выбраны таким образом, чтобы потоки оказывались положительными, если они направлены к поверхности океана при ориентации оси z в воздухе вверх.

Как и при всяких расчетах турбулентных потоков, основная трудность заключается в определении коэффициентов K_a и K_q . В тех случаях, когда турбулентное перемешивание обусловлено действием только динамических факторов, выражаемых через динамическую скорость $v_{*j} = \sqrt{T_{aj} / \rho_a}$, коэффициент турбулентности будет функцией от этой скорости и размера турбулентных вихрей, пропорционально расстоянию z от поверхности океана. В приводном слое атмосферы толщиной 30 - 50 м, как и в придонном слое океана, коэффициент турбулентности растет с удалением от поверхности океана по закону

$$K = \varkappa v_* z. \quad (4.30)$$

В атмосфере, как и в океане, коэффициенты турбулентной теплопроводности K_a и диффузии водяного пара K_q обычно определяется через K с использованием турбулентных чисел Прандтля Pr и Шмидта Sc

$$K_a = \frac{\varkappa v_* z}{Pr}, \quad K_q = \frac{\varkappa v_* z}{Sc}, \quad (4.31)$$

где $\varkappa \approx 0,4$ - постоянная Кармана.

Динамическая скорость обычно вычисляется по скорости ветра V_a при использовании условия, что в приводном слое океана v_* с высотой не меняется. В таком случае

117

$$v_*^2 = (\kappa_v + K) \frac{dV_a}{dz} = (\kappa_v + \varkappa v_* z) \frac{dV_a}{dz}. \quad (4.32)$$

где κ_v – молекулярный кинематический коэффициент вязкости воздуха.

Интегрирование по z этого уравнения приводит к выражению

$$v_* = \frac{\kappa [V_a(z_2) - V_a(z_1)]}{\ln[(\kappa_v + \kappa v_* z_2) / (\kappa_v + \kappa v_* z_1)]}. \quad (4.33)$$

Если высоты, на которых измеряется скорость ветра не очень маленькие и слагаемые с ними под знаком логарифма много больше молекулярной кинематической вязкости, то ею пренебрегают и тогда под знаком логарифма будет только отношение высот. Формула (4.33) упрощается и по ней легко определить v_* . Если же скорость ветра измеряется только на одном уровне, то при $z_1 = 0$ считается, что $V_a(z_1)$ равна скорости поверхностного течения. Поскольку последняя всегда существенно меньше скорости вызвавшего его ветра, то часто при расчете v_* скорость поверхностного течения не учитывается. Но и в этом случае трансформированная формула (4.33) остается достаточно сложной для вычисления динамической скорости v_* .

Иногда вводится понятие *параметра шероховатости* z_0 , под которым понимается уровень, до которого от поверхности существуют только пульсации скорости ветра. Он меняется от долей миллиметра до сантиметров с усилением скорости ветра и волнения. Считается, что турбулентное перемешивание и ниже уровня шероховатости превышает молекулярное, поэтому последнее не учитывается и тогда формула (4.33) упрощается

$$v_* = \frac{\kappa V_a(z)}{\ln z / z_0}. \quad (4.34)$$

В приземном слое атмосферы обычно не бывает существенных источников и стоков тепла и влаги, поэтому можно полагать, что вертикальные потоки Φ_a и I в этом слое с высотой не меняются. Это положение позволяет проинтегрировать по высоте выражения (4.28) и (4.29) с учетом зависимостей (4.31). В результате получаются формулы

$$\frac{\Phi_a}{c_a \rho_a} = \frac{\kappa v_* (T_{a2} - T_{a1})}{Pr \cdot \ln(x_2 / x_1)}, \quad (4.35)$$

118

$$\frac{I}{\rho_a} = \frac{\kappa v_* (q_2 - q_1)}{Sc \cdot \ln(y_2 / y_1)}, \quad (4.36)$$

где, $x_j = \kappa_a + \frac{\kappa v_* z_j}{Pr}$, $y_j = \kappa_q + \frac{\kappa v_* z_j}{Sc}$, $j=1,2$ - высоты, на которых измеряются температура и влажность воздуха.

Если наблюдения ветра, температуры и удельной влажности воздуха проводятся на одном уровне, то на основании формул (4.33) и (4.35) и (4.36) получаются довольно простые формулы для определения потоков тепла и влаги

$$\frac{\Phi_a}{c_a \rho_a} = C_T V_{a1} (T_{a2} - T_0), \quad (4.37)$$

$$\frac{И}{\rho_a} = C_q V_{a1} (q_2 - q_0), \quad (4.38)$$

где $C_T = \frac{\kappa^2}{Pr \ln\left(1 + \frac{\kappa v_* z_1}{\kappa_v}\right) \ln\left(1 + \frac{\kappa v_* z_2}{Pr \kappa_a}\right)}$ – коэффициент теплоотдачи,

$C_q = \frac{\kappa^2}{Sc \ln\left(1 + \frac{\kappa v_* z_1}{\kappa_v}\right) \ln\left(1 + \frac{\kappa v_* z_2}{Sc \kappa_v}\right)}$ – коэффициент испарения.

T_0 – температура поверхности океана,
 q_0 – удельная влажность у поверхности океана.

В том случае, когда используется понятие шероховатости поверхности океана и пренебрегается молекулярными $\kappa_v, \kappa_a, \kappa_q$, тогда выражение коэффициентов C_T и C_q упрощается

$$C_T = \frac{\kappa^2}{Pr \cdot \ln \frac{z_1}{z_0} \cdot \ln \frac{z_2}{z_0}}, \quad C_q = \frac{\kappa^2}{Sc \cdot \ln \frac{z_1}{z_0} \cdot \ln \frac{z_2}{z_0}}.$$

Поскольку C_T и C_q зависят от высоты наблюдений, то при стандартных наблюдениях принимается высота измерений скорости ветра $z_1 = 10$ м, а температуры и влажности воздуха $z_2 = 2$ м. Эти коэффициенты близки между собой и меняются в пределах от $1 \cdot 10^{-3}$ до $2 \cdot 10^{-3}$. В том случае, когда используются средние значения v_* или

z_0 , то полагается $C_T \approx (0.8 + 1.4) \cdot 10^{-3}$, $C_q \approx (1.0 + 1.7) \cdot 10^{-3}$ [5]. Чтобы упростить расчеты потоков Φ_a и I , в оперативной практике по формулам типа (4.37) и (4.38) значения коэффициентов C_T и C_q табулированы [8]. При этом в них включена плотность воздуха, учтено влияние на них скорости ветра и архимедовой силы. Последняя введена в формулу (4.30) в виде множителя, увеличивающего K при неустойчивой стратификации и уменьшающего K – при неустойчивой.

По аналогии с коэффициентами тепло- и влагообмена вводится коэффициент трения C_v . В этом случае формула (4.33) преобразуется к виду

$$v_*^2 = C_v V_a^2(z), \quad (4.39)$$

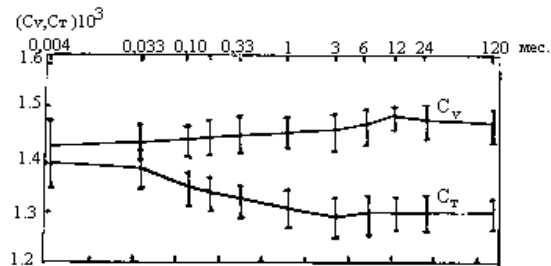
где $C_v = \kappa^2 / \ln^2 \left(1 + \frac{\kappa v_* z}{\kappa_v} \right)$,

или при использовании параметра шероховатости

$$C_v = \kappa^2 / \ln^2 \left(\frac{z_1}{z_0} \right).$$

Коэффициенты C_v , C_T и C_q зависят от интервала осреднения, так как использованные при их получении коэффициенты турбулентности, как было показано в главе 3, зависят от интервала осреднения (рис.4.5), поэтому при расчетах всегда надо иметь ввиду масштаб осреднения.

Рис.4.5 Зависимость коэффициентов трения и теплообмена от периода осреднения [5].



Вследствие замены произведения пульсаций в турбулентных потоках градиентом осредненного значения субстанции и коэффициентом турбулентности, а также из-за использования условия неизменности с высотой в приводном слое потоков тепла, пара и количества движения вычисленные их значения могут заметно

отличаться от фактических. Это видно по дисперсии C_T и C_v на рис.4.5.

4.4. Изменение температуры и солёности верхнего слоя океана за счет теплообмена и влагообмена с атмосферой

Изучение закономерностей изменения температуры океана важно не только само по себе для описания его термического состояния или режима, но и для решения многих прикладных задач. В первую очередь сюда надо отнести проблему прогноза температуры верхнего слоя океана, которая нужна для решения ряда гидрометеорологических и биологических задач. От температуры воды и ее вертикального профиля очень сильно зависит профиль плотности, оказывающий влияние на интенсивность турбулентного перемешивания и бароклинную составляющую течения.

Для того, чтобы проанализировать характер влияния теплообмена с атмосферой на температуру воды и ее изменение с глубиной, целесообразно рассмотреть горизонтально однородный океан, в котором отсутствуют внутренние источники тепла и вертикальный адвективный перенос тепла. Полагается, что коэффициент вертикальной турбулентной теплопроводности K_T постоянен. Перечисленные условия существенно упрощают уравнение теплопроводности (4.1), в котором остаются лишь три члена

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{Q(1-A)(1-\delta_0)}{C_p} \varepsilon e^{-\varepsilon z} . \quad (4.40)$$

Как уже отмечалось в п.4.3, поглощательная способность воды всего спектра лучистой энергии не может быть описана одним коэффициентом ε . Однако в каждом спектральном интервале ослабление радиации с глубиной происходит по экспоненте, поэтому качественная картина влияния лучистой энергии на температуру оказывается правильной.

В качестве граничного условия на поверхности океана следует использовать уравнение теплового баланса, так как оно связывает поток тепла в океане с потоками тепла в атмосфере. На основании формул (4.7), (4.26), (4.37) и (4.38) оно записывается в виде

121

$$\begin{aligned} -C_p K_T \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = c_a \rho_a C_T (T_a - T_0) V_a + L_u \rho_a C_q (q - q_0) V_a + \\ + Q(1-A)\delta_0 + Q_s . \end{aligned} \quad (4.41)$$

Из-за того, что удельная влажность у поверхности океана q_0 является функцией его температуры, то ее целесообразно выразить через последнюю, например формулой

$$q - q_0 = q_n \left[r_q - e^{\nu(T_0 - T_a)} \right] \approx q_n \left[r_q - 1 - \nu(T_0 - T_a) \right] \quad , \quad (4.42)$$

где q_n - упругость пара насыщения при температуре воздуха T_a ,

r_q - относительная влажность воздуха в долях единицы.

Уравнение теплового баланса (4.41) с учетом (4.42) удобнее представить в виде выражения, в котором объединены известные и искомые характеристики

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \Psi - RT_0 \quad , \quad (4.43)$$

где $R = c_a \rho_a C_T V_a (1 + L_n C_q \nu q_n / c_a C_T)$, $\lambda = C \rho K_T$,

$$\Psi = Q(1 - A)\delta_0 + Q_3 - L_n C_q c_a V_a (1 - r_q) q_n + RT_a .$$

Поскольку считается, что метеоинформация известна, то значения параметров R и Ψ также известны.

Второе граничное условие обычно определяется тем, что при большом удалении от поверхности океана изменения температуры уменьшаются и сама температура остается конечной величиной, т.е.

$$T \neq \infty \quad \text{при} \quad z \rightarrow \infty .$$

При численном решении такое условие трудно использовать, поэтому считается, что на глубине $z = z_D$ температура воды известна $T = T_D$ или отсутствует поток тепла $\partial T / \partial z|_{z=D} = 0$.

Для решения требуется знать начальное распределение температуры воды $T = T_z$ при $t = 0$.

Таким образом физическая задача представлена в математической форме.

В наиболее общем виде решение получается в численном виде. При этом необходимо задать конкретные значения R и Ψ на каждый момент времени на основании чего в координатах t и z получается поле температуры. При некоторых ограничениях можно получить аналитическое решение уравнения (4.40), по которому проще проследить влияние различных факторов на поле температуры воды.

Аналитическое решение полученного уравнения удобно проводить операционным методом, преобразуя все функции в изображения по формуле

$$\bar{X}(p) = p \int_0^{\infty} X(t) e^{-pt} dt. \quad (4.44)$$

После такого преобразования уравнение теплопроводности преобразуется к виду

$$\frac{d^2 \bar{T}}{dz^2} - \frac{p}{K_T} (\bar{T} - T_z) + \frac{\bar{\Phi}}{K_T} e^{-\varepsilon z}, \quad (4.45)$$

где ради краткости записи обозначено

$$\bar{\Phi} = \frac{Q(1-A)(1-\delta_0)\varepsilon}{C\rho}.$$

Граничные условия также следует перевести в изображения. При постоянных значениях λ и R уравнение теплового баланса (4.43) принимает форму

$$-\lambda \left. \frac{d\bar{T}}{dz} \right|_{z=0} = \bar{\Psi} - R\bar{T}_0 \quad (4.46)$$

Сохраняется второе условие при $z \rightarrow \infty$ $T \neq \infty$. Решением уравнения (4.45) при граничных условиях (4.46) если $T_z = \text{Const}$ будет

$$\begin{aligned} \bar{T}(p, z) - T_z = & \frac{\bar{\Phi}}{p - \varepsilon^2 K_T} \left[e^{-\varepsilon z} - \frac{R + \varepsilon \lambda}{R + \lambda \sqrt{p/K_T}} e^{-z \sqrt{p/K_T}} \right] + \\ & + (\bar{\Psi} - R T_z) \frac{e^{-z \sqrt{p/K_T}}}{R + \lambda \sqrt{p/K_T}}. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Некоторые выводы о характере изменения температуры-изображения можно сделать по полученному выражению. Из него следует, что влияние поглощенной радиации на температуру воды ослабевает с глубиной тем сильнее, чем меньше коэффициент вертикальной теплопроводности. Более полный анализ проводится по оригиналу выражения (4.47). Переход к нему производится по формуле Римана-Меллина

$$X(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{pt} \bar{X}(p) \frac{dp}{p}, \quad (4.48)$$

на основании которой составлены различные таблицы, связывающие изображение и оригинал *). Оригиналом изображения (4.47) будет

$$T(t, z) - T_z = e^{-\varepsilon z} \int_0^t \varphi(\xi) e^{\varepsilon^2 K_T (t-\xi)} d\xi + \\ + \frac{1}{C\rho\sqrt{K_T}} \int_0^t \left[\Psi(\xi) - RT_z - (R + \varepsilon\lambda) \int_0^\xi \varphi(\zeta) e^{\varepsilon^2 K_T (\xi-\zeta)} d\zeta \right] \eta(t-\xi) d\xi, \quad (4.49)$$

где

$$\eta(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} e^{-z^2/4K_T\tau} - \frac{R\sqrt{K_T}}{\lambda} \exp\left(\frac{Rz}{\lambda} + \frac{R^2 K_T \tau}{\lambda^2}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{K_T\tau}} + \frac{R\sqrt{K_T\tau}}{\lambda}\right), \\ \operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-r^2} dr.$$

В левой части выражения (4.49) стоит отклонение температуры воды от начальной, а в правой – функции, определяющие это отклонение. Каждая из них содержит множитель, убывающий с увеличением глубины, т.е. влияние атмосферных потоков тепла с глубиной убывает. Если принять $z=0$, т.е. рассматривать температуру поверхности океана, то она отличается от температуры воздуха, входящей в выражение Ψ . Это различие зависит от соотношения лучистых потоков, затраты тепла на испарение влаги и коэффициента турбулентности в верхнем слое океана. Из функции Ψ следует, что чем больше лучистой энергии поглощается поверхностью океана, т.е. чем больше δ_0 , тем выше ее температура. Эффективное излучение и испарение ее понижают. Проникшая в воду и поглощенная поверхностным слоем радиация входит в выражение (4.49) с различными множителями и с различной зависимостью от времени, поэтому предположение об отсутствии проникновения лучистой энергии в океан приводит к искажению температуры поверхности океана.

*) Например, Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению Высшая школа.- М.:1965г.

Правая часть выражения (4.49) содержит интегралы по времени от метеорологических характеристик. Это означает, что их влияние суммируется за указанный интервал времени. При этом отсчет времени в множителях к метеофакторам ведется от конечного момента. Это означает, что влияние метеорологических факторов,

действовавших в предшествующее время, ослабевает тем больше, чем раньше оценивается их действие, т.е. чем ближе к начальному моменту сдвиг по времени.

Относительная роль метеорологических факторов, влияющих на температуру воды, с увеличением глубины несколько меняется. Влияние проникающей в океан суммарной радиации ослабляется тем быстрее, чем больше показатель ослабления ε . В подынтегральный множитель η коэффициент вертикальной турбулентной теплопроводности или температуропроводности входит в знаменатель экспонента. Поэтому чем он больше, тем медленнее меняется экспонента и температура воды с глубиной, т.е. интенсивное перемешивание благоприятствует выравниванию температуры воды с глубиной, а ослабленное перемешивание приводит к образованию больших вертикальных градиентов температуры. Это легче проанализировать непосредственно по выражению градиента температуры, которое получается дифференцированием (4.49) по z :

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dz} = & -\varepsilon e^{-\varepsilon z} \int_0^t \varphi(\xi) e^{\varepsilon^2 K_T (t-\xi)} d\xi + \\ & + \frac{1}{C_p \sqrt{K_T}} \int_0^t \left[\Psi(\xi) - RT_z - (R + \varepsilon \lambda) \int_0^\xi \varphi(\zeta) e^{\varepsilon^2 K_T (\xi-\zeta)} d\zeta \right] \eta_1(t-\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (4.50)$$

где

$$\eta_1(\tau) = \frac{e^{-z^2/4K_T\tau}}{\sqrt{\pi\tau}} \left\{ \frac{z}{2K_T\tau} + \frac{R}{\lambda} \left[\frac{R\sqrt{\pi K_T\tau}}{\lambda} \exp\left(\frac{z}{2\sqrt{K_T\tau}} + \frac{R\sqrt{K_T\tau}}{\lambda}\right)^2 \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{K_T\tau}} + \frac{R\sqrt{K_T\tau}}{\lambda}\right) - 1 \right] \right\}$$

Первый член выражения (4.50) всегда отрицательный и характеризует уменьшение градиента температуры с глубиной из-за того, что поглощение радиации и обусловленное этим повышение температуры больше в поверхностном слое океана. Во втором члене множитель η_1 может быть как положительным, так и отрицательным. При малых значениях K_T и λ величина η_1 у поверхности океана оказывается положительной в случае небольшого поглощения коротковолновой радиации самой поверхностью и второй член выражения (4.50) становится положительным. Он может привести к

125

общему положительному значению градиента температуры, т.е. характеризовать наличие некоторого поверхностного слоя пониженной температуры, так называемой *холодной пленки*, при общем повышении температуры океана.

На рис.4.6. показан характер этого инверсионного профиля температуры в разное время суток, зафиксированного безынерционным зондом.

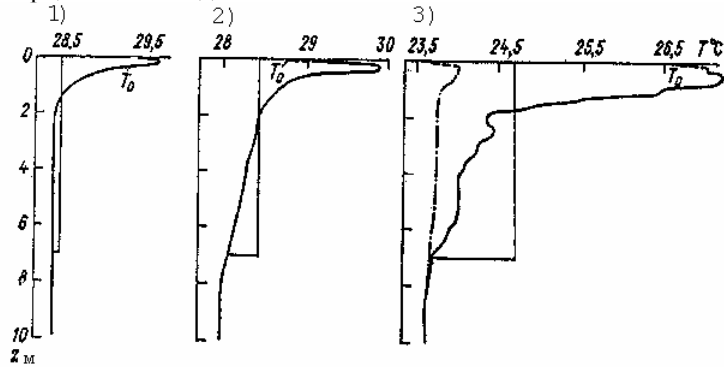


Рис.4.6. Вертикальный профиль температуры воды, измеренный с помощью зонда .1) 1 октября 1977 г.14 ч.47 мин. МСВ; 2) 25 августа 1978 г., 14 ч. МСВ; 3) 28 мая 1973 г. 18 ч.40 мин.(сплошная линия); 21 ч. 25 мин. МСВ штрих-пунктир). Прямой линией показана расчетная средняя температура верхнего семиметрового слоя океана [13]

По результатам большого числа измерений летом при ветре до 10 м/с в преобладающем числе случаев температура самой поверхности океана ниже, чем на глубине в несколько сантиметров, с максимумом в диапазоне от 0.3 до 0.5°. Существует пленка недолго, с увеличением перемешивания она разрушается, а затем вновь появляется в виде пятен. Это отражено в выражении (4.50). С увеличением перемешивания, т.е. при больших K_T и λ функция η_1 становится отрицательной, свидетельствуя об отрицательном градиенте, т.е. обычном понижении температуры с глубиной.

Таким образом, наилучшими условиями для образования холодной пленки является ясная погода со слабым ветром, что приводит к росту эффективности излучения и испарения, а также к ослаблению перемешивания воды. При глубине порядка 1 м функция η_1 всегда отрицательная и поэтому на таких глубинах уже не может быть инверсии температуры.

Ночью и в холодный период года, когда $T_a < T_0$, а суммарная радиация мала, инверсия температуры более устойчива и обычно приводит к свободной конвекции, создающей поверхностный однородный слой большей или меньшей толщины в зависимости от ее интенсивности.

126

Для того чтобы проследить изменение температуры океана во времени под действием метеорологических факторов достаточно рассмотреть поведение функции η , входящей в выражение (4.49). Увеличение глубины приводит к росту аргумента и уменьшению

функции η , время входит в знаменатель ряда слагаемых аргумента функции η . В результате оказывается, что на общем фоне уменьшения изменений температуры воды с глубиной происходит их сдвиг в сторону запаздывания. Оно тем больше, чем меньше теплопроводность воды. Физически это вполне объяснимо, так как при уменьшении λ ослабляется вертикальный поток тепла.

В первом слагаемом выражения (4.49) запаздывания экстремума температуры с глубиной не существует, так как проникающий в океан лучистый поток безинерционен и на всех глубинах сразу же вызывает соответствующие изменения температуры.

Такой же результат можно получить, если рассматривать время наступления экстремума температуры воды на разных глубинах. Для этого следует продифференцировать выражение (4.49) по времени и производную температуры приравнять нулю, а затем рассматривать связь между временем и глубиной.

Наблюдения за изменениями температуры воды в пределах верхнего слоя океана показывают существование ее запаздывания с ростом глубины, но из-за адвекции и переменности коэффициента теплопроводности с глубиной кривые T не имеют плавного перехода (рис.4.7). Кроме того, при понижении температуры обычно развивается конвекция, быстро приводящая к *гомотермии*, поэтому в этих случаях запаздывание бывает малым и практически незаметным. Полученное аналитическое решение (4.49), несмотря на упрощение в отношении постоянства K_T , отсутствие вертикальной и горизонтальной адвекции, позволило сделать ряд выводов о характере влияния теплообмена с атмосферой на температуру океана. Те же выводы можно сделать на основании численного решения уравнения (4.40), но для этого необходимо провести несколько численных экспериментов, хотя бы при разных K_T .

Характер изменения солености морской воды, обусловленный влагообменом с атмосферой можно пояснить на основе анализа решения уравнения диффузии соли в горизонтально однородном океане (4.5), в котором пульсационный член выражен через градиент средней солености и коэффициент турбулентной диффузии соли

$$\frac{\partial S}{\partial t} = K_s \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}. \quad (4.51)$$

В качестве граничного условия на поверхности океана принимается условие баланса (4.13), в котором молекулярной диффузией пренебрегается, а пульсационная составляющая выражена через коэффициент турбулентной диффузии

$$K_s \rho \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=0} = S_0 \frac{\partial M}{\partial t}. \quad (4.52)$$

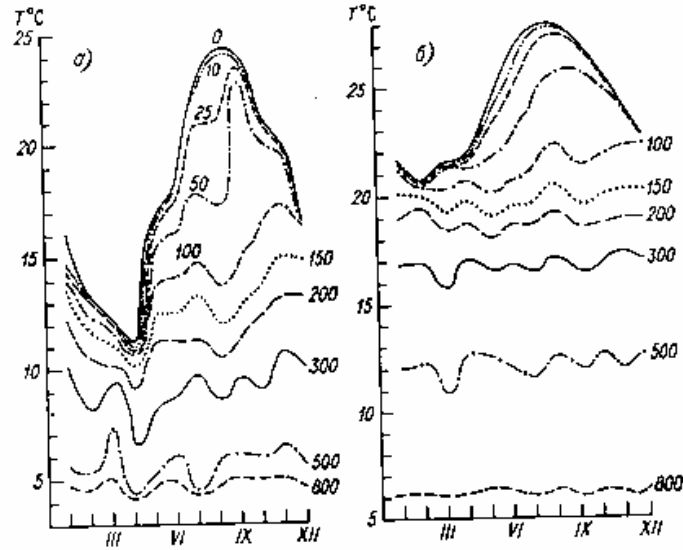


Рис.4.7. Годовой ход температуры на разных глубинах в пределах верхнего слоя Тихого океана [1].

Ради упрощения решения целесообразно считать, что начальное значение солёности S_z не меняется с глубиной и с удалением от поверхности океана изменения солёности затухают. Решение уравнения (4.51) проводится таким же образом, как теплопроводности и при постоянной скорости влагообмена имеет вид

$$\begin{aligned}
 S(t, z) - S_z = & \\
 = S_0 \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{K_S t}} \right) - \exp \left(\frac{z}{\rho} \cdot \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{K_S}{\rho^2} \left(\frac{\partial M}{\partial t} \right)^2 t \right) \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{K_S t}} + \frac{\partial M}{\rho \partial t} \sqrt{K_S t} \right) \right]. & \quad (4.53)
 \end{aligned}$$

Изменение солёности воды зависит от знака $\partial M / \partial t$. В том случае когда испарение превышает осадки или другое поступление пресной воды

128

$\partial M / \partial t < 0$, происходит рост солёности, максимальный у поверхности океана и ослабевающий с глубиной. Если же на поверхность океана поступает больше пресной воды, чем испаряется, то картина изменения солёности оказывается противоположной, т.е. у

поверхности океана соленость уменьшается и это уменьшение S затухает с глубиной.

Зависимость изменения солености от коэффициента диффузии и запаздывание вариаций S с глубиной происходит таким же образом, как и температуры. Здесь тоже следует иметь в виду, что соленость сильно влияет на плотность воды, а через нее – на интенсивность турбулентной диффузии, вызывая при распреснении ослабление переноса соли, а при осолонении – усиление, вплоть до образования конвекции, приводящей к гомохалинности. Поэтому запаздывание изменений солености с глубиной заметно только при уменьшении S , что хорошо видно по трем верхним кривым рис.4.8

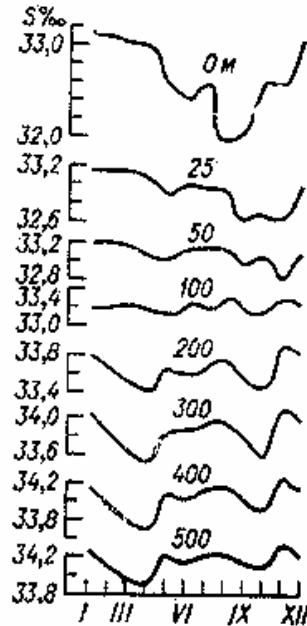


Рис.4.8. Годовой ход солености на разных глубинах. Тихий океан, 50° с.ш., 160° в.д. [1].

4.5. Влияние неоднородности турбулентного перемешивания на вертикальные профили температуры и солености воды

При анализе уравнений диффузии тепла и соли было отмечено, что в мезомасштабных процессах, а в ряде случаев и в более длительных, вертикальное турбулентное перемешивание играет существенную роль в формировании профилей температуры и солености воды. В п. 4.4 отмечалось, что при слабом перемешивании изменения температуры быстро затухают с глубиной, а при интенсивном – медленно. Эти

закономерности справедливы не только в верхнем слое океана, но и на других глубинах. Чтобы это доказать целесообразно предположить, что на какой-то глубине z' коэффициент температуропроводности K_T скачком меняется от K_1 до K_2 . Если поместить начало координат на этой глубине и рассматривать распространение тепла вдоль оси z в ту и в другую сторону, то задача сводится к решению двух одномерных уравнений теплопроводности

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = K_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial z_j^2}, \quad 0 \leq z_j < \infty \quad (4.54)$$

где $j = 1, 2$.

В качестве граничных условий предполагается ограниченность температуры этих водных масс (при $z_j \rightarrow \infty$ $T_j \neq \infty$) и отсутствие разрыва температур и потоков тепла на границе соприкосновения вод, т.е. при $z_j = 0$

$$T_1 = T_2 = T_0, \quad K_1 \frac{\partial T_1}{\partial z_1} + K_2 \frac{\partial T_2}{\partial z_2} = 0. \quad (4.55)$$

Решение уравнения (4.54) при отмеченных условиях и постоянных начальных значениях температур в изображениях будет

$$\bar{T}_1 = \frac{T_{2z} - T_{1z}}{1 + \sqrt{K_1 / K_2}} \exp(-z_1 \sqrt{p / K_1}) + T_{1z}. \quad (4.56)$$

Из формулы (4.56) при $z_1 = z_2 = 0$ находится температура раздела вод

$$T_0 = \frac{T_{1z} \sqrt{K_1} + T_{2z} \sqrt{K_2}}{\sqrt{K_1} + \sqrt{K_2}}. \quad (4.57)$$

Видно, что вклад каждой массы в температуру границы их раздела пропорционален корню квадратному из ее коэффициента температуропроводности. Это известная формула смешения водных масс, которая была получена В.Б. Штокманом в 1943 г. Впоследствии О.И. Мамаев получил формулы смешения для нескольких водных масс ограниченного объема. Совершенно аналогичным будет выражение, характеризующее при аналогичных краевых условиях соленость границы раздела водных масс.

Изменение температуры воды с удалением от границы раздела масс характеризуется выражением, получаемым после перехода в формуле (4.56) от изображений к оригиналу

$$T_1(t, z) = T_0 + (T_{1z} - T_0) \operatorname{erf} \left(\frac{z_1}{2\sqrt{K_1 t}} \right). \quad (4.58)$$

Таким же будет выражение для T_2 при соответствующей замене индексов 1 на 2 в формуле (4.57).

Из полученной формулы следует, что чем меньше температуропроводность, тем более крутым будет профиль температуры вдоль оси z в данной водной массе (рис.4.9). Поэтому уменьшение K_T сопровождается, как правило, увеличением градиента температуры.

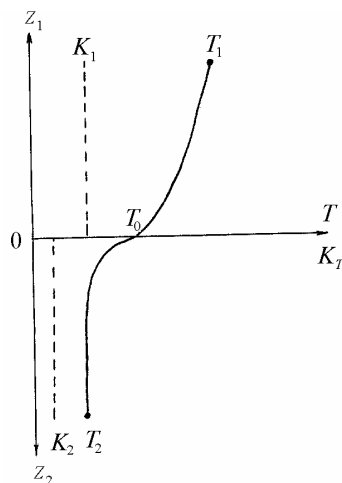


Рис.4.9. Зависимость профиля температуры воды от величины коэффициента температуропроводности.

В то же время большой градиент температуры уменьшает интенсивность температуропроводности из-за увеличения устойчивости стратификации. Таким образом, эти две гидрологические характеристики оказываются взаимозависимыми, и уже на этом основании можно сделать вывод о том, что даже в одной водной массе с неоднородным градиентом температуры формируются слои с повышенными градиентами и пониженными K_T .

Особенно хорошо выделяется слой с пониженной интенсивностью теплопроводности на нижней границе слоя волнового перемешивания. Это способствует формированию здесь большого градиента температуры воды. Такой слой с повышенным градиентом температуры называется *термоклин*. Образуется он с наступлением прогрева воды и постепенно заглубляется из-за турбулентного перемешивания. Выше термоклина коэффициент турбулентности больше, а градиент температуры меньше, чем в нем.

Аналогичная взаимосвязь существует между градиентом солености и коэффициентом турбулентной диффузии соли. В слое волнового перемешивания создается *гомохалинность*, постепенно распространяющаяся вглубь, а на нижней границе слоя образуется *галоκлин*.

Зависимость распределения температуры и солености воды от профиля коэффициентов K_T и K_S заставляет использовать в

уравнениях теплопроводности и диффузии соли переменные величины K_T и K_S . Еще в 1953 г. А.Г. Колесников получил решение одномерного уравнения теплопроводности для двухслойной модели моря с коэффициентом K_T , сначала растущим до некоторой глубины, а затем убывающим. В дальнейшем проводились как аналитические, так и численные решения уравнения теплопроводности при различных вертикальных профилях коэффициента температуропроводности. Все они показали, что уменьшение K_T вблизи поверхности океана при поступлении тепла из атмосферы в океан приводит к более высокой температуре поверхности океана и более высокому градиенту температуры, чем при повышенном значении K_T . Эта закономерность отмечается во всех водоемах, в том числе и в озерах. Летом при штилевой погоде всегда отмечается повышенный прогрев приповерхностного слоя воды. Как уже отмечалось выше, малый коэффициент температуропроводности затрудняет передачу тепла вглубь, поэтому поверхностный слой океана прогревается летом сильнее. В холодное время года при оттоке тепла из океана в атмосферу малый K_T ослабляет подток тепла к поверхности и способствует более быстрому понижению температуры поверхности океана. При повышенном значении K_T картина явления обратна описанной. Из-за усиленного теплообмена между поверхностью и подстилающими слоями воды в теплообмене с океаном участвует большая масса воды, поэтому ее температура меняется слабее, а вертикальный градиент температуры оказывается небольшим. Часто он бывает настолько малым, что позволяет считать перемешанный слой однородным или *квазиоднородным*.

Таково же влияние профиля K_S на распределение солёности в верхнем слое океана.

Изложенные зависимости профилей температуры и солёности в океане от K_T и K_S могут быть использованы в диагностическом плане.

В прогностическом отношении при расчете температуры и солёности воды необходимо учитывать зависимость K_T и K_S от градиента плотности. Поэтому в настоящее время не задаются какие-то распределения K_T и K_S , а используются уравнения баланса энергии турбулентности и ее диссипации, позволяющие их рассчитать по профилям температуры, солёности и скорости течения (см., например [10]).

4.6. Свободная и вынужденная конвекция в океане

Конвекцией называют специфическую циркуляцию воды в виде струй, в центральной части которых вода движется в одну сторону, а по периферии – в обратную. В океане такая циркуляция наиболее интенсивно развивается в его верхнем слое, простираясь в период

осенне-зимнего охлаждения до глубины в несколько сотен метров. Конвекция бывает в придонных слоях некоторых районов океана, а также в его толще. Движущей силой конвекции является плавучесть, приводящая к неустойчивой плотностной стратификации, в результате которой более плотные объемы воды опускаются, а менее плотные поднимаются. Часто такой тип конвекции называется *свободной*. Описанная циркуляция воды в среднем по площади приводит к выравниванию температуры, солености и многих других характеристик в конвективном слое, т.е. формируется однородный или квазиоднородный слой.

В п.4.5 было показано, что с ростом интенсивности турбулентного перемешивания уменьшаются вертикальные градиенты температуры и солености. В верхнем слое океана турбулентное перемешивание за счет волнения и дрейфового течения может быть настолько сильным, что образует почти однородное по вертикали распределение океанологических характеристик. Такое перемешивание воды в океанологии часто называют *вынужденной конвекцией*, хотя движущей силой в данном случае является механическая энергия, а архимедова сила противодействует ей. Не формируется также сколь-нибудь упорядоченная циркуляция воды в перемешанном слое. Поэтому название конвекции здесь чисто формальное и уместно лишь из-за образования квазиоднородного слоя. Кроме того, если интересоваться только толщиной квазиоднородного слоя, его средней температурой и соленостью, то уравнения, их описывающие, в обоих случаях оказываются похожими.

В свободной конвекции обычно выделяют три разновидности: конвекция нагревания, конвекция охлаждения и конвекция осолонения. В первом типе происходит нагрев какой-то массы воды снизу, во втором – вода охлаждается сверху, но в обоих случаях создается неустойчивая стратификация. Она может быть вызвана и испарением, приводящим к повышению солености поверхности океана. Впервые характер движения жидкости при конвекции нагревания экспериментально определил Бернар (1901г.). Оказалось, что в начальной фазе движение происходит в виде ячеек более или менее правильной формы, названных впоследствии по имени исследователя ячейками Бернара. В конвекции охлаждения также возникают ячейки в виде струек опускающейся более плотной воды.

Теория ламинарной свободной конвекции впервые была разработана Рэлеем. Суть ее сводится к тому, что если в уравнении движения для вертикальной составляющей скорости движущей силой считать плавучесть, вызванную отклонением температуры T от первоначального линейного градиента температуры $\gamma = (T_1 - T_2) / h$, а само изменение T описывается уравнением теплопроводности, учитывающим вертикальную скорость w и молекулярную диффузию,

то последовательным исключением из системы уравнений горизонтальных скоростей движения и T можно получить уравнение

$$\nabla^3 w = \frac{\alpha g h^4 \Delta T}{\kappa_T \kappa_v} \frac{\partial T}{\partial z} \nabla_1 w, \quad (4.59)$$

где ∇ и ∇_1 - трехмерный и плоский лапласианы,

α - коэффициент термического расширения воды,

$\Delta T = T_1 - T_2$ - разность температур на границах слоя конвекции h .

Безразмерная комбинация $Ra = \alpha g h^3 \Delta T / \kappa_T \kappa_v$, входящая в решение уравнения (4.59), получила название *числа Рэлея*. Оказалось, что существует критическое значение этого числа при свободных границах слоя Ra_k . Если $Ra < Ra_k$, то возмущения скорости затухают. Если же $Ra > Ra_k$, то значения w становятся периодическими, т.е. возникает специфическая циркуляция – конвекция. При твердых границах Ra_k увеличивается примерно в два раза. Такого порядка Ra_k получены и по данным лабораторных экспериментов.

В ламинарной конвекции удастся оценить характерные масштабы ячеек конвекции, скорости движения воды в них, длительность их существования. Все эти характеристики зависят от потока тепла в слой конвекции, или из него. Обычно этот поток тепла выражается не в абсолютной величине, а через *число Нуссельта* Nu , представляющего собой отношение фактического потока тепла Φ_T к молекулярному при том же градиенте температуры

$$Nu = \frac{\Phi_T h}{C \rho \kappa_T \Delta T}. \quad (4.60)$$

В лабораторных экспериментах по конвекции охлаждения размер конвективных ячеек составляет от долей сантиметра до нескольких сантиметров, время их существования – десятки секунд и скорость опускания воды в них – несколько мм/с [13].

В тех случаях, когда плотность воды изменяется не только за счет температуры, но и за счет солености, число Рэлея трансформируется к виду

$$Ra = \frac{\Delta \rho g h^3}{\rho \kappa_T \kappa_v}, \quad (4.61)$$

где $\Delta \rho = \rho_1 - \rho_2$ - разность плотностей на границах слоя конвекции.

Если в лабораторных условиях h обычно представляет собой толщину слоя в бассейне, то в естественных условиях h оценить довольно трудно, из-за чего возникают проблемы с определением Ra . Поэтому предпринимаются попытки применять соотношения, не

использующие h . В частности, между числами Нуссельта и Рэлея имеет место соотношение

$$Ra = (Nu / A)^3, \quad (4.62)$$

где $A \approx 0.1 - 0.2$ – экспериментальная константа.

Рассчитанные значения Ra_k с использованием формулы (4.62) оказались существенно меньше приведенного выше теоретического Ra_k . Для конвекции охлаждения были получены разные значения Ra_k : как несколько больше 100, так и меньше [13].

Турбулентный характер свободной конвекции отмечается с $Ra \approx 2.5 \cdot 10^5$, причем переход к ней от ламинарной происходит в узком диапазоне Ra , почти скачком [3]. При этом в жидкости уже не отмечается сколько-нибудь регулярного движения. Поэтому в океанологии в случае турбулентной конвекции обычно определяются толщина слоя конвективного перемешивания, средние по толщине значения температуры и солёности воды, потоки тепла и соли и т.д.

Впервые схему вычисления глубины распространения конвекции в арктических морях, а также температуры и солёности перемешанного слоя предложил Н.Н. Зубов в 1928 г. Он исходил из того, что конвекция всегда возникает при неустойчивой плотностной стратификации моря. Обычно это выполняется в природных условиях из-за довольно интенсивной турбулентности верхнего слоя моря, разрушающей неустойчивое состояние. Позднее метод Н.Н. Зубова совершенствовался, дополнялся учетом горизонтальной адвекции тепла и соли, турбулентного тепло- и солеобмена между слоем конвекции и нижележащими слоями моря. В настоящее время он известен как интегральный метод определения характеристик слоя конвекции. В нем используется отмеченный наблюдателями факт, что в слое конвекции перемешивание происходит гораздо быстрее изменения плотности воды. Поэтому, как правило, изменение во времени глубин проникновения конвекции синхронно со скоростью возрастания плотности воды. Сама плотность воды в верхнем слое моря меняется в зависимости от изменений температуры и солёности воды, которые описываются уравнениями балансов тепла и соли.

$$\int_0^h C\rho \frac{\partial T}{\partial t} dz = \Phi_0 - \Phi_h + \Phi_a, \quad (4.63)$$

$$\int_0^h \rho \frac{\partial S}{\partial t} dz = \varphi_0 - \varphi_h + \varphi_a, \quad (4.64)$$

где Φ и φ – потоки тепла и соли соответственно у поверхности океана, на глубине h и в результате горизонтальной адвекции.

В самом приближенном подходе, когда требуется решение в

аналитическом виде, используется линейризованное уравнение состояния

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha T + \beta S) . \quad (4.65)$$

В пределах слоя конвекции плотность воды по вертикали не меняется, а на его границе начинается ее рост, т.е.

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial z} \right|_{z=h} = 0. \quad (4.66)$$

При известных потоках тепла Φ и соли ϕ перечисленные уравнения полностью определяют температуру, соленость, плотность воды в слое конвективного перемешивания и его толщину h . При решении этой системы уравнений обычно избавляются от дифференциалов, интегрируя уравнения (4.63) и (4.64) по времени в пределах от t_j до t_{j+1} , считая, что на момент t_j все океанологические элементы (T_j, S_j, ρ_j, h_j) известны

$$\int_0^{h_{j+1}} \rho_{j+1} T_{j+1} dz - \int_0^{h_j} \rho_j T_j dz - \int_{h_j}^{h_{j+1}} \rho_j T_j dz = \int_{t_j}^{t_{j+1}} \frac{\Phi_0 - \Phi_h + \Phi_a}{C} dt \equiv \Psi_T, \quad (4.68)$$

$$\int_0^{h_{j+1}} \rho_{j+1} S_{j+1} dz - \int_0^{h_j} \rho_j S_j dz - \int_{h_j}^{h_{j+1}} \rho_j S_j dz = \int_{t_j}^{t_{j+1}} (\phi_0 - \phi_h + \phi_a) dt \equiv \Psi_S . \quad (4.69)$$

В соответствии с отмеченной закономерностью о неизменности температуры и солености по вертикали в слое конвекции интегралы первых слагаемых левой части уравнений (4.68) и (4.69) легко вычисляются. При небольших интервалах времени изменение $T(z)$ и $S(z)$ в пределах глубины можно аппроксимировать линейными функциями

$$\begin{aligned} T(z) &= T_j + \Gamma_T (z - h_j), \\ S(z) &= S_j + \Gamma_S (z - h_j). \end{aligned} \quad (4.70)$$

Использование этих приближений позволяет вычислить интегралы вторых слагаемых уравнений (4.68) и (4.69) и получить формулы

$$T_{j+1} = T_j + \frac{\Gamma_T}{2} (h_{j+1} - 2h_j + h_j^2 / h_{j+1}) + \frac{\Psi_T}{\rho h_{j+1}}, \quad (4.71)$$

$$S_{j+1} = S_j + \frac{\Gamma_S}{2} (h_{j+1} - 2h_j + h_j^2 / h_{j+1}) + \frac{\Psi_S}{\rho h_{j+1}} . \quad (4.72)$$

Значение градиента плотности на нижней границе слоя конвекции

(4.66) можно трактовать в том смысле, что на момент t_{j+1} плотность в слое конвекции $\rho(t_{j+1})$ должна равняться плотности на уровне h_{j+1} , т.е. $\rho(h_{j+1})$. В соответствии с формулами (4.65) и (4.70) это приводит к выражению

$$\beta S_{j+1} - \alpha T_{j+1} = \beta [S_j + \Gamma_S (h_{j+1} - h_j)] - \alpha [T_j + \Gamma_T (h_{j+1} - h_j)]. \quad (4.73)$$

Из формул (4.71), (4.72) и (4.73) следует

$$h_{j+1} = \sqrt{h_j^2 + \frac{2(\beta\Psi_S - \alpha\Psi_T)}{\rho(\beta\Gamma_S - \alpha\Gamma_T)}}. \quad (4.74)$$

Таким образом, глубина распространения конвективного перемешивания зависит от отношения потоков тепла и соли, поступающих в слой конвекции, к градиентам температуры и солёности в подстилающем слое воды. Приток соли, если он не сопровождается одновременным ростом градиента солёности Γ_S , приводит к возрастанию плотности и более глубокому проникновению конвекции. К такому же эффекту приводит отток тепла. Причем положительный градиент температуры, т.е. ее рост с глубиной, уменьшает устойчивость плотностной стратификации и способствует развитию конвекции. Поэтому в районах с большим количеством осадков и стока речных вод, что равносильно оттоку солей, происходит уменьшение плотности поверхностных вод и конвективное перемешивание затруднено. Например, в Карском, Норвежском и Гренландском морях из-за адвекции солёных и теплых вод она в некоторых районах превышает 200 м. Из формулы (4.74) видно, что заглублиение слоя конвекции пропорционально корню квадратного от перечисленных факторов. Поэтому с течением времени рост h замедляется.

После нахождения h_{j+1} не представляет трудностей определение температуры и солёности в слое конвекции по формулам (4.72).

Более полное определение характеристик слоя конвективного перемешивания интегральным методом, не требующим использования перечисленных упрощений, изложено в работе [10]. По своей сути уточненный подход не отличается от изложенного и поэтому не излагается.

В океане часто встречается внутриводная конвекция, обусловленная одинаково направленными вертикальными профилями температуры и солёности. Суть явления заключается в том, что при уменьшении температуры и солёности с глубиной (рис. 4.10) стратификация

плотности может быть устойчивой. Если нет развитого турбулентного перемешивания, то молекулярный коэффициент температуропроводности $\kappa_T \approx 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с}$. почти на три порядка превышает молекулярный коэффициент диффузии соли $\kappa_S \approx 1,3 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 / \text{с}$.

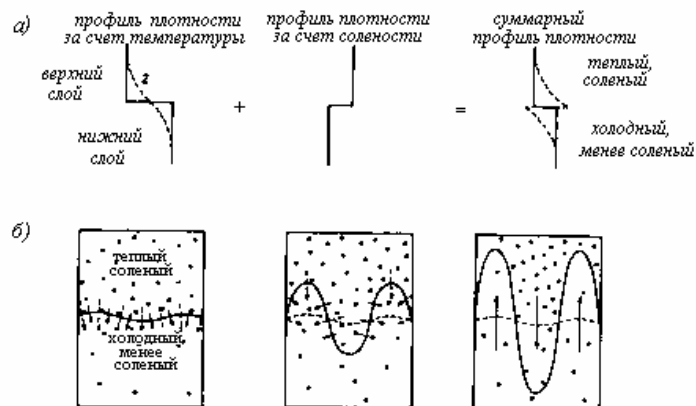


Рис.4.10 Схема внутриводного конвективного образования солевых пальцев[4].

а) - профили плотности воды в начальный момент (1) и после перемешивания (2) ; б) - схема образования солевых пальцев.

Сплошные стрелки - направление потока соли,
штриховые стрелки - направление потока тепла;
концентрация точек характеризует соленость воды.

При показанном на рисунке распределении слоев теплой и соленой воды из-за молекулярной диффузии профиль температуры оказывается на каком-то участке $z_1 - z_2$ менее крутым, т.е. верхний слой этого участка оказывается более холодным, а нижний – более теплым. В результате плотностная стратификация воды в пределах участка $z_1 - z_2$ становится неустойчивой и в нем может развиваться свободная конвекция, часто называемая “термохалинной”. Она приводит к тому, что в пределах такого участка океана вертикальные градиенты температуры и солености становятся почти нулевыми, а выше и ниже – градиенты этих характеристик растут. Конвективные ячейки имеют форму узких и длинных столбиков воды с поперечным сечением порядка 1 см и длиной порядка 10 см. Их принято называть “солевыми пальцами”, так как опускающаяся в них вода имеет более высокую соленость, чем вокруг них.

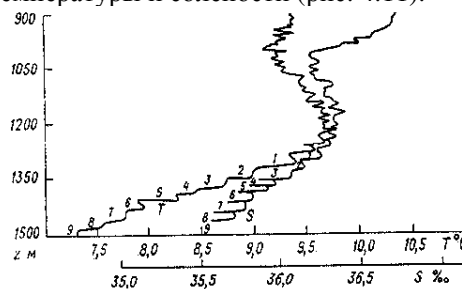
Образование такой конвекции подтверждено в лабораторных

условиях, развита теория их образования и они воспроизведены посредством численного моделирования [4]. Зафиксированные при зондированиях океана участки перемешанной однородной воды толщиной до десятка метров часто обусловлены именно такой конвекцией.

Внутриводная конвекция может возникать и в том случае, когда при начально устойчивой плотностной стратификации происходит рост с глубиной температуры и солёности воды, как это имеет место, например, в верхних слоях Северного Ледовитого океана. Если какая-то масса воды поднимается вверх со своими значениями T , S и ρ , то из-за более быстрого теплообмена, чем диффузии соли, эта масса воды по температуре станет ближе к окружающей воде, а по солёности останется более солёной, а следовательно – более плотной. Это приведет к неустойчивой стратификации и к конвективному опусканию этой массы.

Неустойчивость стратификации может возникнуть и в том случае, если какая-то масса воды опустится. При этом из-за теплообмена ее температуры станет ближе к температуре окружающей среды, а солёность останется пониженной, плотность также окажется пониженной, и масса начнет всплывать. Такой характер конвекции называется двойной диффузией из-за особенностей диффузии тепла и соли. Она также приводит к образованию ступенчатой микроструктуры профилей температуры и солёности (рис. 4.11).

Рис.4.11. Ступенчатая температурная и солёностная микроструктура под средиземноморской водой в Атлантическом океане [13].



Таким образом, природа конвекции как по типу солевых пальцев, так и по типу двойной диффузии одинакова – нарушение устойчивой плотностной стратификации океана из-за разной интенсивности диффузии тепла и соли. Поэтому и теоретическое их описание одинаково, но в отличие от чисто термической конвекции в данном случае учитывается влияние солёности на плотность. При линеаризованном уравнении состояния двумерное линеаризованное уравнение Буссинеска содержит модифицированное число Рэлея, иногда называемое “числом Рэлея для солёности”

$$R_s = \beta \Delta S R_a / \alpha \Delta T \quad (4.75)$$

где ΔS и ΔT - перепады солёности и температуры в пределах слоя

микроконвекции, β и α - коэффициенты соленостного сжатия и термического расширения соответственно.

Решение даже линеаризованных уравнений движения, диффузии тепла и соли в вертикальной плоскости оказывается довольно сложным и громоздким, поэтому характер конвекции обычно описывается диаграммой с координатами Ra и Rs (рис. 4.12). На ней линия PQ отделяет зону гравитационной устойчивости от неустойчивой. Конвекция обоих отмеченных типов возникает, как отмечалось, еще при устойчивой стратификации. Границы, допускающие возможность возникновения конвекции, представлены линиями XZ и XW , которые описываются уравнениями

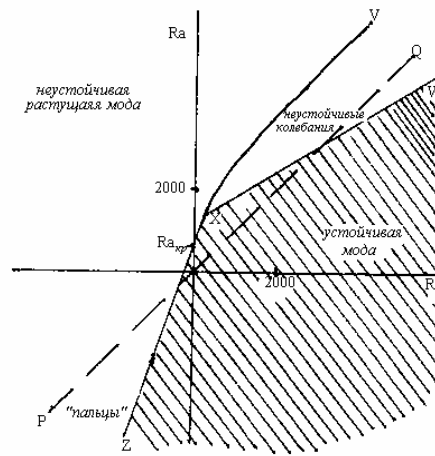


Рис. 4.12.
Диаграмма зон различной гидростатической устойчивости [12].

$$XZ : Ra = \frac{Rs}{\xi} + \frac{27\pi^4}{4},$$

$$XW: Ra = \frac{Pr + \xi}{Pr + 1} Rs + (1 + \xi) \left(1 + \frac{\xi}{Pr}\right) \frac{27\pi^4}{4}, \quad (4.76)$$

где $\xi = \frac{\kappa_S}{\kappa_T}$.

Конвекция в виде “пальцев” возникает при отрицательных значениях Ra и Rs в зоне гравитационной устойчивости (правее линии PQ), но левее линии XZ .

Конвекция по типу двойной диффузии часто имеет место при

положительных значениях Ra и Rs в узкой зоне непосредственно выше линии XW . Левее линии XV характер стратификации таков, что возникшие колебания экспоненциально растут [12].

Стратификация температуры и солености в Мировом океане таковы, что в пределах верхнего 4-км слоя устойчивое состояние охватывает от 56 до 73 % всего объема вод. В пределах 25 – 42 % объема вод стратификация T и S благоприятна для развития конвекции в виде солевых пальцев и в 1–2 % объема вод может развиваться конвекция по типу двойной диффузии [4]. Это означает, что примерно в трети случаев при устойчивой стратификации может развиваться микроконвекция, способствующая вертикальному перемешиванию в океане.

При рассмотрении явлений вынужденной конвекции в верхнем слое океана широко используется обоснованное данными наблюдений положение о том, что в пределах слоя этой конвекции температура, соленость и плотность воды по вертикали не меняются. При увеличении толщины однородного слоя происходит вовлечение массы подстилающей воды с ее характеристиками в перемешанный слой. Эти фундаментальные положения легли в основу интегральных моделей вынужденной конвекции. Простейшая из них, предложенная Краусом и Тернером (1967 г.), основана на уравнении баланса энергии слоя вынужденной конвекции, в котором были учтены только энергия турбулентности, обусловленная ветром, и потенциальная энергия плавучести, связанная с потоком этой энергии на границе с атмосферой и вовлечением более плотной жидкости в перемешанный слой. Если приток кинетической энергии превышает вторую, то происходит заглужение квазиоднородного слоя.

В дальнейшем учитывалось большее число факторов, влияющих на вынужденную конвекцию, в том числе вертикальные потоки тепла и соли в пикноклине, адвекция тепла и соли как в слое перемешивания, так и глубже него. В преобладающем числе интегральных моделей уравнение баланса энергии турбулентности не учитывает трудноопределяемый горизонтальный поток, а также полагается, что энергия турбулентности в слое перемешивания не накапливается, а существует равновесие между приходом и расходом E_T , т.е. $\partial E_T / \partial t = 0$. В таком случае уравнение баланса энергии турбулентности (3.47) в слое перемешивания толщиной $h(t)$ записывается в виде

$$\int_0^h \left[\overline{u'w'} \cdot \frac{du}{dz} + \overline{vw'} \cdot \frac{dv}{dz} - \frac{g}{\rho} \overline{\rho'w'} + \frac{d}{dz} (\overline{\rho'w'}) \right] dz - \int_0^h \epsilon dz = 0. \quad (4.77)$$

Два первых слагаемых уравнения характеризуют нормированный приток энергии турбулентности за счет кинетической энергии осредненного течения. В третьей главе было показано, что произведение пульсация скоростей выражается через градиент

$$G_v = \int_0^h K \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \right] dz. \quad (4.78)$$

Если полагать, что профиль скорости течения в пределах квазиоднородного слоя обусловлен дрейфовым течением, то при постоянстве K по вертикали скорость установившегося дрейфового течения в океане выражается формулами

$$u(z) = \frac{e^{-z\sqrt{\omega_z/K}}}{2\rho\sqrt{\omega_z K}} \left[(\tau^x + \tau^y) \cos(z\sqrt{\omega_z/K}) + (\tau^x - \tau^y) \sin(z\sqrt{\omega_z/K}) \right],$$

$$v(z) = \frac{e^{-z\sqrt{\omega_z/K}}}{2\rho\sqrt{\omega_z K}} \left[(\tau^y - \tau^x) \cos(z\sqrt{\omega_z/K}) + (\tau^x + \tau^y) \sin(z\sqrt{\omega_z/K}) \right], \quad (4.79)$$

где τ^x, τ^y - напряжения трения ветра по осям координат x и y ,
 $\omega_z = \omega \sin \varphi$.

Использование этих скоростей течения в формуле (4.78) позволяет получить

$$G_v = u_0 u_{*0}^2 + v_0 v_{*0}^2 - u_h u_{*h}^2 - v_h v_{*h}^2, \quad (4.80)$$

где $u_*^2 = \tau^x / \rho$, $v_*^2 = \tau^y / \rho$ - динамические скорости по координатам x и y на горизонтах 0 и h ,

u_0, u_h, v_0, v_h - составляющие скоростей течения на горизонтах 0 и h .

Правая часть формулы (4.80) зависит от напряжения трения ветра и легко вычисляется.

Работа архимедовой силы

$$G_A = - \int_0^h \frac{g}{\rho} \overline{\rho' w'} dz = \frac{g}{\rho Sc} \int_0^h K \frac{\partial \rho}{\partial z} dz \approx \frac{gh}{2\rho Sc} \left[K \frac{\partial \rho}{\partial z} \Big|_h + K \frac{\partial \rho}{\partial z} \Big|_0 - w_h \Delta \rho \right]. \quad (4.81)$$

Плотность воды в перемешанном слое меняется слабо по вертикали, поэтому по теореме о среднем интеграл представлен полусуммой подинтегрального выражения при верхнем и нижнем пределах. Дополнительное слагаемое введено из-за того, что при росте h со скоростью w_h происходит вовлечение в перемешанный слой некоторой массы воды с другой плотностью, отличающейся на $\Delta \rho$ от плотности в слое вынужденной конвекции на горизонте h . Вовлечение более плотной воды всегда уменьшает G_A .

$$\frac{\partial \rho}{\rho \partial z} = \beta \frac{\partial S}{\partial z} - \alpha \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (4.82)$$

Следовательно, работа архимедовой силы может быть представлена выражением

$$G_A = \frac{gh}{2\rho} \left[\left(\frac{\alpha \Phi_T}{C} - \Phi_S \right)_h + \left(\frac{\alpha \Phi_T}{C} - \Phi_S \right)_0 - w_h \Delta \rho \right], \quad (4.83)$$

где Φ_T и Φ_S – потоки тепла и соли на границах слоя.

Диффузия энергии турбулентности

$$G_k = \int_0^h \frac{d}{dz} (\overline{\epsilon' w'}) dz \quad (4.84)$$

определяется потоками энергии турбулентности через границы слоя. На поверхности океана поток энергии обусловлен разрушением волн. Обычно предполагают, что его величина пропорциональна энергии ветра, передаваемой волнам. По экспериментальным данным

$$G_\omega \approx c_a \rho_a V_a^3 / \rho, \quad (4.85)$$

где c_a – безразмерный параметр, зависящий от турбулентности волнения и от обрушения волн.

В главе 3 было отмечено, что диссипация энергии турбулентности – очень трудно определяемая характеристика. Из полуэмпирической теории турбулентности следует, что $\epsilon = cK^3 / \ell^4$. Если ограничиться теорией Кармана при оценке K и ℓ , то окажется, что при отсутствии потока диссипируемой энергии за пределы слоя конвекции

$$G_d = \int_0^h \epsilon dz = b \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^3, \quad (4.86)$$

$$\text{где } b = \frac{\kappa^2 C_E}{3(2\omega_z K)^{3/2}}, \quad \tau_0 = \sqrt{(\tau^x)^2 + (\tau^y)^2}.$$

При перечисленной трактовке слагаемых уравнения баланса энергии турбулентности оно приобретает вид

$$G_v + \frac{gh}{2\rho} (\Phi_{\rho h} - \Phi_{\rho 0}) + G_\omega - G_d = \frac{gh}{2\rho} \Delta \rho w_h, \quad (4.87)$$

где $\Phi_{\rho h} = \frac{\alpha \Phi_{Th}}{C} - \Phi_{Sh}$, $\Phi_{\rho 0} = \frac{\alpha \Phi_{T0}}{C} - \Phi_{S0}$ – потоки плотности на горизонтах h и 0 .

Если вовлечение нижнего слоя в турбулизированный не

принимается во внимание, то

$$h = (G_v + G_\omega - G_d) \left[\frac{g}{2\rho} (\Phi_{\rho 0} - \Phi_{\rho h}) \right]^{-1}. \quad (4.88)$$

Если же $w_h \neq 0$, то

$$w_h = \frac{dh}{dt} = \frac{2\rho}{gh\Delta\rho} (G_v + G_\omega - G_d) + \frac{1}{\Delta\rho} (\Phi_{\rho h} - \Phi_{\rho 0}). \quad (4.89)$$

Из выражения (4.89) следует, что чем больше перепад плотности между перемешанным слоем и подстилающей водой, тем медленнее происходит заглублиение. Влияние механических факторов на рост h уменьшается с ростом толщины перемешанного слоя.

При той же гипотезе горизонтальной однородности океана и неизменных по вертикали в перемешанном слое температуре T_0 и S_0 они определяются из тех же уравнений диффузии тепла и соли, которые использовались при описании свободной конвекции (4.68)–(4.69) или в упрощенном виде (4.71)–(4.72).

Вертикальные потоки тепла и соли к нижней границе перемешанного слоя вычисляются, в принципе, по известным значениям вертикальных градиентов и коэффициентам турбулентного перемешивания этих субстанций. Однако в большинстве случаев последние редко бывают известными. Поэтому используются различные вспомогательные приемы для определения этих потоков [10]. Наиболее простым из них является использование средних температуры и солёности в пределах термоклина глубже перемешанного слоя. В этом случае представляется, что изменение T и S описывается уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_T \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad h \leq z \leq H \quad (4.90)$$

Из него следует

$$\int_h^H \frac{\partial T}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_h^H T dz + T_h \frac{\partial h}{\partial t} = K_T \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_H + \frac{\Phi_{Th}}{C_\rho \rho}. \quad (4.91)$$

Если ввести

$$\bar{T} = \frac{1}{H-h} \int_h^H T dz, \quad (4.92)$$

то при неизменности H и отсутствии потока тепла на нем выражение (4.91) переписывается в виде

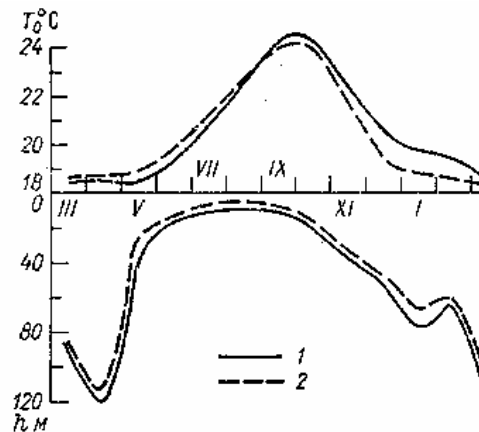
$$\frac{\Phi_{Th}}{C\rho} = (H-h) \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + (T_h - \bar{T}) \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (4.93)$$

Аналогичным образом получается выражение для определения потока соли

$$\frac{\Phi_{Sh}}{\rho} = (H-h) \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} + (S_h - \bar{S}) \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (4.94)$$

Если разрыва температуры и солёности на нижней границе слоя вынужденной конвекции не существует, то $T_h = T_0$ и $S_h = S_0$. Обычно это положение в океане выполняется и его использование существенно упрощает предвычисление характеристики перемешанного слоя. Для нахождения средних температуры и солёности в термоклине используются либо дополнительные параметризации, либо сведения об их изменениях, основанные на законах изменения этих характеристик за пределами квазиоднородного слоя. Свободная и вынужденная конвекция могут существовать одновременно. В этом случае толщина слоя h определяется действием более мощной конвекции. Могут они действовать одновременно, например, летом днём преобладает вынужденная конвекция, а зимой ночью – свободная (рис. 4.13).

Рис.4.13. Толщина и температура квазиоднородного слоя в 1967 -1968 гг (ст. November)
1 – по данным измерений;
2 – рассчитанные.



4.7. Изменение температуры и солености морских течений

Большая часть морских вод не остается неподвижной, а под действием различных факторов перемещается в пространстве, соприкасаясь при этом с водами, различающимися по своим гидрологическим характеристикам, в том числе по температуре и солености. Поверхностные слои течений соприкасаются с атмосферой, также характеризующейся различными метеорологическими условиями как во времени, так и в пространстве. Тепловое взаимодействие течений с атмосферой и окружающими водами, обмен влагой и солями приводит к изменению температуры и солености течений. Эти изменения принято называть *термической и соленостной трансформацией вод*.

Различают два вида трансформации водных масс: 1) *стационарную*, когда температура и соленость воды не меняются во времени, а изменяются только в пространстве, в данном случае вдоль и поперек струи течения; 2) *нестационарную*, когда эти океанологические характеристики меняются еще и во времени.

Чтобы познакомиться с закономерностями изменения температуры и солености воды в течениях следует учесть, что обычно у них глубина течения D на два порядка величины меньше ширины. Поэтому в них основной обмен теплом и солями с окружающей средой происходит через верхнюю и нижнюю поверхности. В простейшем случае общий характер трансформации наиболее легко оценить на примере стационарной трансформации всего слоя течения вдоль его стрежня. Если рассматривать изменение солености, то оно может быть описано уравнением диффузии

$$u \frac{\partial S}{\partial \ell} = \frac{\partial}{\partial z} K_s \frac{\partial S}{\partial z}, \quad (4.95)$$

где u – скорость движения воды в направлении ℓ .

На границе с атмосферой поток соли зависит от разности масс воды за счет осадков и испарения M , т.е.

$$K_s \left. \frac{\partial S}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{S}{\rho} \frac{\partial M}{\partial t}, \quad z=0 \quad (4.96)$$

На нижней границе течения поток соли пропорционален разности соленостей течения и подстилающей воды, а также относительной скорости течения

$$K_s \left. \frac{\partial S}{\partial z} \right|_{z=D} = C_s \Delta u (S_1 - S), \quad (4.97)$$

146
где C_s – коэффициент солеобмена,

S_1 – соленость подстилающей воды .
 После интегрирования уравнения (4.95) по всей толщине течения D и учета граничных условий (4.96) и (4.97) получается выражение

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \ell} + a\bar{S} = bS_1, \quad (4.98)$$

$$\text{где } a = \frac{1}{uD} \left(C_s \Delta u + \frac{1}{\rho} \frac{\partial M}{\partial t} \right), \quad b = \frac{C_s \Delta u}{uD} .$$

В этом уравнении под \bar{S} обозначена соленость, осредненная по всей толщине слоя течения.

Решение уравнения (4.98) при исходной солености \bar{S}_H может быть представлено в виде

$$\bar{S}(\ell) = \bar{S}_H e^{-a\ell} + \int_0^{\ell} b e^{-a(\ell-x)} dx. \quad (4.99)$$

Первое слагаемое полученного решения характеризует изменение начальной солености течения в результате солеобмена как с нижележащей водой, так и с атмосферой. Второе слагаемое выражает вклад солеобмена с подстилающей водой.

Для того чтобы было легче проанализировать влияние различных факторов на изменение солености, целесообразно принять неизменными толщину и скорость течения, а также соленость нижележащей воды. Если к тому же считать, что испарение и осадки компенсируют друг друга, т.е. $M = 0$, то из (4.99) следует

$$\bar{S}(\ell) = \bar{S}_H \exp\left(-\frac{C_s \Delta u \ell}{uD}\right) + S_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{C_s \ell \Delta u}{uD}\right) \right]. \quad (4.100)$$

Из полученного выражения видно, что соленость течения изменяется от ее начального значения \bar{S}_H до солености подстилающей воды S_1 по экспоненциальному закону. Это изменение происходит тем быстрее, чем меньше толщина течения.

Если соленость течения меняется только за счет разности осадков и испарения, то

$$\bar{S}(\ell) = \bar{S}_H \left(-\frac{\ell}{\rho u D} \frac{\partial M}{\partial t} \right). \quad (4.101)$$

Она растёт при преобладании испарения над осадками $\partial M / \partial t < 0$ и убывает в обратном случае ($\partial M / \partial t > 0$). Зависимость от толщины

слоя и от пройденного расстояния ℓ такая же, как и в формуле (4.100), т.е. с увеличением пройденного расстояния солёность течения возрастает.

Закономерность изменения температуры течения аналогична изложенным положениям трансформации солёности. При записи уравнения теплового баланса поверхности течения в виде формулы (4.43), а теплообмена между течением и подстилающей водой формулой, аналогичной (4.97), значение температуры, средней по глубине течения, можно представить выражением, аналогичным (4.99). При этом

$$a = \frac{1}{uD} \left(C_T \Delta u + \frac{R}{C_p} \right), \quad b = \frac{1}{uD} \left(C_T \Delta u + \frac{\Psi}{C_p T_1} \right).$$

Отличие от приведенных выше формул будет иметь место только при учете термической трансформации за счет теплообмена с атмосферой. В этом случае вместо формулы (4.101) необходимо пользоваться выражением

$$\bar{T}(\ell) = \bar{T}_n \exp\left(-\frac{R\ell}{C_p u D}\right) + \frac{\Psi}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R\ell}{C_p u D}\right) \right]. \quad (4.102)$$

Из формулы (4.102) видно, что средняя температура течения в данном случае изменяется от ее начального значения \bar{T}_n до величины, определяемой соотношением Ψ/R .

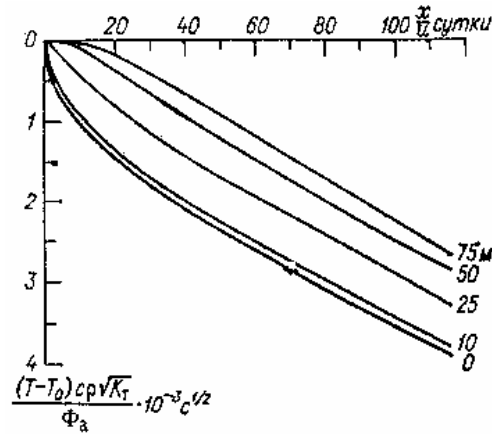
В том случае, когда необходимо знать распределение температуры течения по вертикали, оно может быть описано выражением (4.49), если в нем сделать замену t на x/u . При этом начальное значение температуры относится к $x=0$.

Аналогичным образом вертикальный профиль солёности воды при установившейся трансформации может быть описан выражением (4.53) при $t = x/u$.

Все основные закономерности изменения температуры и солёности с глубиной остаются теми же, что изложены при рассмотрении нестационарной трансформации неподвижной воды.

На рис. 4.14 показан характер изменения с расстоянием интенсивности тепловой трансформации движущейся воды, обусловленный потоком тепла из атмосферы. Наиболее сильно трансформируется поверхностный слой течения, а с глубиной изменения температуры уменьшаются. В начале пути трансформация поверхностной воды максимальна, затем вдоль стресса скорость изменения температуры постоянно убывает из-за вовлечения в

Рис.4.14. Изменение температуры движущейся воды за счет теплообмена с атмосферой.



теплообмен более глубоких слоев воды. Таков же будет характер солоностной трансформации течения, если заменить на оси ординат рисунка тепловые характеристики течения на солоностные. При этом следует иметь в виду, что пример приведен для устойчивой плотностной стратификации течения. Если в нем возникает конвекция, то закономерности трансформации будут несколько иные, зависящие от толщины слоя конвективного перемешивания.

Выше было отмечено, что отношение вертикального размера течения к горизонтальному составляет величину порядка 10^{-2} или менее, поэтому трансформация течения в результате бокового турбулентного обмена с окружающей водой происходит существенно слабее, чем через верхнюю и нижнюю поверхности. Тем не менее следует охарактеризовать роль боковой трансформации. Наиболее просто это сделать для случая установившегося процесса. Если рассматривать, например, влияние бокового теплообмена посредством турбулентного перемешивания, то изменение температуры при этом описывается уравнением

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = K_{\Gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad 0 \leq y \leq Y \quad (4.103)$$

где y – ось поперек течения с началом на его стрержне,

Y – координата границы течения,

K_{Γ} – интенсивность горизонтального турбулентного перемешивания вдоль оси y .

Целесообразно считать, что изменения температуры происходят в обе стороны от стрержня, на котором, следовательно, существует перегиб, т.е.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0. \quad (4.104)$$

Вторым, наиболее логичным краевым условием на границе течения принимается равенство потоков тепла и температур соприкасающихся вод, т.е.

$$C\rho K_{\Gamma} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_Y = C\rho K_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial y} \right|_Y = \Phi_Y, \quad T = T_2 \quad \text{при } y = Y. \quad (4.105)$$

Если теплообмен течения с сопредельной водой Φ_Y известен, то решение такой задачи не отличается от уже рассмотренных и может быть представлено в виде

$$T\left(\frac{x}{u}, y\right) = T_{\text{н}} + \frac{1}{C\rho Y} \int_0^{x/u} \Phi_Y \left(\frac{x}{u} - \xi\right) \varphi(\xi, y) d\xi, \quad (4.106)$$

$$\text{где } \varphi(\xi, y) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{n\pi y}{Y}\right) \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 K_{\Gamma} \xi}{Y^2}\right),$$

$T_{\text{н}}$ – начальное значение температуры при $x = 0$.

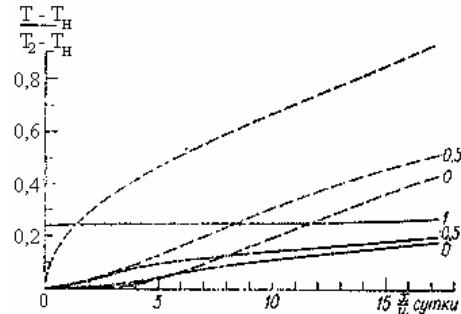
Из полученного выражения видно, что изменение температуры течения пропорционально боковому потоку тепла, пройденному пути, зависит от коэффициента горизонтальной теплопроводности и ширины течения.

В более общем случае, когда поток тепла Φ_Y не известен, так как в результате трансформации меняется и температура окружающей воды, необходимо оценивать изменение последней. Если она движется, то для описания взаимной трансформации вод необходимо привлечь дополнительное уравнение типа (4.103), но с возможно другой скоростью течения и с другим коэффициентом K_2 . Если же окружающая вода неподвижна, то принимается условие $t = x/u$, т.е. на каждом отрезке пути x течение соприкасается с водой, которая уже некоторое время t трансформировалась. Решение трансформации течения в таких условиях может быть представлено выражением

$$\frac{T - T_{\text{н}}}{T_2 - T_{\text{н}}} = \frac{1}{1 + \sqrt{K_{\Gamma} / K_2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{K_{\Gamma}} - \sqrt{K_2}}{\sqrt{K_{\Gamma}} + \sqrt{K_2}} \right)^n \left[\operatorname{erfc} \frac{(2n+1)Y - y}{2\sqrt{K_{\Gamma} x / u}} + \operatorname{erfc} \frac{(2n+1)Y + y}{2\sqrt{K_{\Gamma} x / u}} \right], \quad (4.107)$$

где T_2 – неизменная температура окружающей воды вдали от границы течения (рис. 4.15).

Рис.4.15. Изменение температуры струи течения за счет теплообмена с окружающими водами на различных расстояниях от оси $y/Y = 0; 0,5; 1,0$. (штриховая линия— $\Phi_{\gamma} = \text{Const.}$).



Скорость изменения температуры воды, согласно формуле (4.107), при прочих равных условиях меньше, чем по формуле (4.106). Это обусловлено тем, что в последнем случае изменяется температура не только течения, но и окружающих вод, в результате чего тепловая ширина струи как бы увеличивается по мере ее продвижения вперед. В качественном отношении такой характер изменения температуры соответствует наблюдаемому у всех течений, как теплых (например, Нордкапское, Куроисио), так и холодных (например, Восточно-Гренландское, Перуанское). В качественном же отношении могут быть отличия из-за того, что теплообмен с окружающей средой происходит одновременно как в вертикальном, так и в горизонтальном направлении. Кроме того, происходит постоянное меандрирование течения, существенно усиливающее теплообмен.

Изложенные закономерности изменений температуры и солёности в течениях справедливы и в тех случаях, когда тепло- и солеобмен происходит одновременно во всех направлениях, а трансформация оказывается нестационарной. Аналитическое решение при этом оказывается очень сложным либо его вообще не удастся получить. Поэтому на практике уравнения диффузии тепла и соли при изучении характера формирования полей температуры и солёности решаются численно. Но и в этом случае возникают трудности, связанные с устойчивостью и сходимостью решения. Чтобы упростить процедуру численного решения часто используются методы расщепления, при которых уравнение диффузии разбивается на слагаемые, каждое из которых содержит одно или несколько факторов, влияющих на изменение температуры и солёности. Чаще всего выделяются адвекция и турбулентная диффузия тепла и соли. Например, уравнение теплопроводности представляется суммой трех разностных уравнений

$$\begin{aligned}
T^{(n+1/3)} &= T^{(n)} + \mathbf{V}\nabla T^{(n)} \Delta t, \\
T^{(n+2/3)} &= T^{(n)} + w \frac{\partial T^{(n+1/3)}}{\partial z} \Delta t, \\
T^{(n+1)} &= T^{(n)} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_T \frac{\partial T^{(n+2/3)}}{\partial z} \right) \Delta t + K_\Gamma \nabla^2 T^{(n+2/3)} \Delta t. \quad (4.108)
\end{aligned}$$

При этом в первых двух уравнениях адвективный член представляется однонаправленной разностной схемой, чтобы не возникали волны, движущиеся навстречу основному переносу тепла. Обычно это представляется в виде

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = u (T_j - T_{j-1}) / \Delta x \quad \text{при } u > 0$$

и

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = u (T_{j+1} - T_j) / \Delta x \quad \text{при } u < 0.$$

Такое представление адвективных слагаемых уравнения диффузии повышает вычислительную вязкость и приводит к устойчивости решения. Возникающие возмущения в поле температуры при такой аппроксимации переносятся по течению. Естественно, что граничные условия, использованные в аналитических решениях, входят и в численные решения, т.е. в схемы в соответствующих узлах области и в начальный момент времени [11].

Поскольку поле течений зависит от распределения температуры и солёности, то в численных моделях прогностического характера рассчитываются одновременно течения, температура и солёность.

Дополнительная литература.

1. *Гидрология Тихого океана.* - М.: Наука, 1968 - 520 с.
2. *Гирдюк Г.В., Егоров Б.Н., Малевский-Малевич С.П.* Определение радиационного баланса поверхности океана. Справочное пособие. - СПб.: Гидрометеоздат, 1992. - 147с.
3. *Зимин В.Д., Фрик П.Г.* Турбулентная конвекция. - М.: Наука, 1988. - 173с.
4. *Карлин Л.Н., Ключков Е.Ю., Кутько В.П.* Мелкомасштабная структура гидрофизических полей верхнего слоя океана. - М.: Гидрометеоздат, 1988. - 162 с.
5. *Лаппо С.С., Гулев С.К., Рождественский А.Е.* Крупномасштабное тепловое взаимодействие в системе океан - атмосфера и энергоактивные области Мирового океана. - Л.: Гидрометеоздат, 1990. - 335 с.
6. *Монин А.С., Каменкович В.М., Корт В.Г.* Изменчивость Мирового океана. - Л.: Гидрометеоздат, 1974. - 261 с.
7. *Океанографическая энциклопедия.* Пер. с англ./ - Л.: Гидрометеоздат, 1974. - 631 с.

8. *Океанографические таблицы.* - Л.: Гидрометеоздат, 1975. - 477 с.

9. *Оптика океана*. Физическая оптика океана. Т.1- М.:Наука, 1983, - гл. 7,8.
10. *Полонский А.Б.* Горизонтально-неоднородный деятельный слой океана и его моделирование. - Севастополь - Обнинск, 1989. - 233 с.
11. *Саркисян А.С.* Моделирование динамики океана. - СПб.: Гидрометеиздат, 1991. - гл.5.
12. *Тернер Дж.* Эффекты плавучести в жидкостях/ Пер. с англ./ - М.: Мир, 1977, - гл. 6,8,9.
13. *Федоров К.Н., Гинзбург А.И.* Приповерхностный слой океана. - Л.: Гидрометеиздат, 1988.-гл.3.
14. *Шулейкин В.В.* Физика моря. - М.: Наука, 1968, - гл.4.

Вопросы для самопроверки.

1. - Объясните принцип осреднения уравнений теплопроводности и соли.
2. - Составьте уравнения балансов тепла и соли для поверхности, деятельного слоя и всего моря.
3. - Как определить потоки тепла и соли между океаном и атмосферой по метеорологической информации?
4. - Как влияет интенсивность турбулентного перемешивания на суточный и сезонный ход температуры и солености и их изменение с глубиной ?
Есть ли между этими характеристиками взаимосвязь ?
5. - Каковы причины формирования холодного поверхностного слоя океана («скин»-слоя) ?
6. - Как формируется плотностная неустойчивость стратификации океана и возникает конвекция ?
7. - Что приводит к образованию суточного и сезонного верхних квазигомогенных слоев в океане, термоклина и галоклина ?
8. - Объясните образование и диссипацию мелкомасштабной термохалинной структуры океана.
9. - Напишите уравнение и граничные условия для стационарной соленостной трансформации воды в течении. Объясните характер изменения солености течения на примере втекающей в море струи речной воды.
10. - Напишите уравнение и краевые условия для нестационарной термической трансформации воды в течении. Объясните характер изменения температуры течения за счет теплообмена с атмосферой и с подстилающими слоями воды.

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОРСКОГО ЛЬДА

5.1. Образование и рост кристаллов льда

Переход вещества из одного агрегатного состояния в другое может происходить только в том случае, если параметры его состояния становятся отличными от их равновесных значений. Это означает, что температура, соленость и давление воды должны быть такими, чтобы на диаграмме фазовых состояний (см. рис. 1.2) точка пересечения этих характеристик не находилась на линии раздела фаз.

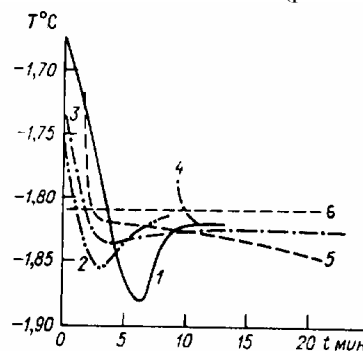
Степень отклонения координаты состояния выделенного объема воды от положения равновесия определяет движущую силу кристаллизации, равную разности свободных энергий термодинамической системы, наиболее существенно зависящей от *переохлаждения*. Под последним понимается разность между температурой равновесия и фактической. Движущая сила характеризует способность воды к кристаллизации, но не скорость самой кристаллизации, поскольку на нее еще влияют такие факторы, как кинетическая энергия молекул, ориентирующее влияние примесей в воде, интенсивность теплообмена и т.д.

Переохлаждение воды зависит от различия в структуре жидкой и твердой фаз. Несмотря на ближнюю упорядоченность молекул воды, некоторые связи между ними разорваны, поэтому ее структура несколько отличается от структуры льда. Это создает трудности для объединения молекул воды в структуру льда и благоприятствует ее переохлаждению. Которое в каплях может достигать десятков градусов. В естественных условиях флуктуации температуры, солености и давления благоприятствуют колебаниям и вращению молекул, создавая условия для объединения молекул воды и их комплексов в структурную форму льда. Поэтому в океане большие переохлаждения воды не бывают.

Вследствие флуктуации термодинамических параметров состояния воды условия, благоприятные для ее кристаллизации, возникают не сразу во всей ее массе или во всем охлаждающемся слое, а в отдельных точках, называемых *центрами кристаллизации*. Гомогенная теория, объясняющая таким образом механизм кристаллизации в однородной среде, предполагает, что в центрах кристаллизации в результате случайных столкновений молекул могут образовываться их комплексы, имеющие кристаллическое строение. Образовавшийся элементарный кристаллик льда принято называть *зародышем льда*.

Согласно гетерогенной теории, кристаллизация воды происходит не путем самопроизвольного образования зародышей в результате флуктуаций термодинамических параметров, а в результате воздействия находящихся в воде посторонних тел, называемых *затравками*. Катализирующее влияние такой затравки тем больше, чем ближе строение ее кристаллической решетки к решетке льда. В таком случае работа на создание зародыша льда меньше, чем в однородной среде. Эксперименты по переохлаждению воды и образованию в ней зародышей кристаллов показали, что появление отдельных зародышей оказывает ориентирующее влияние на расположенные поблизости молекулы воды, способствуя возникновению новых центров кристаллизации. Из них при благоприятных условиях образуются новые зародыши, способствующие формированию новых центров кристаллизации, т.е. возникает своеобразная цепная реакция. Поэтому кристаллизация переохлажденной воды происходит очень быстро, особенно при ее перемешивании, а переохлаждение не бывает большим (рис. 5.1).

Рис.5.1. Переохлаждение воды при внесении в нее льда.
 1.- пять кусочков льда диаметром 2-3 мм.;
 2.- 0,1 г. крошки льда;
 3.- 0,1 г. льда, выращенного в другой емкости;
 4.- 1 г. льда;
 5.- 5 г. льда;
 6.- температура замерзания воды.



Способность к дальнейшему росту имеют только те зародышевые кристаллы, размеры которых больше критических. В противном случае они распадаются. С точки зрения термодинамики зародыш оказывается устойчивым только в том случае, если общее уменьшение свободной энергии при переходе молекул внутрь кристалла превышает возрастание поверхностной свободной энергии, необходимой на создание раздела твердой и жидкой фаз воды. Это имеет место тогда, когда число молекул внутри кристалла значительно превышает число молекул на гранях кристалла. Такое условие выполняется при линейных размерах кристалла порядка 10^{-6} см, т.е. при длине ребра кристалла в несколько десятков атомных расстояний.

Скорость роста кристалла зависит от интенсивности притока к

нему «питательного вещества» – молекул воды – и от той минимальной энергии, которая не дает им оторваться от кристалла за счет флуктуаций. Приток молекул воды к кристаллу, их присоединение и отток энергии, выделяющейся при этом, являются функцией интенсивности перемешивания воды вокруг кристалла и ее переохлаждения. Это учитывается в формулах, предложенных для определения массы кристалла M_k .

В случае роста кристаллов льда на поверхности океана отток энергии принимается пропорциональным градиенту температуры dT/dn :

$$\frac{dM_k}{dn} = \frac{\Lambda_n}{L} \frac{dT}{dn}, \quad (5.1)$$

где Λ_n - теплопроводность льда по направлению n .

Из этого уравнения следует, что растут быстрее те грани, коэффициент теплопроводности по нормали к которым минимален. Поэтому кристалл огранен такими гранями. Скорость роста которых минимальна.

В неподвижной воде при подводе молекул H_2O к кристаллу льда молекулярной диффузией «строительный материал» интенсивнее поступает к вершинам и ребрам, поскольку от них быстрее оттекает выделяющаяся при кристаллизации энергия. Это часто приводит к развитию скелетных форм кристаллов. Усиление перемешивания, приводящее к выравниванию поля температуры вокруг кристалла и достаточному подтоку оседающих на нем молекул воды, способствует росту однородных, слабо разветвленных кристаллов. При очень сильном перемешивании воды повышается вероятность слипания и разрыва кристаллов, нарушающая формирование правильных монокристаллов.

Большое влияние на рост и форму кристаллов оказывает соленость воды. При замерзании морской воды происходит раздельное образование структурных решеток льда и каждой соли, которые не могут объединяться и включаются в кристалл только на участках его дефектов. Из-за отеснения солей к периферии кристалликов они оказываются окруженными более соленой водой, чем та, из которой возникли кристаллы льда. Перемешивание разрывает слой повышенной солености, и в нем возникают неоднородности в распределении солености. В сторону ее меньших значений с более высокой температурой замерзания направлен преимущественно рост кристалла, который остается практически пресным.

В естественных условиях в море всегда содержится огромное число ядер кристаллизации, распределенных, как правило, более или менее равномерно, поэтому оно всегда подготовлено к замерзанию и в нем значительные переохлаждения встречаются редко. Вследствие таких условий возникающая в отдельных очагах кристаллизация быстро

распространяется по большой акватории. За несколько часов она покрывается ледяным «салом», придающим поверхности моря маслянистый блеск.

Ледяное сало состоит из первичных кристалликов льда. Ветер и волны перемешивают кристаллы, их ориентировка становится хаотичной вплоть до глубины, на которую они занесены турбулентным перемешиванием. Особенно большое влияние на интенсивность образования первичных форм льда оказывает выпадающий на его поверхность снег, быстро пропитывающийся водой и превращающийся в рыхлый соленый лед.

Свободный рост кристалла происходит до тех пор, пока он не встречает препятствия в виде другого кристалла. Смерзаясь, они образуют ледяной покров. При этом между кристаллами может оставаться морская вода с повышенной концентрацией солей, из-за которых она имеет более низкую температуру замерзания. Эти включения жидкой соленой фазы называются *рассолом*. Их форма и размеры весьма разнообразны: от плоских прослоек или нитевидных включений между кристаллами сечением в несколько микронов до сферических вкраплений и крупных сквозных каналов между кристаллами, заполненных рассолом объемом в несколько кубических сантиметров.

В настоящее время еще нет сложившейся точки зрения на рост кристаллов в ледяном покрове. Можно лишь предполагать, что в механизме роста кристалла проявляется анизотропия теплопроводности относительно его оптической оси, в результате чего тепловой поток существенно тормозит рост кристалла по направлению оптической оси, чем в других направлениях. Поэтому в ледяном покрове может происходить постепенное ослабление роста кристаллов, неблагоприятно ориентированных к тепловому потоку, т.е. происходит переориентация кристаллов.

Дополнительное влияние на ориентировку и рост кристаллов льда оказывает подледная стратификация плотности и температуры воды. При их существенных значениях перемешивание затруднено и преимущественно растут кристаллы с вертикально направленной оптической осью, а нижняя поверхность льда становится плоской и гладкой. При конвекции в подледном слое воды и интенсивном теплообмене создаются условия для роста кристаллов по базисным плоскостям (С-ось горизонтальна). В этих условиях нижняя граница льда оказывается шероховатой из-за выступающих кристаллов льда. Если же вертикальный градиент температуры в воде порядка 10^{-2} К/м, то рост и ориентировка кристаллов зависит от положения первичных кристаллов и условий их роста [2]. В спокойных условиях кристаллы образуют волокнистую структуру льда. Чем больше возмущений при росте претерпевает лед, тем сильнее нарушается вытянутость кристаллов, вплоть до образования зернистой структуры

с хаотической ориентировкой. Н.В. Черепанов [2] выделил девять структурных типов морского льда, которые характеризуются не только формой кристаллов, но и включениями пузырьков воздуха и рассола. Изменение потока тепла от растущего кристалла может прервать его рост. В дальнейшем он не возобновляется и кристалл служит лишь ядром кристаллизации, на котором вырастают новые кристаллы. Прекращение роста кристаллов вследствие изменения внешних условий обычно хорошо прослеживается на вертикальных разрезах льда (рис.5.2).



Рис. 5.2. Фронтальная граница двух различных форм кристаллов льда.

При росте выступающие кристаллы у фронта кристаллизации ветвятся, стремясь достигнуть участков воды пониженной солёности. Между кристаллами остается вода повышенной солёности. Этот слой льда толщиной в несколько сантиметров от фронта кристаллизации носит название скелетного или каркасного. При дальнейшем понижении температуры часть воды из рассола замерзает, приводя к утолщению кристаллов, а межкристаллические прослойки уменьшаются и лед по мере удаления от его нижней поверхности становится все более сплошным.

5.2. Фазовый состав морского льда

Морской лед, как уже было отмечено, представляет собой сложное тело. Кроме кристаллов практически пресного льда в нем содержатся жидкая фаза и соли в растворенном и твердом состоянии. Обычно в нем еще встречаются вкрапления пузырьков воздуха, мелких водорослей, особенно в антарктических водах, и других посторонних примесей.

Между количеством рассола, его концентрацией и температурой льда существует связь, которую можно представить в аналитической форме. Будем считать, что некоторый объем морского льда общей массой M состоит из пресного льда (твердой фазы) $M_{\text{п}}$, воды

$$M_{\text{в}} \text{ и солей } M_{\text{с}}$$

$$M = M_{\text{п}} + M_{\text{в}} + M_{\text{с}}. \quad (5.2)$$

В зависимости от температуры льда часть соли находится в растворенном состоянии в рассоле $M_{\text{рс}}$, а часть в кристаллическом состоянии $M_{\text{кс}}$

$$M_{\text{с}} = M_{\text{рс}} + M_{\text{кс}}. \quad (5.3)$$

Обычно лед характеризуют не общей массой солей, а их количеством, приходящимся на весовую единицу морского льда, т.е. соленостью

$$s = \frac{M_{\text{с}}}{M}, \quad (5.4)$$

а соленость рассола $S_{\text{р}}$ характеризуют массой растворенных солей, приходящихся на весовую единицу рассола

$$S_{\text{р}} = \frac{M_{\text{рс}}}{M_{\text{рс}} + M_{\text{в}}}. \quad (5.5)$$

Разделим выражение (5.2) на M и подставим вместо соответствующих членов s и $S_{\text{р}}$

$$1 = \frac{M_{\text{п}}}{M} + \frac{M_{\text{в}}}{M} + s.$$

После замены $M_{\text{в}}$ по соотношениям (5.3) и (5.5) получим относительную долю пресного льда в морском :

$$\frac{M_{\text{п}}}{M} = 1 - \frac{s}{S_{\text{р}}} - \frac{M_{\text{кс}}}{MS_{\text{р}}}(S_{\text{р}} - 1). \quad (5.6)$$

При температуре выше $-7,5^{\circ} \text{C}$ доля солей в кристаллическом состоянии ничтожна и формула (5.6) без последнего члена совпадает

с выражением, полученным еще Ф. Мальмгреном в 1927 г.

Масса рассола в морском льду равна сумме масс пресной воды и растворенных солей

$$M_p = M_v + M_{pc}. \quad (5.7)$$

Поделив все члены этой суммы на M и используя соотношения (5.3) и (5.5), получим

$$\frac{M_p}{M} = \frac{s}{S_p} - \frac{M_{kc}}{MS_p}. \quad (5.8)$$

В главе 1 отмечалось, что между концентрацией солей и температурой равновесия фаз существует вполне определенное и единственное при неизменном давлении соотношение. Поэтому если температура льда меняется, то изменится масса и концентрация рассола. Чтобы аналитически выразить эту связь, нужно продифференцировать формулу (5.2) по температуре:

$$\frac{dM}{dT} = \frac{dM_n}{dT} + \frac{dM_c}{dT} + \frac{dM_v}{dT}.$$

Общая масса морского льда и солей в нем при изменении температуры не меняется, следовательно,

$$\frac{dM_n}{dT} = - \frac{dM_v}{dT}. \quad (5.9)$$

Поэтому для определения изменения массы пресного льда или воды в морском льде достаточно продифференцировать формулу (5.6) по температуре, учитывая, что соленость льда при этом не меняется:

$$\frac{1}{M} \frac{dM_n}{dT} = \frac{s}{S_p^2} \left(1 - \frac{M_{kc}}{sM}\right) \frac{dS_p}{dT} + \frac{1}{MS_p} (1 - S_p) \frac{dM_{kc}}{dT}. \quad (5.10)$$

Для проведения расчетов по этой формуле необходимо знать соленость рассола и массу кристаллических солей как функцию температуры.

Фазовые переходы в морском льде - весьма сложное явление, так как кристаллизация солей рассола происходит отдельно в зависимости от их эвтектических температур. В настоящее время последние определены только для изолированных двухкомпонентных систем, состоящих из одной соли и воды. Эвтектические температуры основных солей, содержащихся в морской воде, приведены в табл. 5.1.

В рассоле соли содержатся в виде ионов, которые взаимодействуют между собой, поэтому кристаллизация солей происходит при температурах, отличающихся от приведенных в таблице в сторону понижения. Для некоторых солей это отличие достигает нескольких градусов. Но в общем в первую очередь кристаллизуются соли, имеющие более высокую эвтектическую температуру.

Таблица 5.1
Эвтектические температуры солей

Соль	CaCO ₃	Na ₂ CO ₃	K ₂ SO ₄	Na ₂ SO ₄	MgSO ₄
Эвтектическая температура, °С.-	1,9	- 2,1	- 2,9	- 3,6	- 3,9
Соль	KCl	CaSO ₄	NaCl	MgCl ₂	CaCl ₂
Эвтектическая температура, °С.-	11,1	- 17,0	- 21,1	- 33,6	- 55

О массе кристаллических солей в морском льде можно судить по результатам экспериментальных данных, обобщенных в работе [3] и представленных в табл. 5.2.

Таблица 5.2
Масса кристаллических солей (в граммах), приходящихся на 1 кг. льда соленостью 10⁰/‰.

T °С	- 7,6	- 9,5	- 10,6	- 12,3	- 17,0	- 22,6
M _{кв}	0,05	0,52	0,87	0,90	1,07	1,83
T °С....	- 24,2	- 26,0	- 28,0	- 30,8	- 34,2	- 35,5
M _{кв}	5,29	6,59	7,14	7,54	7,93	8,04

Чтобы получить массу кристаллических солей для льда другой солености, достаточно указанные в таблице значения умножить на отношение новой солености льда к 10⁰/‰.

Из-за сложности процесса фазовых переходов во льду пока еще не получено аналитической зависимости концентрации рассола от температуры. Имеются лишь экспериментальные данные, некоторые из них представлены на рис.5.3. Кривую этого рисунка принято разделять на несколько диапазонов, в каждом из которых она заменяется прямой линией. В работе [3] выделено 3 участка с границами - 7,5⁰, - 22,4⁰ и - 30⁰ С. Такая замена кривой позволяет выразить кривую зависимости концентрации рассола от температуры простой формулой

$$\frac{dS_p}{dT} = \frac{\alpha}{1 + M_{pc} / M_v}, \quad (5.11)$$

где α - эмпирические коэффициенты :

$$\begin{aligned} & - 1,848 \cdot 10^{-2} \quad \text{при} \quad 0 \geq T \geq -7,5 \text{ } ^\circ\text{C} \\ & - 1,077 \cdot 10^{-2} \quad \text{при} \quad -7,5 \geq T \geq -22,4 \text{ } ^\circ\text{C} \\ & - 0,532 \cdot 10^{-2} \quad \text{при} \quad -22,4 \geq T \geq -30 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

При этом меняется и относительная доля растворенных солей.

161

В разных диапазонах температур она выражается эмпирическими формулами (табл.5.3)

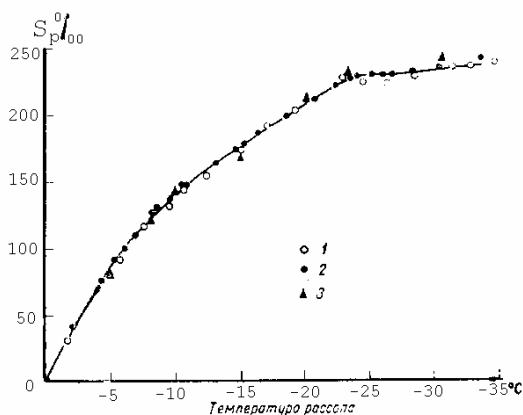


Рис. 5.3. Концентрация рассола при вымораживании воды [3].
1,2,3 - данные различных экспериментаторов.

Таблица 5.3.

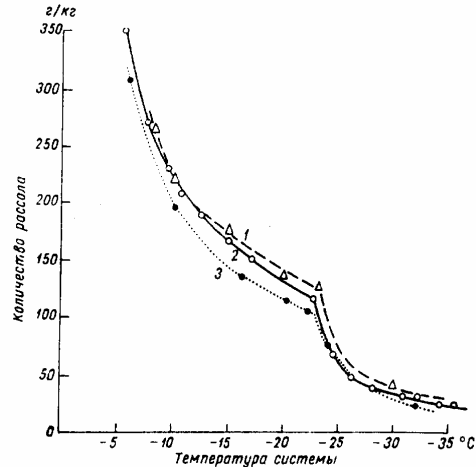
Зависимость M_{pc}/M_b от температуры льда
 $\alpha T \cdot 10^{-2}$ при $0 \geq T \geq -7,5^0 C$,
 $(5,670 - 1,077T)10^{-2}$ при $-7,5 \geq T \geq -22,4^0 C$,
 $(16,770 - 0,832 T)10^{-2}$ при $-22,4 \geq T \geq -30^0 C$.

Исходя из общей солености льда, массы кристаллических солей и солености рассола, можно определить массу рассола

$$M_p = M_{pc} + M_b = \frac{Ms - M_{kc}}{S_p}. \quad (5.12)$$

Поскольку соленость рассола и масса кристаллических солей зависят от температуры, то масса рассола, как это следует из формулы (5.12), также является функцией температуры. Наглядное представление об этом дает рис.5.4. Видно, что скорость уменьшения содержания жидкой фазы с понижением температуры плавно убывает до момента, когда начинается кристаллизация хлористого натрия. При этой температуре происходит быстрое уменьшение массы рассола с последующим уменьшением этой скорости. Искажения в приведенные соотношения между содержанием солей, жидкой фазы и температурой вносит миграция рассола из морского льда.

Рис. 5.4 Масса
 рассола в 1 кг.
 морского льда
 при различной
 температуре [3]
 1,2,3 - результаты,
 полученные
 различными
 экспериментаторами..



В основном она происходит из-за действия гравитационной силы, способствующей стоку тяжелого рассола вниз, температурного градиента, приводящего к плавлению льда около нижней части ячейки с рассолом, имеющей более высокую температуру, чем верхняя часть ячейки, где происходит вымораживание рассола; силы поверхностного натяжения на включения рассола; осмотического процесса и т.д.

Экспериментальные данные показывают, что основная масса рассола вытекает из льда в период его образования, когда лед сравнительно тонкий и его температура довольно высокая, а также летом. При высокой температуре во льду увеличивается масса жидкой фазы, разрушаются сморози между кристаллами и открываются поры, по которым стекает рассол. В холодный период года скорость миграции существенно замедляется.

Наблюдения показывают, что соленость молодого льда очень сильно зависит от температуры воздуха и скорости ветра в период формирования ледяного покрова. Это объясняется тем, что при низкой температуре воздуха скорость роста кристаллов больше, чем при высокой, поэтому меньше рассола стекает из межкристаллических прослоек. Ветер и волнение приводят к хаотическому перемешиванию кристаллов, при котором скорость вытекания рассола меньше, чем при их упорядоченной, особенно вертикальной ориентировке.

Существенно повышает соленость образующегося льда снег, выпадающий на поверхность моря и удерживающий из-за ажурности снежинок большое количество морской воды. Это хорошо видно из рис.5.5, составленного по данным наблюдений в полярных широтах [6]. В дальнейшем вследствие миграции рассола соленость льда постепенно уменьшается и к началу таяния в Северном Ледовитом

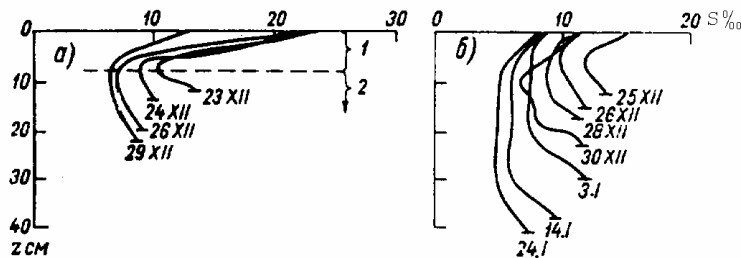


Рис. 5.5 Профили солености молодого морского льда. Лед образовался в период ветрового волнения (а) и в спокойных условиях (б).

- 1.- лед в виде снежных и ледяных кристаллов,
2.- конжеляционный лед.

океане и его морях составляет 3 - 6 ‰. Льды акваторий умеренной зоны имеют соленость на 1 - 2 ‰ меньше, а морские антарктические льды на столько же больше. К концу лета соленость многолетнего льда редко превышает 1 - 2 ‰

5.3. Теплофизические характеристики морского льда

Наличие в морском льду рассола, пузырьков воздуха и других примесей приводит к тому, что его теплофизические характеристики не остаются постоянными, а меняются с изменением соотношения фаз, пористости льда и примесей в нем. Первые исследования влияния фазового состава морского льда на его некоторые тепловые свойства проводились Ф.Мальмгреном. Впоследствии уточнением его исследований занимались многие отечественные и зарубежные ученые и к настоящему времени основные теплофизические характеристики морского льда изучены достаточно полно. От фазового состава морского льда очень сильно зависит его теплоемкость C_I , часто называемая *эффективной теплоемкостью*. Под ней понимается средневзвешенное значение суммы теплоемкостей кристаллов льда и рассола, а также теплота, выделяемая или потребляемая при фазовых переходах :

$$C_I = C_n \frac{M_n}{M} + C_p \frac{M_p}{M} + C_{kc} \frac{M_{kc}}{M} + \frac{L_n}{M} \frac{dM_n}{dT} + \frac{L_c}{M} \frac{dM_{kc}}{dT}. \quad (5.13)$$

Здесь первые три члена правой части представляют собой вклад теплоемкостей пресного льда (кристаллов), рассола и кристаллических солей, а последние два слагаемых характеризуют теплоту фазовых превращений воды и солей. Энергетический вклад кристаллических солей и их фазовых переходов незначительный, и поэтому он обычно во внимание не принимается. Выразив с помощью формул п.5.2 соотношение масс компонентов морского льда и их зависимость от температуры через соленость, получим

$$C_l = C_n \left(1 - \frac{s}{S_p}\right) + C_p \frac{s}{S_p} - L_n \frac{s}{S_p^2} \frac{dS_p}{dT}. \quad (5.14)$$

Теплоемкости пресного льда и рассола сравнительно слабо зависят от температуры и по результатам экспериментальных определений они представляются формулами

$$C_n = (2,12 + 0,0078 T^0C) \text{ Дж/(г К)}, \quad (5.15)$$

$$C_p = (4,19 - 4,55 \cdot 10^{-3} S_p) \text{ Дж/(г К)}. \quad (5.16)$$

Наиболее существенный вклад в эффективную теплоемкость морского льда вносит теплота фазовых преобразований пресной воды, что хорошо видно по данным табл. 5.4

Таблица 5.4

Теплоемкость морского льда (кДж/(кг К)): числитель - без учета теплоты фазовых преобразований, знаменатель—эффективная теплоемкость по экспериментам Б.А. Савельева [5].

T ⁰ C	S‰				
	2	5	10	15	20
-5,6	2,11 3,52	2,16 4,65	2,26 7,96	2,30 8,71	2,43 12,61
-10,6	2,06 2,85	2,08 3,35	2,13 4,66	2,18 -	2,22 6,41
-15,0	2,01 2,60	2,03 2,97	2,07 3,52	2,10 4,53	2,13 4,65

Строго говоря, теплота, выделяемая или поглощаемая при фазовых переходах рассола, не является собственно теплоемкостью, но она играет ту же роль, что и теплоемкость, при изменениях температуры льда в результате его теплообмена с окружающей средой. Поэтому эта теплота и включена в теплоемкость.

Теплота фазовых переходов играет существенную роль при высокой температуре льда, когда масса рассола во льду большая. С понижением температуры, когда большая часть рассола вымерзает,

эффективная теплоемкость приближается к теплоемкости пресного льда.

Следующей теплофизической характеристикой морского льда, очень сильно зависящей от количества рассола, является *теплота кристаллизации (плавления)*. Как уже отмечалось, морской лед, в отличие от пресноводного, не представляет собой монолитное тело. Чем выше температура, тем меньше в нем замерзшей воды и больше рассола, т.е. морской лед кристаллизуется не при фиксированной температуре, как пресный лед, а непрерывно от температуры замерзания морской воды до температуры, при которой весь рассол вымерзает. Таяние морского льда происходит постепенно, начиная с внутреннего плавления вокруг ячеек с рассолом. Такой характер фазовых переходов в морском льду был впервые отмечен Мальмгреном, который предложил вместо общепринятой удельной теплоты кристаллизации использовать понятие *эффективного тепла* L_e , требуемого на плавление единицы массы морского льда, взятого при некоторой температуре T . Оно складывается из энергии, расходуемой на плавление кристаллов льда и на повышение температуры льда и рассола до температуры полного плавления морского льда Θ , которая может отличаться от температуры замерзания θ . Выражение для определения этого эффективного тепла можно получить, если проинтегрировать по температуре от T до Θ эффективную теплоемкость льда (5.14) и зависимость солёности рассола от температуры представить формулой (5.11)

$$L_e = [C_n(1-s) + C_p s](T - \Theta) + (C_p - C_n) \frac{s}{\alpha} \ln \frac{T}{\Theta} - L_n \left(\frac{s}{\alpha T} - \frac{s}{\alpha \Theta} \right) \quad (5.17)$$

Последний член этой формулы может быть несколько преобразован, если принять, что соотношения (5.11) и таблицы 5.3 остаются справедливыми при температуре замерзания, но при этом S_p должно быть заменено на s , т.е.

$$s = \frac{\alpha \Theta}{1 + \alpha \Theta} \quad (5.18)$$

Замена знаменателей в последнем члене выражения (5.11) с помощью формул (5.11) и (5.18) приводит его к виду

$$L_e = [C_n(1-s) + C_p s](T - \Theta) + (C_p - C_n) \frac{s}{\alpha} \ln \frac{T}{\Theta} - L_n \left(\frac{s}{S_p} - 1 \right) \quad (5.19)$$

Первые два члена этой формулы характеризуют количество энергии, потребное для нагревания кристаллов льда и рассола от T до Θ , а последний - энергию фазовых переходов. Если лед пресный, то $s = 0$ и энергия, необходимая для плавления 1 кг. льда при $T = \Theta$, равна удельной теплоте кристаллизации пресной воды

$$L_n = 334 \text{ кДж/кг.}$$

В табл. 5.5 приведены некоторые значения L_c , вычисленные с учетом формулы (5.19).

Таблица 5.5.
Энергия, необходимая для плавления 1 кг. морского льда / кДж /.

T ⁰ C	s‰					
	0	1	2	4	6	8
-0,5	335	300	264	194	124	53
-1,0	336	318	301	266	230	195
-2,0	338	329	320	302	284	264
-3,0	340	334	328	316	303	291

Сравнение приведенных в таблице значений показывает, что при плавлении пресного льда требуется сравнительно небольшой приток энергии для повышения его температуры до точки плавления и большое количество энергии на само плавление. У морского льда фазовые переходы происходят не скачком, а постепенно, и поэтому на повышение температуры, особенно при высокой солёности, требуется значительно больший, чем у пресного льда, приток энергии.

Важной теплофизической характеристикой морского льда является его *теплопроводность* Λ , характеризующая поток тепла через лед в направлении, обратном градиенту температуры. Различные компоненты морского льда обладают разной способностью проводить тепло. Наибольшей теплопроводностью обладают кристаллы льда. По оценкам В.В. Шулейкина [7] их теплопроводность Λ_k равна 2,22 Вт/(м К). Теплопроводность рассола Λ_p примерно в 4 раза меньше Λ_k , а молекулярная теплопроводность пузырьков воздуха во льду Λ_b на два порядка меньше Λ_k . Поэтому с повышением солёности и пористости льда его способность проводить тепло уменьшается.

Для учета влияния пузырьков воздуха на теплопроводность льда обычно используется полученная Максвеллом формула проводимости пористых тел, предполагающая равномерное распределение в них пузырьков газа общим относительным объемом v_b

$$\Lambda_{\Pi} \approx \Lambda_k \frac{1 - v_b}{1 + 0,5v_b}, \quad (5.20)$$

где Λ_{Π} - теплопроводность пористого льда.

Из-за меньшего различия в теплопроводностях льда и рассола последний слабее влияет на общую теплопроводность морского льда,

167

чем воздух. Если ячейки с рассолом располагаются во льду равномерно, то, по-видимому, для определения их влияния на Λ льда

можно использовать формулу (5.20), в которой вместо v_v следует использовать относительный объем рассола.

В тех случаях, когда рассол во льду располагается в вертикальных каналах цилиндрической формы, предлагается несколько иная форма зависимости Λ от солёности льда. Так, например, в Океанографических таблицах [4] средняя теплопроводность солёного льда определена как сумма теплопроводностей пресного льда и рассола с учетом относительной доли последних. В упрощенном виде такая зависимость представляется формулой

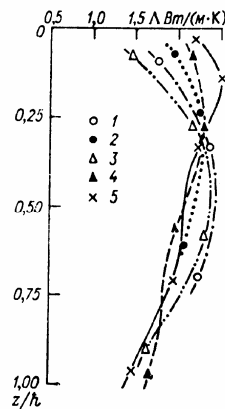
$$\Lambda = \Lambda_n - (\Lambda_n - \Lambda_p) \frac{s}{S_p}. \quad (5.21)$$

Из формулы видно, что теплопроводность морского льда уменьшается с ростом его солёности. Это уменьшение тем больше, чем выше температура льда, приводящая к понижению концентрации рассола.

Зависимость теплопроводности морского льда от его пористости, солёности и температуры приводит к тому, что Λ оказывается переменной, хотя в меньшей степени, чем эффективная теплоемкость. Послойные измерения Λ показали, что из-за повышения пористости поверхностных слоев морского льда их теплопроводность несколько понижена. Также уменьшается Λ нижних слоев льда вследствие более высокой их температуры и большего содержания рассола. Это хорошо видно из рис. 5.6.

Рис.5.6 Вертикальный профиль теплопроводности морского льда по данным наблюдений на дрейфующих станциях в Северном Ледовитом океане[3].

- 1.- однолетний лед 1957г.;
- 2.- двухлетний лед 1957г.;
- 3.-однолетний лед 1956г.;
- 4.-двухлетний лед 1956г.;
- 5.- многолетний лед 1956г.



К весьма переменным свойствам ледяного покрова относится его

168

способность поглощать лучистую энергию. Поступающий к ледяному покрову интегральный поток радиации Q частично отражается, а остальная доля проходит в толщу льда. Здесь происходит поглощение

и рассеяние радиации с обратным выходом некоторой ее части на поверхность льда и суммирование с отраженной радиацией на самой поверхности. Этот суммарный поток называется *отраженной радиацией*. Отношение этой отраженной интегральной радиации к падающей, т.е. альбедо A , меняется в широких пределах и зависит как от длины волны света, так и от состояния льда.

Измерения показали, что альбедо снежно-ледяного покрова для радиации с длиной волны больше 760 нм. не превышает 3,5 % и поглощение этого лучистого потока происходит в очень тонком поверхностном слое льда или находящегося на нем снега. Излучение льда сосредоточено в области длинноволновой части спектра и составляет примерно 98% излучения абсолютно черного тела.

В противоположность длинноволновой альбедо коротковолновой радиации очень сильно зависит от состояния снежно-ледяной поверхности (табл. 5.6) .

Таблица 5.6
Среднее альбедо снежно-ледяного покрова (A)
в зависимости от ее разрушенности (N_p %)

характер поверхности	N_p	A	характер поверхности	N_p	A
Свежевыпавший снег на льду.	0	0,88	Тающий лед с белой поверхностью.	30	0,51
Плотный снег на льду.	0	0,77	Тающий лед со слабо развитыми снежниками.	40	0,47
Снег на льду в начале таяния.	0	0,67	Тающий лед со снежниками.	50	0,41
Тающий снег, местами белый лед.	10	0,62	Тающий лед, полностью покрытый снежниками.	70	0,33
Интенсивно тающие снег и лед.	20	0,56			

Из таблицы видно, что наиболее сильно альбедо изменяется во время таяния льда, когда на нем перемежаются участки, покрытые снегом, оголенные и снежники. Из-за трудности количественной оценки их соотношения и степени таяния приведенные значения A носят ориентировочный характер.

Проникающая в лед коротковолновая радиация рассеивается и

169

поглощается с интенсивностью, зависящей от его монолитности. Чем больше пористость льда и его соленость, тем быстрее происходит ослабление лучистого потока, оцениваемое коэффициентом ослабления ϵ . Этот показатель зависит и от диапазона спектра. В

видимом диапазоне для чистого льда он равен примерно 2 м^{-1} в синезеленой части спектра и увеличивается примерно до 5 м^{-1} к концам этого диапазона. В инфракрасном диапазоне спектра величина \mathcal{E} быстро увеличивается с ростом длины волны от 5 м^{-1} до 10^3 м^{-1} .

Общее ослабление потока радиации во льду происходит по экспоненциальному закону

$$Q(z) = Q(0)e^{-\mathcal{E}z}, \quad (5.22)$$

характеризующему быстрое уменьшение лучистого потока тепла в толще льда. Особенно быстро происходит ослабление радиации при ее прохождении через снег, обладающей еще большей, чем лед, поглощательной способностью. Тем не менее сквозь тонкий лед проходит некоторая часть лучистого потока, влияющая на температуру подледной воды. Поглощенный в толще льда лучистый поток тепла видимой области спектра влияет на повышение температуры льда и его внутреннее вытаивание. Пропускание тонким льдом лучистой энергии приводит также к уменьшению доли рассеянной радиации и уменьшению суммарного потока отраженной коротковолновой радиации. Поэтому альbedo тонких льдов меньше, чем толстых. Длинноволновая радиация в лед практически не проникает и от нее зависит только радиационный баланс снежно-ледяной поверхности

5.4. Общие закономерности роста и таяния морского льда

В теориях замерзания моря и роста толщины льда обычно принимается, что при охлаждении поверхностного слоя моря до температуры замерзания θ образующиеся кристаллы льда сразу создают скопления ледяного сала. Оно представляет собой эластичный слой, увеличение толщины которого происходит за счет разности потоков тепла в атмосферу от льда Φ и поступающего к нему из моря Φ_M . Если первый больше второго, то дефицит тепла компенсируется теплотой кристаллизации при замерзании новых порций воды у нижней поверхности льда.

Поскольку поток тепла через лед пропорционален теплопроводности льда Λ и градиенту температуры, а теплота кристаллизации пропорциональна массе образовавшегося льда M , уравнение теплового баланса, характеризующего соотношение между этими потоками тепла на границе раздела лед - вода, представляется следующим образом

$$L \frac{\partial M}{\partial t} = \Lambda \frac{\partial T}{\partial z} - \Phi_M. \quad (5.23)$$

Если учесть количество пресного льда в морском и зависимость теплоты плавления морского льда от его солёности и температуры, то после отнесения всех потоков тепла к единице площади получается

$$L' \rho_I \frac{\partial \dot{h}}{\partial t} = \Lambda \frac{\partial T}{\partial z} - \Phi_M, \quad (5.24)$$

где $L' = L \left(1 - \frac{s}{S_p} \right) + \theta \left(\frac{\rho}{\rho_I} C - C_I \right),$

C - теплоемкость воды., ρ_I - плотность морского льда. Здесь первый член характеризует теплоту, выделяющуюся при образовании единичного объема морского льда, а второй - теплоту за счет изменения объемной теплоемкости воды при температуре замерзания.

Увеличение толщины льда происходит только в том случае, когда отток тепла от его нижней поверхности вверх превышает приток тепла от воды, т.е. при положительном значении правой части уравнения (5.24).

Решение уравнения (5.24) сопряжено с большими трудностями, вызванными не только изменением градиента температуры по толщине льда и зависимостью теплофизических характеристик льда от температуры и солёности, но и зависимостью потока тепла из воды от скорости роста толщины льда. Поэтому получены приближенные решения, в которых использованы какие-то приближения.

Пока лед относительно тонкий, например толщиной до 0,5 м, градиент температуры в нем по вертикали меняется слабо и приближенно принимается пропорциональным разности температур на верхней T_0 и нижней θ его поверхностях $\partial T / \partial z \approx (\theta - T_0) / \dot{h}$. При таком упрощении уравнение (5.24) может быть представлено в виде

$$\frac{\partial \dot{h}^2}{\partial t} = \frac{2\Lambda}{L' \rho_I} (\theta - T_0) - \frac{2\Phi_M \dot{h}}{L' \rho_I}. \quad (5.25)$$

Формально решение этого уравнения записывается следующим образом

$$\dot{h}^2(t) = \dot{h}_0^2 + 2 \int_0^t \frac{1}{L' \rho_I} \left[\Lambda(\theta - T_0) - \Phi_M \dot{h} \right] dt, \quad (5.26)$$

где $\dot{h}_0 = \dot{h}(t=0)$.

Здесь искомая толщина льда содержится под знаком интеграла, что затрудняет ее вычисление. Только при отсутствии притока тепла к нижней поверхности льда решение получается простым:

$$\dot{h}(t) = \dot{h}_0 \left(1 + \frac{2}{\dot{h}_0^2} \int_0^t \Lambda \frac{\theta - T_0}{L' \rho_I} dt \right)^{1/2}. \quad (5.27)$$

При неизменных теплофизических характеристиках интеграл от разности температур часто называют *суммоградусами дней мороза*.

Из полученной формулы видно, что при неизменной температуре с течением времени скорость роста толщины льда замедляется, т.е. рост тонкого льда происходит быстрее, чем толстого. Это обусловлено тем, что при этих условиях вертикальный градиент температуры, от которого зависит отток тепла от нижней поверхности льда, с ростом \dot{h} уменьшается. Поэтому в природных условиях в регионе с однородным климатом существует тенденция к выравниванию толщины льда.

В природных условиях поток тепла от воды ко льду обычно существует, Из выражения (5.26) видно, что он уменьшает значение интеграла тем существеннее, чем больше толщина льда. Под воздействием этого потока тепла даже может наступить таяние льда с его нижней поверхности, несмотря на отрицательную температуру воздуха. *Предельная толщина льда* \dot{h}_k , при которой приток тепла из моря равен оттоку тепла вверх, находится из уравнения (5.25), если в нем левую часть принять равной нулю. Тогда

$$\dot{h}_k = \Lambda(\theta - T_0) / \Phi_M. \quad (5.28)$$

Эта формула используется при оценках возможной толщины многолетнего льда.

Решение уравнения (5.26) обычно проводится методом последовательных приближений, при котором в подынтегральное выражение входит толщина льда, вычисленная на предыдущем шаге итерации. Гораздо реже используется разложение уравнения (5.25) в степенной ряд.

Принятое в уравнении (5.25) условие постоянства вертикального градиента температуры по толщине льда равносильно условию отсутствия источников и стоков тепла в толще льда. Следовательно, отток тепла от нижней поверхности льда равен оттоку тепла от его верхней поверхности. При этих условиях уравнение (5.24) может быть переписано в виде

$$L' \rho_I \frac{\partial \dot{h}}{\partial t} = -(B + \Phi_a + \Phi_{\text{и}} + \Phi_M), \quad (5.29)$$

где B - радиационный баланс поверхности льда,

Φ_a - турбулентный теплообмен между льдом и воздухом,

$\Phi_{\text{и}}$ - затраты тепла на испарение со льда.

Из этого уравнения получается более простая формула для определения толщины льда, чем выражение (5.26):

$$\dot{h}(t) = \dot{h}_0 - \int_0^t \frac{B + \Phi_a + \Phi_{\text{и}} + \Phi_{\text{м}}}{L' \rho_I} dt. \quad (5.30)$$

Здесь поток тепла считается положительным, если он направлен ко льду.

Выражение (5.30) в практических расчетах используется реже уравнения (5.26) из-за того, что турбулентные потоки тепла как в воздухе, так и в воде, а также затраты тепла на испарение со льда определяются с малой точностью.

Вертикальный градиент температуры во льду не бывает постоянным при колебаниях температуры воздуха, а увеличивается при ее понижении и уменьшается - при повышении. Однако из-за того, что в уравнение (5.26) входит интеграл от T_0 , суммирование положительных и отрицательных отклонений от плавного изменения температуры воздуха в некоторой степени уменьшает среднее за период интегрирования изменение градиента температуры. Поэтому выражение (5.26) довольно хорошо описывает зависимость роста толщины льда от температуры даже при толщине льда, достигающей до метра. В случае многолетних льдов, толщиной в несколько метров, условие постоянства вертикального градиента температуры по толщине оказывается грубым, Поэтому для повышения точности при расчете толщины льда следует пользоваться уравнением (5.23), в котором градиент температуры определяется из уравнения теплопроводности.

Очень сильное влияние на рост толщины льда оказывает находящийся на нем снег. Для того, чтобы это продемонстрировать, можно считать, что вертикальные профили температуры снега и льда по толщине в каждой среде не меняются, это означает, что вертикальный поток тепла в них не меняется по толщине, т.е.

$$\Lambda \frac{\theta - T_0}{\dot{h}} = \lambda_c \frac{T_0 - T_c}{\dot{h}_c}, \quad (5.31)$$

где \dot{h}_c, λ_c - толщина и теплопроводность снега соответственно,

T_c - температура поверхности снега.

Из приведенной формулы следует

$$T_0 = \frac{T_c + \Lambda \theta \dot{h}_c / \lambda_c \dot{h}}{1 + \Lambda \dot{h}_c / \lambda_c \dot{h}}. \quad (5.32)$$

Замена T_0 в выражениях (5.26) или (5.27) этой формулой вводит в них характеристики снега и позволяет учесть его влияние на рост толщины льда. Например, формула (5.27) при учете снега принимает вид

$$\dot{h}(t) = \dot{h}_0 \left[1 + \frac{2}{\dot{h}_0^2} \int_0^t \frac{\Lambda(\theta - T_c) dt}{L' \rho_I (1 + \Lambda \dot{h}_c / \lambda_c \dot{h})} \right]^{1/2}. \quad (5.33)$$

Здесь знаменатель подынтегрального выражения больше, чем в формуле (5.27), поэтому толщина заснеженного льда оказывается меньше, чем бесснежного, это уменьшение зависит от толщины слоя снега и его теплопроводности

Снег влияет и на предельную толщину льда. Формула для ее оценки получается из уравнения (5.25) после подстановки в него выражения (5.32) и приравнивания нулю левой части:

$$\dot{h}_k = \frac{\Lambda(\theta - T_c)}{\Phi_M(1 + \Lambda\dot{h}_c / \lambda_c\dot{h})}. \quad (5.34)$$

Вычисленная по этой формуле предельная толщина льда оказывается меньше, чем по формуле (5.28). Это вызвано тем, что температура поверхности льда под снегом выше, чем оголенного.

Формула (5.34) при отсутствии снега на льду переходит в формулу (5.28), т.е. она более общая.

Во все формулы для расчета толщины льда входит поток тепла от воды. Его роль весьма существенна. Если он оказывается равным потоку тепла через лед, то прирост толщины последнего прекращается.

Поток тепла к нижней поверхности льда Φ_M зависит от скорости роста льда, т.к. при этом происходит осолонение подледного слоя воды, повышающее ее плотность и способствующее развитию свободной конвекции под льдом. При заглублении слоя конвекции h в него вовлекается подстилающая вода обычно более высокой температуры. Кроме того, при повышении солёности подледного слоя воды понижается температура ее замерзания. Даже при отсутствии горизонтальной адвекции тепла в воде возникает вертикальный поток тепла, обусловленный изменением температуры замерзания и вовлечением в конвекцию нового слоя воды

$$\Phi_M = C\rho \left(h \frac{\partial \theta}{\partial t} + T \frac{\partial h}{\partial t} \right). \quad (5.35)$$

Иногда в этом выражении учитывается слагаемое, характеризующее турбулентный поток тепла к слою конвективного перемешивания. Однако из-за трудности оценки коэффициента турбулентной теплопроводности он определяется очень грубо и при заглублении конвекции этот поток тепла в большинстве случаев не учитывается.

В выражении (5.35) появились две новые характеристики: θ и h . Для их определения надо знать солёность подледного слоя воды. Она зависит от массы соли, которая поступает в воду при образовании морского льда и от вовлечения в конвекцию новых порций воды

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{S\rho_I - s\rho}{\rho h} \cdot \frac{\partial \dot{h}}{\partial t} + \frac{S}{h} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (5.36)$$

где $(S\rho_I - s\rho) \cdot \frac{\partial \dot{h}}{\partial t} = \Phi_s$ - приток соли в воду.

После определения солености подледной воды, температура замерзания легко вычисляется по формуле Крюммеля (1.59). Изменение толщины слоя конвективного перемешивания обсуждалось в главе 4 и для ее вычисления приведена формула (4.74).

Различие в плотностной стратификации замерзающих океанов и морей и обусловленных этим потоков тепла в период роста льда является одной из причин пространственной неоднородности его толщины. На тех акваториях океана, где конвективное перемешивание распространяется до больших глубин, лед вообще может не образовываться. Характерным примером может служить большая часть Гренландского моря, акватории Охотского и Берингова морей в пределах материкового склона, где конвекция проникает до глубины в несколько сотен метров и создает большой поток тепла, препятствующий охлаждению поверхностного слоя моря до температуры замерзания.

Если лед толстый, то линейный профиль его температуры не всегда имеет место, особенно при быстрых изменениях температуры воздуха. Поэтому градиент температуры льда в уравнении (5.23) не пропорционален разности температур нижней и верхней поверхностей льда, а находится из уравнения теплопроводности, которое для льда оказывается сложным из-за фазовых переходов и изменения его толщины

$$C_l \rho_l \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\Lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad 0 \leq z \leq h(t) \quad (5.37)$$

Морской ледяной покров в какой-то степени можно рассматривать как тонкую пластину, одна из поверхностей которой находится при очень слабо меняющейся температуре и температура льда по вертикали меняется гораздо сильнее, чем по горизонтали. Этим объясняется то, что в преобладающем числе случаев исследуются закономерности вертикального распределения температуры. В холодный период года она меняется от температуры замерзания на границе льда с водой до более низкой температуры на поверхности ледяного покрова. В схематическом виде зимний вертикальный профиль температуры льда представлен на рис.5.7

Решение уравнения (5.37) сопряжено с большими трудностями не только из-за необходимости учета теплоты фазовых переходов, но и из-за изменения толщины льда. Поэтому оно решается численно. В ряде случаев, особенно при проведении анализа зависимости температуры от ее изменений на поверхности льда, от скорости роста толщины льда, от фазовых преобразований в его толще, а также при решении ряда других вопросов, целесообразно иметь дело с аналитическим, хотя и приближенным решением уравнения теплопроводности. В простейшем виде оно получается из уравнения (5.37) методом последовательных приближений при известных

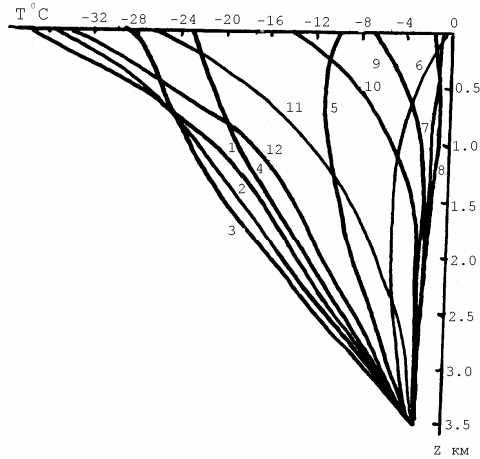


Рис. 5.7 Среднемесячная температура морского многолетнего льда.

значениях температуры на верхней T_0 и нижней θ поверхностях льда. Сначала ищется решение этого уравнения без его левой части. Полученное выражение подставляется в левую часть уравнения и снова проводится его решение при тех же краевых условиях и т.д. Ограничившись вторым приближением, можно получить выражение для определения температуры льда в виде

$$T(t, z) = T_0 - \frac{z}{h}(T_0 - \theta) + \frac{\hbar}{6\kappa} \left\{ \frac{\partial T_0}{\partial t} \left[3 \frac{z}{h} - \frac{z^2}{h^2} - 2 \right] + \frac{s' \hbar}{(T_0 - \theta)^2} \left[\left(\frac{T_0 + \theta}{T_0 - \theta} - \frac{z}{h} \right) \ln \left[\frac{T_0}{\theta} \left(1 - \frac{z}{h} \right) + \frac{z}{h} \right] - \frac{T_0 + \theta}{T_0 - \theta} \left(1 - \frac{z}{h} \right) \ln \frac{T_0}{\theta} \right] \right\} + \frac{\partial \hbar}{\partial t} \left\{ \frac{T_0 - \theta}{6\kappa} \left(\frac{z^2}{h^2} - 1 \right) z + \frac{s' \hbar T_0}{T_0 - \theta} \left[2 \left(1 - \frac{z}{h} \right) \ln \frac{T_0}{\theta} - \left(\frac{2T_0}{T_0 - \theta} - \frac{z}{h} \right) \ln \left[\frac{T_0}{\theta} \left(1 - \frac{z}{h} \right) + \frac{z}{h} \right] \right] \right\} \quad (5.38)$$

где $\kappa = \Lambda / C_I \rho_I$ - температуропроводность льда,

$$s' = \frac{L s \rho_I}{\Lambda \delta}, \quad \delta = -0,0182 \text{ г/К} - \text{экспериментальный параметр.}$$

Из этого выражения видно, что линейным вертикальный профиль температуры льда бывает только в том случае, когда нет изменений во времени толщины льда и температуры его поверхности. Однако при малых значениях величины \hbar и изменениях T_0 в несколько градусов за сутки вклад третьего и четвертого слагаемых оказывается небольшим, поэтому вертикальное распределение температуры близко

к линейному.

Влияние теплоты фазовых переходов в толще льда на его температуру, а следовательно и на рост толщины, характеризуется членами, содержащими множитель s' . Видно, что они не равны нулю только при меняющихся температуре поверхности и толщине льда, так как при неизменной температуре фазовые преобразования во льду не происходят. Изменение температуры льда за счет тепла фазовых переходов невелико и обычно составляет доли градуса. Лишь при больших изменениях температуры поверхности льда порядка 10^0 за сутки при солёности льда порядка 10% эти изменения могут достигать 1^0C .

Чаще всего температура поверхности льда не бывает известна и вместо нее используется температура воздуха T_a . Такая замена требует оценки различий между ними. Соотношение между этими температурами легко определяется, если в простейшем случае при линейном вертикальном профиле температуры во льду и снеге на нем градиент температуры выразить через составляющие теплового баланса

$$\frac{T_0 - \theta}{(\hbar / \Lambda) + (\hbar_c / \lambda_c)} = B + \Phi_a + \Phi_{\text{и}} = B + C_a \rho_a c_T V \left[T_a - T_0 + \frac{L_{\text{и}}}{C_a} (q - q_0) \right], \quad (5.39)$$

где C_a , ρ_a - удельная теплоемкость и плотность воздуха,

c_T - коэффициент теплоотдачи,

V - скорость ветра,

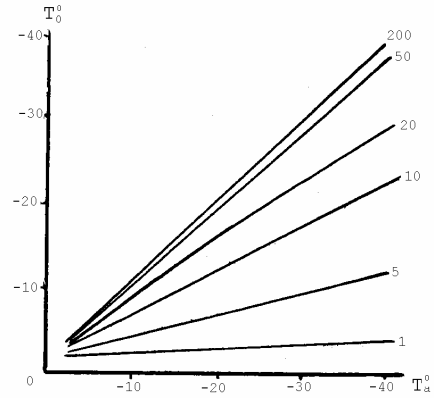
$L_{\text{и}}$ - удельная теплота испарения со льда,

q , q_0 - удельная влажность воздуха на высоте наблюдений и на уровне снежно-ледяной поверхности.

На рис 5.8 приведено соотношение температуры снежно-ледяной поверхности (по оси ординат) в зависимости от температуры воздуха (по оси абсцисс) при различной толщине льда (в см. на концах линий) . Значения T_0 вычислены по формуле при средних величинах исходных параметров, характерных для арктических морей в зимний период года. Полагалось, что на льду толщиной до 5 см. снег отсутствует, далее для льда толщиной до 20см. имеет место соотношение $\hbar_c / \hbar = 0,05$, а для более толстого льда $\hbar_c / \hbar = 0,1$ при $\lambda_c / \Lambda = 0,1$. Из рисунка видно, что температура снежно-ледяной поверхности близка к температуре воздуха при толстом льде и низких T_a или при тонком льде и относительно высоких T_a .

Определение изменений толщины льда в весенне-летний период года является одной из основных проблем в практике ледовых прогнозов. Толщина стаявшего слоя льда и сроки вскрытия акваторий, зависящие от толщины льда, определяют начало навигации. Поэтому возможность расчета таяния льда имеет большое практическое значение.

Рис.5.8. Соотношение температур снежно- ледяной поверхности и воздуха при различной толщине льда.



При этом всегда предварительно определяется дата начала таяния, т.к. она представляет собой начальный момент, с которого поступающее ко льду тепло расходуется на его таяние.

Вследствие того, что положительный радиационный баланс повышает температуру снежно-ледяной поверхности выше температуры воздуха, таяние льда или снега на льду начинается еще при отрицательной температуре воздуха. Поэтому в эмпирических формулах дата начала устойчивого таяния льда часто связывается с датой наступления некоторой отрицательной температуры воздуха. Для тех или иных климатических условий ее можно определить по формуле (5.39), приняв $T_0=0^{\circ}\text{C}$. Если снега на льду нет и соленость льда не нулевая, то температура его плавления зависит от солености льда $\Theta(s)$. В этом случае за дату начала таяния принимается момент времени, когда $T_0 = \Theta$. При этом полагается $t = 0$.

Выражение, на основании которого рассчитывается стаивание льда или снега на нем, определяется из уравнения теплового баланса снежно-ледяной поверхности (5.39), в которое добавляется слагаемое, характеризующее затраты тепла на таяние льда

$$B + C_a \rho_a c_T V \left[T_a - \Theta + \frac{L_{\text{л}}}{C_a} (q - q_0) \right] + \Lambda \frac{\partial T}{\partial z} = L \rho_I \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (5.40)$$

В этом уравнении последний член левой части выражает поток тепла, расходуемый на прогрев льда.

Если лед покрыт снегом, то в правую часть последнего уравнения вместо плотности и толщины льда должны входить плотность и толщина снега. Отток тепла от снежно-ледяной поверхности вниз из-за «запаса холода» в толще льда и из-за того, что в период таяния

температура нижней поверхности льда ниже, чем верхней, приводит к тому, что на таяние льда расходуется не все поступившее к нему тепло. Поэтому при учете этого оттока тепла стаявший слой льда оказывается несколько меньше, чем без его учета. У многолетнего льда толщиной 3-4 метра отток тепла от поверхности вниз уменьшает его стаивание на 6-8 см за месяц. Но уже при толщине льда в 2 м этот отток тепла уменьшает стаивание только на 1-2 см за месяц. Из-за того, что точность определения поступающего ко льду тепла не очень высокая, при расчете стаивания льда расходом тепла на его прогрев и оттоком вниз обычно пренебрегают. Это существенно упрощает вычисление стаивания льда, поскольку в выражении (5.40) опускается последний член его левой части и полагается $\Theta=0$. Решением такого упрощенного уравнения теплового баланса будет

$$\Delta h = \frac{1}{L\rho_I} \int_0^t \left\{ B + C_a \rho_a c_T V \left[T_a + \frac{L_{и}}{C_a} (q - q_0) \right] \right\} dt - \dot{h}_c \frac{\rho_c}{\rho_I}. \quad (5.41)$$

Последний член этого выражения характеризует как бы увеличение толщины льда за счет находившегося на нем снега, поскольку на его таяние расходуется часть поступившего тепла.

Сильная зависимость таяния снега и льда от радиационного баланса в ряде случаев используется для ускорения их таяния за счет увеличения B в результате искусственного уменьшения альbedo снежно-ледяной поверхности.

Очень большое влияние на таяние льдов в море оказывают участки чистой воды между льдинами. Из-за малой отражательной способности вода аккумулирует больше лучистой энергии, чем лед. Это приводит к повышению ее температуры и расходованию части поглощенного тепла на таяние льдин. На такой характер перераспределения тепла впервые обратил внимание Н.Н. Зубов при анализе более быстрого таяния разреженного льда. Действительно, при сплоченности льда N и теплообмене с атмосферой Φ на водную поверхность за время dt поступит поток тепла, равный $\Phi(1-N)dt$. Н.Н. Зубов принял, что поступившее тепло расходуется на плавление льда площадью dN и толщиной \dot{h} . Следовательно,

$$\Phi(1-N)dt + L\rho_I \dot{h}dN = 0. \quad (5.42)$$

Интегрирование этого уравнения приводит к формуле

$$N = 1 - (1 - N_0) \exp\left(\frac{1}{L\rho_I} \int_0^t \frac{\Phi}{\dot{h}} dt\right), \quad (5.43)$$

где N_0 - сплоченность льдов в долях единицы перед началом таяния.

Предположение о расходовании всего тепла, поглощенного водой, на таяние льда более или менее соответствует действительности лишь при значительной сплоченности льда. С увеличением пространства открытой воды растет доля тепла, идущая на повышение ее

температуры и на прогрев более глубоких слоев моря. Поэтому уменьшение сплоченности льда в результате таяния будет происходить несколько медленнее, чем это следует из формулы (5.43).

5.5. Механические свойства морского льда

Знание механических свойств льда, под которыми понимают его способность сопротивляться воздействию внешних механических сил, имеет первостепенное значение при решении таких задач, как защита от льда портовых сооружений, нефтяных вышек на шельфе, при расчете прочностных свойств судов ледового класса, сооружений ледовых переправ и аэродромов и т. д. Тем не менее из-за сложности строения льда и особенностей его поведения под нагрузкой многие механические характеристики морского льда не могут еще вычисляться аналитически, а определяются только из экспериментов. При этом приходится иметь в виду, что морской лед поликристалличен. В нем всегда имеются пустоты, и поэтому даже при выборе для анализа образцов льда из одной льдины неизбежны различия в результатах эксперимента. Кроме того, в отличие от большинства твердых тел, лед в естественных условиях находится при температуре, не очень далекой от температуры плавления. Это обстоятельство также оказывает влияние на поведение льда под нагрузкой.

Действующую на лед силу принято выражать через *напряжение* σ , равное силе, приходящейся на единицу площади. Как и в жидкости, напряжения по разным осям координат разные и выражаются тензором типа (2.20). Под действием этого напряжения лед деформируется либо упруго, либо пластически. Под *деформацией* ϵ чаще всего понимается относительное изменение какой-то геометрической характеристики образца льда. Если происходит растяжение или сжатие льда, то оценивается относительное изменение его длины по направлениям приложенного напряжения. Если под нагрузкой меняется форма образца льда, то она оценивается деформацией сдвига, которая характеризуется углом ϕ , отсчитываемым от первоначального. Выделяется еще деформация изгиба, при которой часть образца льда испытывает растяжение, а часть - сжатие.

Под *упругой* деформацией понимается такая ее стадия, при которой после прекращения действия напряжения форма тела возвращается в первоначальное состояние. В этой стадии между напряжением и деформацией существует линейная связь

$$\sigma_{xx} = E\epsilon_{xx}, \quad (5.44)$$

$$\sigma_{xy} = G \varepsilon_{xy}, \quad (5.45)$$

где E - модуль продольной упругости,

G - модуль сдвига,

σ_{xx} , σ_{xy} - нормальное и касательное напряжения соответственно.

Деформация льда под нагрузкой происходит во всех направлениях и полностью описывается тензором деформаций, который аналогичен по форме тензору напряжений. Но в практических расчетах чаще определяются 2-3 вида деформации. Это упомянутые выше продольные деформации и сдвиг, а также поперечная деформация. Непосредственно оценивается не она, а коэффициент Пуассона, под которым понимается отношение поперечной деформации к продольной. В среднем его значение находится в пределах 0,3 - 0,4.

У морского льда стадия упругой деформации существует в том случае, когда напряжения небольшие, порядка 10^{-1} МПа, а скорость приложения высокая - порядка 10^{-2} МПа/с, т.е. эта стадия характеризуется относительно небольшими напряжениями и деформациями. В ее пределах модули напряжения и сдвига не остаются постоянными. Они зависят от кристаллической структуры льда, его пористости, солёности и температуры. Даже при растяжении монокристалла модуль растяжения (модуль Юнга) $E_p \approx 5-8$ ГПа, а по некоторым данным у поликристаллического льда он достигает 11 ГПа [1,2]. Повышение температуры, рост пористости и солёности льда уменьшают модуль Юнга. Поэтому зимой он у многолетнего арктического льда достигает 8-8,4 ГПа, а летом уменьшается до 7 ГПа с диапазоном изменений, особенно летом, до 2 ГПа.

В соответствии с распределением пор и солёности E_p в верхних и нижних слоях льда на 2-3 ГПа меньше, чем приведенные выше значения. Естественно, что и у тонкого льда модуль Юнга меньше, чем у толстого, уменьшаясь до 2-4 ГПа. К сожалению, пока нет достаточно надежных формул, позволяющих рассчитывать E_p , поэтому на практике обычно используются их типовые значения, полученные по данным измерений для характерных видов льда с учетом сезона. Такова же зависимость других модулей упругости льда от его твердой основы и включений, но модуль сдвига E_ϕ в 2,5 - 3 раза меньше E_p , а модуль сжатия мало отличается от E_p .

Если напряжения и скорость их приложения превышают указанные выше значения, то лед деформируется пластически. Механизм такой деформации объясняется взаимным смещением кристаллов, особенно интенсивно происходящим вдоль прослоек рассола, изменением размеров и формы кристаллов, внутрикристаллическими

В отличие от упругой деформации, между напряжением и пластической деформацией связь нелинейная и зависит не только от нагрузки, но и от времени ее действия; обычно, на основе экспериментальных данных, она представляется уравнением

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma^n}{\eta}, \quad (5.46)$$

где η - коэффициент, играющий роль вязкости и зависящий очень сильно от температуры; n - безразмерный показатель, который в зависимости от структуры льда принимает значения \sim от 2 до 4.

Из-за влияния структуры льда, солености и температуры диапазон изменений η очень большой: от 10^9 до 10^{15} Па.с. В частности, по данным экспериментов с образцами морского льда соленостью до 1‰ и температурой $0... -5^\circ C$ получено $\eta \sim 10^{12} - 10^{13}$ Па.с [2].

Для того чтобы получить какие-то критерии, позволяющие разделять упругую и пластическую стадии деформации морского льда, рассматривается суммарная скорость деформации льда при периодически меняющемся напряжении $\sigma = \sigma_0 \sin(\xi t)$. В этом случае на основании формул (5.44) и (5.45) следует

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_y}{dt} + \frac{d\varepsilon_n}{dt} = \frac{\sigma_0 \xi}{E} \cos \xi t + \frac{\sigma_0^n}{\eta} (\sin \xi t)^n. \quad (5.47)$$

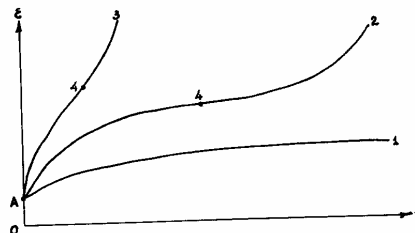
Проинтегрировав это уравнение при условии, что в начальный момент деформация отсутствует, получим для среднего $n = 3$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \sin \xi t + \frac{\sigma_0^3}{3\eta\xi} \left(1 + \frac{1}{4} \cos 3\xi t - \frac{9}{4} \cos \xi t \right) \quad (5.48)$$

Первый член этой формулы характеризует вклад упругой деформации, а второй - пластической. Из формулы следует, что деформация льда происходит по типу упругой в том случае, если $3\eta\xi / E\sigma_0^2 \gg 1$; если же второй член существенно больше первого т.е. $\sigma_0^2 E / 3\eta\xi \gg 1$, то деформация происходит по типу пластической. То есть характер деформации зависит от нагрузки и скорости ее приложения.

Характерной особенностью пластической деформации является ее зависимость от времени действия нагрузки. На представленных на рис. 5.9 кривых изменения ε при статической нагрузке в зависимости от времени ее действия, называемых *кривыми ползучести* льда, видно, что выделяются режимы *установившейся* и *неустановившейся* ползучести.

Рис.5.9 Кривые ползучести льда [1].
 ОА - упругая деформация;
 1.- установившаяся ползучесть;
 2,3- неустановившаяся ползучесть ($\sigma_3 > \sigma_2$);
 4- точка перехода от замедляющейся к ускоренной ползучести.



Если напряжение меньше предельного σ_n , зависящего от структуры льда, его температуры, солёности и т. д., то после некоторого промежутка времени устанавливается неизменная деформация - режим установившейся ползучести. Если же нагрузка превышает предельную, то скорость деформации с течением времени возрастает, т.е. имеет место режим неустановившейся ползучести, за которым наступает разрушение льда.

Некоторые значения предельного напряжения, полученные в экспериментах К. Ф. Войтковского, даны в табл. 5.7

Таблица 5.7
 Предельное напряжение льда (Па) в зависимости от температуры ($T^0 C$)

T	- 1,2	- 1,8	- 4,0
$\sigma_n 10^{-5}$	1,6	2	3

Таким образом, пластическая деформация льда при постоянной нагрузке имеет тенденцию к росту. Чтобы этого не происходило, нужно уменьшить напряжение по экспоненциальному закону, полученному для твердых тел еще Максвеллом в 1868 г.

$$\sigma = \sigma_0 e^{-t/\Delta t}, \quad (5.49)$$

где σ_0 - начальное напряжение; Δt - время, в течение которого напряжение, поддерживающее постоянство деформации, убывает в e раз (*период релаксации*).

Свойство твердого тела уменьшать силу сопротивления внешней нагрузке Максвелл назвал *релаксацией*, т.е. расслаблением тела. Позднее М.Т. Шведов (1890 г.) установил, что по закону Максвелла убывает только избыток напряжения над предельно-упругим σ_y и формулу (5.49) несколько модифицировал:

$$(\sigma - \sigma_y) = (\sigma_0 - \sigma_y) e^{-t/\Delta t}. \quad (5.50)$$

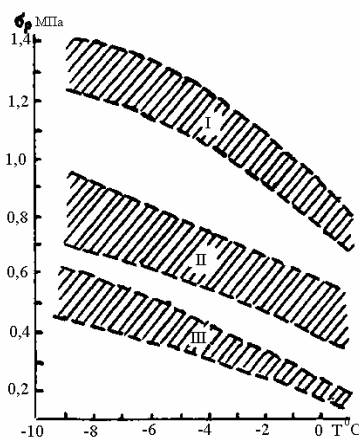
Если напряжение во времени не уменьшается, то после достижения предельной деформации лед разрушается. При быстром приложении напряжения пластической деформации может не быть и лед разрушается в упругой стадии. Такой характер разрушения называют *хрупким*, в отличие от первого, *пластического* типа. То минимальное напряжение, которое вызывает разрушение льда, численно характеризует его прочностные свойства и называется *прочностью* льда.

Прочность кристаллов льда довольно велика. Согласно теоретическим оценкам, разрыв бездефектной атомной решетки кристалла в среднем происходит при напряжении 0,8 ГПа. Из-за наличия в морском льду пор и ячеек с рассолом, из-за слабости связей между кристаллами разрушение льда происходит при напряжениях в тысячи раз меньших, чем получено для отдельных кристаллов.

Спротивление морского льда разрушению зависит от скорости приложения напряжения: чем выше она, тем меньше прочность льда. Это объясняется тем, что при медленном нагружении льда происходит пластическая деформация, в результате которой нагрузка распределяется по большому объему льда, и его номинальная прочность возрастает. Эксперименты показали, что прочность льда при пластическом разрушении в 4 - 6 раз больше, чем при хрупком.

Прочность льда сильно зависит от его структуры и ориентировки кристаллов по отношению к приложенному напряжению. Если последнее направлено нормально к базисной плоскости кристаллов, то разрушение льда происходит при напряжении на 10 - 15 % больше, чем при действии нагрузки вдоль базисной плоскости. Представление о зависимости прочности льда от его структуры дано на рис.5.10.

Рис.5.10 Зависимость прочности пресного льда на растяжение от температуры [1].
 I - монокристаллический лед (A1);
 II - лед с кристаллами средней крупности (A4);
 III -- мелкозернистый шуговой лед (A8).



Чтобы соленость не искажала результаты измерений, на рисунке приведены данные экспериментов с пресным льдом. Видно, что прочность льда на растяжение понижается с уменьшением размеров кристаллов, поскольку при этом увеличивается количество спаек между кристаллами, которые менее прочны, чем сами кристаллы. Монокристаллический лед, состоящий в образце из нескольких кристаллов, наиболее прочный. Пока нет другой более точной зависимости прочности льда от его структуры. Поэтому целесообразно использовать информацию из рисунка как в какой-то степени реперную.

Прочность морского льда сильно зависит от его температуры и солёности: она уменьшается с их ростом. Это связано с тем, что с их ростом увеличивается объём рассола, который уменьшает связь между кристаллами, а следовательно, и прочность льда. Эксперименты показали, что прочность льда уменьшается линейно с ростом T и пропорционально корню квадратному из относительного объёма рассола v_p . Часто эту зависимость представляют эмпирической формулой типа

$$\sigma_p(s) = \sigma_{pn} (1 - \sqrt{av_p}), \quad (5.51)$$

где σ_{pn} – прочность пресного льда на растяжение,

$a \sim 4$ эмпирический коэффициент.

Сопротивление льда разрушению зависит от вида деформации. Наибольшей прочностью морской лед обладает тогда, когда он подвергается сжатию. В случае пластической деформации его предел прочности $\sigma_{сж}$ зимой в среднем меняется от 2 до 8 МПа в зависимости от ориентации кристаллов. Меньшей прочностью обладает морской лед при его растяжении или изгибе. Эксперименты по разрушению образцов льда показали что пределы прочности на растяжение σ_p и на изгиб $\sigma_{и}$ примерно одинаковы до тех пор, пока содержание рассола не превышает 12 - 14%. В этом случае зимой они составляют 1,4–1,8 МПа, а весной при температурах 0...–5⁰С уменьшается до 0,6–1,1 МПа. Наименьший предел прочности морской лед имеет при деформации сдвига. Зимой он находится в пределах 0,5 – 0,7 МПа, а с повышением температуры до указанного выше диапазона уменьшается до 0,2 – 0,3 МПа.

Приведенные пределы прочности морского льда получены по экспериментам с образцами льда. Если же исследуются выпиленные из льда большие балки, которые не вынимаются из воды, то их разрушение происходит при меньших напряжениях. По-видимому, такое уменьшение прочности связано с большим количеством крупных ячеек с рассолом и трещин в больших кусках льда.

Изложенное показывает, что предел прочности льда зависит от

многих факторов, поэтому не удастся предвычислить его более или менее точное значение. Это приводит к тому, что при определении прочностных свойств льда используются значения σ , полученные по наблюдениям в соответствующем регионе и при аналогичных климатических условиях.

5.6. Поведение льда под нагрузкой

Образовавшийся ледяной покров постоянно находится под действием различных напряжений, главные из которых обусловлены воздействием ветра, течений и колебаний уровня моря. Кроме них практический интерес вызывают напряжения, производимые различными техническими средствами.

Силы гидрометеорологического происхождения вызывают подвижки льда, приводящие к довольно крупномасштабным его торошениям, взламыванию на большой площади, образованию трещин и разводий. Технические средства деформируют лед, как правило, на сравнительно небольшом пространстве вокруг себя. Тем не менее поведение льда под действием таких нагрузок очень важно знать при решении многих технических задач, связанных с сохранностью грузов на льду, с расчетом прочностных качеств судов ледового класса и других конструкций, на которые действует лед.

Хотя масштабы деформаций льда под действием сил гидрометеорологического и технического происхождения различны, но в том и другом случае они зависят от характера приложения напряжения и механических свойств льда.

Торошение и разломы льда - обычное явление, вследствие чего морской ледяной покров представляет собой не ровную пластину, а совокупность отдельных льдин и их сморозей различной толщины, размеров и формы с торосами, имеющими вертикальную протяженность до десятка метров и занимающими значительные площади. Первые попытки объяснения механизма взлома льда и образования торосов предпринимались еще в самом начале XX века С.О.Макаровым. С тех пор многие исследователи занимались этой проблемой, но до конца она еще не решена.

Для определения района, в котором может иметь место торошение льда, используется оценка изменения концентрации льда на основе решения уравнения неразрывности ледяного покрова. Это уравнение имеет практически такой же вид, как и для воды, но без учета вертикальной скорости

$$\frac{\partial(N\rho_l\dot{h})}{\partial t} = -\text{div}(N\rho_l\dot{h}\mathbf{V}), \quad (5.52)$$

186

где N - концентрация (сплоченность) льда в долях единицы.

При отсутствии льда $N=0$, а при сплошном ледяном покрове $N=1$.

Это уравнение характеризует изменение массы льда в каком-то локальном районе в результате горизонтальной вергенции: при дивергенции она уменьшается, а при конвергенции - растет. Если в последнем случае сплоченность льда окажется больше 1, то избыток массы льда может расходоваться на торошение, если возникающие при этом напряжения во льду превышают прочностные, либо напряжения во льду приводят к уменьшению скорости дрейфа льда и его вергенции.

При однородных толщине и плотности льда их выражения в уравнении неразрывности сокращаются и оно приобретает более простой вид, позволяющий рассчитывать сплоченность льда.

Для того чтобы определить возможность торошения льда можно воспользоваться уравнением баланса энергии ледяного покрова и в простейшем случае сопоставить кинетическую энергию движущегося льда с энергией, требуемой на его разрушение. Лед ломается и тороится в том случае если выполняется условие

$$\rho_I \dot{h} \frac{(V_1^2 - V_2^2)}{2} > \int_0^{\dot{h}} \sigma_n dz . \quad (5.53)$$

Левая часть этого выражения характеризует кинетическую энергию движущегося льда, в которую входит разность скоростей взаимодействующих льдин или льда и какого-либо неподвижного или движущегося технического сооружения. Правая часть неравенства представляет собой так называемую *потенциальную сопротивляемость* льда, в которую входит прочность льда. Если лед разрушается из-за сжатия, то это прочность на сжатие; если происходит изгиб льда, то это прочность на изгиб.

Обычно считается, что предельный размер тороса определяется равенством кинетической энергии, расходуемой на его образование, потенциальной, возникающей из-за положительной плавучести льда в воде. В простейшем виде это условие можно представить равенством

$$\rho_I \frac{(V_1^2 - V_2^2)}{2} = g \left[(\rho - \rho_I) \frac{v_h}{\Pi_h} - \rho_I \frac{v_0}{\Pi_0} \right], \quad (5.54)$$

где v_0, v_h, Π_0, Π_h - объемы надводной и подводной частей тороса и площади этих объемов на границе их раздела.

В приведенной формуле считалось, что объемы льда имеют прямоугольную форму. Если они иные, то вводятся соответствующие редуцированные множители, характеризующие соотношение между объемом и площадью. Кроме того, в плотность надводной части льда вводится коэффициент заполнения, т.е. плотность заполнения тороса льдинами.

Для того чтобы оценить объемы надводной и подводной частей тороса следует иметь в виду соотношение плотностей воды и льда, на основании которого 9/10 толщины льда находится в воде.

Оценки высоты тороса по приведенной формуле и при использовании характерных значений, входящих в нее величин показывают, что она составляет несколько метров.

В приведенном обосновании торосообразования не рассматривалось отдельное влияние на него ветра, течений и других факторов, вызывающих движение льда. Такой анализ проводится при изложении теорий дрейфа льда. Оценка влияния колебаний уровня моря на разлом неподвижного льда показывает, что наклон поверхности моря вдали от берегов обычно бывает небольшим и не может разломать льдину за счет изгиба. Вблизи берегов вероятность взлома льда зависит лишь от его деформации на изгиб в результате изменения уровня, так как оказываемое при этом водой напряжение несоизмеримо больше прочности льда. Поэтому, если наклон уровня создает изгиб льда, превышающий его предельное значение при пластическом изломе (10^{-3} – 10^{-4}), то лед будет ломаться. Этим объясняются трещины во льду, тянущиеся вдоль береговой полосы.

При исследовании деформации льда за счет технических нагрузок обычно ищется решение двух типов задач: определение максимальной нагрузки, при которой лед не разрушается, и определение минимального напряжения, при котором лед разрушается. Задачи первого рода решаются при необходимости помещения различных грузов на ледяной покров и их сохранения на нем. Во втором случае оценивается разрушение льда при воздействии на него ледоколом или другими типами судов, а также при столкновении льда с различными техническими сооружениями. При этом картина разрушения льда аналогична рассмотренной выше, а оказываемое льдом напряжение до его разрушения служит оценкой необходимого минимума прочности технического сооружения.

При определении грузоподъемности сплошного ледяного покрова и больших ледяных полей, плавающих на поверхности моря, их обычно рассматривают как плиты на упругом основании. Деформация такой плиты зависит от характера приложения нагрузки и от времени ее действия. Различают *статическую*, т.е. неизменную во времени, нагрузку, и *динамическую*, т.е. переменную во времени. В первом случае из-за пластических свойств льда деформация, как было показано в предыдущем разделе, может быть неустановившейся и установившейся. Предельное значение величины установившейся деформации описывается уравнением

$$\sigma = \rho g \zeta + \nabla^4 D, \quad (5.55)$$

где ζ - прогиб льда,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} - \text{изгибная жесткость ледяной пластины.}$$

Решения уравнения (5.55) для различных напряжений и краевых условий имеют осциллирующий характер с довольно быстрым затуханием прогибов по мере удаления от нагруженной зоны, что связано с действием гидростатического отпора воды. В качестве примера приведено решение одномерной задачи, когда пластина изгибается грузом цилиндрической формы бесконечно большой длины

$$\zeta = \frac{\sigma\alpha}{2g\rho} e^{-\alpha r} (\cos\alpha r + \sin\alpha r), \quad (5.56)$$

где $\alpha = (g\rho / 4D)^{1/4}$.

Характер деформации льда, описываемый этим решением, показан на рис.5.11.

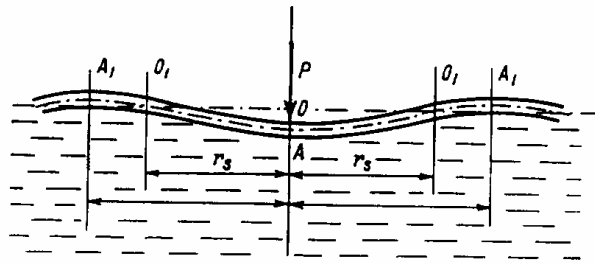


Рис.5.11 Прогиб плавающей ледяной пластины под действием сосредоточенной силы.

Изгибающие моменты во льду достигают максимальных значений непосредственно под грузом в точке A , затем в точке первого перегиба (A_1), затем в точке второго перегиба и т.д. Расстояние

$AA_1 = r_1$ находится из условия $\frac{\partial \zeta}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = 0$, на основании которого

из формулы (5.56) следует $r_1 = \pi / \alpha$. Расстояние от точки приложения нагрузки (O) до точки пересечения деформированной льдиной уровенной поверхности моря (O_1) составляет радиус чаши прогиба $r_s = 3\pi / 4\alpha$. В пределах этого радиуса верхняя половина толщи льда испытывает сжатие, а нижняя - растяжение. Характер деформации до следующей чаши прогиба меняется на обратный, т.е. верхняя половина толщины льда испытывает растяжение, а нижняя - сжатие.

Деформации льдины под точкой приложения напряжения может быть оценена по соотношению $\varepsilon = \zeta / r_s |_{r=0}$. Поскольку в изложенных положениях исходили из условия установившейся ползучести льда, то по заданной деформации можно определить допустимое напряжение, при котором груз не проломит лед.

Поведение льда в случае неустойчивой плавучести, а тем более при действии на него динамической нагрузки, описывается, в основном, посредством эмпирических формул. Так, например, при определении минимального напряжения, приводящего к разрушению льда предельное сопротивление изгибу $J_{и} = \sigma_{и} \hbar^2 / 6$ приравнивается изгибающему моменту массы льда при плече, равном радиусу чаши прогиба $J = \rho_l g \hbar r_s^2$. Это приводит к формуле

$$r_s = \left(\frac{\sigma_{и} \hbar}{3g\rho_l} \right)^{1/2}, \quad (5.57)$$

определяющей радиус чаши прогиба при известном значении прочности льда на изгиб для разных толщин льда. Оно оказывается существенно меньше, чем в случае устойчивой ползучести льда.

В ряде случаев при оценках предельной нагрузки, разрушающей лед, используется еще более упрощенная формула

$$P_n = kg\hbar_i^2, \quad (5.58)$$

где P_n - предельная нагрузка в ньютонах, \hbar_i - толщина льда в сантиметрах, $k \approx 3$, но значение этого коэффициента очень сильно зависит от прочностных качеств льда, что в разных технических наставлениях учитывается через температуру льда, его соленость, наличие трещин во льду, характер распределения нагрузки и т.д.

Допустимое время нахождения груза на льду до его пролома Δt в режиме неустойчивой ползучести зависит в первую очередь от того, насколько масса груза отличается от предельной, от прочностных качеств льда и характера распределения груза. Расчетные формулы для оценки этого времени (в часах) также получены по данным экспериментов. Одна из них, рекомендованная И.С. Песчанским, имеет вид

$$\Delta t = 20 \left[\frac{(P_n - P)^2}{P_n P} (n + 1) \right]^3, \quad (5.59)$$

где n - коэффициент, зависящий от наличия снега на льду и от температуры воздуха. При наличии снега он принимается равным 0, если снега нет и температура воздуха низкая, то $n = 2$.

Разрушение льда начинается с появления радиальных трещин, первоначально возникающих на нижней поверхности льда непосредственно под грузом. Далее, когда растягивающие напряжения

достигнут предельного значения, образуются концентрические круговые трещины, по которым происходит обламывание образовавшихся секторов. Но и после этого несущая способность ледяного покрова не становится нулевой, если не произойдет сдвиг обломков льда. Несущую способность ледяной покров теряет, если под действием груза обломки льда могут расходиться и перевертываться.

Дополнительная литература

1. *Богородский В.В., Гаврило В.П.* Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии. Л., Гидрометеиздат, 1980 - 384 с.
2. *Морской лед* (Справочное пособие), ред. Фролов И.Е., Гаврило В.П. СПб., Гидрометеиздат, 1997 - гл.1,2.
3. *Назинцев Ю.Л., Дмитраж Ж.А., Моисеев В.И.* Теплофизические свойства морского льда. Л.; Изд. ЛГУ, 1988 -260 с..
4. *Океанографические таблицы.* Изд.4-е. Л., Гидрометеиздат,1975 -477 с..
5. *Савельев Б.А.* Термика и механика природных льдов. М.: Наука 1983 -223 с.
6. *Цуриков В.Л.* Жидкая фаза в морских льдах. М., Наука, 1976 - 210 с.
7. *Шулейкин В.В.* Физика моря., М., Наука, 1968, - гл.8.

Вопросы для самопроверки

1. В чем состоит сходство и различие молекулярной структуры воды и льда?
2. Почему соленая вода замерзает при более низкой температуре, чем пресная?
3. Объясните понятия текстуры и структуры морского льда.
4. От каких факторов зависит фазовый состав морского льда и как он меняется?
5. От чего зависят теплоемкость и теплота плавления морского льда?
6. Почему снег и поток тепла из моря влияют на рост толщины льда?
7. Объясните понятие «предельная толщина» морского льда.
8. При какой температуре воздуха начинает таять морской лед?
9. Охарактеризуйте виды и стадии деформации морского льда.
10. От каких характеристик зависит возможная длительность пребывания груза на льду?

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ОКЕАНЕ

6.1. Макроскопические электромагнитные свойства морской воды и льда

Электромагнитное поле в веществе зависит от его свойств. Молекулы вещества могут иметь магнитные моменты, в нем могут быть свободные электроны и ионы, создающие электрический ток под воздействием магнитного и электрического полей. Электромагнитное поле в морской воде зависит как от структуры самой воды, так и от наличия ионов солей, выполняющих роль носителей зарядов.

Основной характеристикой электрического поля в какой-то точке является *напряженность* \mathbf{E} (В/м), т.е. сила, с которой электрическое поле действует на точечный заряд, помещенный в упомянутую точку. Поскольку молекулы воды представляют собой диполи, то под воздействием внешнего электрического поля происходит их упорядоченная ориентация. Тепловые колебания молекул существенно искажают их взаимную ориентацию, и только часть их ориентируется по вектору напряженности, т.е. проявляется лишь тенденция к упорядоченной ориентации диполей молекул. Она характеризуется суммой электрических дипольных моментов молекул $\sum_i \mathbf{P}_i$, приходящихся на объем v , т.е. *дипольным моментом*, или

вектором поляризации $\mathbf{P}_e = \frac{1}{v} \sum_i \mathbf{P}_i$ (Кл/м²).

В слабом электрическом поле, характерном для океана, имеет место соотношение

$$\mathbf{P}_e = \chi \mathbf{E}. \quad (6.1)$$

В морской воде дополнительно происходит движение ионов и создается разность потенциалов. Все это объединяется с классическим дипольным моментом и влияет на значение параметра χ - *диэлектрическую восприимчивость* морской воды. Она зависит от частоты изменений \mathbf{E} , температуры и некоторых других характеристик. При изменениях \mathbf{E} с частотой $f < 10^8$ Гц при температуре около 20°C параметр $\chi \approx 7,1 \cdot 10^{-10}$ Ф/м.

Суммарная напряженность электрического поля, называемая *электрической индукцией* \mathbf{D} (Кл/м²) представляется выражением

$$\mathbf{D} = \mathbf{P}_e + \epsilon_0 \mathbf{E}. \quad (6.2)$$

Множитель $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, называемый *диэлектрической постоянной*, вводится в системе СИ из-за разной размерности \mathbf{D} и \mathbf{E} .

Формула (6.2) может быть переписана в виде

$$\mathbf{D} = (\chi + \varepsilon_0) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \left(\frac{\chi}{\varepsilon_0} + 1 \right) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}. \quad (6.3)$$

Безразмерное отношение χ/ε_0 также часто называется диэлектрической восприимчивостью и обозначается χ_e . Параметр $\varepsilon = \chi_e + 1$ называется *диэлектрической проницаемостью*.

Величина диэлектрической проницаемости воды зависит от частоты изменений напряженности электрического поля и температуры (табл.6.1). При постоянной напряженности внешнего электрического поля, воздействующего на воду, величину ε обычно называют статической диэлектрической проницаемостью и обозначают ε_c .

Таблица 6.1.
Диэлектрическая проницаемость ε пресной воды по А. Хиппелю [5]

T°С	1	300	f мГц $3 \cdot 10^3$	10^4	$2,5 \cdot 10^4$
1,5	87,0	86,5	80,5	38,0	15,0
5,0	85,5	85,2	80,2	41,0	17,5
25,0	78,2	77,5	76,7	55,0	34,0
45,0	71,5	71,0	70,7	59,0	46,0

Поскольку скорость переориентировки молекул воды под воздействием переменного \mathbf{E} конечна, то чем больше частота изменений \mathbf{E} , тем меньше \mathbf{P}_e , так как при этом все большее число молекул не успевает переориентироваться. Происходит также некоторое смещение вектора \mathbf{P}_e по фазе относительно вектора \mathbf{E} . Поэтому в формуле (6.1) коэффициент χ уменьшается с ростом частоты f . Соответственно уменьшается и ε . Сдвиг по фазе принято описывать введением мнимого слагаемого, т.е.

$$\varepsilon = \varepsilon' + i \varepsilon'' \quad (6.4)$$

Вещественная и мнимая составляющие диэлектрической проницаемости меняются с изменением частоты колебаний \mathbf{E} . В идеальном диэлектрике эти составляющие представляются дисперсионными соотношениями Дебая

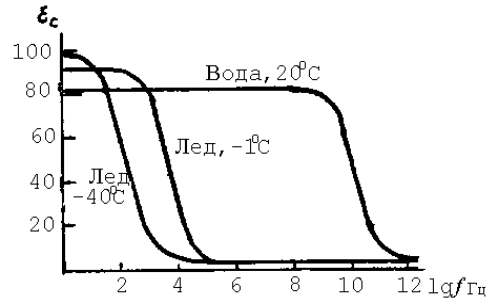
$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_\infty}{1 + (2\pi f\tau)^2}, \quad \varepsilon'' = \frac{2\pi f\tau(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)}{1 + (2\pi f\tau)^2},$$

где ε_∞ - высокочастотная диэлектрическая проницаемость,

$\tau \approx 10^{-11}$ с. - время диэлектрической релаксации у воды.

При очень большой частоте изменений \mathbf{E} молекулы воды не будут успевать принимать упорядоченное положение и в этом случае $\mathbf{P}_e=0$, следовательно $\varepsilon' = 1$, а $\varepsilon'' = 0$ (рис.6.1).

Рис.6.1. Зависимость ϵ_c от частоты колебаний E и от температуры [4].



Мнимая составляющая диэлектрической проницаемости характеризует поглощение энергии электрического поля в воде и для оценки ее относительной роли вводится *угол диэлектрических потерь* $\text{tg}\delta = \epsilon'' / \epsilon'$.

Из табл. 6.1 видно, что диэлектрическая проницаемость зависит от температуры воды. При ее повышении уменьшается вязкость воды и усиливается тепловое движение молекул. Первое создает благоприятные условия для дипольной ориентации молекул под воздействием внешнего электрического поля, приводящее к росту χ , а следовательно и ϵ . Второй фактор препятствует упорядочению ориентации диполей и уменьшает χ и ϵ . При относительно малых частотах колебаний E преобладает роль теплового движения молекул, а при больших - вязкости. Поэтому при малых значениях f происходит уменьшение ϵ с ростом температуры, а при больших - рост ϵ .

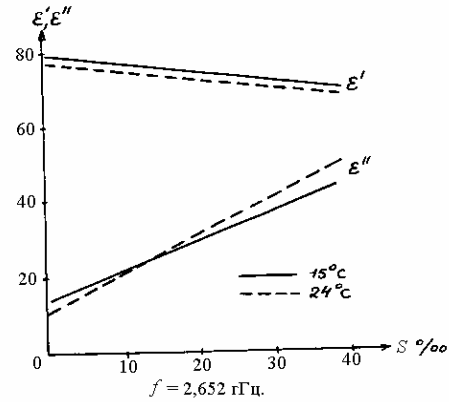
В слабо концентрированных растворах солей, каким является морская вода, диэлектрическая восприимчивость с ростом солёности несколько уменьшается, так как ионы солей концентрируют вокруг себя дипольные молекулы воды, препятствуя упорядочению ориентации диполей. Это приводит к уменьшению ϵ' . Одновременно происходит усиление поглощения энергии электромагнитного поля и увеличение сдвига по фазе вектора P_e , вызывающее рост ϵ'' (рис.6.2). Вместо диэлектрической проницаемости можно пользоваться *показателем преломления* n и *показателем поглощения* k энергии электрических волн в воде

$$n + ik = \sqrt{(\epsilon' + i\epsilon'')} . \quad (6.5)$$

Удельная электропроводность морской воды γ (См/м) является величиной, обратной удельному электрическому сопротивлению, и характеризует соотношение между напряженностью электрического поля и *плотностью тока* J

$$J = \gamma E . \quad (6.6)$$

Рис.6.2. Зависимость ϵ' и ϵ'' морской воды от ее солености [5].



Величина γ в основном зависит от концентрации и подвижности ионов в воде: H^+ , OH^- и свободных ионов растворенных солей. Концентрация ионов увеличивается с ростом солености и поэтому γ возрастает с увеличением S (рис.6.3)

Подвижность ионов различная. Например, у ионов H^+ и OH^- она различается в два раза. Поэтому γ зависит от соотношения ионов различных солей, и в морях, в которых солевой состав отличен от океанического, электропроводность при прочих равных условиях будет различной (табл.6.2).

Рис.6.3. Зависимость электропроводности морской воды от солености и температуры.

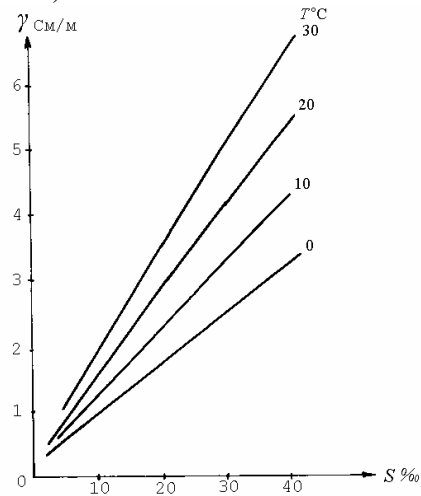


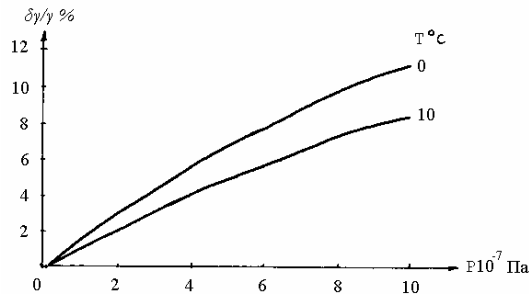
Таблица 6.2
Вклад (%) основных ионов в электропроводность морской воды [5].
($T=23^{\circ}C$, $S=35\text{‰}$)

Ион	Cl^-	Na^+	Mg^{++}	SO_4^{--}	K^+
Вклад (%)	64	29	2,7	2,3	1,1

Подвижность ионов, а следовательно и электропроводность, увеличивается с ростом температуры, что видно из рис.6.3. При этом происходит как возрастание собственной скорости ионов, так и уменьшение вязкости воды и увеличение степени диссоциации солей.

Электропроводность воды несколько увеличивается с ростом давления. Полагается, что при этом происходит уменьшение вязкости воды, некоторое увеличение концентрации ионов, а также уменьшение размера иона (рис. 6.4).

Рис.6.4. Зависимость электропроводности морской воды от давления.



Большая концентрация ионов в морской воде приводит к тому, что ее удельная электропроводность оказывается высокой, составляя в океане 3-7 См/м. У дистиллированной воды γ составляет всего $2 \cdot 10^{-4}$ См/м.

Зависимость удельной электропроводности морской воды от солёности используется в океанологической практике для определения последней, т.к. γ легко измеряется в естественных условиях при помощи специальных приборов - солемеров. Дополнительно при определении солёности по электропроводности надо знать температуру и давление в точке измерения γ . Формула расчета солёности по электропроводности весьма сложная и имеет вид:

$$S^{(0/_{\infty})} = a_0 + \sum_{i=1}^5 a_i R_T^{(i/2)} + \frac{T-15}{1+0,0162(T-15)} \left[b_0 + \sum_{i=1}^5 b_i R_T^{i/2} \right], \quad (6,6)$$

где a и b - числовые коэффициенты,

R_T - параметры, зависящие от относительной электропроводности и температуры морской воды довольно сложным образом [8].

Сложность расчета солёности морской воды по электропроводности на основании формулы (6.6) обусловила построение номограмм или тарифовочных графиков, которыми обычно пользуются в оперативных определениях солёности.

Магнитное поле по аналогии с электрическим характеризуется напряженностью H (А/м). Иногда еще в качестве единицы напряженности магнитного поля используется Эрстед, равный

1000/4π А/м. В отсутствие электромагнитного поля вода не обладает макромагнитным моментом. Под влиянием внешнего магнитного поля молекулы воды и ионы солей приобретают наведенные магнитные моменты и происходит намагничивание воды, характеризуемое средним в элементарном объеме магнитным моментом - *вектором намагниченности* \mathbf{P}_m (А/м). Он зависит от состава воды и в природных условиях пропорционален напряженности внешнего магнитного поля

$$\mathbf{P}_m = \chi_m \mathbf{H}. \quad (6.7)$$

Безразмерный коэффициент пропорциональности χ_m называется *магнитной восприимчивостью*.

Наведенное магнитное поле в диамагнетиках экранирует внешнее поле, ослабляя его. Вода намагничивается слабо, поэтому коэффициент χ_m малый по величине и отрицательный (при $T=20^0$ С $\chi_m = -12,97 \cdot 10^{-6}$, при $T=0^0$ С $\chi_m = -12,93 \cdot 10^{-6}$). От температуры, солености и давления он зависит слабо.

Суммарное магнитное поле в океане характеризуется вектором *магнитной индукции* \mathbf{B} (Тл.)

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{P}_m). \quad (6.8)$$

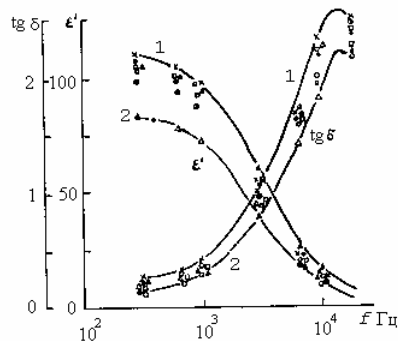
Вследствие разной размерности в системе СИ величин \mathbf{B} и \mathbf{H} вводится *магнитная постоянная* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, согласующая правую и левую стороны формулы (6.8). Последняя обычно переписывается в виде

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad (6.9)$$

где $\mu = (1+\chi_m)$ - *магнитная проницаемость*.

Электромагнитные свойства морского льда зависят от его структуры, объема жидкой фазы в нем, солености и температуры. Как и у воды диэлектрическая проницаемость льда сильно зависит от частоты колебаний внешнего электромагнитного поля (рис.6.5).

Рис.6.5. Зависимость диэлектрической проницаемости ϵ' и тангенса угла диэлектрических потерь $\text{tg} \delta$ от частоты f колебаний вектора \mathbf{E} для монолитного (1) и пузырчатого (2) типов льда при $T = -10^0$ С [1].



При малых частотах существенна вещественная составляющая ϵ' , а мнимая ϵ'' мала, т.е. дипольный момент кристалла льда успевает подстраиваться под переменную напряженность электрического поля. Значения ϵ' и ϵ'' зависят от текстуры и структуры льда: чем он монолитнее, тем они больше. Диэлектрическая проницаемость льда при воздействии на него низкочастотным электрическим полем несколько выше, чем у воды (рис.6.2). Это означает, что он поляризуется сильнее, чем вода. При понижении температуры ϵ' льда растет до 130 при $T = -60^{\circ}\text{C}$. По некоторым экспериментальным данным этот параметр может увеличиваться даже до 10^4 [1].

Вещественная часть диэлектрической проницаемости льда начинает уменьшаться с более низких частот электрического поля, чем у воды. Поэтому можно выделить диапазон частот, в пределах которых диэлектрические проницаемости морской воды и льда сильно различаются. Из-за этого в таком диапазоне частот существует зависимость ϵ от содержания жидкой фазы в морском льду, что используется при определении содержания в нем рассола.

Удельная электропроводность пресного льда мала ($\gamma \approx 10^{-8}$ См/м), т.е. он практически не проводит электрический ток. В морском льду из-за рассола происходит увеличение γ пропорционально объему жидкой фазы до 10^{-3} - 10^{-1} См/м. Эта зависимость тоже позволяет определять объем жидкой фазы во льду по измерениям электропроводности.

Морской лед обладает способностью генерировать электромагнитное поле. Например, при упругой деформации льда может происходить возбуждение электромагнитного поля вследствие параметрического явления. Простейшим аналогом поляризованной пластины льда может служить заряженный конденсатор. Упругие деформации пластины аналогичны изменениям расстояния между обкладками подобного конденсатора. Это приводит к формированию переменной составляющей электрического поля с такими же характеристиками, как у деформационного процесса. Интенсивность эффекта возрастает с увеличением скорости и величины деформации. Характерным примером может служить образование трещины в льдине, обладающей “вмороженной” поляризацией. В этом случае изменение дипольного момента имеет импульсный характер. В таких ситуациях возбужденное электромагнитное поле уверенно регистрируется современными измерительными средствами [2].

Поляризация льда также происходит при кристаллизации воды на границе раздела лед-вода, при трении движущегося снега по поверхности льда, при движении рассола по капиллярам льда. Однако вклад этих процессов в общую поляризацию льда мал и они учитываются только при решении специальных задач.

(6.52) будет равен нулю. Кроме того, при условии неизменности \mathbf{F} электрическое поле, согласно закону (6.12), оказывается безвихревым, а следовательно его представляется возможным выразить через потенциал

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\Phi. \quad (6.53)$$

В этом случае уравнение (6.52) может быть переписано в виде

$$\nabla^2 \Phi = \mu_0 \mathbf{F} \text{rot} \mathbf{V} = \mu_0 F_z \frac{\partial V}{\partial x} = -\mu_0 F_z \frac{\pi V_0}{2b} \sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right). \quad (6.54)$$

Аналогичное уравнение получается для описания электрического поля в спокойной воде под течением. В нем нужно только принять $V_0=0$. Следовательно, электрическое поле характеризуется двумя уравнениями

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi_1 &= \delta \sin(\beta x), & 0 \leq z \leq h_1 \\ \nabla^2 \Phi_2 &= 0, & h_1 < z < h \end{aligned} \quad (6.55)$$

где ради краткости записи использованы обозначения

$$\delta = -\mu_0 F_z \frac{\pi V_0}{2b}, \quad \beta = \frac{\pi}{2b}.$$

При определении граничных условий предполагалось, что приводный слой атмосферы и дно не проводят электрического тока.

Поэтому на границах с ними

$$D_z = \epsilon \epsilon_0 E_z = 0 \quad (6.56)$$

или

$$\left. \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right|_{z=h} = 0. \quad (6.57)$$

На границе подвижной и неподвижной воды нет разрыва потенциала и электрической индукции. Следовательно, при $z=h_1$

$$\Phi_1 = \Phi_2, \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z}. \quad (6.58)$$

Сформулированная в математической форме (6.55) - (6.58) физическая задача легко решается. Характер изменения правой части первого из уравнений (6.55) позволяет искать решение в виде

$$\Phi_1 = \varphi_1(z) \sin(\beta x), \quad \Phi_2 = \varphi_2(z) \sin(\beta x) \quad (6.59)$$

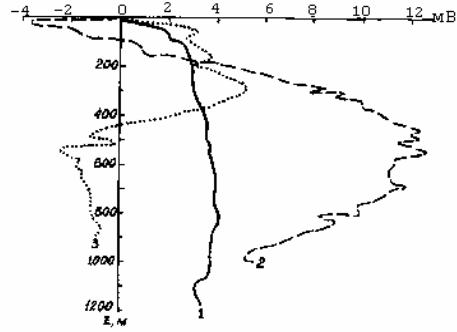
Подстановка этих функций в исходные уравнения (6.55) и граничные условия, а затем решение относительно φ_1 и φ_2 позволяет получить выражения потенциалов

$$\Phi_1 = \left[\frac{\text{sh}\beta(h-h_1)}{\text{sh}\beta h} \text{ch}\beta z - 1 \right] \frac{\delta \sin \beta x}{\beta^2}, \quad (6.60)$$

$$\Phi_2 = -\frac{\delta}{\beta^2} \frac{\text{sh}\beta h_1}{\text{sh}\beta h} \text{ch}\beta(h-z) \cdot \sin\beta x. \quad (6.61)$$

Из выражений (6.60) и (6.61) следует, что до глубины h_1 потенциал растет, а далее уменьшается. Это согласуется с характером вертикальных профилей потенциала естественных токов, значительный вклад в которые создают течения (рис.6.9).

Рис.6.9. Характерная разность потенциалов между подповерхностным и глубинным электродами[2]: 1-район Саргассова моря; 2-периферия Гольфстрима; 3-центральная часть Атлантического океана



Составляющие электрической напряженности по осям z и x равны производным от Φ_1 и Φ_2 по этим осям координат. В частности,

$$E_{1x} = -\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = \frac{\delta \cos\beta x}{\beta} \left[1 - \frac{\text{sh}\beta(h-h_1)}{\text{sh}\beta h} \text{ch}\beta z \right]. \quad (6.62)$$

Поскольку ширина крупных течений существенно больше глубины океана, т. е. $\beta h \ll 1$, то

$$E_{1x} \approx \frac{\delta \cos\beta x}{\beta} \cdot \frac{h_1}{h} = -\frac{\mu_0 F_z V_0 h_1}{h} \cos\left(\frac{\pi x}{2b}\right). \quad (6.63)$$

Из этой формулы видно, что составляющая горизонтальной напряженности электрического поля пропорциональна скорости течения. Поэтому если измерять напряженность или разность потенциалов электрического поля, то можно определить скорость течения.

При определении индуцированного электрического поля следует иметь в виду локализацию наведенного заряда. Его объемная плотность характеризуется формулой (6.14), которая при постоянной диэлектрической проницаемости представляется в виде

$$\rho_e = \epsilon_0 \epsilon \text{div} \mathbf{E}. \quad (6.64)$$

Дальнейшее использование формулы (6.52) при постоянном \mathbf{F} приводит к выражению

$$\rho_e = -\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mathbf{F} \operatorname{rot} \mathbf{V}. \quad (6.65)$$

Это выражение свидетельствует о том, что наведенный электрический заряд появляется только там, где происходит завихрение скорости. В идеализированных течениях с постоянной скоростью объемная плотность заряда концентрируется на границах течения, где имеет место разрыв скорости.

В рассмотренном течении при учете вертикальной слагаемой главного магнитного поля и представлении скорости течения формулой (6.50) распределение объемной плотности наведенного заряда характеризуется выражением

$$\rho_e = \frac{\pi \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0}{2b} F_z \sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right). \quad (6.66)$$

Видно, что плотность электрических зарядов увеличивается от срежня к границе течения.

Знание составляющих напряженности электрического поля позволяет с помощью формулы (6.10) определить плотность тока по соответствующим осям координат, а затем и напряженность вторичного магнитного поля по уравнению (6.11). Однако составляющие последнего находить таким способом не очень удобно. Обычно они определяются из основного уравнения (6.27), которое в случае постоянного во времени течения упрощается из-за постоянства во времени \mathbf{H} и принимает вид

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \gamma \mu_0 \operatorname{rot}(\mathbf{V} \times \mathbf{F}) = 0, \quad 0 \leq z \leq h_1. \quad (6.67)$$

За пределами течения второе слагаемое этого уравнения отсутствует, и оно превращается в лапласиан

$$\nabla^2 \mathbf{H} = 0, \quad z > h_1. \quad (6.68)$$

Таким же это уравнение будет в нижнем слое атмосферы над течением.

В качестве простейшего примера можно рассмотреть вторичное магнитное поле, индуцируемое дрейфовым течением, которое предполагается неизменным в горизонтальной плоскости, чтобы не формулировать граничных условий на его краях. При этих ограничениях вторичное магнитное поле описывается уравнением (6.67). При его преобразовании в скалярную форму будет считаться, что напряженность главного магнитного поля постоянна, а вертикальная составляющая скорости течения много меньше горизонтальной и может во внимание не приниматься. В результате получаются выражения

$$\nabla^2 H_x + \gamma \mu_0 F_z \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$

$$\nabla^2 H_y + \gamma \mu_0 F_z \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad (6.69)$$

$$\nabla^2 H_z = 0.$$

Первые два из приведенных уравнений объединяются в одно для комплексной напряженности $H_c = H_x + iH_y$ и комплексной скорости $c = u + iv$. При этом из-за отсутствия изменений скорости в горизонтальной плоскости не меняется и напряженность. Поэтому от лапласиана остается только вторая производная по вертикали:

$$\frac{d^2 H_c}{dz^2} + \gamma \mu_0 F_z \frac{dc}{dz} = 0. \quad (6.70)$$

На границах течения имеет место непрерывность касательных магнитных напряжений

$$H_{c1} = H_{cj}. \quad (6.71)$$

Здесь индексы 1 и j характеризуют значения магнитного поля в воде на границах течения и на границах за пределами течения в атмосфере и в океане соответственно.

Еще два граничных условия обычно устанавливаются на основе затухания генерированного магнитного поля с удалением от течения, т. е.

$$H_{cj} \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad z_j \rightarrow \infty. \quad (6.72)$$

В данной записи ось z принимается положительной в атмосфере и в океане, а ее начало находится на поверхности океана.

В наиболее простом случае протяженного и однородного вдоль стрекния течения, при котором магнитное поле в этом направлении не меняется, два остальных граничных условия могут быть получены на основании уравнения дивергенции магнитной напряженности. Поскольку касательные составляющие напряженности по разные стороны границы равны, то равны их производные по горизонтальной оси, а следовательно

$$\frac{\partial H_{c1}}{\partial z} = \frac{\partial H_{cj}}{\partial z}. \quad (6.73)$$

Могут быть использованы и другие граничные условия, например, получаемые на основе уравнений (6.10) и (6.11).

Для очень протяженного по ширине течения, позволяющего пренебрегать краевыми условиями на его боковых границах, решение уравнений (6.67) и (6.68) при перечисленных граничных условиях трудностей не вызывает.

Скорость дрейфового течения в северном полушарии при постоянном коэффициенте вертикальной турбулентности K , выражается в комплексной форме формулой

$$c = c_0 \exp(-az\sqrt{2i}), \quad (6.74)$$

где $a^2 = f / 2K$,

f - параметр Кориолиса.

Поскольку скорость течения убывает плавно с глубиной, то нет необходимости учитывать уравнение (6.68).

Решение уравнения (6.73) с учетом (6.74) удобно проводить, полагая, что с увеличением глубины значения H_c и dH_c/dz постепенно уменьшаются. Тогда

$$H_c = \frac{\gamma \mu_0 F_z c_0}{a \sqrt{2i}} \exp(-za\sqrt{2i}). \quad (6.75)$$

Из формулы ясно, что индуцированное магнитное поле с глубиной экспоненциально как и дрейфовое течение затухает. Его составляющие при этом испытывают вращение

$$H_x = \frac{\gamma \mu_0 F_z}{2a} e^{-za} [(u_0 + v_0) \cos za + (v_0 - u_0) \sin za], \quad (6.76)$$

$$H_y = \frac{\gamma \mu_0 F_z}{2a} e^{-za} [(v_0 - u_0) \cos za - (u_0 + v_0) \sin za]. \quad (6.77)$$

Составляющие напряженности электрического поля находятся из уравнения (6.15), в котором учитывается неизменность скорости течения и напряженности магнитного поля по горизонтальным координатам:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{1}{\gamma} \frac{dH_y}{dz} - \mu_0 v F_z, \\ E_y &= \frac{1}{\gamma} \frac{dH_x}{dz} + \mu_0 u F_z. \end{aligned} \quad (6.78)$$

Подстановка в эти формулы выражений градиентов напряженности магнитного поля и скорости течения приводит к $E_x = E_y = 0$, а

$$E_z = \mu_0 (v F_x - u F_y) = \mu_0 e^{-za} [F_x (v_0 \cos za - u_0 \sin za) - F_y (u_0 \cos za + v_0 \sin za)]. \quad (6.79)$$

При этом плотность индуцированных токов находится из закона Ома (6.25)

$$J_x = \gamma \mu_0 v F_z, \quad J_y = -\gamma \mu_0 u F_z, \quad J_z = 0. \quad (6.80)$$

На поверхности океана выполняется условие равенства касательных составляющих напряженности магнитного поля океана H_{c1} и атмосферы H_{c2} . Следовательно, последние выражаются формулой (6.75) при $z = 0$. Это означает, что вторичное магнитное поле, индуцируемое течением, прослеживается в атмосфере. Его изменение с высотой характеризуется уравнением

(6.75), в котором следует использовать электропроводность воздуха γ_2 и скорость ветра c_2 . Это позволяет по данным наблюдений за вторичным электромагнитным полем в атмосфере в принципе получать представление о существовании течений в океане.

Полученные выражения характеристик электромагнитного поля из-за принятых упрощений приближенные, но в целом дают представление об их зависимости от скорости течения и глубины.

В естественных условиях течения имеют конечные размеры, поэтому необходимо знать характеристики магнитного поля на их боковых границах. Трехмерные уравнения магнитного поля решать значительно сложнее, чем одномерные. Поэтому пока усложнение теоретических решений достигло уровня двумерных задач, при котором течение представляется в виде круглой в сечении струи или цилиндрического круговорота [4]. При этом уравнения (6.67) и (6.68) переводятся в цилиндрическую систему координат с граничным условием на поверхности цилиндрического течения или вихря в виде равенства касательных составляющих напряженности в течении и за его пределами и условий типа (6.43) и (6.44).

Удобство такой системы координат заключается в простоте задания граничных условий, особенно если они по всей периферии цилиндра одинаковые. Методология решения в принципе не отличается от рассмотренных примеров. Анализ расчетов электрического поля индуцируемого симметричным вихрем синоптического масштаба при $B_z = 4,45 \cdot 10^{-5}$ Тл. и $B_{\text{гор}} = 2,25 \cdot 10^{-5}$ Тл. показал, что около его внешней границы у поверхности вертикальная составляющая напряженности составила 70 - 110 мкВ/м и горизонтальная 150 - 170 мкВ/м [4]. Даже если вихрь притопленный, то электрическое поле, хотя и более слабое, также у поверхности океана прослеживается.

Характерная симметрия напряженности E с минимумом в центральной части вихря, изменением знака, увеличением E у периферии вихря и последующим уменьшением позволяет, в принципе, диагностировать вихрь.

6.6. Теория теллурических токов в океане

Под теллурическими токами понимаются характеристики электрического поля в океане, возникающие под действием переменного магнитного поля Земли. Впервые они были обнаружены в 1935 г. А.Т. Мироновым в Баренцевом море. Он обратил внимание на то, что реакция морских рыб на электрический ток иная, чем пресноводных, и предположил, что в океане существует электрическое поле, к которому рыбы в какой-то степени приспособились. Для проверки им были опущены в море

216

электроды и зафиксирована между ними разность электрических потенциалов. Она составила единицы или доли милливольт при

расстоянии между электродами 200 м, меняясь, как в дальнейшем было обнаружено, с изменением магнитного поля Земли (рис.6.10).

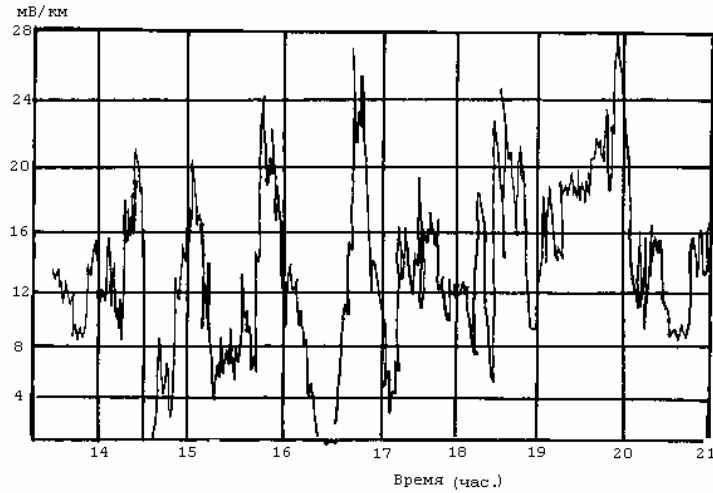


Рис.6.10. Колебание теллурических токов в море [8].

Неосредненные значения напряженности электрического поля в несколько раз могут превышать приведенные на этом рисунке значения. Позднее особенности формирования электрического поля в океане под действием переменного магнитного поля изучались как в естественных, так и в лабораторных условиях [8]. Разработана теория этого явления [7]. В простейшем изложении суть ее сводится к тому, что предполагается неподвижный океан, на который действует переменное магнитное поле. Вторичное магнитное поле в этом случае может быть описано уравнением (6.31) при $\mathbf{V}=0$, т.е.

$$\nabla^2 \mathbf{H} - k^2 \mathbf{H} = 0. \quad (6.81)$$

Аналогичное уравнение получается для определения \mathbf{E} при условии, что напряженность электрического поля колеблется, как и магнитного, по закону

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t). \quad (6.82)$$

Это выражение следует подставить в уравнение (6.25) и считать, что океан неподвижный. Тогда

$$\nabla^2 \mathbf{E} - k^2 \mathbf{E} = 0. \quad (6.83)$$

В принципе уравнения (6.81) и (6.83) описывают изменения

электромагнитного поля в пределах Мирового океана и лапласиан должен выражаться в сферических координатах. Однако, если в первую очередь интерес представляет изменение характеристик напряженности только по глубине (считая, что вариации главного магнитного поля однородны на большой площади), то электромагнитные волны можно полагать плоскими, не меняющимися в горизонтальной плоскости. Поэтому в лапласиане остается только вторая производная по вертикали. Это учитывается при рассмотрении электромагнитного поля, возникающего под действием магнитных вариаций. В результате уравнение (6.83) принимает простой вид

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - k^2 E_x = 0. \quad (6.84)$$

Аналогичный вид имеют уравнения для других составляющих напряженности.

Для простоты решения предполагается, что в океане глубиной h волновое число $k = k_1$. Если нет каких-либо других источников электрического поля в грунте дна, то оно также описывается уравнением (6.84) с $k = k_2$, полагаясь в данном случае постоянным.

Решение уравнения (6.84) для каждой из сред известно:

$$E_{x1} = C_1 e^{k_1 z} + C_2 e^{-k_1 z}, \quad 0 \leq z \leq h \quad (6.85)$$

$$E_{x2} = C_3 e^{k_2(z-h)}, \quad z \geq h \quad (6.86)$$

Считается, что E_{x2} затухает с удалением от дна в глубь Земли. Поэтому второе слагаемое выражения (6.86) отсутствует.

Граничные условия для нахождения постоянных выражений (6.85) и (6.86) находятся из следующих положений. Для поверхности океана ($z = 0$) справедливо уравнение (6.12), из которого следует

$$\left. \frac{\partial E_{x1}}{\partial z} \right|_{z=0} = -i\omega\mu_0 H_{y0}, \quad (6.87)$$

где $H_{y0} = H_y(z = 0)$.

На дне океана ($z = h$) должна выполняться непрерывность тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей

$$E_{x1} = E_{x2}, \quad H_{y1} = H_{y2} \quad \text{или} \quad \frac{\partial E_{x1}}{\partial z} = \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial E_{x2}}{\partial z}. \quad (6.88)$$

Для океанской коры магнитная проницаемость μ_2 может отличаться от 1, поэтому этот параметр не опущен. После определения постоянных выражение (6.85) приобретает вид

$$E_{x1} = \frac{i\omega\mu_0}{k_1} H_{y0} \frac{k_2 \operatorname{sh}[k_1(h-z)] + k_1\mu_2 \operatorname{ch}[k_1(h-z)]}{k_2 \operatorname{ch}(k_1h) + k_1\mu_2 \operatorname{sh}(k_1h)}. \quad (6.89)$$

Знание $E_{x1}(z)$ позволяет на основании уравнения (6.12) определить измерение с глубиной горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля:

$$H_{y1} = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_{x1}}{\partial z} = H_{y0} \frac{k_2 \operatorname{ch}[k_1(h-z)] + k_1\mu_2 \operatorname{sh}[k_1(h-z)]}{k_2 \operatorname{ch}(k_1h) + k_1\mu_2 \operatorname{sh}(k_1h)}. \quad (6.90)$$

Горизонтальная составляющая напряженности электрического поля в грунте дна представляется зависимостью

$$E_{x2} = i\omega\mu_0\mu_2 H_{y0} \frac{\exp[-k_2(h-z)]}{k_2 \operatorname{ch}(k_1h) + k_1\mu_2 \operatorname{sh}(k_1h)}. \quad (6.91)$$

Аналогичным образом получаются выражения для другой горизонтальной составляющей напряженности электрического и магнитного полей как в океане, так и в грунте дна.

Из формул (6.89) и (6.90) видно, что горизонтальная составляющая электрического и магнитного полей зависит от амплитуды вариаций напряженности магнитного поля H_0 , которое их вызывает. На их значение влияет не только волновое число морской воды, но и магнитная проницаемость и волновое число грунта океанического дна.

Убывание горизонтальных составляющих напряженности обоих полей с глубиной происходит примерно по экспоненциальному закону и зависит от частоты вариаций магнитного поля. Чем она больше, т.е. короче длина электромагнитной волны, тем ослабление \mathbf{E} и \mathbf{H} происходит быстрее. Легче проследить эту зависимость, если, глубина океана большая. При этом гиперболические функции можно представить экспонентами и пренебречь малыми слагаемыми. Кроме того, при проведении непосредственных вычислений составляющих электрического и магнитного полей следует иметь в виду, что частота изменчивости геомагнитного поля Земли, вызывающая теллурические токи, небольшая. Последнее приводит к тому, что в волновых числах k_1 и k_2 слагаемое, содержащее электропроводность воды или грунта, намного больше другого слагаемого. Поэтому можно принять

$$k \approx \sqrt{i\gamma\omega\mu_0} = (1+i)\sqrt{\frac{\gamma\omega\mu_0}{2}}. \quad (6.92)$$

В результате для глубокого океана

$$E_{x1} = \frac{\omega\mu_0}{2\hat{k}} H_{y0} e^{-z\hat{k}} \left[(\cos z\hat{k} + \sin z\hat{k}) + i(\cos z\hat{k} - \sin z\hat{k}) \right], \quad (6.93)$$

$$H_{y1} = H_{y0} e^{-z\hat{k}} (\cos z\hat{k} - i \sin z\hat{k}), \quad (6.94)$$

где $\hat{k} = \sqrt{\gamma_1 \mu_0 \omega / 2}$.

Из этих выражений видно, что при общем экспоненциальном ослаблении составляющих напряженности электромагнитного поля с глубиной происходит еще их вращение, 0 характере уменьшения модулей горизонтальных составляющих напряженности E и H можно судить также по их значениям, приведенным в табл.6.3

Таблица 6.3

Изменение E и H с глубиной [7]

Параметры	Период колеб. (сек.)	H_0 (10^{-3} Э)	$ E_x $ (мВ/км)		$ H_y $ (10^{-5} Э)	
			$z=0$	$z=h_1$	$z=0$	$z=h_1$
h_1 моря 200 м.	2	1	0,8	0,60	1	0,28
h_2 грунта 2 км.	20	2	0,8	0,80	2	1,0
γ_1 5 См/м	60	5	2,0	2,0	5	2,5
γ_2 0,5 См/м	200	10	4,0	4,0	10	5,0
$h_3=100$ км., $\gamma_3=0$	1200	20	6,6	6,6	20	14,4

Более наглядное представление об ослаблении электрической и магнитной напряженностей с глубиной в зависимости от длины волны, т.е. от частоты колебаний магнитного поля, можно составить по рис. 6.11 Видно, что длинноволновое электромагнитное поле практически не затухает при увеличении глубины.

Зависимость составляющих напряженности электромагнитного поля от глубины и проводимости дна приводит к так называемому *береговому эффекту*. Он заключается в том, что в прибрежной зоне при уменьшении толщины слоя морской воды, хорошо проводящей электрический ток, уменьшается экранирующее свойство океана и вариации магнитного поля оказываются довольно сильными в грунте дна, электропроводность которого обычно слабее, чем у воды.

Породы берега также отличаются по электропроводности от морской воды. В результате в прибрежной полосе существенно нарушается горизонтальная однородность среды по электропроводности. Это приводит к изменению вектора магнитной

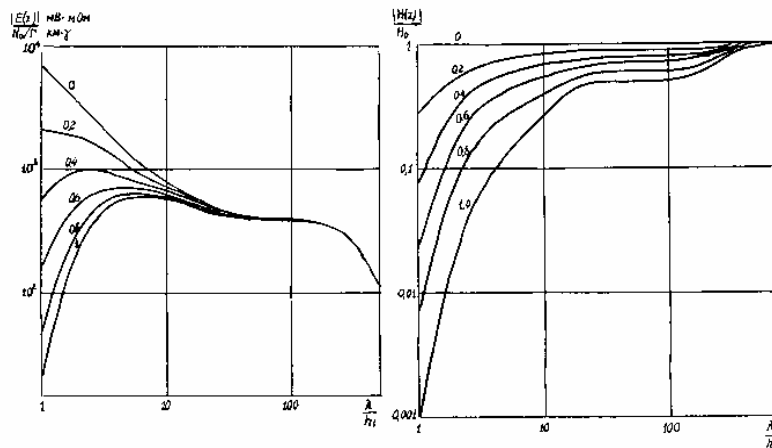


Рис.6.11. Зависимость электрической и магнитной напряженностей теллурического поля от глубины и длины волны для трехслойного разреза: $h_2 / h_1 = 10, h_3 / h_1 = 500, \gamma_1 / \gamma_2 = 10, \gamma_1 / \gamma_3 = \infty$. Γ - суммарная продольная проводимость разреза. На кривых указана относительная глубина z/h_1 [7].

индукции: появляется вертикальная составляющая вторичного магнитного поля, затухающая с удалением от берега.

На теллурические токи и магнитное поле оказывает влияние рельеф дна. Природа этого возмущения такая же, как при внесении в однородное электромагнитное поле изолятора. При этом над хребтом возрастает величина горизонтальных составляющих напряженности электрического и магнитного полей. Аномалия первого из них довольно слабая и относительная величина ее по расчетам составляет у дна 4-8%, уменьшаясь к поверхности океана. Аномалия горизонтальной составляющей магнитного поля существенно больше - до 40%. С удалением от дна она также уменьшается [7].

Дополнительная литература.

1. Богородский В.В., Гаврило В.П. Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии. - Л.: Гидрометеиздат, 1980, гл.6.
2. Деменцкая Р.М., Городницкий А.М. Измерение электрических полей в океане. Труды Севморгео, 1979, т. 181, - 88с.
3. Доронин Ю.П., Степанюк И.А. Электромагнитное поле океана. (Учебное пособие). СПб., РГГМИ, 1992г. - 86с.

4. Карнаушенко Н.Н., Жилина А.И. Возможность диагностики вихрей открытого океана путем измерения электромагнитных полей.- В кн.: Проблемы исследования электромагнитных полей на акваториях. Материалы 5-го Всесоюзного Семинара. Звенигород, 1983(1984), с.98-105.
5. Парселл Э. Электричество и магнетизм. Барклевский курс физики, т.2.- М.: Наука, 1975, гл.9,10.
6. Попов Н.И., Федоров К.Н., Орлов В.М. Морская вода.- М.: Наука, 1979 - 327с.
7. Сочельников В.В. Основы теории естественного электромагнитного поля в море. - Л.: Гидрометеиздат, 1979 - 215с.
8. Шулейкин В.В. Физика моря. - М.: Наука, 1968, гл.10.
9. Lewis E.D. The practical Salinity Scale 1978 and Its Antecedents Unesco technical papers in marine science, 37, Unesco, 1981 (p.13-18).

Вопросы для самопроверки.

1. Какие макроскопические электромагнитные характеристики морской воды вы знаете? Что на них влияет?
2. В чем состоит различие макроскопических электромагнитных свойств воды и льда?
3. Чем обусловлено и как характеризуется магнитное поле Земли? Какова его пространственно-временная изменчивость?
4. Классифицируйте электромагнитные поля в океане по происхождению.
5. Какова природа теллурического электромагнитного поля в океане? В чем состоит суть теории этого поля?
6. Изложите теорию электромагнитного поля, генерируемого двумерными волнами. Как характеристики этого поля связаны с волной?
7. В чем состоит суть теории электромагнитного поля, генерируемого течениями? Как характеристики этого поля меняются в пространстве?
8. В чем состоит различие электромагнитных полей динамического и теллурического происхождения?
9. Как используются в океанологии сведения об электромагнитных полях в океане?

ОПТИКА ОКЕАНА

7.1. Основные определения

Оптика океана является разделом физики океана и описывает распространение и трансформацию света в океане. В какой-то степени это продолжение раздела. электромагнитных явлений в океане, так как с волновых позиций свет – это специфическое электромагнитное поле. Лучистые потоки с длиной волны менее 380 нм носят название ультрафиолетовых. Человеческий глаз различает лучистые потоки в диапазоне 380-760 нм и они называются видимым светом, а лучистые потоки за пределами 760 нм называются инфракрасными.

В оптике океана рассматривается диапазон видимого света, поскольку ультрафиолетовые и инфракрасные лучи очень быстро поглощаются и в воде практически не распространяются.

Свет в области различных длин волн проявляется в виде определенного цвета: от 370 нм до 435 нм он фиолетовый, далее до 480 нм - синий, до 560 нм - зеленый, до 610 нм - желтый, до 730 нм - оранжевый и, наконец, до 760 - красный. Границы цвета ориентировочные, так как переход от одного цвета к другому плавный. Смещение в пределах видимого диапазона спектра различных световых волн, т.е. цветов, приводит к образованию обычного белого цвета.

Оптические свойства морской воды меняются медленно и поэтому служат дополнительной информацией при определении водных масс. В энергетическом отношении на диапазон видимых волн приходится значительная доля солнечного излучения. Оно проникает в океан, создавая специфику термической стратификации в его верхних слоях. Особенности поглощения и рассеяния света в воде приводят к изменению его спектра с глубиной, что необходимо учитывать при подводном телевидении и фотографировании. На измерениях света, отраженного от поверхности океана, и рассеянного света, выходящего из воды, основаны многие дистанционные способы получения информации о состоянии океана. По ослаблению светового потока, проходящего через какой-то объем воды, получают представление о наличии в ней примесей, что используется в геологии и биологии океана. Эти и другие приложения оптики океана привели к необходимости активного изучения оптических свойств морской воды и распространения света от естественных и искусственных источников в океане.

При изучении оптики океана выделяют как минимум два раздела: оптические свойства морской воды и световое поле океана. В первый раздел включены те свойства морской воды, которые непосредственно не зависят от естественного света. Это поглощение и рассеяние света, флюоресценция растворенных и взвешенных веществ. Световое поле океана зависит не только от оптических свойств воды, но и от внешней освещенности.

Основные определения световых характеристик данного раздела дисциплины чаще всего основываются на положениях волновой оптики. При этом под интенсивностью (силой) света I понимается модуль среднего по времени значения плотности потока энергии. Он пропорционален квадрату модуля вектора электрической напряженности и существует во всем диапазоне электромагнитных волн. Если выделять только оптический диапазон, то за единицу измерения I принимают *канделу* (кд). Считается, что свет от 1 см² затвердевающей платины при температуре 2042⁰К равен 60 кд (свечам).

Линия, вдоль которой распространяется световая энергия, называется *лучом*. В однородной и изотропной среде свет от точечного источника распространяется сферически. При этом под *световым потоком* Φ понимается его значение в телесном угле Ω , т.е.

$$\Phi = \int_{\Omega} I d\omega . \quad (7.1)$$

Если $I=1$ кд, а угол $\Omega = 1$ стерадиану, то световой поток равен 1 люмену (1 лм = 1 св·1ср). Свет в 683 люмена имеет мощность 1 ватт.

Световой поток равный 1 лм и приходящийся на площадь в 1м², создает *освещенность* E в 1 люкс (1 лк = 1 лм/ 1 м²), т. е.

$$E = \frac{d\Phi}{d\Pi} = \frac{Id\Omega}{d\Pi} . \quad (7.2)$$

Светимость поверхности характеризуется *яркостью* B . Она измеряется в канделах, приходящихся на м². Если с 1 м² поверхности в направлении нормали к ней интенсивность света равна 1 кд, то яркость составляет 1 нит (1нт = 1кд/1 м²)

$$B = \frac{dI}{d\Pi_{\perp}} . \quad (7.3)$$

Другие характеристики оптики будут приведены в соответствующих разделах главы.

Поглощение света молекулами H_2O , ионами солей, растворенным газом и различными примесями в воде в разных участках спектра происходит с резной интенсивностью. Это зависит как от свойств поглощающего вещества, так и от свойств фотона. В воде, состоящей из множества взаимосвязанных молекул, спектр поглощения оказывается сплошным.

В оптике океана обычно используется не электромагнитное описание света, колориметрическое, при котором свет представляется потоком некоторой сплошной субстанции, имеющей различные особенности поглощения и рассеяния на разных участках спектра. Такое приближение облегчает рассмотрение важных для океанологии свойств света, хотя не всегда проясняет их физическую сущность.

При рассмотрении поглощения света считается, что прямолинейный световой поток в малом участке спектра Φ_λ при прохождении в воде расстояния dl ослабляется за счет поглощения на величину $d\Phi_\lambda$, т.е.

$$d\Phi_\lambda / \Phi_\lambda = -\chi_\lambda dl. \quad (7.4)$$

Коэффициент χ_λ называется *показателем поглощения*. Его значение существенно меняется на разных участках спектра. В чистой воде, под которой понимается химически чистое вещество, малые значения показателя поглощения находятся в области спектра от 400 до 500 нм с минимумом около 460 нм, где показатель поглощения равен $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$. В сторону ультрафиолетовой части спектра χ_λ несколько увеличивается и довольно быстро растет с уменьшением длины волны. От участка минимума показатель поглощения света растет и в сторону длинных волн. Особенно быстро он растет начиная с длины волны примерно 560 нм. и к концу видимого спектра увеличивается до 2 м^{-1} .

В чистой морской воде, отличающейся от химически чистой воды наличием растворенных неорганических солей, поглощение света ионами солей происходит в основном в ультрафиолетовой части спектра. По данным работы [3], для $\lambda = 250 \text{ нм}$ $\chi_\lambda \approx 0,64 \text{ м}^{-1}$ и для $\lambda = 300 \text{ нм}$ $\chi_\lambda \approx 0,14 \text{ м}^{-1}$, т.е. происходит усиление поглощения света в сторону уменьшения длин волн. Однако данных наблюдений в этой части спектра мало и поэтому сведения носят ориентировочный характер.

В естественной морской воде на поглощение света сильно влияют растворенное органическое вещество (РОВ) и взвешенные частицы. Под РОВ объединяются аминокислоты, жирные кислоты, хлоридные пигменты, аминсахара, гидрокарбонаты, фенолы и ряд других компонентов. Точный химический состав РОВ пока плохо известен.

Возможно, что из-за различий в составе РОВ имеются различия в оценках χ_λ . В результате обобщения данных наблюдений установлено, что показатель поглощения РОВ меняется по закону

$$\chi_p(\lambda) \approx \chi_i e^{-\mu_i(\lambda - \lambda_0)}, \quad (7.5)$$

где показатель μ зависит от концентрации РОВ. Считается, что в *олиготрофных* водах, у которых суммарное содержание хлорофилла в верхнем 100-метровом слое не превышает 0,02 г/м², $\mu_1 = 0,015 \text{ нм}^{-1}$. В *мезотрофных* водах с содержанием хлорофилла 0,02 – 0,04 г/м² принимается $\mu_2 = 0,012 \text{ нм}^{-1}$. В *эвротрофных* водах, в которых хлорофилла больше 0,04 г/м², параметр $\mu_3 = 0,015 \text{ нм}^{-1}$. При $\lambda_0 = 390 \text{ нм}$ значения показателей поглощения света для указанных типов вод меняются от величины порядка 10^{-3} м^{-1} в олиготрофных водах до значений больше 10^1 м^{-1} в эвротрофных. В прибрежных зонах с высокой биологической продуктивностью χ_λ может увеличиваться до 0,6 - 0,8 м⁻¹.

Приведенные данные свидетельствуют о том, что χ зависит от концентрации РОВ и от длины волны. С ростом концентрации РОВ показатель поглощения увеличивается, а с ростом λ - уменьшается. Точных зависимостей от этих характеристик пока не установлено и формула (7.5) дает лишь примерные значения показателя поглощения растворенным веществом. Выделенное из воды органическое вещество имеет желтоватую окраску, за что часто его называют "желтым веществом", хотя и не отождествляют второе с первым. Полагается, что не все РОВ имеют желтую окраску.

Взвесь в морской воде весьма разнообразна по составу и происхождению. Это фитопланктон, бактерии, детрит, терригенные частицы. Все они различны по размеру, форме и по разному поглощают свет. Средняя концентрация взвеси в поверхностном слое открытого океана находится в пределах 0,05 - 0,5 мг/л, но в прибрежных зонах океана и в морях она увеличивается в 10 - 100 раз.

Различие в оптических свойствах взвеси не позволило пока точно определить закономерности поглощения ею света. По экспериментальным данным следует, что основной поглощающей субстанцией является фитопланктон. В его спектре поглощения выделяется несколько максимумов в ультрафиолетовой и видимой областях: на участках 265, 290 и 340 нм. Поглощение обусловлено протеинами и липидами, на волне 485 нм - каротиноидами, максимумы при 430, 585, 620 и 680 нм обусловлены хлорофиллом [3]. Поскольку показатели поглощения зависят от концентрации вещества, в качестве показателя поглощения используется его удельное значение χ'_λ с размерностью м²/мг. По данным экспериментов χ'_λ фитопланктона в области максимумов видимой

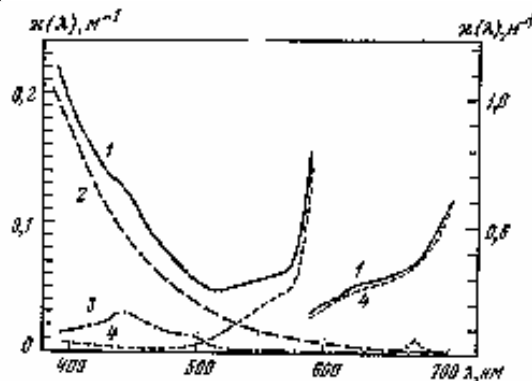
части спектра составляет примерно $0,1 \text{ м}^2/\text{мг}$. Поскольку в олиготрофных и мезотрофных водах океана концентрация хлорофилла составляет $0,09 - 0,35 \text{ мг}/\text{м}^3$, то абсолютное значение показателя поглощения света фитопланктоном не превышает $0,03 \text{ м}^{-1}$.

Суммарное поглощение в полосе 390 нм веществом, содержащимся в морской воде, по данным экспериментов в олиготрофных, мезотрофных и эвтрофных водах оценивается соответствующими показателями поглощения χ_λ , равными $0,032$, $0,047$ и $0,19 \text{ м}^{-1}$.

Примерные значения χ_λ для других диапазонов спектра могут быть вычислены по формуле (7.5).

Характер изменения показателя поглощения света в зависимости от длины волны показан на рис.7.1.

Рис.7.1. Показатели поглощения веществ в морской воде [3].
 1 - морская вода,
 2- растворенное органическое вещество,
 3- пигменты фитопланктона,
 4- чистая вода.
 Концентрация примесей $0,3 \text{ мг}/\text{м}^3$.



Значение показателя поглощения света очень сильно зависит от количества примесей, содержащихся в морской воде. Поэтому в разных океанах и морях, на разных глубинах и на разных расстояниях от берегов величины χ_λ могут существенно меняться. Тем не менее, несмотря на их большие различия, прослеживается общая черта этих изменений в зависимости от длины волны. В длинноволновой области спектра χ_λ у разных вод практически одинаково из-за преобладания поглощения света чистой водой по сравнению с другими веществами. В коротковолновой области спектра поглощение света РОВ и взвесью преобладает над поглощением водой. Поскольку концентрация РОВ и взвеси различна в разных водах, то и значение χ_λ в них сильно меняется. В чистых водах минимум поглощения света находится на участке $\lambda \sim 470 \text{ нм}$. Однако из-за того, что уменьшение величины χ_λ , обусловленное примесями в морской воде, от коротких волн к длинным происходит примерно с одинаковой интенсивностью, с увеличением концентрации примесей область минимума χ_λ

сдвигается в сторону длинных волн, а значение этого минимума растет.

Сильная зависимость показателя ослабления света от концентрации РОВ и взвеси приводит к его пространственно-временной изменчивости в океане. В период развития биологических процессов χ_λ увеличивается. Он зависит от вертикального распределения примесей (рис.7.2), поэтому по его значениям можно определить концентрацию РОВ и взвесей.

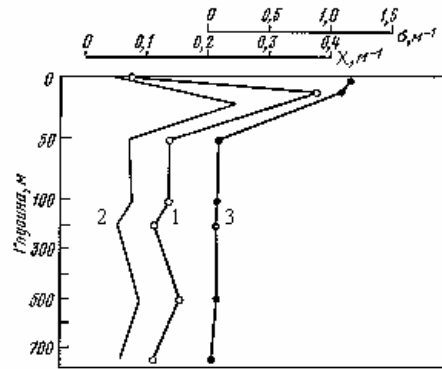


Рис.7.2.Изменение с глубиной показателей поглощения (1- 390 нм. и 2- 430 нм.) и рассеяния света (3) в водах материкового склона около Перу [3].

7.3. Рассеяние света в морской воде

Как уже отмечалось в п.7.2, морская вода является сложным физическим телом, составные части которого оптически различны и неоднородны. Даже в чистой морской воде, не содержащей растворенных и взвешенных примесей, ионы солей, отличающиеся по размерам и оптическим свойствам от молекул воды, вызывают рассеяние света. Существенное нарушение оптической однородности морской воды примесями приводит к еще более сильному рассеянию света. К тому же взвеси обычно имеют сложную форму и по разному в разных направлениях рассеивают свет. Все это затрудняет создание исчерпывающей теории рассеяния света в природной морской воде. Тем не менее основные закономерности рассеяния обоснованы и обзор основных теорий изложен в книге [3].

При волновой трактовке рассеяния принимается, что электромагнитная световая волна возбуждает в частицах вещества электромагнитное излучение. Оно прослеживается во всех направлениях, и степень его ослабления с расстоянием от рассеивающей частицы описывается показателем рассеяния σ_λ . В разных направлениях относительно падающего луча света рассеяние различно. Поэтому суммарный показатель рассеяния определяется по

228
формуле

$$\sigma_{\lambda} = \int_{4\pi} \sigma_{\lambda}(\gamma) d\Omega, \quad (7.6)$$

где γ - угол, отсчитываемый от продолжения луча падения.

Основная неоднородность рассеяния света происходит в плоскости, проходящей через вертикаль и луч, а по нормали к ней оно примерно одинаковое. Это позволяет преобразовать формулу (7.6) к виду

$$\sigma_{\lambda} = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi} \sigma_{\lambda}(\gamma) \sin\gamma d\gamma \right) d\varphi = 2\pi \int_0^{\pi} \sigma_{\lambda}(\gamma) \sin\gamma d\gamma. \quad (7.7)$$

Часто вместо абсолютного значения $\sigma_{\lambda}(\gamma)$ используется относительная величина

$$X_{\lambda}(\gamma) = \frac{4\pi\sigma_{\lambda}(\gamma)}{\sigma_{\lambda}}, \quad (7.8)$$

называемая *индикатриссой рассеяния*.

В этом случае формула (7.7) переписывается в виде

$$1 = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} X_{\lambda}(\gamma) \sin\gamma d\gamma. \quad (7.9)$$

Принято в общем рассеянии выделять рассеяние вперед

$$\delta_{\lambda} = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sigma_{\lambda}(\gamma) \sin\gamma d\gamma \quad (7.10)$$

и рассеяние назад

$$\beta_{\lambda} = 2\pi \int_{\pi/2}^{\pi} \sigma_{\lambda}(\gamma) \sin\gamma d\gamma \quad (7.11)$$

Они важны в практических приложениях оптики для определения взвеси в воде и при дистанционных измерениях.

Показатель рассеяния и индикатрисса зависят от неоднородностей структуры воды, вида и размеров рассеивающего вещества, длины волны падающего света. Еще Релей (1871 г.) показал, что рассеяние света одиночной молекулой вещества, действующего в виде элементарного осциллятора электромагнитного поля, обратно пропорционально длине волны падающего света в 4-й степени. При этом индикатрисса имеет вид $X(\gamma) = 1 + \cos^2 \gamma$.

Рассеяние света вследствие оптической неоднородности вещества, обусловленной флуктуациями его плотности, представлено в статистической теории Смолуховского и Эйнштейна. По этой теории в малой локальной области v неоднородной плотности среды имеет

место изменение диэлектрической проницаемости $\Delta\epsilon$ от ее среднего значения. Если полагать, что рассеяние света областью v происходит как электромагнитным осциллятором в теории Релея, то оказывается

$$\sigma_{\lambda}(\gamma) \approx \frac{\pi^2 v}{2\lambda^4} \frac{\Delta\epsilon^2}{\epsilon^2} (1 + \cos^2 \gamma). \quad (7.12)$$

Зависимость показателя рассеяния от длины волны и индикатрисса рассеяния в этой формуле такие же, как у Релея, но дополнительно учитывается влияние диэлектрической проницаемости. Известно, что последняя зависит от температуры, солености и давления. Изменение температуры воды от 0 до 40⁰С при $S = 35\text{‰}$ и $P = 1$ гПа увеличивает σ_{λ} примерно на 10%. Рост солености от 0 до 40⁰‰ при $T = 5$ ⁰С и $P = 1$ гПа также увеличивает σ_{λ} примерно на 35%, а рост давления от 1 до 10³ гПа при $T = 5$ ⁰С и $S = 35\text{‰}$ уменьшает σ_{λ} на 15%. Но в целом рассеяние света за счет флуктуаций плотности мало по сравнению с рассеянием взвесью.

В связи с тем, что взвешенные в воде частички вещества имеют различную форму и показатели преломления, строгой теории рассеяния света на них нет. Ради упрощения взвесь представляется сферическими однородными частичками (эквивалентными сферами). Если на такую частичку падает световая электромагнитная волна, то возникает дифракция, зависящая от дифракционного параметра $d = 2\pi a / \lambda$ и относительного показателя преломления вещества частицы $m = m_i / m_0$. Здесь a - радиус частицы, m_i и m_0 - комплексные показатели преломления частицы и воды соответственно

$$m = n - ik,$$

где n - показатель преломления света,

k - показатель поглощения света, связанный с показателем поглощения χ_{λ} соотношением $\chi_{\lambda} = 4\pi k / \lambda$.

Выражения для электрической и магнитной волн, испускаемых сферой в результате внешнего электромагнитного воздействия, находятся в результате решения сферических уравнений Максвелла, в простейшем виде приведенных в главе 6. Результаты решения представляются в виде медленно сходящихся рядов и поэтому расчеты по ним ведутся численно [6]. При этом учитывается, что частицы морской взвеси распределены в воде хаотически и каждую из них можно рассматривать независимым рассеивателем света. Поэтому интенсивность света в элементарном объеме воды принимается равной сумме интенсивностей рассеяния от всех частиц этого объема. Из-за случайного характера распределения волн рассеяния во времени и в пространстве при их суммировании исчезают интерференционные эффекты.

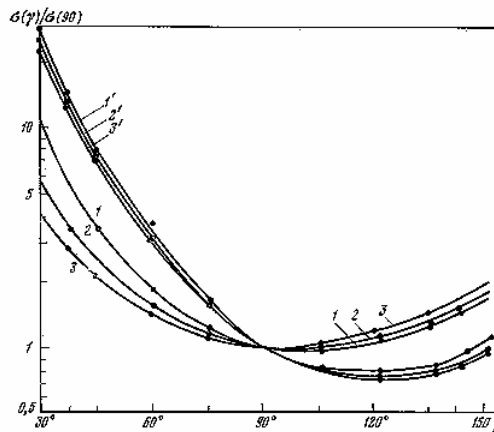
Если рассматривать рассеяние отдельной частицей, то при $d \ll 1$ и

$|md| \ll 1$ характер рассеяния близок к релеевскому, а с ростом d показатель при λ становится меньше 4, уменьшаясь вплоть до 1, и индикатрисса вытягивается вдоль луча падения света. Эта зависимость сохраняется при рассеянии света взвесью одинаковых сферических частиц.

Еще труднее получить решение дифракции электромагнитного поля частицами неправильной формы и разного размера. В этом случае используется прием расчета для некоторой "усредненной" частицы, имеющей сглаженную форму. Используется также прием описания размеров частиц некоторыми вероятностными кривыми.

На основании всех теоретических исследований рассеяния света взвесью выделяются общие свойства индикатрисс: 1) максимум рассеяния находится в направлении светового луча; 2) размытый минимум рассеяния лежит в диапазоне $\pi/2$ от направления светового луча; 3) небольшое возрастание рассеяния происходит в направлении, обратном световому лучу (рис.7.3).

Рис.7.3. Спектральные индикатриссы рассеяния, нормированные к $\sigma_{\lambda}(90^{\circ})$ [3].
1,2,3 - Тирренское море;
1',2',3' - Ла-Манш;
1,1' - $\lambda = 546$ нм.,
2,2' - $\lambda = 436$ нм.,
3,3' - $\lambda = 366$ нм.



Конкретные значения показателя рассеяния и его индикатриссы для природных условий вычислить обычно не представляется возможным из-за отсутствия информации о содержащейся в воде взвеси. В этом случае проще измерить оптические характеристики воды, а не содержание и характер взвеси. На основании измерений составляется типизация вод с преобладающими значениями σ и $X(\gamma)$. При этом последнюю описывают некоторым полиномом, но чаще указывается лишь коэффициент асимметрии K , который представляет собой отношение рассеяния вперед к рассеянию назад. При

релеевском рассеянии $K=1$, а в морской воде со взвесями K может достигать нескольких десятков, что видно из рис.7.3.. Особенно велика вытянутость индикатриссы в водах с большим содержанием крупной взвеси. Например, в районе перуанского апвеллинга отмечались $K > 150$. Но случае мелкой взвеси индикатрисса рассеяния вытягивается вперед слабее. Так в пределах взморья Ганга, куда выносятся большое количество мелких частиц, значение K составляет 15-20.

Кроме коэффициента асимметрии для характеристики рассеивающих свойств воды используются показатели рассеяния под углами $\gamma = 1^\circ$ и 45° для $\lambda = 546$ нм. Выделяются низкие (Н), средние (С) и высокие(В) значения $\sigma_\lambda(\gamma)$.

Таблица 7.1
Характеристика рассеивающих свойств вод

$\sigma(1^\circ)$	$\sigma(45^\circ)$		
	< 0,002	0,002- 0,006	> 0,006
< 5	НН	СН	ВН
5 - 20	НС	СС	ВС
> 20	НВ	СВ	ВВ

Со значением $\sigma(1^\circ)$ связано рассеяние вперед, а со значением $\sigma(45^\circ)$ - величина бокового рассеяния. Введенная типизация присуща определенным океанологическим условиям. Тип СС характерен для поверхностных слоев открытого океана, типы НС, НН и СН - для глубинных вод океана, типы СВ и ВС встречаются в поверхностных водах вблизи побережья или в биопродуктивных районах.

Следующей особенностью индикатрисс рассеивания является уменьшение их вытянутости с уменьшением длины волны света (см.рис.7.3). Это связано с отмечавшимся увеличением рассеяния с уменьшением λ и возрастающим при этом рассеянием под большими углами γ .

Таким образом, показатель рассеяния меняется в широких пределах. Наименьшее его значение $\sigma_\lambda(546 \text{ нм}) = 0,022 \text{ м}^{-1}$ измерено в прозрачных водах Тихого океана. Это на порядок больше, чем в чистой морской воде ($\sigma_\lambda = 0,002 \text{ м}^{-1}$), так как даже в самой прозрачной океанской воде вклад молекулярного рассеяния в общую величину σ_λ не превышает 10%. Наибольшие значения $\sigma_\lambda \approx 2,7 - 3,3 \text{ м}^{-1}$ измерены в прибрежных водах у побережья Перу. На мелководье при взмученных донных осадках σ_λ может быть еще больше.

Некоторое представление об общем показателе рассеяния σ можно

получить, если воспользоваться приближенной формулой, описывающей индикатрису рассеяния:

$$\lg \sigma = \sum_{i=1}^m b_i \lg \sigma(\gamma_i) + a, \quad (7.13)$$

которая при использовании двух углов (1° и 45°) с коэффициентами $b_1=0,658$, $b_2=0,449$ и $a = -0,47$ позволяет определить σ с относительной ошибкой в 15%.

Более точной оказывается формула для определения σ_λ , если известна относительная концентрация взвеси мелкой v_m и крупной v_k . В этом случае

$$\sigma(\gamma) = \sigma_e(\gamma) + \sigma_m(\gamma)v_m + \sigma_k(\gamma)v_k, \quad (7.14)$$

где σ_e , σ_m и σ_k - показатели рассеяния чистой морской воды, мелкой и крупной взвеси соответственно..

Поскольку основное влияние на рассеяние света в океане оказывает взвесь, то в среднем σ убывает с глубиной. Наблюдения показали, что можно выделить несколько характерных вертикальных профилей σ (рис.7.4). Монотонное убывание σ с глубиной характерно для вод с низким содержанием биогенной взвеси и глубоким пикноклином (кривая 1). При концентрации биологической и другой взвеси на глубине пикноклина в его области формируется слой повышенных значений σ (кривая 2). При повышенном содержании взвеси в верхнем слое моря до пикноклина высокие значения σ могут отмечаться во всем слое от поверхности до пикноклина с последующим довольно резким убыванием глубже него (кривая 3). При многослойной вертикальной структуре плотности воды с соответствующим распределением примесей может встречаться профиль σ с несколькими экстремумами (кривая 4). Таким образом, по характеру плотностной стратификации воды можно судить о вертикальном профиле показателя рассеяния света.

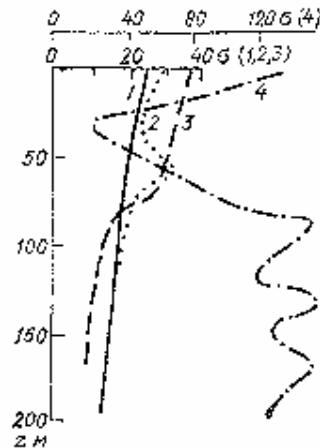


Рис.7.4. Типы вертикальных профилей σ_λ в условных единицах [6]. Условные обозначения см. в тексте.

7.4. Ослабление света морской водой

Ослабление света в морской воде характеризуется *показателем ослабления* света ϵ_λ , который является суммой показателей поглощения и рассеяния

$$\epsilon_\lambda = \chi_\lambda + \sigma_\lambda. \quad (7.15)$$

Этот показатель зависит от длины волны, от размера и природы примеси. Из-за поглощения света растворенным органическим веществом и взвесями ϵ_λ имеет высокие значения в синей области спектра. В диапазоне 400-500 нм. находится минимум ϵ_λ из-за уменьшения здесь показателя поглощения. При этом, чем больше примесей содержится в воде, тем сильнее смещается $\min \epsilon_\lambda$ в диапазон 500-600 нм. Далее в красной области спектра из-за резкого роста χ_λ происходит увеличение показателя ослабления света

(рис.7.5). Однако из-за рассеяния света нет слияния показателей ослабления света в различных водах в одну линию, как это имеет место в спектре показателя поглощения. Отсюда следует вывод, что вклад поглощения и рассеяния в общее ослабление света различен в разных участках спектра. Первое влияет в основном на длинах волн меньше 510 - 530 нм. Вклад рассеяния описывается параметром Λ , носящим название *вероятность выживания фотона*, представляющего собой удельное рассеяние

$$\Lambda = \sigma_\lambda / \epsilon_\lambda. \quad (7.16)$$

В океанских водах значение Λ в сине-зеленом участке спектра составляет примерно 0,8 и

убывает до 0,25 к его красному участку. В более чистых водах Λ несколько уменьшается, а в прибрежных водах из-за взвеси - увеличивается.

В связи с изложенным влиянием поглощения и рассеяния в общий показатель ослабления света предлагается его описывать эмпирической формулой

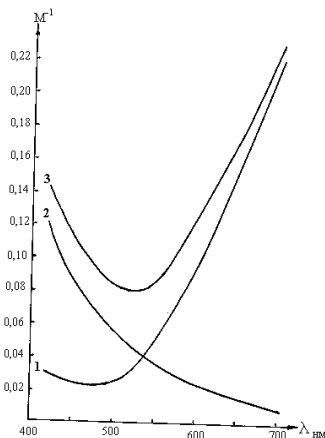


Рис.7.5. Характерное спектральное распределение показателей поглощения (1), рассеяния (2) и ослабления (3) света в прибрежной океанической воде.

$$\epsilon_{\lambda} = \epsilon_{\text{в}}(\lambda) + c\chi_{\text{ж}}(\lambda) + \frac{550\text{нм}}{\lambda} \sigma_{\text{вз}}, \quad (7.17)$$

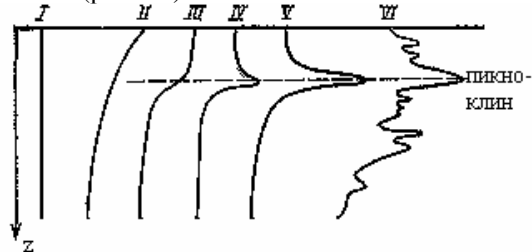
где $\epsilon_{\text{в}}$ - показатель ослабления света чистой морской водой,
 c , $\chi_{\text{ж}}$ - концентрация и показатель поглощения света растворенным органическим (желтым) веществом,
 $\sigma_{\text{вз}}$ - показатель рассеяния взвеси при $\lambda = 550$ нм.

В качестве примера на рис.7.5 приведены значения оптических характеристик прибрежной океанской воды [5]. Хотя характер изменения показателей поглощения и рассеяния света такой же, как у чистой воды, но абсолютные значения этих показателей существенно больше. При этом показатель рассеяния до сине-зеленой области спектра обычно оказывается больше показателя поглощения, а при крупной взвеси σ_{λ} может быть больше χ_{λ} вплоть до желто-красной части спектра. Поэтому показатель ослабления света оказывается большим как в синей, так и в красной части спектра. Из-за того, что в красной части спектра происходит сильное поглощение света водой, даже при сильном рассеянии показатель ослабления света близок к показателю поглощения.

Увеличение взвеси в морской воде, особенно крупных фракций, ослабляет уменьшение σ_{λ} с ростом длины волны света, поэтому в таких водах минимум показателя ослабления в сине-зеленой части спектра выражен слабее, а величина ϵ_{λ} возрастает.

Оценивая роль различных факторов в ослаблении света оказывается, что вода влияет на ϵ_{λ} в ультрафиолетовой, а также в красной и инфракрасной областях спектра. На участке спектра 670 нм. вклад воды может превышать 80 %. Увеличение ϵ_{λ} в диапазоне 350 - 550 нм. в основном определяется взвесью. В зеленой части спектра ее доля может достигать 90 %. Вклад РОВ в ослабление света здесь не превышает 7 %. Лишь в ультрафиолетовой части спектра его роль увеличивается до 25 - 60 %. Такая сильная зависимость ослабления света примесями в морской воде приводит к специфическому вертикальному распределению ϵ , которое можно свести к шести наиболее типичным картинам (рис.7.6)

Рис.7.6. Типы вертикальных профилей показателя ослабления света ϵ в открытых районах океана [4].



В большинстве случаев в поверхностном перемешанном слое

показатель ослабления света изменяется незначительно и если галоклин не выделяется, то вертикальный ϵ относится к типу I. В том случае, когда взвесь биологического или минерального происхождения находится в поверхностном слое океана, при интенсивном перемешивании и отсутствии галоклина или его глубоком положении прозрачность воды с глубиной постепенно повышается и профиль ϵ может иметь тип II. При существовании слоя ветрового перемешивания может сформироваться тип III профиля ϵ . Большое влияние на вертикальное перемещение фитопланктона и других примесей оказывает пикноклин, в котором ослаблена вертикальная диффузия вещества. Поэтому в нем скапливается взвесь, увеличивая показатель ослабления света. При заметном турбулентном перемешивании выше пикноклина тип профиля ϵ имеет вид IV, а при слабом перемешивании вид профиля ϵ характеризуется резким уменьшением прозрачности воды в пределах пикноклина (тип V)

Наиболее отчетливо типы IV и V профилей ϵ выражены при малой глубине пикноклинов, что имеет место летом в полярной и умеренной зонах, а также в экваториальной полосе океана. При глубоком положении пикноклина чаще отмечаются типы II и III изменения ϵ с глубиной.

В случае сложной плотностной структуры океана могут отмечаться несколько экстремумов в профиле ϵ (тип VI). В нем даже выделяются микроструктурные особенности, которые коррелируются с тонкой термохалинной структурой океана. При этом основную роль в микроструктуре ϵ играют не неоднородности плотности воды, а связанная с последними микроструктура взвеси и растворенного органического вещества.

7.5. Флюоресценция морской воды

В число оптических свойств морской воды принято включать ее свечение под воздействием подводимой к ней энергии светового луча. Поглощенный молекулой вещества квант энергии приводит к ее возбуждению, а возвращение молекулы в исходное состояние сопровождается излучением света, называемым *флюоресценцией*. Этот обратный энергетический переход, как и рассеяние, характеризуется спектром излучения, который в зависимости от типа вещества простирается в некотором диапазоне длин волн и имеет специфическую форму, что позволяет по спектру излучения получать представление о составе морской воды. Поэтому изучение явлений флюоресценции является первым шагом к применению экспрессных методов обнаружения веществ в морской воде, даже при их низкой концентрации.

Интенсивность флюоресценции J_λ зависит от интенсивности исходного светового потока I , от концентрации C и удельного показателя поглощения вещества χ' , а также от эффективности возбуждения ξ

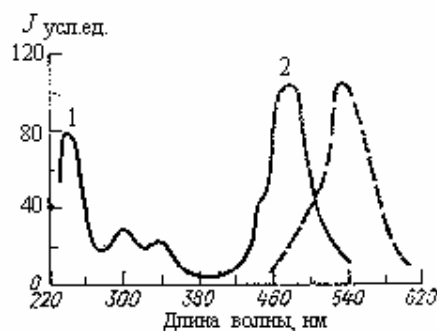
$$J_\lambda = \xi \chi' C I. \quad (7.18)$$

Эффективность возбуждения (квантовый выход) представляет собой отношение числа квантов флюоресценции к общему числу поглощенных квантов. Этот параметр всегда меньше единицы.

Из-за потерь части энергии светового потока на повышение внутренней энергии молекулы вещества спектр флюоресценции смещен в сторону длинных волн относительно спектра возбуждения, он меньше по спектральной плотности и может занимать больший диапазон по длинам волн, чем исходный сигнал. Поэтому желательно, чтобы спектр возбуждения был бы узким, вплоть до монохроматического, и не затухивал бы спектр флюоресценции.

Форма спектральной полосы флюоресценции обусловлена распределением колебательно-вращательных уровней основного энергетического состояния молекулы вещества и не зависит от положения спектра возбуждения. Поэтому флюоресценция может иметь место и при воздействии на воду естественного света. В качестве примера на рис.7.7 показано, что спектр свечения уранина не зависит от положения спектра возбуждения будет он на участке 1 или 2.

Рис.7.7.Спектры возбуждения (сплошная кривая) и флюоресценции уранина (штриховая кривая) [2].



Наиболее отчетливой флюоресценцией в океане обладают растворенное органическое вещество, пигменты фитопланктона, ткани морских растений и мелких животных, некоторые виды техногенных загрязнений. Чистая вода флюоресценцией не обладает, но характеризуется *комбинационным рассеянием* (КР) света молекулами воды, которое часто используется в качестве сигнала сравнения. В воде молекулы H_2O находятся как в мономерном (одиночном) состоянии, так и в полимерном, т.е. в виде квазикристаллов. Их соотношение зависит от температуры, при повышении которой доля

полимерных компонентов уменьшается. Форма спектра КР и его положение зависят от соотношения мономерной и полимерной компонентов, что, в частности, используется при лидарных зондированиях океана с целью определения температуры воды.

Флюоресценция РОВ возбуждается как ультрафиолетовым, так и видимым светом. При этом с уменьшением длины волны возбуждающего излучения спектр флюоресценции сдвигается в сторону коротких волн. Это хорошо видно из рис.7.8, на котором приведены спектры флюоресценции РОВ, возбужденные излучением ртути на волнах 313, 365 и 436 нм. Ради сравнения спектральных плотностей они нормированы на их максимальные значения для каждого источника возбуждения.

Рис.7.8. Нормированные спектральные распределения интенсивности ($I_{\lambda} / I_{\max} \%$) флюоресценции РОВ, возбужденные излучением ртути в полосах 313 (I), 365 (II) и 436 (III) нм. согласно измерениям из поверхностного слоя Балтийского моря (1 и 3) и с глубины 10 км. в желобе Тонги, Тихий океан (2 и 4)[2].

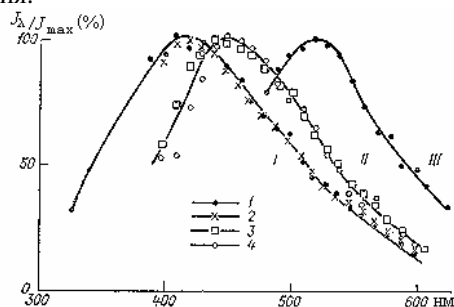


Рисунок 7.8 построен по данным наблюдений в разных водных массах, но это не отразилось на форме спектров, что позволяет рассматривать РОВ как смесь органических соединений, соотношение между которыми в океане практически не меняется.

Максимум спектров флюоресценции РОВ сдвинут в область более длинных волн относительно линий возбуждения на 100 – 85 нм, а большая ширина самих спектров свидетельствует о сложном характере перехода возбужденных молекул РОВ в исходное состояние.

Интенсивность флюоресценции РОВ зависит от его концентрации и может меняться на два порядка своей величины, что позволяет по этой характеристике определять концентрацию РОВ. Она оказывается повышенной в прибрежной зоне, вблизи устьев рек, в зонах апвеллингов и т.д. Меняется интенсивность флюоресценции РОВ и в вертикальном направлении. В малопродуктивных водах она в пределах верхнего слоя океана растет с глубиной, а в продуктивных зонах - убывает с глубиной до значений, характерных для средних слоев океана.

Флюоресценция фитопланктона обусловлена главным образом

хлорофиллом, создающим максимум спектра в длинноволновой области, поэтому он светится ярко - красным цветом. Отмерший планктон имеет несколько другие спектральные характеристики и флюоресцирует зеленовато-голубым свечением.

Реакция фитопланктона на свет не одинаковая в течение суток: днем она пониженная, а ночью повышенная. В результате флюоресценция оказывается более интенсивной ночью. Это отмечается не только в естественных условиях, но и в лабораторных. Считается, что концентрация хлорофилла в клетках планктона максимальна в начале светового периода, затем его синтез прекращается и снова возникает к началу ночи. Кроме того, днем происходит выедание фитопланктона зоопланктоном. Это и обуславливает суточный ход флюоресценции.

Поскольку флюоресценция хлорофилла обусловлена фитопланктоном, ее пространственная изменчивость связана с распределением планктона: ее интенсивность наибольшая в фотическом слое и в районах сосредоточения фитопланктона. В качестве примера на рис. 7.9 приведено распределение интенсивности флюоресценции хлорофилла в районе Готландской впадины Балтийского моря. Видно, что она выше в пределах верхнего 10-метрового слоя и над термоклином, где происходит концентрация планктона.

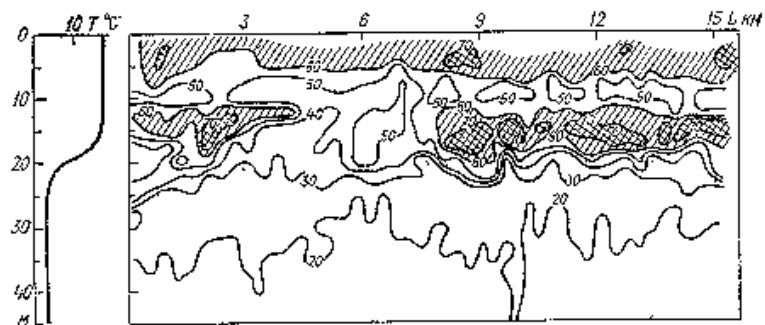
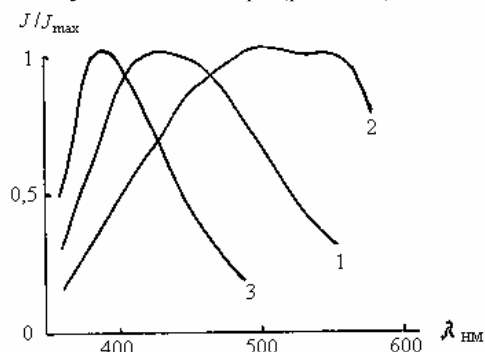


Рис.7.9 Распределение интенсивности флюоресценции хлорофилла (усл. ед.) в толще 0—45 м в Готландской впадине Балтийского моря Август 1979 г. [2]

Очень важное значение для идентификации некоторых загрязняющих океан веществ имеет определение их флюоресценции. Наибольшее внимание в этом отношении привлекают нефтепродукты, щелоки, различные бытовые отходы, попадающие в море. Данные наблюдений свидетельствуют, что спектр флюоресценции нефтепродуктов зависит от их состава, происхождения и длительности

нахождения в океане. Под воздействием солнечной радиации, в результате разложения бактериями и за счет взаимодействия с морской водой нефть теряет легколетучие фракции, вследствие чего меняется ее излучение. Очень сложный состав нефтепродуктов приводит к тому, что флюоресценция веществ, из которых они состоят, перекрывает всю видимую часть спектра (рис.7.10).

Рис.7.10. Спектры флюоресценции (относительно их максимальных значений) воды Балтийского моря (1), сырой нефти (2), отработанных шлоков(3), возбужденные излучением азотного лазера на длине волны 337 нм.[2].



В среднем форма спектра и его положение зависят от соотношения в них легких и тяжелых фракций. С переходом от бензина, керосина, дизельного топлива к маслам цвет флюоресценции меняется от фиолетового до зелено-желтого или бурого, т.е. с увеличением тяжелых фракций в нефтепродуктах спектр излучения меняется в сторону длинных волн. Это позволяет различать не только нефтепродукты, но и виды сырой нефти.

Спектр флюоресценции такого загрязняющего вещества как щелочь, существенно отличается от нефтепродуктов и меняется в зависимости от ее состава. Форма этого спектра несимметричная с довольно резким подъемом и пологим падением кривой. Максимум находится в сине-голубой области видимого спектра.

Приведенный на рисунке ради сравнения спектр морской воды зависит, как выше было отмечено, не от самой воды, а от ее состава.

7.6. Освещенность океана

Освещенность океана обусловлена за счет прямой и рассеянной солнечной радиации. В зависимости от облачности, высоты Солнца и прозрачности атмосферы соотношение этих потоков радиации и их спектральная плотность различны. Поток прямой солнечной радиации создает освещенность поверхности океана E_a , которая может быть рассчитана по формуле

$$E_a(\lambda, \gamma) = E_\infty(\lambda) e^{-\tau_{\text{sec}} \gamma} \cos \gamma, \quad (7.19)$$

где $E_{\infty}(\lambda)$ - спектральная освещенность на верхней границе атмосферы площадки, перпендикулярной к направлению солнечных лучей;

γ - зенитное расстояние Солнца,

τ - спектральная оптическая толщина атмосферы в вертикальном направлении.

Оптическая толщина τ зависит от показателя ослабления света в атмосфере, который из-за поглощения озоном практически полностью отсекает ультрафиолетовую часть спектра излучения и она до океана не доходит. В видимой области спектра поглощение света газами не сильно и кривые спектральной плотности освещенности на уровне поверхности океана и на верхней границе атмосферы подобны (см.рис.4.4). В инфракрасной области на спектральной кривой выделяются участки сильного поглощения радиации водяным паром, углекислым газом, кислородом и т.п.

Сильное поглощение радиации жидкой и газообразной водой приводит к тому, что поток рассеянной радиации сосредоточен в основном в видимой области спектра и его величина существенно меньше прямого солнечного излучения. Даже в ясную погоду рассеянный поток лучистой энергии существует, хотя он меньше, чем в пасмурную погоду, поскольку молекулярное рассеяние слабее других видов рассеяния, особенно облаками. Причем рассеяние облаками зависит от их формы, высоты и плотности. Оценки показывают, что в области видимой части спектра слоисто-кучевая облачность уменьшает освещенность примерно в два раза по сравнению с ясной погодой, а в просветах между облаками - увеличивает в два раза. Это означает, что освещенность на уровне океана - очень изменчивая характеристика, особенно при наличии в атмосфере облаков. Поэтому вычислять ее по точным формулам очень трудно. Отдельные измерения из-за изменчивости освещенности не всегда репрезентативны и приходится пользоваться приближенными формулами типа

$$E_a(\lambda, n) = E_a(\lambda, \gamma) (1 - an^m), \quad (7.20)$$

где n - облачность в долях единицы,

a, m - экспериментальные параметры ($a \approx 0,5 - 0,7$; $m \approx 1,3 - 1,0$).

По этой формуле какого-либо сдвига спектральной плотности по длине волны нет и поэтому она пригодна для описания суммарной освещенности, в которой преобладает прямая радиация (кривая 2 на рис. 4.4). Следует также отметить, что в общем лучистом потоке E_a часть его относится к категории рассеянного света, даже при отсутствии облаков. Эта доля тем больше, чем больше зенитный угол Солнца (табл.7.2).

Таблица 7.2

Доля рассеянного лучистого потока ($\eta\%$) в суммарном в зависимости от зенитного угла γ .

γ°	0 - 20	40	60	75	85	90
$\eta\%$	10	13	19	32	54	100

Трудности математического описания и расчета освещенности обусловили составление таблиц освещенности прямым и рассеянным светом в зависимости от высоты Солнца, типа облаков и их количества.

Освещенность поверхности зависит от ее наклона к лучу света. В формуле (7.19) для плоской поверхности океана наклон ее описывается зенитным расстоянием Солнца. Если освещаемая поверхность ориентирована произвольно под углом ϑ между лучом и нормально к поверхности, то при определении телесного угла

$$d\Omega = d\Pi_{\perp} / R^2$$

из формулы (7.2) следует

$$E = \frac{I d\Pi_{\perp}}{R^2 d\Pi}, \quad (7.21)$$

где Π и Π_{\perp} - площади освещаемой поверхности и ее проекции (рис.7.11). Поскольку

$$d\Pi_{\perp} = \cos\vartheta \cdot d\Pi, \text{ то}$$

формула (7.21) принимает вид

$$E = I \cos\vartheta / R^2. \quad (7.22)$$

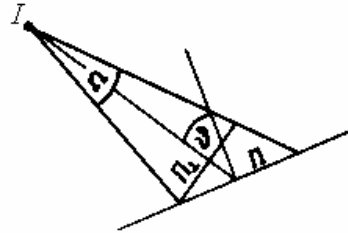


Рис.7.11. Схема ориентировки освещаемой площадки к падающему на нее лучу света.

В случае пучка параллельных лучей, как это имеет место при прямом солнечном свете, зависимость освещенности от расстояния пропадает, если нет ослабления света, но зависимость от угла падения остается.

При освещении поверхности океана рассеянным светом зависимости от ее ориентировки нет, если отсутствует какое-либо преобладающее направление потока этого света.

Поступающий к поверхности океана свет частично отражается. При его описании вполне можно пользоваться законами геометрической оптики: лучи падения, отражения и преломления лежат в одной

плоскости с нормалью, восстановленной в точке падения на границе раздела сред; угол падения γ_1 равен углу отражения; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления γ_2 есть величина постоянная для данных сред

$$\frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} = \frac{C_1}{C_2} = n_{1,2}, \quad (7.23)$$

где C_1 и C_2 - скорости света в первой и второй средах соответственно. $n_{1,2}$ - относительный показатель преломления. При прохождении света из воздуха в воду $n_{1,2} \approx 4/3$.

Коэффициент отражения r , характеризующий отношение отраженного света к падающему зависит как от угла падения, так и от поляризации вектора электрической напряженности относительно плоскости падения, проводимой через падающий, отраженный лучи и нормаль к границе раздела сред в точке падения луча. Если вектор лежит в плоскости падения, то

$$r' = \frac{\operatorname{tg}^2(\gamma_1 - \gamma_2)}{\operatorname{tg}^2(\gamma_1 + \gamma_2)}. \quad (7.24)$$

Если же вектор перпендикулярен к плоскости падения, то

$$r'' = \frac{\sin^2(\gamma_1 - \gamma_2)}{\sin^2(\gamma_1 + \gamma_2)}. \quad (7.25)$$

Это известные формулы Френеля.

Поскольку γ_2 вычисляется по формуле Снеллиуса (7.23), то легко определяются значения r' и r'' в зависимости от угла падения (табл.7.3)

Таблица 7.3.

Коэффициенты отражения света (%)

γ_1^0	0	30	50	70	80
$r' \%$	2	1.2	0.1	4.7	24.0
$r'' \%$	2	3.1	6.7	21.9	45.9
$r_n \%$	2	2.2	3.4	13.3	35.0

Если падающий свет неполяризованный, то ориентировка в нем вектора электрической напряженности хаотическая и коэффициент отражения прямого света r_n принимается как среднее значение из r' и r'' .

При волнении r_n может существенно отличаться от приведенных в таблице 7.3. В случае малых зенитных углов волнение увеличивает γ_1 и коэффициент отражения растет. Если же зенитные углы большие, то

волнение уменьшает γ_1 , а следовательно, и r_p .

Коэффициент отражения рассеянного света r_p определяется как средневзвешенное из r_n для всех углов падения. Получено $r_p \approx 6,6\%$. Общий коэффициент отражения суммарного потока света характеризуется формулой (4.23).

Отражение приводит к ослаблению *подповерхностной освещенности* E_0 относительно поступившей на поверхность океана

$$E_{\lambda_0} = E_{\lambda_0}(1 - r). \quad (7.26)$$

Для описания ослабления освещенности с глубиной за счет поглощения и рассеяния света используется соотношение

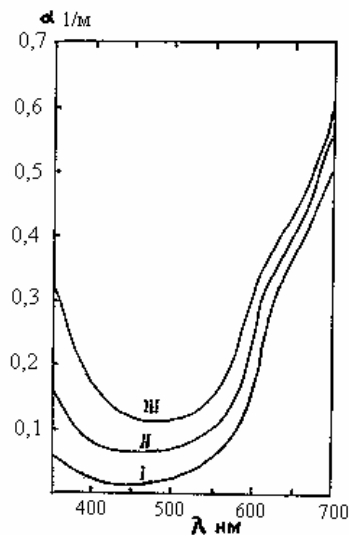
$$dE_\lambda / E_\lambda = -\alpha_\lambda dz, \quad (7.27)$$

откуда следует

$$E_\lambda(z) = E_{\lambda_0} e^{-\alpha_\lambda z}. \quad (7.28)$$

Здесь α_λ - *показатель вертикального ослабления освещенности*. В связи с тем, что поглощение и рассеяние света меняются при различных длин волн, то величина α также зависит от длины волны (рис.7.12). На значение α еще оказывает влияние характер освещенности, поэтому α не совпадает с ϵ . Для приближенных оценок полагают $\alpha \approx (1/4)\epsilon$, но в этом случае не принимается во внимание изменение освещенности. Зависимость от оптических свойств воды такая же, как у ϵ . Чем чище вода, тем меньше α . В наиболее оптически чистых океанических водах (тип I) в диапазоне длин волн 350 - 550 нм. значение α меньше, чем ϵ , а далее, начиная с 600 нм., величина α превышает ϵ (см. рис. 7.5 и 7.12). С увеличением примесей в морской воде α существенно увеличивается из-за рассеяния света в голубой части спектра (тип III) и несколько меньше в желто-красной части спектра.

Рис.7.12. Характер зависимости вертикального показателя ослабления освещенности от длины волны и оптического типа вод [1].



Хотя показатель α зависит не только от оптических свойств воды, но и освещенности, тем не менее из-за простоты и быстроты его определения он используется для оптической типизации вод океана. Чтобы ослабить изменчивость освещенности, измерения проводятся при ясном небе и малых зенитных углах Солнца. По величине и характеру изменения α с длиной волны Ерлов выделил три основных типа океанических вод (см.рис.7.12) и пять типов прибрежных вод, для которых α больше, чем для океанических вод. К типу I относятся воды центральных районов Индийского и Тихого океанов, тропической зоны Атлантического океана, к типу II - воды Гвианского течения, к типу III - воды калифорнийского и перуанского апвеллингов.

В связи с довольно высокой корреляцией между значениями α на разных длинах волн и $\alpha(\lambda=500\text{ нм})$, при оптической характеристике водной массы в ряде случаев используют последнюю величину, либо ослабление освещенности на перепаде глубин в 1 м при учете $\alpha(\lambda=500\text{ нм})$, т.е.

$$T = \exp(-\alpha_{\lambda=500\text{ нм}} \cdot 1\text{ м}) \quad (7.29)$$

Эта величина, выраженная в процентах, называется *прозрачностью*.

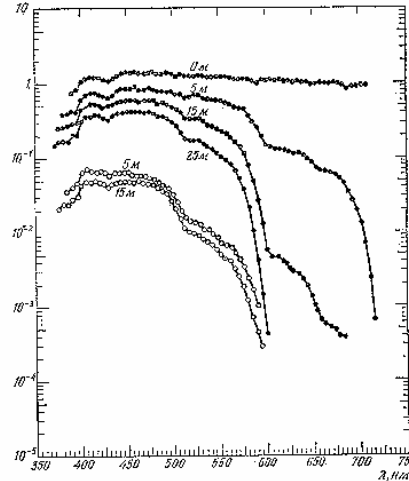
На основании данных прозрачности сотрудники Института океанологии им. П.П. Ширшова составили более точную оптическую характеристику вод Мирового океана. Естественно, прозрачность наиболее изменчива в поверхностных водах, но и в промежуточных она меняется от 90 до 60 %. В глубинных водах прозрачность меняется от 85 до 60 %. Придонные воды в целом оптически более однородны, но встречаются участки с очень высокими показателями ослабления света.

Увеличение α к концам видимого диапазона спектра приводит к тому, что с глубиной быстрее поглощается желто-красная и голубая части спектра. В качестве примера на рис.7.13 показано по данным измерений изменение освещенности с глубиной по отношению к поверхностной.. Видно, что уже на глубине 5 м красная часть видимого спектра ослабляется не менее чем в 10 раз, а к глубине 25 м в спектре в основном остается только его синяя и зеленая части, хотя и ослабленные почти в два раза.

Важной оптической характеристикой светового поля океана является *восходящая освещенность*, E^\uparrow поскольку она несет информацию об обратном рассеянии, зависящем, как уже отмечалось, от примесей в океане. На рис.7.13 показаны спектр и величина восходящей освещенности. Ее спектр уже спектра E^\downarrow из-за отсутствия светового потока, поглощенного водой. Кроме того, спектр E^\uparrow слабо меняется с глубиной.

Принято соотношение восходящей и нисходящей освещенностей выражать *коэффициентом диффузного отражения* $R(z)$

Рис.7.13. Ослабление освещенности с глубиной по отношению к подповерхностной. Гольфстрим. Лето.[1]. Темные кружки - нисходящая освещенность, светлые - восходящая.



$$R(z) = \frac{E^{\uparrow}(z)}{E^{\downarrow}(z)}. \quad (7.30)$$

Этот коэффициент меняется в пределах видимого диапазона спектра, составляя величину около 10% в его сине-голубой части, где велико рассеяние, и уменьшается до 1% в желто-красной части спектра. Это обстоятельство используется для ориентировочных оценок содержания в морской воде растворенного органического вещества и взвесей.

Восходящая освещенность частично выходит из океана в атмосферу. По аналогии с формулой (7.26) можно записать

$$E_a^{\uparrow} = E_0^{\uparrow}(1 - r_B), \quad (7.31)$$

где r_B - коэффициент отражения восходящего света от поверхности океана. Он не равен r поскольку лучи света подходящие к поверхности под углом большим или равным углу полного внутреннего отражения не выходят в атмосферу. Этот угол из закона Снеллиуса определяется формулой

$$\gamma_2 = \arcsin \frac{\pi}{2n_{1,2}}. \quad (7.32)$$

Вышедший из океана поток света увеличивает отраженный свет, что приводит к кажущемуся увеличению коэффициента отражения r . Чтобы этого не происходило используют понятие *альбеда*,

применяемое в метеорологии

$$A = r + R(I - r)(I - r_b). \quad (7.33)$$

Исходя из зависимости R от длины волны, следует, что и A зависит от длины волны, хотя в целом последнее слагаемое правой части формулы (7.33) небольшое. При оценке суммарного для всех длин волн альbedo эта добавка играет небольшую роль, но при определении спектрального альbedo учет выходящего из воды света может существенно увеличить A в сине-голубой части спектра.

7.7. Яркость светового поля

Понятие яркости светового поля является основополагающей фотометрической характеристикой. Согласно определению, в ней сила света относится к поверхности, перпендикулярной к световым лучам. В этом прежде всего и состоит отличие от освещенности произвольно ориентированной поверхности. Если использовать связь между изменением освещенности и силой света из формулы (7.2) в виде

$$dE = I d\Omega/d\Pi, \quad (7.34)$$

то подстановка сюда формулы (7.3) и учет проекции освещаемой поверхности на нормаль к лучам приводит к выражению

$$dE = B \cos\vartheta d\Omega. \quad (7.35)$$

Эта формула характеризует освещенность площадки с направления ϑ к вертикали в пределах элементарного телесного угла. Ее можно трактовать как, освещенность площадки, наклоненной к лучам под углом ϑ .

Поле яркости естественного света в океане создается поступающим из атмосферы светом. При безоблачном небе распределение яркости зависит от высоты Солнца и интенсивности рассеяния с учетом его индикатриссы. В направлении Солнца яркость максимальна и постепенно уменьшается до минимума на 180° по азимуту. К горизонту она снова увеличивается за счет возрастания оптической толщины атмосферы и рассеяния. При сплошной облачности поле яркости практически не зависит от азимута, а только от высоты Солнца, увеличиваясь с ростом высоты. При частичной облачности вклад рассеянного света в общий поток меняется от 20-40 % при большой высоте Солнца и до 50-90 % - при малой.

В океанологии обычно требуется знание освещенности поверхности океана с полусферы. В этом случае из формулы (7.35) следует

$$E_a = \int_{2\pi} B \cos\vartheta d\Omega. \quad (7.36)$$

В том случае, когда B в пределах полусферы не меняется, формула (7.36) может быть преобразована следующим образом:

$$E_a = B \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \cos\vartheta \sin\vartheta d\vartheta \right) d\varphi = \pi B. \quad (7.37)$$

При прохождении света под поверхность воды яркость меняется иначе, чем освещенность. Действительно, из-за преломления света на поверхности океана падающий свет в телесном угле Ω_1 концентрируется в телесный угол Ω_2 , который меньше, чем Ω_1 (рис.7.14). Чтобы это показать можно воспользоваться формулой (7.35), в которой освещенность следует выразить через яркость не для полусферы, а для телесного угла Ω , тогда

$$(1-r)B_a\Omega_1 = B_0\Omega_2. \quad (7.38)$$

Площади оснований телесных углов соответственно равны

$$\Omega_1 = \pi x_1^2 \quad \text{и} \quad \Omega_2 = \pi x_2^2,$$

где x_1 и x_2 - радиусы оснований углов. В таком случае из соотношения (7.38) следует

$$B_0 = B_a(1-r) \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^2. \quad (7.39)$$

Если рассматривать сечение телесных углов, то

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = n_{1,2}. \quad (7.40)$$

Следовательно,

$$B_0 = B_a(1-r)n_{1,2}^2 \quad (7.41)$$

Эта формула показывает концентрацию яркости под поверхностью океана. Она бывает заметной при малых коэффициентах отражения, поэтому при волнении происходят локальные концентрации яркости в подповерхностном слое, в результате чего возникают существенные флуктуации яркости, а следовательно и освещенности.

В подповерхностном слое яркость максимальна в направлении на источник света, т.е. для естественного света – на Солнце. В пределах телесного угла, ограниченного предельным углом преломления

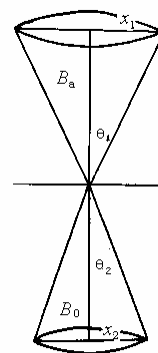


Рис.7.14. Схема преломления световых лучей и изменения телесного угла на границе атмосфера - океан.

($48,6^\circ$), подводная яркость создается прямым и рассеянным атмосферным светом, а за пределами этого телесного угла яркость обусловлена только светом, рассеянным водой (рис. 7.15).

С увеличением глубины прямой солнечный свет постоянно рассеивается и поглощается, в результате чего максимум яркости постепенно смещается к зениту, а флуктуации яркости исчезают.

На основании рассмотренного распределения яркости в океане выделяют три слоя: подповерхностный, промежуточный, глубоководный. Первый простирается до глубины видимости белого диска (Z_b). В нем может отмечаться прямое солнечное излучение, максимум яркости направлен на Солнце, могут отмечаться флуктуации яркости. В промежуточном слое отмечается только рассеянный свет, но максимум яркости еще направлен на Солнце, флуктуации яркости к нижней границе слоя затухают. Этот слой простирается от Z_b до $4Z_b$.

Глубинный слой простирающийся глубже $4Z_b$, характеризуется тем, что максимум яркости находится в зените при любой освещенности океана и распределение яркости становится симметричным относительно вертикали.

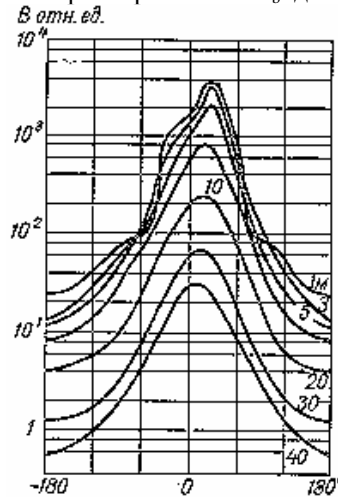


Рис. 7.15. Распределение яркости (в относит. единицах) в плоскости вертикали Солнца.[5]. Цифры над кривыми - глубина в метрах.

7.8. Уравнение переноса света в океане

Распространение светового потока естественного или искусственного происхождения в океане под любым углом к горизонту не описывается формулами освещенности. Необходимо прибегать к представлению о яркости B , которая не зависит от ориентировки освещаемой площадки. Из-за многократности рассеяния света и хаотичности распределения рассеивающих объектов в морской воде трудно проследить за трансформацией отдельного луча.

Теория переноса света формулируется в терминах лучевой оптики и базируется на фотометрических, а не электромагнитных

представлениях о свете. При этом рассматривается яркость какого-то участка спектра, т.е.

$$B = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda) d\lambda.$$

Яркость $B(\ell)$ в каком-то элементарном объеме воды зависит от начальной B_0 и ее изменении на отрезке луча $d\ell$

$$B(\ell) = B_0 + \frac{\partial B}{\partial \ell} d\ell. \quad (7.42)$$

Последнее слагаемое формулы (7.42) зависит от ослабления света за счет поглощения и рассеяния, а также от притока в элементарный объем рассеянного света

$$\frac{\partial B}{\partial \ell} = -\epsilon B + Q, \quad (7.43)$$

где $-\epsilon B$ характеризует ослабление света за счет поглощения и рассеяния, $Q = \int_{4\pi} \sigma B d\omega$ – приток рассеянного света,

пропорционального показателю рассеяния σ и яркости. Этот рассеянный свет приходит со всех сторон, поэтому описывается телесными углом всей сферы (4π).

Уравнение (7.43) может быть записано не только для направления ℓ , но и для какого-то телесного угла Ω . В океанологических задачах производная B от времени обычно не учитывается из-за большой скорости распространения света по сравнению со скоростью изменения яркости.

Решение уравнения (7.43) получить трудно из-за того, что поток рассеянного света по сути невозможно определить. Существует много разных приближенных методов.

А. *Определение яркости в глубинном слое океана.* Такой выбор обусловлен тем, что максимум яркости в этом слое направлен в зенит, что приводит к выражению $E = \pi B$. Поскольку $dE = -\alpha E dz$ или $dE/dz = -\alpha E$, то $dB/dz = -\alpha B$. При наклонном луче γ

$$\frac{\partial B}{\partial \ell} = -\alpha B \cos \gamma. \quad (7.44)$$

Подставив эту формулу в уравнение (7.43), получаем

$$Q = (\epsilon - \alpha \cos \gamma) B. \quad (7.45)$$

По сути это не решение, а связь между яркостью и рассеянным светом. Она иногда используется при оценках Q по известному B .

Б. *Простая модель изменения яркости с глубиной.* Она по сути дает

сугубо приближенное значение $B(\ell)$.

Из уравнения (7.43) следует

$$B(\ell) = B_0 e^{-\varepsilon \ell} + e^{-\varepsilon \ell} \int_0^{\ell} Q(\xi) e^{\varepsilon \xi} d\xi \quad (7.46)$$

Предполагается, что из-за пропорциональности между Q и B можно по формуле (7.44) представить

$$Q(\ell) = Q(0) e^{-\alpha \ell \cos \gamma}. \quad (7.47)$$

Следовательно

$$B(\ell) = B_0 e^{-\varepsilon \ell} + e^{-\varepsilon \ell} \int_0^{\ell} Q(0) e^{(\varepsilon - \alpha \cos \gamma) \xi} d\xi. \quad (7.48)$$

Или

$$B(\ell) = B_0 e^{-\varepsilon \ell} + \frac{Q(0) e^{-\varepsilon \ell}}{\varepsilon - \alpha \cos \gamma} \left[e^{(\varepsilon - \alpha \cos \gamma) \ell} - 1 \right]. \quad (7.49)$$

При наблюдении вертикально вниз ($\gamma = 180^\circ$)

$$B(z) = B_0 e^{-\varepsilon z} + \frac{Q(0) e^{-\alpha z}}{\varepsilon + \alpha} \left[1 - e^{-(\varepsilon + \alpha) z} \right]. \quad (7.50)$$

Эта формула дает примерное представление о яркости света на глубине z . В этом случае $Q(0)$ определяется по подповерхностной яркости света (7.45) при известных значениях показателя ослабления света ε и показателя ослабления освещенности α для выбранного интервала $\Delta\lambda$.

В. *Двухпотокное приближение.* В этом случае от яркости переходят к освещенности горизонтальной поверхности сверху E^\downarrow и снизу E^\uparrow в требуемом диапазоне спектра $\Delta\lambda$. Рассеянный свет выражается через индикатрису $X(\gamma)$. При условии независимости яркости от азимута оказывается, что

$$Q = \frac{\sigma}{2} \int_0^\pi X B \sin \gamma d\gamma \quad (7.51)$$

и уравнение (7.43) принимает вид

$$\frac{\partial B}{\partial \ell} + \varepsilon B = \frac{\sigma}{2} \int_0^\pi X B \sin \gamma d\gamma. \quad (7.52)$$

Для того чтобы от наклонного луча под углом падения γ перейти к вертикальной координате, используется соотношение $dz = \cos \gamma d\ell$. Далее вводится новая переменная $\mu = \cos \gamma$. При этом уравнение (7.52) приобретает запись

$$\mu \frac{dB}{dz} + \epsilon B = \frac{\sigma}{2} \int_{-1}^1 X B d\mu'. \quad (7.53)$$

Для дальнейшего перехода к освещенности по полусфере все члены уравнения (7.53) умножаются на $d\mu d\varphi$ и интегрируются от 0 до 2π по азимуту φ и по углам наклона (μ) от -1 до 0 и от 0 до 1, т. е. для двух полусфер, с учетом соотношения (7.37). При этом интеграл в уравнении (7.53) разбивается на два: для верхней и нижней полусфер. В результате получаются два уравнения

$$\frac{dE^\downarrow}{dz} + \frac{\chi + \sigma\varphi_1}{\mu_1} E^\downarrow = \frac{\sigma\varphi_2}{\mu_2} E^\uparrow, \quad (7.54)$$

$$\frac{dE^\uparrow}{dz} - \frac{\chi + \sigma\varphi_2}{\mu_2} E^\uparrow = -\frac{\sigma\varphi_1}{\mu_1} E^\downarrow \quad (7.55)$$

где $\mu_1 = \left(\int_0^1 B \mu d\mu \right) / \left(\int_0^1 B d\mu \right)$, $\mu_2 = - \left(\int_{-1}^0 B \mu d\mu \right) / \left(\int_{-1}^0 B d\mu \right)$ – средние косинусы углов наклона световых пучков в нисходящем и восходящем свете соответственно;

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \int_0^1 B \left(\int_{-1}^0 X(\mu, \mu') d\mu' \right) d\mu / \int_0^1 B d\mu,$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2} \int_{-1}^0 B \left(\int_0^1 X(\mu, \mu') d\mu' \right) d\mu / \int_{-1}^0 B d\mu \quad -$$

представляют собой доли нисходящего и восходящего потоков, рассеиваемые соответственно вверх и вниз слоем воды единичной, толщины.

Показатель поглощения χ в уравнениях (7.54) и (7.55) появился в результате деления ϵ на χ и σ .

Уравнения двухпоточкового приближения используются при точных определениях освещенности, при количественных определениях цвета океана, при оценках поглощения света в океане и расчетах показателя поглощения света χ . Например, из (7.54) и (7.55) следует

$$\frac{dE^\uparrow}{dz} - \frac{dE^\downarrow}{dz} = \chi \frac{E^\downarrow}{\mu_1} \left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2} R \right). \quad (7.56)$$

Обычно полагается $\mu_1 \approx \mu_2 \approx 0,5$. Поскольку коэффициент диффузного отражения мал, как уже отмечалось, то при приближенных оценках χ им можно пренебрегать. Тогда получается простое выражение, используемое для определения

$$\chi = \frac{0,5}{E^\downarrow} \left(\frac{dE^\uparrow}{dz} - \frac{dE^\downarrow}{dz} \right). \quad (7.57)$$

Если уравнение (7.56) проинтегрировать в некотором слое, то получится выражение, по которому можно оценить поглощение света в этом, слое.

Кроме приведенных простых приближенных решений переноса света известны более точные, но в океанологии они используются только при изучении распространения искусственного света или при определениях по изменению яркости света примесей в воде.

7.9. Видимость подводных объектов

Объект в воде можно видеть, если он по яркости или цвету отличается от окружающего фона. Пусть B_ϕ - яркость фона, B - яркость объекта. Вводится понятие *контраста*.

$$K = (B - B_\phi) / B_\phi \quad (7.58)$$

Если объект абсолютно черен ($B=0$), то $K = -1$, если фон абсолютно черен ($B_\phi=0$), то $K = \infty$, т.е. $-1 < K < \infty$. Выделяют различные значения контраста. Если наблюдатель рассматривает объект в воде, который постепенно удаляется от него, то контраст, при котором объект перестает быть видимым, называется *пороговым контрастом исчезновения* K_n . В том случае когда при приближении к наблюдателю предмет становится видимым, выделяется *пороговый контраст обнаружения* K_n . При этом объект различим лишь в виде размытого пятна, а его контуры не различаются. Наконец, на более близком расстоянии от наблюдателя различаются контуры объекта и его можно узнать. Такое состояние жидкости характеризуется *пороговым контрастом узнавания* K_y . Предполагается, что во всех случаях угловой размер объекта больше предельного. Из-за особенностей глаза адаптироваться к видимости предмета на фоне окружающей среды

$$K_n < K_n < K_y.$$

При освещении океана и объекта в нем естественным светом различие в их яркостях будет зависеть от оптических свойств воды и изменения с глубиной освещенности.

Из общего уравнения переноса света (7.46), которое применимо для описания уменьшения яркости как объекта так и фона с расстоянием, нельзя без дополнительных гипотез определить их изменение из-за отсутствия сведений о Q .

Второе слагаемое уравнения (7.46) описывает вклад рассеянного света в яркость объекта. Это как бы "дымка". Видно, что с ростом ℓ начальная яркость объекта $B(0)$ уменьшается, а "дымка" растет. Приблизительно это слагаемое выражают из соображений, что.

$$\frac{dE^\downarrow}{dz} = -\alpha E^\downarrow, \quad (7.59)$$

но при освещении из полусферы $E^\downarrow = \pi B$. Следовательно,

$$\frac{dB_\Phi}{dz} = -\alpha B_\Phi, \quad (7.60)$$

а при наклонном луче

$$\frac{dB_\Phi}{dz} = -\alpha B_\Phi \cos \gamma. \quad (7.61)$$

Следовательно,

$$B_\Phi(\ell) = B_\Phi(0) e^{-\alpha \ell \cos \gamma}. \quad (7.62)$$

Поскольку яркость фона должна быть одной и той же при ее определении выражениями (7.46) и 7.(62), приравнивание их левых частей позволяют выразить "дымку"

$$\int_0^\ell Q e^{-\epsilon(\ell-\xi)} d\xi = B_\Phi(0) (e^{-\alpha \ell \cos \gamma} - e^{-\epsilon \ell}). \quad (7.63)$$

Теперь можно оценить изменение контрастности с расстоянием, подставив в формулу (7.58) формулу (7.46) как для объекта, так и для фона, в которых "дымка" выражена формулой (7.63):

$$K(\ell) = \frac{B(0) - B_\Phi(0)}{B_\Phi(0)} e^{(\alpha \cos \gamma - \epsilon)\ell} = K(0) e^{(\alpha \cos \gamma - \epsilon)\ell} \quad (7.64)$$

Таким образом, контрастность с расстоянием убывает по экспоненциальному закону, завися как от поглощения, так и от рассеяния света. В данном случае не учитывается влияние промежуточной среды, например воздуха, если смотреть на объект в воде из атмосферы. Считается, что глаз или другой приемник света (фотоаппарат), опущен в воду.

Обычно для каждого приемника света существует порог контрастности, при котором предмет различается

$$\frac{K(\ell)}{K(0)} = e^{(\alpha \cos \gamma - \epsilon)\ell}. \quad (7.65)$$

Чаще всего используется некоторое среднее из перечисленных

значений K . В таком случае из формулы (7.65) следует

$$\ell = \frac{\ln[K(\ell)/K(0)]}{(\alpha \cos \gamma - \varepsilon)}, \quad (7.66)$$

т.е. можно определить расстояние, на котором виден объект. При этом, если предмет освещается сверху, надо к γ прибавить 180° , так как свет идет не только к объекту, но и обратно в приемник.

Формулу (7.66) используют в дисковых наблюдениях для приближенного определения оптических свойств воды. В этом случае $\gamma=180^\circ$, $\cos \gamma = -1$ и расстояние ℓ равно глубине видимости белого диска Z_b . Тогда

$$(\alpha + \varepsilon) = -\frac{\ln[K(\ell)/K(0)]}{Z_b} \quad (7.67)$$

Зная глубину, на которой исчезает видимость диска, можно определить $(\alpha + \varepsilon)$, а также их отдельные значения, исходя из условия, что $\alpha \approx (0,2 - 0,25)\varepsilon$.

Глубину видимости белого диска называют *относительной прозрачностью*. Из формулы (7.67) следует, что Z_b зависит не только от оптических свойств воды, но и от показателя ослабления освещенности.

Формулой (7.67) пользуются и для цветных дисков, но K при этом имеет другие значения.

Приведенные формулы, определяющие зависимость контраста и оптических характеристик воды и моря от дальности видимости белого диска, справедливы, строго говоря, в том случае, если наблюдатель не находится за пределами воды. Если же наблюдения проводятся из атмосферы, то в глаз наблюдателя дополнительно поступает свет, отраженный от поверхности океана. Он же влияет на яркость фона. Поэтому, хотя основная формула контраста (7.58) не меняется, но входящие в нее яркости объекта и фона будут другими.

Яркость объекта зависит от яркости собственного диска B_d и от яркости моря B_m , за исключением того столба воды, который закрыт диском B_c (рис.7.16), т. е.

$$B = B_d + B_m - B_c. \quad (7.68)$$

Яркость фона определяется яркостью моря и яркостью ореола вокруг диска. При этом исключается не видимая за диском яркость столба воды

$$B_\phi = B_m + y(B_d - B_c). \quad (7.69)$$

Здесь y - яркость ореола, отнесенная к яркости диска. При получении выражений яркостей, входящих в формулы (7.68) и (7.69) следует иметь в виду, что источником света является прямая и рассеянная радиация, создающие освещенность поверхности океана.

В таком случае освещенность диска выразится формулой

$$E_d^\downarrow = E_a^\downarrow (1-r) e^{-\alpha_1 z_b}, \quad (7.70)$$

где экспонента характеризует ослабление дошедшей до диска подповерхностной освещенности. Если отражательная способность диска r_d , а ослабление идущего от диска вверх света характеризуется множителем $e^{-\alpha_2 z_b}$, то восходящая освещенность у поверхности океана будет

$$E_0^\uparrow = E_a^\downarrow (1-r) r_d e^{-(\alpha_1 + \alpha_2) z_b}. \quad (7.71)$$

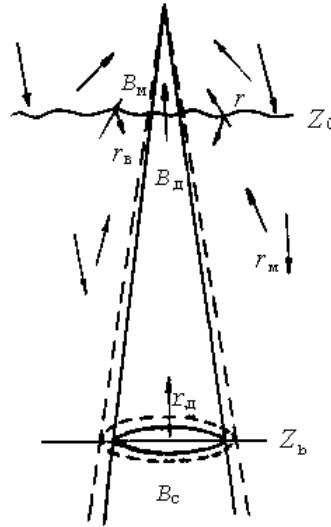


Рис.7.16. Распределение яркостей и коэффициентов отражения в схеме наблюдений белого диска.

При выходе света в атмосферу часть его отразится обратно в воду пропорционально коэффициенту отражения r_b . Остальную освещенность необходимо перевести в яркость, имея в виду отмеченные выше соотношения $E^\downarrow = \pi B$ и $B_0 = B_a n_{1,2}^2$. Следовательно,

$$B_d = E_a^\downarrow (1-r) r_d e^{-(\alpha_1 + \alpha_2) z_b} (1-r_b) \pi^{-1} n_{1,2}^{-2}. \quad (7.72)$$

Аналогичные рассуждения используются при получении выражения B_c . В него лишь вместо r_d входит коэффициент отражения глубинного слоя воды r_m . Он зависит от индикатриссы обратного рассеяния

$$B_c = E_a^\downarrow (1-r) r_m e^{-(\alpha_1 + \alpha_2) z_b} (1-r_b) \pi^{-1} n_{1,2}^{-2}. \quad (7.73)$$

Яркость моря зависит от света, отраженного морем $E_a^\downarrow r$, и от вышедшего из моря рассеянного света

$$B_m = \left[E_a^\downarrow r + E_a^\downarrow (1-r) r_m (1-r_b) n_{1,2}^{-2} \right] \pi^{-1}. \quad (7.74)$$

Подстановка формул (7.72) – (7.74) в (7.68), (7.69) и далее в (7.58) приводит к выражению контраста в виде

$$K = \frac{(1-y)(r_d - r_m)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)z_b}}{ye^{-(\alpha_1 + \alpha_2)z_b}(r_d - r_m) + r_m + \delta}, \quad (7.75)$$

где

$$\delta = \frac{n_{1,2}^2 r}{(1-r)(1-r_b)}.$$

Как и ранее граница видимости определяется из условия равенства K пороговому значению контраста. Более детально теория видимости диска изложена в работе [3].

Оптические характеристики воды содержатся в показателях ослабления света α_1 и α_2 . Их невозможно вычислить без знания коэффициентов отражения нисходящей и восходящей освещенности. Поэтому устанавливаются определенные правила наблюдений диска, при которых можно было бы эти коэффициенты считать известными. Чаще всего рекомендуется вести наблюдения с теневой и подветренной стороны судна.

Наибольшая глубина видимости белого диска, т.е. *относительная прозрачность*, зафиксирована в центральной части Тихого океана, где она составляет 45–50 м. Несколько меньше она (40 м) в Саргассовом море и в ряде районов Индийского океана. В прибрежных районах океанов и в морях с высокой биологической продуктивностью прозрачность понижена, не превышающая во многих случаях 10 м.

7.10. Цвет океана

Цвет предмета создается вследствие специфики глаза реагировать на спектр поступающего в него лучистого потока света. В связи с тем, что глаз человека реагирует не только на саму кривую спектра, но и на яркость, т. е. на интенсивность поступающего в него света, то может так случиться, что яркость играет преобладающую роль. При некоторой малой величине $B(\lambda)$ глаз не воспринимает цвет. Например, море лунной ночью кажется серым, хотя спектр лунного света практически не отличается от солнечного, т.е. существует некоторое B_{\min} , ниже которого цвет не различается. Существует и B_{\max} , выше которого свет не различается. Например, блик солнечной дорожки кажется белым, блестящим, ярким. Таким образом, человеческий глаз различает цвет в диапазоне яркостей между B_{\min} и B_{\max} . Следовательно, цвет океана зависит от поступающего в глаз спектрального состава света и его яркости. Выделяют также понятие *цветности* предмета, зависящего только от спектрального состава

излучения.

Цвет океана в диапазоне яркостей B_{\min} и B_{\max} зависит от спектров отраженного океаном и вышедшего из океана рассеянного света. Они в принципе различаются, и при большой величине отраженного света виден цвет источника света, а не моря, поскольку коэффициенты отражения мало меняются в видимом диапазоне света от длины волны. Например, в пасмурную погоду, когда отраженный свет превосходит вышедший из моря, его цвет представляется серым. При малых высотах Солнца рассеяние также велико и море принимает окраску той части небосвода, от которой поступают и отражаются лучи света. Поэтому, лучше всего цвет моря определять в условиях, благоприятствующих малому отражению света, т.е. при большой высоте Солнца и небольшом волнении.

Впервые приближенную теорию цвета моря предложил В.В. Шулейкин в 1921 г, обосновав спектр выходящего из моря света. Он использовал положение о трансформации в воде освещенности

$$E^{\downarrow} = E_o^{\downarrow} e^{-\alpha z} = E_o^{\downarrow} \exp\left[-(\chi_{\lambda} + a / \lambda^4)z\right], \quad (7.76)$$

т.е. он считал, что показатель вертикального ослабления освещенности зависит от показателей поглощения и рассеяния.

В элементарном слое dz вверх рассеивается

$$dE^{\uparrow} = \beta E_o^{\downarrow} \frac{a}{\lambda^4} \exp\left[-(\chi_{\lambda} + a / \lambda^4)z\right] dz. \quad (7.77)$$

По пути движения рассеянного света вверх снова происходит его поглощение и рассеивание, т.е. это выражение надо умножить на экспоненту $\exp\left[-(\chi_{\lambda} + a / \lambda^4)z\right]$.

Из всей толщи моря к поверхности поступит

$$E_o^{\uparrow} = \int_0^{\infty} \beta E_o^{\downarrow} \frac{a}{\lambda^4} \exp\left[-2(\chi_{\lambda} + a / \lambda^4)z\right] dz = \frac{E_o^{\downarrow} \beta a}{2\lambda^4 (\chi_{\lambda} + a / \lambda^4)}. \quad (7.78)$$

Если учесть отражение сверху r и снизу r_b , то суммарный спектр будет иметь вид

$$E^{\uparrow} = r E_a^{\downarrow} + \frac{a \beta E_a^{\downarrow} (1-r)(1-r_b)}{2\lambda^4 (\chi_{\lambda} + a / \lambda^4)}. \quad (7.79)$$

Если бы поглощения света в море не было ($\chi=0$), то в знаменателе последнего члена λ^4 сокращается и спектр света зависит только от спектра E_a^{\downarrow} падающего света. Если рассеивание отсутствует ($a=0$), то последний член отсутствует, и цвет моря определяется только

отраженным светом. Таким образом, нельзя считать, что цвет моря зависит только от поглощения или только от рассеяния света. Он определяется соотношением χ и σ .

Более точное представление о E_0^\uparrow получается на основе формул двухпоточкового приближения теории распространения света в океане (7.54) – (7.55).

В чистой морской воде χ в сине-голубой части спектра мало и поэтому спектральная плотность выходящего из воды света повышенная, что приводит к синему цвету моря. С ростом концентрации примесей в морской воде растут σ и χ , причем минимум последнего смещается в сторону более длинных волн. Это вызывает смещение максимума спектральной плотности света из океана также в сторону длинных волн и цвет океана становится зеленым, а при большом количестве примесей - даже желтым.

В практике наблюдений за цветом океана широко используется метод определения цвета по сравнению с эталонными растворами (шкала Фореля-Уле). Однако из-за часто возникающих различий в яркости трудно однозначно установить цвет.

В 1931 г. международная комиссия по освещенности (МКО) рекомендовала к использованию диаграмму цветности, по которой оценивается как цвет, так и его насыщенность (рис.7.17). Суть этого метода определения цвета моря состоит в том, что в результате смешения трех базовых цветов (синего, зеленого и красного) в различных пропорциях могут быть получены все остальные, вплоть до белого. Чтобы из наблюдаемого светового потока выделить базовые цвета, используются спектральные фильтры: $x'(\lambda)$, $y'(\lambda)$ и $z'(\lambda)$. Они представляют собой кривые, описывающие спектральную чувствительность цветовых рецепторов глаза. С их помощью из спектра наблюдаемой освещенности моря выделяются значения соответствующего базового цвета по формулам

$$X = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda)x'(\lambda)d\lambda, Y = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda)y'(\lambda)d\lambda, Z = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda)z'(\lambda)d\lambda. \quad (7.80)$$

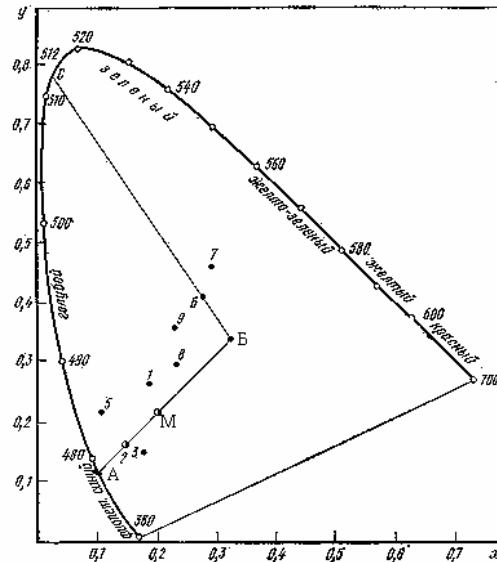
Пределы интегрирования должны, по возможности, охватывать весь диапазон видимого света. Далее вычисляются координаты цветности

$$x=X/(X+Y+Z), \quad y=Y/(X+Y+Z), \quad z=Z/(X+Y+Z). \quad (7.81)$$

Ясно, что $x+y+z = 1$. Поэтому из трех координат две являются независимыми и служат осями диаграммы цветности. Координатами белого цвета будут $x=y=z=1/3$ (точка Б). Положение остальных цветов в координатной плоскости вычисляется по монохроматическому

излучению, и точки соединяются между собой плавной кривой, называемой *диаграммой цветности* (рис.7.17).

Рис.7.17.
 Диаграмма
 цветности МКО.
 Обозначения
 приведены в тексте.



Вычисленные не по монохроматической, а по реальной освещенности координаты цвета обозначены цифрами и, в том числе точкой М. Они обычно не совпадают с кривой цветности. Если соединить точки Б и М линией до пересечения с диаграммой цветности, то на ней точка А характеризует цвет моря, а отношение $\xi = \text{БМ} / \text{БА}$ называется *чистотой цвета*. Она велика в центральных районах Индийского и Тихого океанов, составляя 55%. Цвет океана здесь синий ($\lambda_A = 473-474$ нм). В прибрежных районах океана (в тропической зоне Атлантического океана) цвет становится зеленоватым ($\lambda_A = 512-515$ нм), а чистота цвета уменьшается до 26-31%. Данные наблюдений свидетельствуют, что с увеличением прозрачности цветовой фон смещается к синему, а чистота цвета растет.

Поскольку наблюдаемая освещенность океана $E(\lambda)$ зависит не только от оптических свойств воды, но и от облачности, высоты Солнца, волнения, то и цвет одного и того же района океана будет разным при различных метеоусловиях и в разное время суток.

Дополнительная литература

- 1.- *Иванов А.* Введение в океанографию. Пер. с франц.– М: Мир, 1978 - гл.15,16.
- 2.- *Карабаев Г.С.* Флюоресценция в океане. –Л.:Гидрометеиздат,1987.- 200с.
- 3.- *Оптика океана.* Т.1. Физическая оптика океана. Под ред. А.С. Мониной.– М.: Наука, 1983. - 371с.
- 4.- *Оптика океана.* Т.2. Прикладная оптика океана Под ред. А.С. Мониной. – М.: Наука, 1983. - 236с.
- 5.- *Соколов О.А.* Видимость под водой –Л.: Гидрометеиздат, 1974.- гл. 2 -5.
- 6.- *Шифрин К.С.* Введение в оптику океана – Л.: Гидрометеиздат, 1983. - 278с.

Вопросы для самопроверки

- 1 - Что влияет на показатель ослабления света в морской воде в разных спектральных интервалах и каковы порядки его величин?
- 2 - Как зависит рассеяние света в океане от состава примесей и длины спектрального интервала света?
- 3 - Каков характерный вид индикатрисс рассеяния света чистой водой, а также водой с содержанием мелкой и крупной взвеси?
- 4 - Какие вы знаете теории рассеяния света в океане и в чем заключается их суть?
- 5 - В чем состоит различие между показателем ослабления света и показателем вертикального ослабления освещенности в океане?
- 6 - Напишите уравнение переноса света в океане. В чем состоит трудность его решения и какие вы знаете приближенные методы его решения?
- 7 - Какие оптические характеристики океана можно определить по наблюдениям диска видимости?
- 8 - Как влияет состояние поверхности океана и солнечное освещение на пропускание света в океан и на его цвет ?
- 9 - Как меняется спектральный состав естественного света с глубиной?
- 10 - Какова природа флуоресценции света в океане и в каких направлениях это явление используется?
- 11 - В каких практических целях используются знания оптических свойств океана?

АКУСТИКА ОКЕАНА

8.1. Основные определения

Акустика океана - один из наиболее разработанных разделов физики океана, имеющий большое практическое применение. Впервые знания о скорости распространения звука в океане потребовались в связи с использованием эхолота при измерении глубин. Его стали применять в судоходстве в начале XIX в., и с этого времени ведется изучение закономерностей изменения скорости звука в океане.

В годы второй Мировой войны бурно развивается гидролокация – отрасль акустики океана, имеющая целью обнаружение подводных лодок, надводных кораблей с подводных лодок, других подводных предметов посредством излучения и приема отраженного акустического сигнала от предмета. Для этого необходимо знать характер распространения акустического сигнала в океане, его зависимость от полей температуры, солености, давления, скорости течения, особенности его отражения от поверхности океана и дна и т.д. Оказалось, что акустический сигнал в океане может распространяться на большое расстояние. Это послужило основой для его использования как средства связи. Началось развитие акустической телеметрии.

Акустическая гидролокация широко используется в промысловой разведке рыбы и при определении ее запасов, в геологических изысканиях для определения строения дна.

Появление чувствительных приемников звуков выявило, что с их помощью можно улавливать сигналы, издаваемые различными морскими организмами, улавливать шум, создаваемый морскими волнами, подвижками дна, движением и торошением льда и т.д. Это позволило "слушать" океан получать представление о происходящих в нем процессах. С 70-х годов начинает оформляться акустическая томография - наука, позволяющая по изменению излученного акустического сигнала в точке приема определять структуру океана и течения на участке между излучателем и приемником сигнала.

Морская вода как сплошная среда обладает объемной упругостью, поэтому возмущения упругости, приводящие к сжатию или расширению воды в каком-то объеме, распространяются за его пределы. Скорость этих колебаний V относительно положения равновесия называется *колебательной скоростью волны*, а скорость

распространения сжатий и разрежений - *акустической скоростью* или *скоростью распространения звука*.

Поскольку направление колебаний частиц среды происходит вдоль направления распространения волны, то акустические волны в океане относятся к категории *продольных*.

Сжатие и разрежение в воде характеризуется изменением давления P , которое отсчитывается от гидростатического. Поэтому схематически акустическую волну обычно принято изображать в виде изменения P во времени или с расстоянием. В первом случае описывается прохождение волны в какой-то точке x , а во втором - дается вид волны в какой-то момент времени t вдоль ее направления (рис.8.1). При использовании в качестве оси абсцисс времени расстояние между двумя соседними точками максимального сжатия или разрежения или между двумя ближайшими точками с одинаковой фазой колебаний характеризует период волны τ . Если в качестве абсциссы используется расстояние, то аналогичные расстояния между упомянутыми точками кривой волны характеризуют ее длину λ .

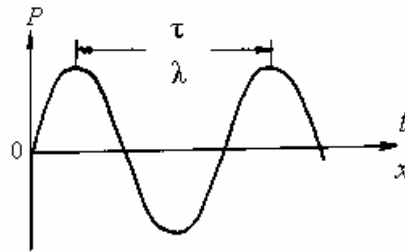


Рис.8.1. Схема изображения акустической волны. Усл. обозначения см. в тексте.

По частоте акустические волны принято подразделять на ряд диапазонов. К инфразвуковым относятся колебания с низкими частотами примерно до 20 Гц, к звуковым - с более высокими частотами примерно до 20 кГц, еще более высокочастотные колебания до 10^9 Гц называются ультразвуковыми, а еще более высокочастотные - гиперзвуковыми. В этих диапазонах частот меняется и длина волны. У инфразвуковых она больше 70–80 м, у звуковых - находится в пределах от нескольких сантиметров до десятков метров, в ультразвуковом диапазоне длина волны меняется от сантиметров до 10^{-4} сантиметра. Еще меньше длина волны в гиперзвуковом диапазоне частот.

Скорость распространения волны определяется соотношением

$$C = \lambda/\tau. \quad (8.1)$$

Изменение давления в акустической волне можно выразить формулой

$$\frac{dP}{dt} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\eta} \frac{d\rho}{dt} = C^2 \frac{d\rho}{dt}, \quad (8.2)$$

где $C^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_\eta$ при изэнтропическом процессе.

Поскольку изменения давления в акустических волнах происходят быстро и обмен энтропией за это время оказывается слабым, вполне допустимо считать этот процесс изэнтропическим.

Акустические изменения давления сопровождаются малыми относительными изменениями плотности воды. $\delta\rho/\rho$. Согласно закону Гука при малых деформациях жидкости имеет место прямая пропорциональность между напряжением и деформацией

$$P = \chi \frac{\delta\rho}{\rho}, \quad (8.3)$$

где χ - модуль объемной упругости (Па).
Можно также по аналогии с формулой (8.2) записать

$$P = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_\eta \delta\rho. \quad (8.4)$$

Из последних двух формул следует

$$\chi = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_\eta \rho = C^2 \rho \quad (8.5)$$

или
$$C^2 = \chi / \rho = (\kappa_p \rho)^{-1} \quad (8.6)$$

где κ_p - коэффициент адиабатической сжимаемости.

Выражения скорости распространения звука в воде через производную от давления по плотности, через модуль упругости или через сжимаемость просты по форме, но трудны для вычислений, поскольку все эти аргументы зависят от температуры, солёности и давления. Поэтому на практике чаще используются эмпирически полученные формулы, выражающие C через температуру, солёность и давление. Эти формулы имеют вид

$$C(T,S,P) = C_0 + \Delta C_T + \Delta C_S + \Delta C_P + \Delta C_{TSP}, \quad (8.7)$$

где C_0 - некоторое реперное значение C для выбранного диапазона T, S и P ,

ΔC_T , ΔC_S , ΔC_P - поправки к C_0 за счет температуры, солёности и давления соответственно, а ΔC_{TSP} - поправка, учитывающая совместное нелинейное влияние T, S, P .

Наиболее точной считается формула Вильсона (Wilson), в которой

$$\begin{aligned} C_0 &= 1449.14 \text{ м/с}, \\ \Delta C_T &= 4.5721T - 4.4532 \cdot 10^{-2} T^2 - 2.6045 \cdot 10^{-4} T^3 + 7.985 \cdot 10^{-6} T^4, \\ \Delta C_S &= 1.3980(S-35) + 1.692 \cdot 10^{-3} (S-35)^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta C_P &= 0.160272P + 1.0268 \cdot 10^{-5} P^2 + 3,5216 \cdot 10^{-9} P^3 - 3.3603 \cdot 10^{-12} P^4, \\ \Delta C_{TSP} &= (S-35)(-1.1244 \cdot 10^{-2} T + 7.7711 \cdot 10^{-7} T^2 + \\ &+ 7.7016 \cdot 10^{-5} P - 1.2943 \cdot 10^{-7} P^2 + 3.5080 \cdot 10^{-8} PT + \\ &+ 1.5790 \cdot 10^{-9} PT^2) + P(-1.8607 \cdot 10^{-4} T + 7.4812 \cdot 10^{-6} T^2 + \\ &+ 4.5283 \cdot 10^{-8} T^3) + P^2(-2.5294 \cdot 10^{-7} T + 1.8563 \cdot 10^{-9} T^2) + \\ &+ P^3(-1.9646 \cdot 10^{-10} T). \end{aligned}$$

Здесь все поправки ΔC выражены в м/с, T - в градусах Цельсия, S - в промилле, P - в кг/см^2 . Если данных о давлении нет, то приближенно оно оценивается по глубине наблюдений

$$P = 1.033 + 0.1028126 z + 2.38 \cdot 10^{-7} z^2 - 6.8 \cdot 10^{-17} z^4,$$

где z - глубина в метрах. Чтобы выразить давление в Па, необходимо значения P умножить на $10^4 g$. Погрешность результатов расчетов по этой формуле оценивается в $\pm 0,3$ м/с.

Скорость звука нелинейно зависит от T , S и P , что видно из формулы (8.7). С ростом температуры на каждый градус она увеличивается в среднем на 2 – 4 м/с, при увеличении солености на 1‰ C растет примерно на 1.2 м/с и при увеличении глубины на каждые 100 м скорость звука возрастает примерно на 1.6 м/с, т.е. наиболее сильно на изменение скорости звука влияет температура воды.

Имеются и другие более простые эмпирические формулы, но несколько менее точные. Например, формула Дель-Гроссо обеспечивает точность в определении скорости звука до 0.5 м/с. У нее $C_0 = 1448.6$ м/с и несколько иное выражение $\Delta C_T, \Delta C_S, \Delta C_P$ и ΔC_{TSP} . В формуле Фрая и Пага $C_0 = 1449.3$ м/с и более простые, чем в формуле (8.7) выражения поправок к C_0 . В качестве наиболее простой, но и наименее точной следует считать формулу, в которой $C_0 = 1450$ м/с, $\Delta C_T = 4,206 T - 0.0366 T^2$, $\Delta C_S = 1.137 (S-35)$, $\Delta C_P = 0.018z$, $\Delta C_{TSP} = 0$.

Если учесть, что температура в верхнем слое океана до глубины примерно 0,3 - 0,5 км понижается, а далее меняется слабо, то и скорость звука уменьшается до этой глубины. Далее начинает сильнее проявляться давление и скорость звука увеличивается, т.е. на некоторой глубине в большей части Мирового океана существует минимум C . В полярных районах, где в среднем температура и соленость с глубиной меняются слабо, скорость звуков увеличивается с глубиной за счет гидроакустического давления. Общее представление о диапазоне изменении скорости звука в Мировом океане приведено на рис.8.2.

Зависимость скорости распространения акустической волны от температуры, солености и давления приводит к тому, что конфигурация фронта волны и акустического луча меняются с расстоянием. Наиболее наглядно это проявляется в виде искривления последнего (рис.8.3).

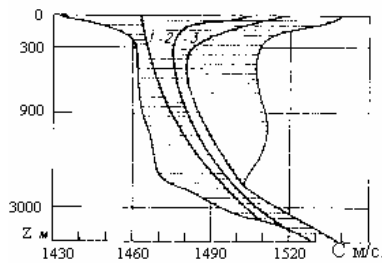


Рис.8.2. Диапазон скоростей звука в Мировом океане.
 1- Арктический бассейн;
 2- умеренная зона Тихого океана;
 3- умеренная зона Атлантического океана.

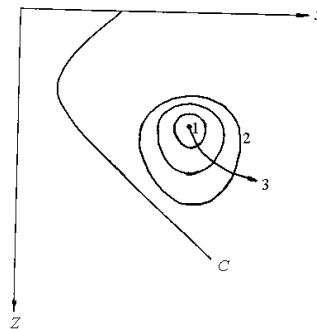


Рис.8.3. Схема распространения фронта (2) и луча (3) от источника звука (1).
 C - профиль скорости звука.

В простейшем случае при характеристике распространения акустической волны и при оценке ее энергетических свойств можно ограничиться только описанием хода акустического луча и свойств волны вдоль него. Такой подход получил название *лучевой* акустики. Более полная картина акустического поля в океане, создаваемая тем или иным источником звука, получается при ее описании волнами, а не только лучом. Этот подход часто называется *волновой* акустикой.

Основные положения лучевой акустики были сформулированы к середине XIX в. на основе законов геометрической оптики, развитой еще в XVII в. Тем не менее ее можно считать частным случаем волновой акустики и многие положения оказываются более понятными, если пользоваться более общей теорией. К настоящему времени она довольно полно разработана в приложении к океану и изложена в монографической литературе [1,2,5], которые использовались при составлении данного раздела учебника.

8.2. Уравнения распространения акустических волн

Движение воды в океане, в том числе и акустических волн, описывается уравнениями гидродинамики. Волны можно рассматривать как возмущения малой амплитуды, учет которых позволяет проводить линеаризацию уравнений и они становятся проще

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \nabla P = \frac{1}{\rho_0} \mathbf{F}, \quad (8.8)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_0 \mathbf{V}) = 0, \quad (8.9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = C^2 \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (8.10)$$

где \mathbf{V} , P и ρ - представляют собой возмущения соответствующих характеристик акустической волной, ρ_0 - фоновая плотность морской воды, \mathbf{F} - поток количества движения за счет трения и других внешних сил.

Из уравнений (8.9) и (8.10) следует

$$\frac{\partial P}{\partial t} + C^2 \operatorname{div}(\rho_0 \mathbf{V}) = 0. \quad (8.11)$$

Если это уравнение продифференцировать по t , а к уравнению (8.8) применить операцию div , то удастся исключить возмущение скорости и получить

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = C^2 \operatorname{div}(\nabla P - \mathbf{F}). \quad (8.12)$$

Это уравнение называют *волновым*, характеризующим акустическое давление P . Оно однородно при $\mathbf{F} = 0$ и неоднородно в остальных случаях.

Можно получить уравнение, описывающее колебательную скорость в волне. Для этого следует продифференцировать уравнение (8.8) по t и заменить в нем $\partial P / \partial t$ из уравнения (8.11)

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho_0} \nabla (C^2 \operatorname{div} \rho_0 \mathbf{V}) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t}. \quad (8.13)$$

В случае безвихревого движения, т.е. при

$$\operatorname{rot} \mathbf{V} = 0, \quad (8.14)$$

можно ввести функцию ϕ , называемую *акустическим потенциалом* поля \mathbf{V}

$$\mathbf{V} = -\nabla \phi. \quad (8.15)$$

Следовательно,

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\nabla \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (8.16)$$

Подстановка этого выражения в уравнение (8.8) дает

$$\nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0} \nabla P - \frac{1}{\rho_0} \mathbf{F}. \quad (8.17)$$

При однородном условии, т.е. при $\mathbf{F} = 0$ для колебательного

процесса, из уравнения (8.17) следует

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{P}{\rho_0}. \quad (8.18)$$

Если это уравнение продифференцировать по t и производную $\partial P / \partial t$ заменить через $\operatorname{div} \mathbf{V}$ (8.11), приняв во внимание условие (8.15), то получается

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = C^2 \nabla^2 \phi. \quad (8.19)$$

Здесь учтено, что $\rho_0 \approx \text{Const}$.

Итак, уравнения (8.12), (8.13) и (8.19) являются волновыми, описывающими колебания акустического давления, колебательную скорость и потенциал скорости соответственно. Если в уравнении для ϕ требуется учесть \mathbf{F} , то в нем появляется дополнительное слагаемое, характеризуемое потенциалом поля \mathbf{F} .

Акустическая волна может быть *плоской*, если распространяется в каком-то одном направлении - пусть обозначенном осью ox . При этом изменения акустических характеристик по другим направлениям отсутствуют. Следовательно, уравнения (8.12), (8.13) и (8.19) упрощаются. Например, последнее из них принимает вид

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}. \quad (8.20)$$

Если плоские волны создаются гармонически колеблющейся поверхностью, то потенциал скорости из уравнения (8.20) выразится формулой

$$\phi(t, x) = A \exp[i(\omega t - kx)], \quad (8.21)$$

где A - амплитуда, $\omega = 2\pi / \tau$ - частота, $k = 2\pi / \lambda$ - волновое число, $i = \sqrt{-1}$.

Поскольку при получении решения (8.21) не учитывалось трение, ϕ плоской волны с расстоянием не затухает.

При отмеченных упрощениях на основании формулы (8.18) следует

$$P = i \rho_0 \omega \phi, \quad (8.22)$$

а колебательная скорость

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = ik\phi. \quad (8.23)$$

Следовательно,

$$P = \rho_0 u \omega / k = \rho_0 u C. \quad (8.24)$$

Последняя формула показывает, что в плоской акустической волне колебательная скорость и звуковое давление синфазны.

Цилиндрическая акустическая волна представляется уравнением

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = C^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right), \quad (8.25)$$

где ось x направлена по оси цилиндра, а ось z - нормально к ней.

Если считать, что $r^2 = x^2 + z^2$, причем ϕ зависит только от r и не зависит от угла между r и z , то уравнение (8.25) преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = C^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right). \quad (8.26)$$

Его решение выражается через функции Ханкеля, но при достаточно больших r оно упрощается и имеет вид

$$\phi(t, r) = \frac{A}{\sqrt{2\pi kr}} e^{i(\omega t - kr)}. \quad (8.27)$$

В соответствии с формулами (8.15) и (8.18) определяются акустическое давление и колебательная скорость

$$P = i\rho_0 \omega \phi, \quad V = \frac{\phi}{2r} (1 + 2ikr). \quad (8.28)$$

Следовательно, соотношение между P и V определится формулой

$$P = \frac{2ir\rho_0 \omega V}{1 + 2ikr}. \quad (8.29)$$

Из нее видно, что колебания скорости V и давления сдвинуты относительно друг друга. Лишь на расстояниях от источника звуков, при которых $2kr \gg 1$ и единицей в знаменателе можно пренебречь, оказывается, что

$$P = \rho_0 C V \quad (8.30)$$

т.е. наступает синфазность колебаний V и P , как в плоской волне, но сами V и P одинаково убывают обратно пропорционально \sqrt{r} , как и ϕ .

В случае *сферической волны*, при которой ϕ зависит только от t и расстояния от источника звука r , волновое уравнение представляется в виде

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{C^2}{r} \frac{\partial^2 (r\phi)}{\partial r^2}. \quad (8.31)$$

Его решение имеет вид

$$\phi(t, r) = \frac{A}{kr} e^{i(\omega t - kr)}. \quad (8.32)$$

При этом

$$P = i\rho_0 \omega \phi \quad \text{и} \quad V = \frac{1 + ikr}{r} \phi. \quad (8.33)$$

Соотношение между P и колебательной скоростью V выражается формулой

$$P = \frac{i\rho_0\omega r V}{1 + ikr}. \quad (8.34)$$

Как и в цилиндрических акустических волнах, на расстоянии $kr \gg 1$ формула (8.34) упрощается до вида (8.30), и сферическая волна приобретает свойства плоской волны, но P и V убывают, как и ϕ , обратно пропорционально расстоянию. В ближней к источнику звуков зоне P и V сдвинуты по фазе друг к другу и убывают с расстоянием по-разному, что видно из формул (8.33).

8.3. Энергетические характеристики акустической волны

Под энергетическими характеристиками продольной волны, как и поперечной, понимается кинетическая E_k , потенциальная E_n и механическая E энергии, поток энергии или интенсивность звука. Все они определяются относительно невозмущенного состояния океана. Кинетическая энергия единичного объема воды в волне определяется кинетической энергией колеблющихся элементарных объемов воды и выражается формулой

$$E_k = \frac{1}{2} \rho_0 V^2. \quad (8.35)$$

Ее размерность в системе СИ будет Дж/м.

Потенциальная энергия единичного объема воды в волне определяется работой, которая происходит при его деформации в пределах относительного изменения плотности:

$$E_n = \int_0^{\delta} P d\delta, \quad (8.36)$$

где $\delta = \delta\rho / \rho_0$.

Поскольку по определению $P = \chi\delta$, то при $\chi = \text{Const}$ из (8.36) следует

$$E_n = \chi \frac{\delta^2}{2} = \frac{P^2}{2\chi} = \frac{P^2}{2\rho_0 C^2}. \quad (8.37)$$

Если учесть соотношение (8.30), то

$$E_n = \frac{1}{2} \rho_0 V^2. \quad (8.38)$$

Потенциальная энергия оказывается равной кинетической. Это обусловлено тем, что не принято во внимание расход энергии на трение. Следовательно, механическая энергия акустической волны будет характеризоваться формулой

$$E = E_{\kappa} + E_n = \rho_0 V^2 = \frac{P^2}{\rho_0 C^2}. \quad (8.39)$$

Поток механической энергии, переносимой в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, называется *интенсивностью (силой)* звука. Поскольку механическая энергия волны распространяется со скоростью C , то

$$J_t = EC = \frac{P^2}{\rho_0 C} = PV. \quad (8.40)$$

Интенсивность звука, называемая также плотностью потока акустической энергии, в системе СИ имеет размерность Вт/м².

Вследствие колебаний как P , так и V не всегда удобно использовать переменную величину J_t для характеристики силы звука. Поэтому вместо колеблющейся J_t часто пользуются его средней за период волны величиной.

Если излучатель генерирует плоскую синусоидальную волну, то мгновенные значения P_t и u_t выражаются формулами

$$P_t = P_m \sin(\omega t - kx), \quad u_t = u_m \sin(\omega t - kx), \quad (8.41)$$

где P_m и u_m - амплитуды колебаний давления и скорости.

В этом случае

$$J = \frac{1}{\tau} \int P_m u_m \sin^2(\omega t - kx) dt = \frac{P_m u_m}{2}. \quad (8.42)$$

Обычно вместо амплитуд P_m и u_m используют так называемые эффективные значения $P_e = P_m / \sqrt{2}$ и $u_e = u_m / \sqrt{2}$. В этом случае форма записи интенсивности звука как мгновенной, так и усредненной не меняются

$$J = P_e u_e = \frac{P_e^2}{\rho_0 C} = \rho_0 C u_e^2 \quad (8.43)$$

Из формулы (8.43) видно, что интенсивность звука в плоской волне с расстоянием от излучателя не меняется, если не меняется скорость звука и не учитывается его поглощение.

В случае симметрично-цилиндрической акустической волны, меняющейся по синусоидальному закону, мгновенные значения давления и колебательной скорости в дальней зоне ($kr \gg 1$) по аналогии с формулой (8.41) можно представить выражениями

$$P_t = \frac{P_m}{\sqrt{r}} \sin(\omega t - kr), \quad V_t = \frac{V_m}{\sqrt{r}} \sin(\omega t - kr). \quad (8.44)$$

Представленная зависимость P_t и V_t от расстояния следует из

формул (8.27) и (8.28). При тех же рассуждениях, как и для плоской волны, получается

$$J_u = \frac{P_e V_e}{r}. \quad (8.45)$$

В отличие от плоской волны интенсивность звука в цилиндрической волне убывает обратно пропорционально расстоянию, даже если нет поглощения и рассеяния звука. Это связано с расхождением акустической волны.

При синусоидально колеблющихся P_t и V_t простых сферических волн в дальней зоне однородной среды на основании формул (8.32) и (8.33) можно записать

$$P_t = \frac{P_m}{r} \sin(\omega t - kr), \quad V_t = \frac{V_m}{r} \sin(\omega t - kr).$$

Откуда следует

$$J_c = \frac{P_e V_e}{r^2}, \quad (8.46)$$

т.е. интенсивность звука убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника звука из-за увеличения поверхности, на которую приходится звук, как поверхности шара.

Поскольку при переходе к P_e и V_e формулы для осредненной интенсивности звука остаются такими же, как и при мгновенных значениях J_t , то на практике значки t и e в обозначениях J , P и V обычно не используются. Это будет учитываться в дальнейшем изложении.

Диапазон интенсивностей звука, который встречается на практике, составляет величину в несколько порядков. Чтобы его сжать, а также для удобства решения ряда задач гидролокации, используют логарифмическую шкалу J . При задании некоторого реперного значения силы звука J_p вводится соотношение

$$N = 10 \lg(J/J_p). \quad (8.47)$$

Вычисленная по этой формуле безразмерная величина N выражается в децибеллах (дБ).

Поскольку $J = P^2 / C\rho_0$, то при неизменных C и ρ_0 формула (8.47) может быть представлена в виде

$$N = 20 \lg(P/P_p). \quad (8.48)$$

В качестве реперных значений J_p и P_p используются разные величины. В океанологии часто принимается $P_p = 0.1$ Па. Однако при оценке отраженного акустического сигнала в качестве P_p принимается акустическое давление волны, поступающей к препятствию. В этом случае давление отраженной волны обычно меньше, давления поступающей. Тогда оказывается, что $N < 0$.

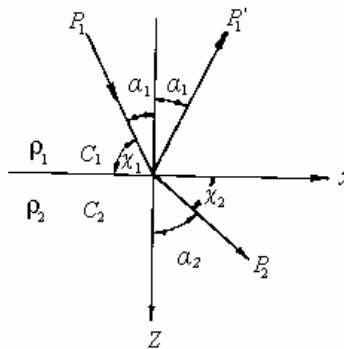
Для того, чтобы различать интенсивность звука в размерных единицах и в децибеллах, в последнем случае ее принято называть *уровнем интенсивности*, или *силы звука*.

8.4. Прохождение звука через границу сред разной плотности

При переходе из среды с одной плотностью и скоростью распространения в другую с другой плотностью и скоростью акустическая волна, как и всякая волна претерпевает частичное отражение, а прошедшая волна отклоняется по направлению от исходной. Отчасти это было видно из рис.8.3, хотя при его составлении предполагалось непрерывное изменение скорости звука. При лучевом подходе к описанию акустических характеристик океана обычно полагают, что последний разделен на слои, в которых плотность воды и скорость распространения звука постоянны. Важно также знать особенности прохождения звука через поверхность океана и его дно, поскольку во многих случаях акустическая волна доходит до этих границ.

Чтобы охарактеризовать трансформацию акустической волны на границе раздела двух сред с ρ_1 и C_1 , в одной из них и ρ_2 и C_2 в другой среде обычно исходят из представления о плоской волне, луч которой поступает под углом падения α_1 к границе слоев (рис. 8.4).

Рис.8.4. Схема отражения и преломления акустического луча на границе раздела слоев с различными плотностями и скоростями распространения.



Акустическое давление исходной волны P_1 на границе частично отражается под тем же самым углом α_1' на величину P_1' , а оставшая часть давления P_2 проходит во второй слой, отклоняясь на угол α_2 . На границе ($z = 0$) должны выполняться условия

$$P_1 + P_1' = P_2 \quad (8.49)$$

и

$$\frac{1}{\rho_1} \left(\frac{\partial P_1}{\partial z} + \frac{\partial P_1'}{\partial z} \right) = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P_2}{\partial z}. \quad (8.50)$$

Это означает, что на границе отсутствует разрыв акустического давления и гидростатического ускорения.

Из выражений (8.21) и (8.22) следует, что акустическое давление может быть описано формулами

$$\begin{aligned} P_1 &= A e^{i(\omega t - x k_1 \sin \alpha_1 - z k_1 \cos \alpha_1)}, \\ P_1' &= A R_0 e^{i(\omega t - x k_1 \sin \alpha_1 + z k_1 \cos \alpha_1)}, \\ P_2 &= A R_n e^{i(\omega t - x k_2 \sin \alpha_2 - z k_2 \cos \alpha_2)}, \end{aligned} \quad (8.51)$$

где A - амплитуда акустического давления,

$R_0 = P_1' / P_1$, $R_n = P_2 / P_1$ - коэффициенты отражения и пропускания акустической волны,

k_1 и k_2 - модули волновых векторов в смежных средах,

$z = 0$ - граница раздела сред.

Подстановка выражений (8.51) при $z=0$ в уравнение (8.49) дает

$$(1 + R_0) = R_n e^{i x (k_1 \sin \alpha_1 - k_2 \sin \alpha_2)}. \quad (8.52)$$

Поскольку левая часть формулы (8.52) не зависит от x , то и правая ее часть также не должна зависеть от x , что может иметь место при

$$k_1 \sin \alpha_1 - k_2 \sin \alpha_2 = 0. \quad (8.53)$$

Это выражение обычно переписывается в виде

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}.$$

Или, поскольку $k = \omega / C$, то получится известный закон Снеллиуса

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}. \quad (8.54)$$

В ряде случаев удобнее его записывать не через углы падения, а через углы скольжения χ

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\cos \chi_2}{\cos \chi_1}. \quad (8.55)$$

Эта формула является основой, по сути, всей лучевой акустики и широко используется на практике.

Если продифференцировать выражения (8.51) по z , а затем принять $z=0$ и подставить результаты в уравнение (8.50), то получается

$$\frac{1 - R_0}{Z_1} = \frac{R_n}{Z_2}, \quad (8.56)$$

где $Z_i = \frac{C_i \rho_i}{\cos \alpha_i}$ - акустический импеданс.

Из формулы (8.52) при учете соотношения (8.53) и (8.56) следует

$$R_0 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad R_n = \frac{2Z_2}{Z_2 - Z_1}. \quad (8.57)$$

Эти формулы можно преобразовать, входя в них только через угол падения, отношение скоростей $n=C_1/C_2$ и плотностей $m=\rho_2/\rho_1$

$$R_0 = \frac{m \cos \alpha_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}}{m \cos \alpha_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}},$$

$$R_n = \frac{2m \cos \alpha_1}{m \cos \alpha_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}}. \quad (8.58)$$

Итак, при переходе акустической волны из одной среды в другую с разными плотностями жидкости и скоростями распространения волны происходит частичное отражение акустического давления. В том случае, если плоская волна подходит к границе раздела под углом

$\alpha_1 = \arcsin \sqrt{(m^2 - n^2) / (m^2 - 1)}$, то $R_0 = 0$ и отражение отсутствует.

Это значение угла получено из условия равенства нулю числителя в формуле для R_0 .

В случае подхода акустической волны к плоской границе раздела океан-атмосфера оказывается, что $R_n \sim 5 \cdot 10^{-4}$ и $R_0 = -1$, т.е. акустическое давление практически из воды в воздух не переходит, а все отражается обратно.

Отражение акустической волны от дна и прохождение ее в грунт происходит иначе, чем на граница океан-атмосфера. Это обусловлено тем, что в грунте возникает не только продольная, но и поперечная волна. Закономерности распространения этих волн в грунте рассматриваются в специальной акустической литературе [1]. Следует лишь отметить, что при описании направления распространения поперечной волны в грунте закон Снеллиуса также справедлив. Если скорость поперечной волны C_r , а угол между вертикалью и нормалью к фронту этой волны γ , то

$$C_r / C_1 = \sin \gamma / \sin \alpha_1 \quad (8.59)$$

где C_1 и α_1 - скорость и угол падения плоской волны из океана ко дну.

При описании законов отражения волны от дна и прохождение ее в грунт также, как и для океана, используется понятие импеданса поперечной волны $Z_r = C_r \rho_r / \cos \gamma$ и входного импеданса для

твердого полупространства $Z_b = Z_r \sin^2 2\gamma + Z_2 \cos^2 2\gamma$. В данном случае под Z_2 понимается импеданс продольной волны в грунте, т.е. $Z_2 = C_2 \rho_2 / \cos \alpha_2$.

Использование понятий импеданса позволяет в краткой форме выразить коэффициент отражения от дна

$$R_0 = \frac{Z_b - Z_1}{Z_b + Z_1}. \quad (8.60)$$

и прохождения акустического давления в грунт, приводя к образованию продольной

$$R_2 = \frac{1}{m} \frac{2Z_2 \cos 2\gamma}{Z_b + Z_1} \quad (8.61)$$

и поперечной волн

$$R_r = -\frac{1}{m} \frac{2Z_r \sin 2\gamma}{Z_b + Z_1}. \quad (8.62)$$

Индексы 1 в данном случае обозначают характеристики океана.

Приведенные формулы показывают, что при нормальном падении волны на дно ($\alpha_1 = 0$) $\alpha_2 = \gamma = 0$, т.е. $R_r = 0$ и поперечные волны в грунте не возбуждаются. Коэффициент отражения (8.60) при этом совпадает с R_0 формулы (8.57). Если волна подходит ко дну под углом падения $\alpha_1 = \arcsin(C_1 / C_r \sqrt{2})$, то оказывается, что $\gamma = 45^\circ$. В этом случае $R_2 = 0$, т.е. продольная волна в грунте не возбуждается.

8.5. Рефракция акустического луча

Поскольку скорость звука в океане меняется, изменяется и угол скольжения акустического луча при переходе от одного слоя к другому. Соотношение между скоростями звука и направлением луча выражено формулой (8.55). При ее применении на практике океан представляется состоящим из слоев с постоянными плотностями воды и скоростями звука. Так как океан в горизонтальном направлении более однороден, чем в вертикальном, слои обычно выделяют по глубине. Они могут быть разной толщины, и чем она меньше, тем точнее аппроксимируется непрерывный профиль скорости звуков и точнее описывается направление акустического луча. Из формулы (8.55) следует

$$\frac{\cos \chi_i}{C_i} = \frac{\cos \chi_{i+1}}{C_{i+1}} = \frac{\cos \chi}{C} = const, \quad (8.63)$$

где i - номер слоя.

На основании этой формулы следует, что увеличение скорости звука

приводит к уменьшению угла скольжения луча и наоборот, т.е. при переменной скорости звука акустический луч искривляется – *рефрагирует*. Характер этой рефракции показан на рис.8.5 .

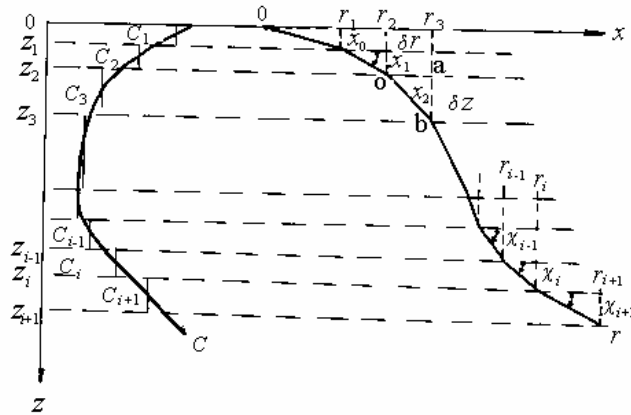


Рис.8.5. Вертикальные профили скорости звука C и акустического луча r .

Из формулы (8.63) следует и из рисунка видно, что акустический луч изгибается в сторону уменьшения C . Из треугольника oab следует $\delta r / \delta z = \text{ctg} \chi$. Если считать треугольник бесконечно малым, то

$$dr = \pm dz \text{ctg} \chi . \quad (8.64)$$

Знак $+$ используется в том случае, если луч направлен вниз, а знак $-$ если он идет вверх.

Эта формула позволяет вычислить проекцию луча на горизонталь, если он заглубляется от точки z_0 до z

$$r = \pm \int_{z_0}^z \text{ctg} \chi \cdot dz = \pm \cos \chi_0 \int_{z_0}^z \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - \cos^2 \chi_0}} . \quad (8.65)$$

При получении окончательного выражения (8.65) использована формула (8.63) и обозначения $n(z) = C_0 / C(z)$, C_0 и χ_0 - скорость и угол скольжения луча на горизонте z_0 . Оно удобнее в том отношении, что переменной является только скорость распространения звука. Из того же треугольника oab следует $ob = \delta l = \delta z / \sin \chi$. Так же при переходе к бесконечно малому треугольнику можно записать

$$dl = dz / \sin\chi. \quad (8.66)$$

Из этой формулы по аналогии с формулой (8.65) можно получить длину луча l при его проходе от горизонта z_0 до z . Но чаще формулу (8.66) используют для определения времени пробега звукового импульса

$$dt = dl/C = dz / (C \sin\chi). \quad (8.67)$$

Из этой формулы следует

$$t = \int_{z_0}^z \frac{dz}{C \sin\chi} = \frac{1}{C_0} \int_{z_0}^z \frac{n^2 dz}{\sqrt{n^2(z) - \cos^2\chi_0}} \quad (8.68)$$

В ряде случаев изгиб акустического луча при рефракции оценивается изменением угла скольжения вдоль траектории луча, т. е. производной $d\chi/dl$. Ее значение можно получить, продифференцировав формулу Снеллиуса по z

$$-C_0 \sin\chi \frac{d\chi}{dz} = \cos\chi_0 \frac{dC}{dz}.$$

Использование формулы (8.66) позволяет последнее выражение преобразовать к виду

$$\frac{d\chi}{dl} = -\frac{\cos\chi_0}{C_0} \frac{dC}{dz}. \quad (8.69)$$

Видно, что кривизна луча пропорциональна градиенту скорости звука. При его положительном значении угол скольжения уменьшается, а при отрицательном - растет.

Кривизна луча на каком-то горизонте может быть такой, что $\chi = 0$. При этом акустический луч меняет направление, а точка, где это происходит, называется точкой *полного внутреннего отражения* (ПВО) (Рис. 8.6).

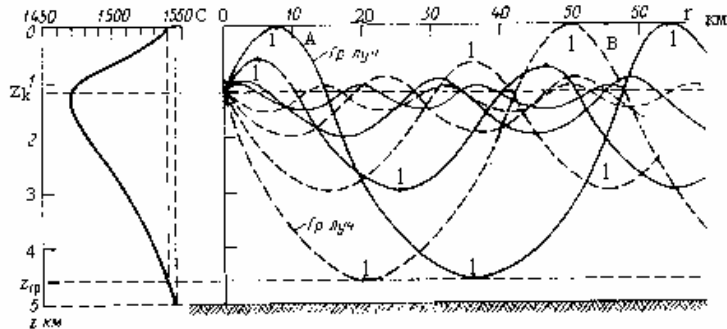


Рис.8.6. Схема рефракции акустических лучей в подводном звуковом канале. А,В- зоны акустической тени, 1- точки полного внутреннего отражения лучей.

В этом случае из формулы Снеллиуса следует

$$C_0/C(z) = \cos\chi_0. \quad (8.70)$$

То есть в зависимости от профиля $C(z)$ при условии, что левая часть формулы меньше 1, можно определить угол χ_0 , под которым должен быть выпущен луч, чтобы на заданном горизонте было его полное внутреннее отражение.

Следует иметь в виду, что все приведенные в данном разделе формулы для расчета углов скольжения, расстояний и времени прохождения сигнала пригодны при расчете до точки ПВО. Далее вычисления проводятся по тем же формулам, но с учетом изменения знака из-за поворота акустического луча. Если по горизонтали скорость звука не меняется, то кривая луча оказывается зеркальным отображением рефракционного луча до точки ПВО.

При убывании скорости звука с глубиной луч глубже источника звука не может испытывать полного внутреннего отражения. Это характеризуется тем, что для отмеченного условия левая часть формулы (8.70) оказывается больше единицы и не соответствует правой ее части. Область (А,В), в которую не попадают лучи, не испытавшие отражения от поверхности моря или его дна, называется *зоной тени*. Интенсивность звука в ней понижена из-за потерь при отражении луча.

Если существует минимум в вертикальном профиле скорости звука, как это показано на рис. 8.6, то создаются условия, при которых не все акустические лучи испытывают отражение от поверхности моря или его дна. Слой моря, выделенный лучами, которые испытывают полное внутреннее отражение у поверхности моря или у дна и определенные как *граничные лучи*, называется *подводным звуковым каналом* (ПЗК). Поскольку в его пределах нет потерь силы звука на отражение от другой среды или уход в нее, то звук в нем с расстоянием ослабляется слабее, чем за его пределами. Горизонт, на котором скорость звука минимальна, называется *осью подводного звукового канала*.

В пределах ПЗК за граничными лучами могут образовываться зоны геометрической тени (зоны А,В на рис.8.6), а около точек ПВО происходит сгущение лучей, называемое *зоной конвергенции*. По мере приближения источника звуков к оси канала протяженность зон тени уменьшается, а зон конвергенции растет. Если источник звука находится на оси ПЗК, то зоны тени не возникают (рис.8.7).

В связи с тем, что в умеренных и экваториально- тропических районах океанов на некоторой глубине существует минимум скорости звуков, то в них выделяется и подводный звуковой канал. Из-за особенностей распространения в них звука они во многих отношениях подробно изучены и описаны в специальной литературе [1,5].

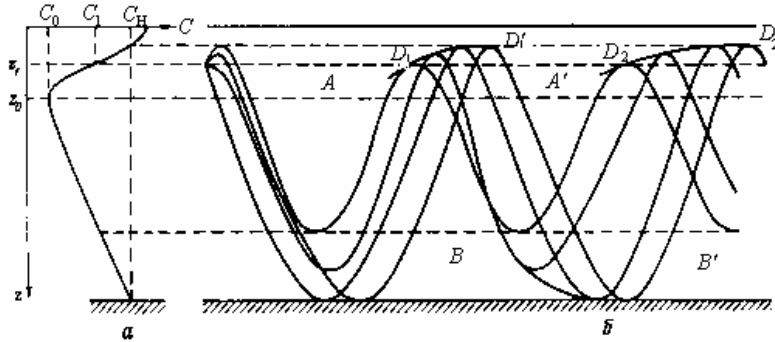


Рис.8.7. Схема зон конвергенции (DD'), огибающие DD' – каустики, A, B, A', B' - зоны акустической тени; a – вертикальный профиль скорости звука, b – рефракция акустических лучей.

Изложенные формулы лучевой акустики могут быть применены и в том случае, если рассматривается горизонтальная рефракция акустического луча за счет изменения скорости звука при меняющихся по горизонтали температуре и солёности воды.

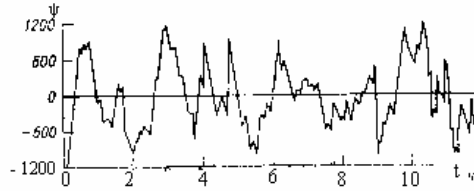
Наиболее заметное изменение траектории луча происходит, если он встречает холодное или теплое течение, синоптические вихри с распределением температуры и солёности, отличающихся от окружающей среды. В этом случае луч испытывает отклонение в сторону более низкой температуры или солёности. При прохождении акустического луча через внутренние волны происходит его отклонение от первоначального направления как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях из-за флуктуаций скорости звука в волне.

Рефракцию акустического луча трудно точно зарегистрировать наблюдениями, поэтому чаще фиксируется сдвиг сигнала по фазе или его амплитуда. Фаза сигнала зависит от его частоты и времени пробега $\psi = 2\pi ft$, а последнее связано с рефракцией луча. На рис.8.8 приведен пример изменений ψ , вызванных рефракцией звукового луча, проходящего через внутренние волны.

При прохождении звукового луча через течение сдвиг фазы изменяется пропорционально пройденному в нем расстоянию, т.е. пропорционально рефракции луча.

Гораздо сложнее описать рефракцию лучей при трехмерном изменении скорости звука. В этом случае исходные уравнения оказываются довольно сложными для решения. С самими уравнениями и методами их решения можно познакомиться в специальной литературе [1,3,5].

Рис.8.8. Изменение фазы акустического луча при его прохождении через внутренние волны [5].



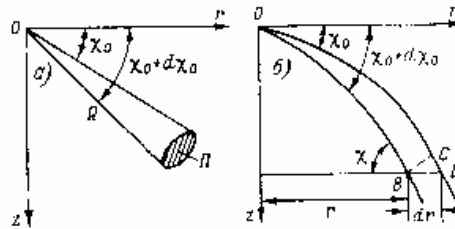
8.6. Изменение интенсивности звука с расстоянием

В п.8.3 было отмечено, что интенсивность звука цилиндрической и сферической волн убывает с расстоянием даже при отсутствии в них поглощения и рассеяния. Отмечалось, что формулы (8.45) и (8.46) справедливы, если скорость звука неизменна. Если же океан не однороден, а стратифицирован, то следует учесть искривление лучевой трубки, в результате чего мощность источника звука W перераспределяется на другую площадь по сравнению с распределением в нестратифицированной среде. Действительно, если в однородной среде источник излучает звук мощностью W , то на расстоянии R от него интенсивность звука без учета его поглощения и рассеяния будет

$$J_n = \frac{W}{4\pi R^2}. \quad (8.71)$$

В стратифицированной среде лучевая трубка с сечением $d\chi_0$, выходящая из источника звука под углом скольжения χ_0 (рис.8.9), искривляется.

Рис.8.9. Лучевые трубки в однородной (а) и в неоднородной (б) средах.



Можно принять, что мощность звука в ней так относится ко всей W , как телесный угол трубки к телесному углу сферы, т.е.

$$\frac{dW}{W} = \frac{2\pi \cos \chi_0 d\chi_0}{4\pi}. \quad (8.72)$$

Элементарное приращение площади поверхности $d\Pi$, на которую приходится dW мощности, может быть выражено формулой

$$d\Pi = d(\pi r^2) = 2\pi r dr . \quad (8.73)$$

Поскольку при оценке интенсивности звука используется нормальное сечение трубки, т.е. ВС, а не dr , то в формуле (8.73) надо правую часть домножить на $\sin\chi$. Кроме того, для последующего упрощения формулы используется представление

$$dr = \frac{\partial r}{\partial \chi_0} d\chi_0 .$$

В результате приращение площади сечения лучевой трубки $d\Pi_{\perp}$ определяется формулой

$$d\Pi_{\perp} = 2\pi r \frac{\partial r}{\partial \chi_0} d\chi_0 \sin\chi . \quad (8.74)$$

Следовательно, из формул (8.72) и (8.74)

$$J = dW / d\Pi_{\perp} = \frac{W \cos\chi_0}{4\pi r \left| \frac{\partial r}{\partial \chi_0} \right| \sin\chi} . \quad (8.75)$$

Из полученной формулы следует, что интенсивность звука сферической волны в стратифицированном океане зависит не только от мощности источника звука, но и от искривления лучевой трубки, которое характеризуется углами скольжения χ_0 и χ , а также горизонтальным смещением r .

Чтобы оценить влияние стратификации океана на интенсивность звука используется отношение

$$f_c = \frac{J}{J_n} = \frac{R^2 \cos\chi_0}{r \left| \frac{\partial r}{\partial \chi_0} \right| \sin\chi} , \quad (8.76)$$

называемое *фактором фокусировки*. При $f_c < 1$ стратификация океана вызывает ослабление звука за счет расхождения лучевых трубок. При $f_c > 1$ происходит концентрация звука, как это имеет место, например, в зонах конвергенции. Естественно, что $f_c = 1$ свидетельствует об отсутствии влияния стратификации на изменение интенсивности звука с расстоянием. Следует иметь в виду, что при оценке фактора фокусировки по формуле (8.76) не принимается во внимание поглощение и рассеяние акустических волн. Фактор f_c зависит только от характера рефракции акустических лучей.

Иногда при анализе влияния стратификации на интенсивность звука пользуются понятием аномалии распространения звука, определяемой формулой

282

$$A = 10 \lg f_c . \quad (8.77)$$

В этом случае A выражается в децибеллах.

Из формулы (8.76) видно, что в точке полного внутреннего отражения ($\chi = 0$) $f_c = \infty$. Это противоречит физической природе и обусловлено приближениями лучевой теории распространения волн. Поэтому в окрестностях этих точек, огибающая которых называется *каустикой*, f_c по приведенной формуле не определяется.

Описанное изменение звука с расстоянием часто называют *геометрическим*, т.е. происходящим за счет расхождения и рефракции акустических лучей.

Ослабление звука в результате поглощения и рассеяния волн описывается через изменение акустического давления в плоской волне

$$dP/P = -\beta dl, \quad (8.78)$$

где β - показатель ослабления звука.

Следовательно, при неизменном β вдоль луча

$$P = P_0 e^{-\beta l}, \quad (8.79)$$

где P_0 - значение акустического давления в начале траектории.

На основании соотношения (8.43.) получается

$$J = J_0 e^{-2\beta l}, \quad (8.80)$$

где J_0 - начальная интенсивность звука.

Это ослабление звука накладывается на геометрическое, поэтому для его учета в формулы п.8.3 должна добавляться экспонента по типу формулы (8.80).

Представление о природе β можно получить из соотношения осредненных интенсивности звука и его диссипации D . В случае плоской волны колебательную скорость вдоль оси ox можно описать формулой $u = u_m \sin kx$. Тогда

$$J = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \rho_0 C u^2 dx = \frac{\rho_0 C u_m^2}{2}. \quad (8.81)$$

Диссипация волновой энергии D происходит в результате трения между колеблющимися слоями воды и релаксационных процессов. Диссипация кинетической энергии во внутреннюю рассмотрена в главе 2. В простейшем случае она пропорциональна кинематическому коэффициенту вязкости и квадрату градиента скорости.

Релаксационные процессы обусловлены деформацией ближней упорядоченности молекул H_2O , при которой нарушается термодинамическое равновесие, на восстановление которого расходуется механическая энергия. Кроме того, повышение и понижение давления при прохождении волны влияют на диссоциацию и рекомбинацию ионов солей в морской воде. Например, при повышении давления увеличивается степень

диссоциации молекул соли $MgSO_4$, а при понижении давления усиливается рекомбинация составляющих ее ионов. Это происходит не синхронно с колебаниями давления в волне, а с запозданием по фазе с постоянной времени около 10^{-6} с.

Аналогичные процессы происходят с другими солями в морской воде. На восстановление равновесия между диссоциацией и рекомбинацией ионов всех солей, которое имеет место при обычных условиях, также расходуется механическая энергия волны. Она принимается пропорциональной объемной вязкости морской воды k_v , которая превышает сдвиговую вязкость k в 3-5 раз. Приближенно можно принять

$$D = \frac{4}{3} k \rho_0 \left(\frac{du}{dx} \right)^2 + k_v \rho_0 \left(\frac{du}{dx} \right)^2,$$

где первое слагаемое характеризует диссипацию за счет трения, а второе за счет релаксационных процессов.

При принятом описании колебательной скорости средняя за период волны диссипация будет

$$D = \frac{\rho_0}{\lambda} \left(\frac{4}{3} k + k_v \right) \int_0^\lambda \left(\frac{du}{dx} \right)^2 dx = \frac{u_m^2 \rho_0 k^2}{2} \left(\frac{4}{3} k + k_v \right). \quad (8.82)$$

В таком случае

$$\beta = \frac{D}{J} = \left(\frac{4}{3} k + k_v \right) \frac{k^2}{C} = \left(\frac{4}{3} k + k_v \right) \frac{\omega^2}{C^3}, \quad (8.83)$$

т.е. высокочастотные волны ослабляются сильнее, чем низкочастотные.

Полученная формула несколько уточняется в том случае, если дополнительно учесть эффекты, связанные с различием коэффициентов изохорной и изобарической теплоемкости морской воды.

В стратифицированном океане при наличии в нем неоднородностей плотности воды, газовых пузырьков, биологических и другого рода объектов кроме поглощения происходит рассеяние звуков, также влияющее на его ослабление. Учесть последнее очень трудно, поэтому для оценки общего затухания интенсивности звука обычно пользуются эмпирическими формулами, в которых принципиальная зависимость β от частоты звука сохраняется. Например,

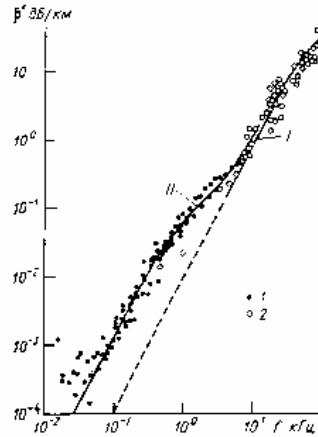
$$\beta' = 8,68 \cdot 10^{-3} f^2 \left(\frac{S a f_T}{f^2 + f_T^2} + \frac{b}{f_T} \right), \quad (8.84)$$

$a = 2.34$, $b = 3.38$ - эмпирические коэффициенты,
 S - соленость воды,
 Коэффициент β' обычно выражается в дБ/км и соотносится
 с β зависимостью

$$\beta' = 10\beta \lg e. \quad (8.85)$$

Из рис.8.10, на котором представлены результаты экспериментальных определений коэффициента затухания звука видно, что диапазон его изменений очень большой.

Рис.8.10. Зависимость показателя ослабления силы звука от частоты [5]:
 1,2 - результаты экспериментальных определений,
 I - расчет по формуле без учета релаксационных эффектов,
 II - расчет по формуле(8.84).



На низких частотах ослабление звуков можно заметить только на расстоянии в несколько тысяч километров и β' составляет величину порядка 10^{-3} дБ/км. Поэтому звук от извержений подводных вулканов или других подвижек дна распространяется почти без затухания на большие расстояния. При этом основное влияние на β' оказывает не чистое поглощение, а рассеяние звука. С увеличением частоты вклад поглощения звука в его затухание возрастает.

Изменение интенсивности звука от ненаправленного сферического источника, выраженного в виде формул (8.71) и (8.80) в некоторых случаях удобнее записывать в несколько трансформированном виде.

Действительно, J можно представить следующим образом:

$$J = \frac{W}{4\pi R^2} e^{-2\beta R}. \quad (8.86)$$

Если J_1 на единичном расстоянии R_1 от источника звука охарактеризовать формулой

$$J_1 = \frac{W}{4\pi R_1^2},$$

где затухание звука в расчет не принимается из-за малости R_1 , то

$$J = J_1 \left(\frac{R_1}{R} \right)^2 e^{-2\beta R}. \quad (8.87)$$

Перевод J в децибеллы проводится по формуле (8.47), т.е. делится на J_p , затем логарифмируется и умножается на 10

$$10 \lg \frac{J}{J_p} = 10 \lg \frac{J_1}{J_p} - 20 \lg \frac{R}{R_1} - 20\beta R \lg e. \quad (8.88)$$

Левая часть формулы, называемая *силой звука* на расстоянии R от излучателя, часто обозначается символом $N(R)$. В правой части формулы последовательно содержатся: *уровень излучения излучателя* N_1 , характеризующий силу звука на расстоянии $R_1 = 1$ м от излучателя; далее следует член, характеризующий потери звуков на геометрическое расхождение $L(R)$ и потери звука в результате его поглощения и рассеяния. При использованных обозначениях формула (8.88) трансформируется

$$N(R) = N_1 - L(R) - 2\beta' R. \quad (8.89)$$

Естественно, что в зависимости от типа волны член L меняется. Например, при плоской волне он вообще отсутствует.

При рассмотрении отражения звукового сигнала необходимо учесть в формуле (8.87) коэффициент отражения K_0 , меняющийся от 0 при полном поглощении звука препятствием до 1 при полном отражении звука. Идущий к излучателю от отражателя звуковой сигнал также ослабляется в результате геометрического расхождения, поглощения и рассеяния акустической волны. Учет этих эффектов приводит к формулам

$$J = K_0 J_1 \left(\frac{R_1}{R} \right)^4 e^{-4\beta R}, \quad (8.90)$$

или

$$N_0 = N_1 - 2L(R) - 4\beta' R + K', \quad (8.91)$$

где N_0 - уровень сигнала в дБ, принятого приемником звука,

$$K' = 10 \lg \frac{J'(R)}{J(R)} \quad - \quad \text{коэффициент отражения в дБ,}$$

пропорциональный отношению интенсивности отраженного сигнала от препятствия J' к поступившему к нему. Поскольку это отношение, как правило, меньше единицы, то K' выражается в отрицательных значениях дБ. Часто K' называют *силой цели*. Формулу (8.91) на практике часто называют *уравнением*

286

гидролокатора. Оно может дополняться учетом относительной площади отражателя, телесного угла, в который происходит излучение звука, телесного угла, в который происходит отражение

звука и т.д. Все эти добавки не меняют принципиальной стороны последних двух формул.

В формулах (8.87) – (8.91) расстояние R зависит от рефракции акустического луча, поэтому и сила звука при этом меняется. На рис. 8.11 в качестве примера приведено изменение силы звука с расстоянием от ненаправленного излучателя, расположенного на глубине 200 м в центральной части циклонического круговорота на периферии Гольфстрима (1). Ради сопоставления приведена кривая (2), составленная по расчетам для аналогичного излучателя, помещенного за пределы круговорота [5]. Из рисунка видно, что из-за рефракции луча уровень силы звука в первом случае убывает быстрее, чем во втором. Максимум N на расстояниях 60 км и 120 км от излучателя обусловлены конвергенцией лучей в этих зонах.

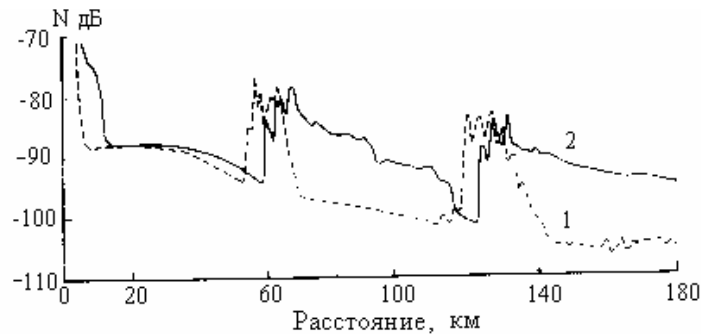


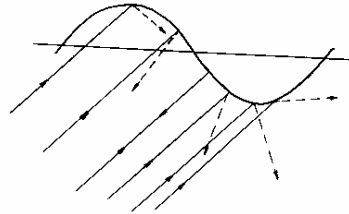
Рис.8.11. Изменение уровня силы звука, проходящего через циклонический круговорот (1) и по расчету за его пределами (2) [5].

8.7. Отражение и рассеяние акустических волн

Приведенные в п.8.4 закономерности отражения и прохождения звука через поверхность раздела жидких сред с различной плотностью справедливы, если эта поверхность ровная. Оно не выполняется при слоистой аппроксимации океана на его поверхности и на дне. К разным участкам взволнованной поверхности океана и к неровностям донного рельефа лучи акустической волны подходят, по сути, под разными углами. Поэтому геометрическое отражение происходит в

разных направлениях (рис. 8.12).

Рис.8.12. Схема рассеяния (штриховые линии) акустических лучей (сплошные линии) от поверхности волны.



При рассмотрении такого характера отражения принято выделять в нем когерентную (регулярную) и некогерентную (случайную) составляющие. Если, как и ранее, в качестве исходного параметра использовать акустическое давление, то для первой составляющей среднее значение $\bar{P}_0 \neq 0$, а для второй $\bar{P}_0' = 0$. По когерентной составляющей отраженного давления определяется коэффициент отражения $R_0 = \bar{P}_0 / \bar{P}$, а по некогерентной - коэффициент рассеяния

$$m_s = R^2 \bar{J}_s / (\bar{J} \Pi), \quad (8.92)$$

где \bar{J}_s , \bar{J} - осредненные интенсивности рассеянного и поступающего акустических сигналов,

Π - площадь рассеивающего участка поверхности,

R - расстояние от пункта наблюдений до центра площади Π .

Из-за рассеяния части энергии акустической волны коэффициент ее отражения всегда будет меньше, чем при идеализированной ровной поверхности. Соотношение отраженной и рассеянной акустической энергии зависит от параметра Релея $Ra = 2k\sigma_\zeta \cos\alpha$, где k - акустическое волновое число, σ_ζ - среднеквадратичное значение неровностей границы раздела сред (в данном случае - высот волн), α - угол падения луча волны. При $Ra \ll 1$ поверхность слабо рассеивает энергию волны, она в основном зеркально отражается. Это может иметь место как при малых σ_ζ , так и при длинных акустических волнах. В случае $Ra \gg 1$ происходит сильное рассеяние звука и коэффициент отражения оказывается малым. Уже при $Ra \rightarrow \pi$ когерентность отражения практически исчезает и оно оказывается диффузным.

Поскольку m_s через \bar{J}_s зависит от характера волнения, то по коэффициенту рассеяния можно судить о взволнованности поверхности океана.

Знание коэффициентов отражения и рассеяния звука взволнованной поверхностью океана имеет большое практическое значение, поэтому разработаны методы их определения при задании характера волнения. С ними можно ознакомиться в специальной литературе [2,5].

Еще сложнее оценивается отражение и рассеяние энергии акустической волны дном, так как существенная ее часть может проникать в грунт, но когерентная и некогерентная составляющие отраженного звука также зависят от параметра Релея. Чем он больше,

288

тем значительнее доля рассеянной энергии по сравнению с когерентной. Наблюдения показывают, что даже при углах падения, близких к 0^0 , коэффициент отражения от ровного дна менее 0.5, а от дна со сложным рельефом - не превышает 0,1.

Отражение и рассеяние звука происходит также в толще океана пузырьками воздуха, рыбами и другими организмами, объемами воды с возмущениями температуры и солености. Последние обусловлены мезомасштабными вихрями, внутренними волнами, турбулентностью. Наиболее сильно рассеивают энергию акустических волн пузырьки воздуха и плавательные пузыри рыб, которые под действием переменного акустического давления пульсируют и возбуждают в окружающей их воде сферические продольные волны. При этом особенно сильное рассеяние происходит в случае резонанса, частота которого определяется [5] по формуле

$$f_p = \frac{327}{r} \sqrt{1 + 0,1z} , \quad (8.93)$$

где r - радиус пузырька в см, z - глубина в м.

Оказывается, что резонансный пузырек рассеивает звук в 20 тыс. раз сильнее, чем нерезонансный рассеиватель такого же размера. Поэтому в слое волнового перемешивания, насыщенного пузырьками воздуха, происходит очень сильное рассеяние звука. Скопления рыб также вызывают повышенное рассеяние акустического сигнала из-за того, что их плавательные пузыри играют такую же роль, как и пузырьки воздуха.

Рассеивание звуков в толще воды оценивается формулой, аналогичной (8.92), в которую вместо площади поверхности входит рассеивающий объем V

$$m_v = R^2 \bar{J}_v / (v \bar{J}) . \quad (8.94)$$

Чаще всего практический интерес представляет не вообще рассеяние, а рассеяние в направлении на источник звука, т.е. обратное. Это обусловлено тем, что обратное рассеяние можно отождествить с отражением, по которому удастся получить представление об объекте

рассеяния. В ряде случаев определяется интегральное значение обратного рассеяния в некотором слое

$$M = \int_{z_1}^{z_2} m_{\nu} dz. \quad (8.95)$$

Такая величина называется *силой слоя*. По данным измерений на частотах 1–2 кГц значение M составляет от -60 до -70 дБ. С увеличением частоты звуков до 10–20 кГц сила слоя увеличивается примерно до -50 дБ.

Отмечена некоторая зависимость M от широты из-за особенностей концентрации биоорганизмов. Наибольшее значение M на экваторе. В

289

субтропических антициклонах M уменьшается на 5-10 дБ, а в умеренной зоне снова увеличивается до экваториального значения. Наименьшие значения M зафиксированы в полярных широтах или близких к ним.

Отражение и рассеяние акустического сигнала различными неоднородностями и объектами в океане, с одной стороны, можно рассматривать как положительное явление, позволяющее судить об объектах рассеяния. С другой стороны, отраженный ими сигнал может затруднять выявление полезного сигнала эхолокации. Поэтому обычно проводится оценка интенсивности отраженного сигнала, существенно отличающегося по форме от излученного. Он более размыт из-за отражения ближними и дальними объектами и в нем прослеживаются пики интенсивности звука. Такое явление, по сути представляющее собой подводное эхо, определяемое также как послезвучание, называется *реверберацией*. В простейшем случае внутриводной реверберации ее интенсивность J_r пропорциональна интенсивности поступившего сигнала J и объему рассеяния v

$$dJ_r = \frac{\alpha_p J e^{-2\beta R}}{4\pi R^2} dv, \quad (8.96)$$

где α_p - коэффициент реверберации, зависящий от количества, объемов отражателей и коэффициентов отражения звука от них. По данным наблюдений он меняется в очень больших пределах от 10^{-5} до 10^{-9} м^{-1} .

Естественно полагать, что рассеянный звук затухает с расстоянием как сферическая волна. Расстояние r связывается длительностью акустического сигнала τ . Если сигнал регистрируется через время t после излучения, то за это время он проходит прямой и обратный путь до отражающего объема, т.е. $Ct = 2R$.

Сигнал движется полосой шириной r , но поскольку ему после отражения надо пройти такое же расстояние, то $2r = Ct$. Итак, для того, чтобы получить выражение интенсивности реверберации, формулу (8.96) следует проинтегрировать в пределах от R до $R+r$. При этом надо учесть изменение интенсивности сигнала,

характеризуемого формулой (8.87) и объема $dV = 4\pi r^2 dr$. В результате получается

$$J_r = J_1 R_1^2 \int_R^{R+r} \alpha_p e^{-4\beta r} r^{-2} dr. \quad (8.97)$$

Обычно при вычислении этого интеграла используют верхнее значение J_r , принимая в знаменателе подынтегрального выражения $r = R$. Считается также, что α_p в пределах интервала интегрирования не меняется. При этих упрощениях

290

$$J_r = \frac{\alpha_p J_1 \left(\frac{R_1}{R}\right)^2}{4\beta} e^{-4\beta R} \left(1 - e^{-4\beta r}\right). \quad (8.98)$$

Поскольку вместо R и r известны только t и τ , то они вводятся по отмеченным выше соотношениям и получается

$$J_r = \frac{2\alpha_p J_1 R_1^2 \tau}{C t^2} e^{-2\beta C t}. \quad (8.99)$$

Из формулы следует, что интенсивность реверберации пропорциональна длительности излучаемых сигналов τ , поэтому для уменьшения J_r целесообразно гидролокацию выполнять короткими сигналами. Видно также, что чем больше времени проходит с момента пуска сигнала, тем J_r слабее. Это вполне естественно, поскольку при этом поступает отраженный звук от дальних объектов, затухающий по пути следования как в прямом, так и в обратном направлении.

Формула (8.99) при практическом использовании может уточняться учетом телесного угла направленности излучаемого звука, техническими характеристиками излучателя и приемника и т.д. Формулы несколько изменяются и при определении J_r в поверхностном слое океана или у его дна. В основном различие состоит в представлении объема V формулы (8.96) не сферой, а некоторым слоем или усеченным конусом. При этом видоизменяется окончательная формула (8.99), но ее принципиальный характер сохраняется. Подробнее с методами оценки реверберации можно ознакомиться в специальной литературе, например [4].

8.8. Акустические шумы

Многие природные процессы в океане вызывают образование продольных волн разной частоты, которые распространяются во всех направлениях, взаимодействуя между собой. Эти волны могут регистрироваться акустическими приемниками в виде шума различной интенсивности и спектра. Шум играет в акустике океана двоякую роль: с одной стороны, он мешает выделению полезного сигнала при гидроакустической локации, а с другой - представляет собой информацию об естественном излучателе звука. Практически использование последнего привело к развитию направления пассивной локации, в которой разработаны методы дешифрирования шума для определения вида и места нахождения излучателя.

Поскольку акустический шум представляет собой случайное нестационарное явление, то он характеризуется рядом статистических показателей, к которым в первую очередь относится частотная спектральная плотность давления, а также его среднее значение и

291

дисперсия. Из-за трудности реже определяются угловое распределение интенсивности шума, корреляционные связи между ними и вызывающими его факторами и т.д.

В связи с измерением шума в точке приемника определяется зависимость его интенсивности или акустического давления от времени $P(t)$. На практике длительность измерения шума всегда конечна и занимает период времени τ , в течение которого его можно полагать стационарным. Это позволяет использовать для определения автокорреляционной функции R и спектральной плотности F стандартные формулы. Отсчет изменений давления ведется от среднего статического \bar{P} в точке наблюдений, которое в данном случае для упрощения вычислений обычно считают нулевым.

Спектр акустических шумов океана в целом уменьшается с ростом частоты f и приближенно его можно аппроксимировать выражением

$$F(f) = P_1^2 f^{-n}, \quad (8.100)$$

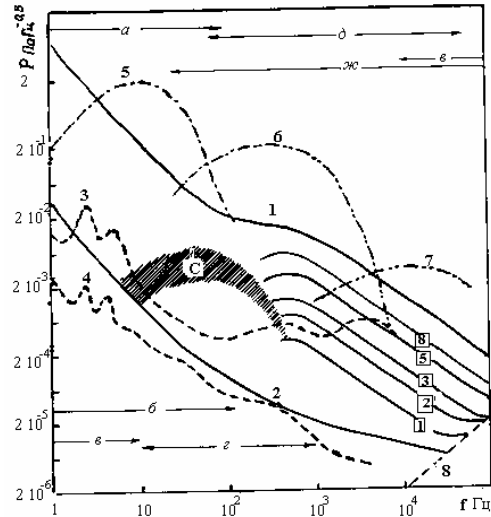
где P_1 - акустическое давление при $f=1$, $n>1$.

На практике чаще используется спектральная плотность или акустическое давление для некоторого диапазона частот, а не их точечное значение, которое измеряется труднее. При этом формула (8.100) интегрируется в пределах заданных частот

$$F_{\Delta f} = \int_{f_1}^{f_2} P_1^2 f^{-n} df = \frac{P_1^2}{n-1} \left(\frac{1}{f_1^{n-1}} - \frac{1}{f_2^{n-1}} \right). \quad (8.101)$$

Приведенные на рис.8.13 значения акустического давления получены для полосы частот $\Delta f^{-0,5}$.

Рис.8.13.Спектры акустического давления шумов океана [5].
 1,2- максимальный и минимальный уровни динамических шумов. Цифры в квадратиках- скорость ветра в баллах;
 3,4-максимальный и минимальный уровни подледного шума;
 5-усредненный шум извержения подводного вулкана;
 6,7-шум рыб семейства горбылевых и креветок;
 8-тепловой шум;
 С-шум судоходных трасс.
 Диапазоны шумов: *a*-сейсмических, *б*-турбулентных, *в*- поверхностных волн, *г*- технических,*д*- кавитации и дождя, *е*- тепловых, *ж*- биологических.



292

Динамические шумы генерируются волнами, приливами, падением капель дождя, возникновением или разрушением турбулентных вихрей, любыми возмущениями скорости течения, приводящими к изменениям давления, и поэтому прослеживаются в любом районе океана. В связи с многообразием факторов, вызывающих локальные изменения давления, которые генерируют продольные волны, диапазон шумов этого типа очень широкий (между кривыми 1 и 2 на рис.8.13) и простирается во всем диапазоне частот, приведенных на рисунке. В его килогерцевом диапазоне показана зависимость шума от скорости ветра в баллах (цифры в квадратах). Этот шум обусловлен в основном кавитацией пузырьков воздуха, попавших в воду. Колебания давления от самих ветровых волн и от их обрушения вызывают низкочастотные акустические волны. Шум от приливных явлений усиливается в фазе отлива, когда скорость течения увеличивается. Естественно, что наиболее заметен он в прибрежных районах океана, где колебания уровня возрастают. Здесь же возникает шум и от других непериодических длинноволновых явлений.

Возмущения давления из-за турбулентности также довольно низкочастотны и не превышают сотни герц. Более высокочастотный шум генерируется дождем и зависит от его интенсивности, усиливаясь с его увеличением. Максимум этого шума приходится на диапазон 1-3 кГц, но при усилении дождя он простирается до 10 кГц.

Динамические шумы в основном сосредоточены в поверхностном слое океана, но их интенсивность и частотный диапазон меняются в пространстве и во времени в зависимости от действия факторов, их вызывающих. При этом их высокочастотная составляющая локализуется в районе ее генерации, а низкочастотная распространяется на большое расстояние, позволяя получить

представление о положении, например, вызвавших их барических возмущений.

К категории динамических шумов иногда принято относить тепловые шумы, вызванные движением молекул. Это высокочастотные волны, простирающиеся в мГц диапазон, но обусловленные ими изменения давления очень малы (линия 8 на рис.8.13). Из-за быстрого ослабления с расстоянием эти волны создают шумовой фон около чувствительного приемника.

Категория *сейсмических* шумов выделяется в связи с их низкой частотой, составляющей от долей до десятков Гц, и довольно высоким уровнем возмущений давления (кривая 5 на рис.8.13). Они обусловлены подводной вулканической деятельностью, оползнями и подвижками дна. Срединные океанические хребты и окраины материковых склонов наиболее активны в сейсмическом отношении. В них постоянно с большей или меньшей интенсивностью происходят колебания дна, а при извержении вулкана создается аналог подводного взрыва, который прослеживается на расстоянии в тысячи

293

километров. Возможность предвычисления очага возникновения акустической волны от подвижек дна, могущих привести к цунами, имеет большое значение в службе предупреждения этого явления. Дно океана испытывает постоянные микросейсмические колебания. Они могут быть следствием как более крупных землетрясений, так и локальных возмущений, оползнями грунта, следствием образования на поверхности океана стоячих волн давление которых передается дну. Спектр шумов, возбуждаемых этими колебаниями, мало меняется во времени и однороден по всему океану. Диапазон частот и колебаний давления этого шума не превышает десятка Гц, и единиц Па.

В замерзающих морях выделяется категория *ледовых* шумов. Они обусловлены столкновением льдин, их торошением, изгибным потрескиванием льдин при изменениях уровня моря, растрескиванием из-за термического изменения объема при понижении температуры, трением движущегося снега по поверхности льда. Такой широкий диапазон действующих факторов приводит к тому, что частотный спектр шума простирается, от единиц до тысяч Гц. Их низкочастотная составляющая обусловлена торошением льда. При этом могут возникать отдельные максимумы давления на частотах в несколько десятков Гц. Такие акустические сигналы всегда привлекают внимание практиков, так как позволяют определить направление движения фронта торошения льда.

Термическое изменение объема морского льда и происходящее при этом растрескивание вызывает шум в несколько более высокочастотном диапазоне с максимумом 100–300 Гц, на котором давление составляет величину порядка 10^{-3} Па/Гц^{0,5}. От этого максимума акустическое давление убывает в сторону как высоких частот, так и низких.

Шум трущихся и сталкивающихся при движении льдин находится в еще более высоком диапазоне частот от 10^2 до 10^4 Гц. Наблюдения показывают, что он зависит от толщины льда, увеличиваясь с его уменьшением, и от скорости их движения. Но значения изменений акустического давления оказываются небольшими, не превышающими 10^{-3} Па/Гц^{0,5}. Несмотря на довольно слабую интенсивность этого рода шумов, они могут привлечь внимание океанологов, чтобы попытаться по ним оценить коэффициент бокового взаимодействия льдин, знание которого очень важно при расчете дрейфа сплоченного льда. Еще более высокочастотная составляющая ледового шума вызвана трением движущегося снега о лед. Это явление вызывает шум в килогерцевом диапазоне частот, но интенсивность его небольшая.

Характерной чертой ледовых шумов является их локализация в поверхностном слое океана обычно в ограниченных районах, и, как видно из рис. 8.14, их акустическое давление убывает с ростом частоты.

294

Биологические шумы обусловлены возбуждением резонанса плавательного пузыря рыб, щелчками клешней ракообразных и раковин моллюсков, импульсными сигналами китообразных и других морских животных и т.д. Все эти сигналы весьма разнообразны по форме, что позволяет по ним определять вид излучателя (рис.8.14).

Некоторые виды рыб излучают низкочастотные звуки с максимумом давления на частоте в несколько десятков Гц, другие (горбылевые) - более высокочастотные с максимумом на частотах в несколько сотен Гц. Максимум спектра шума моллюсков, раков находится в пределах от единиц до десятков кГц.

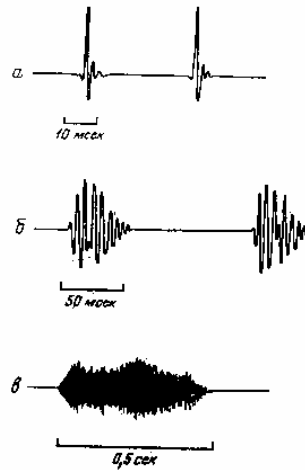


Рис.8.14. Осциллограммы звуков, издаваемых морскими организмами[1].

a- рак-щелкун,
б- умбрина семейства горбылевых,
в- рыба-жаба.

Весьма своеобразны сигналы китообразных, представляющих собой очень узкие спектры, находящиеся как в полосе нескольких Гц, так и в кГц диапазоне. Все эти спектры имеют специфическую форму, позволяющую различать их принадлежность определенному объекту, а также акустическое давление. Максимум давления в спектре шума рыб составляет 10^{-1} - 10^{-2} Па/Гц^{0,5}, в шуме ракообразных - на порядок

меньше. Особенно интенсивные звуки издают киты. У них акустическое давление, приведенное к расстоянию 1 м от источника, составляет 10^2 - 10^4 Па. Сильные шумы издают рыбы в период нереста, т.е. существует его годовой ход, а также суточный, обусловленный активностью рыб.

Изучение звуков, излучаемых представителями морской фауны, имеет большое практическое значение в промысловой океанологии, позволяя методом пассивной локации, т.е. по шуму, выявлять места скопления рыбы.

Технические шумы вызваны излучением акустических волн различными сооружениями. Сюда относятся шумы корабельные, от технических сооружений, портовые, от сооружений на берегу, при работе которых колебания почвы передаются воде. Наибольший вклад в шумы открытого моря вносят корабельные шумы. Они вызваны шумом гребных винтов, вибрацией корпуса судна и кавитационным

295

шумом в кильватерной струе и в носовой буруне. Существует пропорциональность между скоростью вращения винта с учетом числа лопастей в нем, и частотой шума, приводящая к пику в низкочастотной части спектра в диапазоне десятков Гц.

Кавитация пузырьков воздуха вызывает более высокочастотный шум. Перечисленное в совокупности приводит к тому, что диапазон корабельных шумов простирается от 10 до 10^3 Гц. Из рис.8.13 видно, что спектр корабельных шумов отличается от других, позволяя его выделять. Это широко используется при обнаружении надводных и подводных кораблей акустическими средствами. Причем удается определять тип судна.

Приведенный на рис.8.13 спектр всех перечисленных шумов оказывается сложным и выделить из него шум конкретного объекта удается только в том случае, если он отличается по частоте и уровню от других и его можно отфильтровать.

Дополнительная литература

1. *Акустика океана*. Под ред. Л.М. Бреховских.- М.: Наука, 1974 - части 1,2,9.
2. *Акустика океана*. Под ред. Дж.Де Санто. Пер. с англ.- М.:Мир,1982 - гл.2.
3. *Алексеев Г.В.* Математические основы акустики океана. (Учебное пособие). Владивосток, ДВГУ, 1988 - гл. 1,2,3.
4. *Богородский А.В., Яковлев Г.В., Корепин Е.А., Должиков А.К.* Гидроакустическая техника исследования и освоения океана. - Л.: Гидрометеиздат, 1984 - гл. 1,2.
5. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. - Л.: Гидрометеиздат, 1982 - 264с.
6. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Акустика океана. В кн.: Океанология. Т.2, Гидродинамика океана. - М.: Наука, 1978, гл.2.

Вопросы для самопроверки

- 1- Почему на практике для расчета скорости звука в океане используется не точная аналитическая формула, а приближенные?
- 2 - В чем состоят достоинства и недостатки волнового и лучевого подходов к описанию распространения звука в океане?
- 3 - Как меняются акустическое давление и интенсивность звука с расстоянием в плоской, цилиндрической и сферической акустических волнах в идеальной жидкости?
- 4 - Как влияет стратификация океана на траекторию акустического сигнала и на интенсивность звука вдоль нее?
- 5 - Как определяются границы подводного звукового канала и чем он характерен?

296

- 6 - Каковы законы горизонтальной рефракции акустического сигнала?
- 7 - Как зависит ослабление звука в океане от частоты излучаемого сигнала?
- 8 - Что понимается под уравнением гидролокации?
- 9 - Почему возникает явление реверберации звука в океане?
- 10 - Чем различаются акустические шумы в океане и каково их практическое значение?
- 11 - В чем заключается суть раздела акустики, называемого акустической томографией?

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- А**
- Адиабатический градиент температуры 35
 - процесс 33
 - Акустическая волна плоская 268
 - - цилиндрическая 269
 - - сферическая 269
 - Акустический луч 266
 - потенциал 267
 - Альbedo моря 115, 246
 - снежно-ледяного покрова 169
 - Аномалия распространения звука 283
- Б**
- Базисная плоскость кристалла льда 12, 157
- В**
- Вековой ход геомагнитного поля 202
 - Вероятность выживания фотона 234
 - Водородная связь 12
 - Волна плоская 218, 268
 - поперечная 275
 - продольная 263
 - сферическая 269
 - цилиндрическая 269
 - Волновое электромагнитное число 204, 206, 219
 - Волны звуковые 262
 - электромагнитные 209, 217
 - Вязкий интервал спектра турбулентности 81
- Г**
- Галоклин 131
 - Гидростатическое давление 45
 - Гипотеза градиентная Буссинеска 69
 - - Шмидта 69
 - Прандтля 73
 - подобия Кармана 73
- 298
- Зона акустической тени 278
- Д**
- Колмогорова-Обухова 81
 - Главный вектор количества движения 42
 - Глубина видимости диска 255
- Давление гидростатическое 45
 - звуковое 264, 268, 272, 274
- Деформация льда 180, 186
- Диаграмма фаз воды 32
- Динамическая глубина 44
 - скорость 118
- Дипольный момент молекулы воды 192
- Диссипация кинетической энергии 50, 75, 78, 284
 - турбулентной энергии 62
- Диффузия примеси 51
 - молекулярная 51
 - турбулентная 70
 - энергии турбулентности 76
- Диэлектрическая восприимчивость 192
 - постоянная 192
 - проницаемость 193
- Длина пути смешения 73
- Ж**
- «Желтое вещество» 226
- З**
- Закон изменения количеств движения 42
 - Ома для движущейся среды 199
 - Снеллиуса 274
 - Законы локально-изотропной турбулентности 81
 - Колмогорова-Обухова 84
 - Зародыш льда 154
- Кристалл льда 12, 158

- конвергенции 279

И

Излучение диффузное 115
- прямое солнечное 112
- эффективное океана 116
Изэнтропический процесс 34
Импеданс акустический 275
Индикатрисса рассеяния 229, 231
Индукция магнитная воды 197
Инерционный интервал спектра турбулентности 82
Испарение с поверхности океана 106, 119
Интенсивность звука 271, 281

К

Каустика 280, 283
Квазигомогенный слой океана 132, 137, 144
Конвекция внутриводная 138
- вынужденная 135, 141
- свободная 133
Коэффициент адиабатической сжимаемости 36
- влагообмена (число Дальтона) 119
- диффузного отражения толщи моря 245
- диэлектрической проницаемости воды 193
- - - льда 197
- объемной вязкости 284
- отражения Френеля 114, 243
- плотностной сжимаемости 23, 36
- Пуассона 181
- сдвиговой вязкости 284
- соленостного сжатия 23
- теплообмена (число Стентона) 119
- термического расширения 23
- турбулентной вязкости 69, 87
- диффузии 117
- теплопроводности 69, 117
- яркости моря 256

- - чистой воды 225
Освещенность 224, 242, 252

Кристаллическая решетка льда 13
Критерии возникновения турбулентности 60, 79
Критерий Хессельберга-Свердрупа 39

Л

Луч звуковой 226, 276
- граничный 278, 279

М

Магнитная восприимчивость 197
- индукция 197
- проницаемость воды 197
Магнитное поле Земли 201
- - главное 201
- - переменное 201, 203
Магнитные аномалии 202
- вариации 203
Магнитогидродинамический эффект 201
Масштаб вихря 81
- турбулентности 81
Модули упругости льда 181

Н

Напряжения вязкие касательные 45
- - нормальные 45
- турбулентные касательные 66
- - нормальные 66
Напряженность магнитного поля 199, 204, 207, 215, 219
- электрического поля 199, 204, 208, 212, 215, 219
Неустойчивость движения 60

О

Оптическая ось кристалла льда 12, 157
Оптические свойства морской воды 225, 231, 234

299

Р

- восходящая 245, 258
- горизонтальной площадки 240
- подводная 244, 252
- Орбитали молекулы воды 10
- Основное уравнение термодинамики 21
- Осреднение уравнений движения 64
 - - диффузии 67
 - - теплопроводности 67
- Относительная прозрачность 255

П

- Параметр шероховатости 118
- Переохлаждение воды 155
- Плотностная стратификация моря 38
- Подводный звуковой канал 279
- Показатель вертикального ослабления освещенности 244
 - ослабления звука 284
 - - света 234
 - поглощения света 225, 227, 253
 - преломления акустического луча 273, 275
 - рассеяния света 228
 - - - в данном направлении 229
- Получесть льда 183
- Постоянная Больцмана 20
 - диэлектрическая 192
 - Кармана 73
 - магнитная 197
 - Стефана-Больцмана 113
- Потенциал скорости 267
- Потенциальная плотность 35
 - температура 35
- Поток излучения 113
 - примеси 70
 - энтропии 53
- Полуэмпирические теории турбулентности 69, 72, 73
- Правила осреднения 64
- Прозрачность моря 245
- Прочность морского льда 184
- Пульсация 64
- Путь смешения 23
- Потенциал термодинамический 21

- Теллурические токи 216
- Температура замерзания морской воды 33
 - морского льда 175

- Радиационный баланс поверхности океана 116
- Радиация возможная 112
 - суммарная 113
- Разрушение морского льда 184, 190
- Рассеяние света морской водой 228
 - - взвешенными частицами 233
 - - молекулярное 230
- Рассол 159, 161
- Реверберация звука 290
- Релаксация льда 183
- Рефракция звука 276

С

- Световой поток 224
- Световое поле 224
- Скин-эффект 125
- Сила Лоренца 199
 - света 224
- Силы объемные 41, 44
 - поверхностные 41, 45
- Скорость звука 263, 266
 - - колебательная 262, 267
- Слои звукорассеивающие 289
- Соленость морского льда 159, 164
 - рассола 159, 161
- Спектральная плотность пульсаций солености 89
 - - - температуры 87
 - - энергии турбулентности 79, 85
- Спектральные интервалы турбулентности 81, 86
- Сплоченность морского льда 179
- Стандарты Ерлова 245
- Статистические характеристики турбулентности 80, 83-89, 91
- Стратификация океана 37
- Структура воды 14
 - водяного пара 11
 - льда 12

Т

- Таяние морского льда 179

300

- Уравнение гидростатики 57
 - движения 41, 66
 - - в приближении Буссинеска 56
 - диффузии соли 47

Тензор напряжений молекулярных 45
 - - турбулентных 66
 Теория орбиталей молекулы 9
 Тепловая трансформация воды нестационарная 121
 - - течения стационарная 148
 Теплоемкость воды 28, 29
 Теплопроводность воды молекулярная 30
 - - турбулентная 30
 - морского льда 167
 Тепловой баланс морского льда 172
 Теплота таяния морского льда 166
 - фазовых переходов 31
 Термодинамическая система 17
 Термодинамический процесс 17
 Термоклин 131
 Толщина верхнего квазиоднородного слоя океана 137, 144
 - морского льда 173
 - - - предельная 174
 Трансформация солёности моря нестационарная 127
 - - течения стационарная 146
 Турбулентность 59
 - крупномасштабная 63, 90
 - локально-изотропная 80
 - мелкомасштабная 63
 - среднемасштабная 63, 90
 Турбулентный теплообмен 117
 - поток примеси 70, 117, 119
 - - тепла 70, 117, 119
 Турбулентные пятна 93

У

Удельная теплота испарения воды 31
 - - плавления льда 31
 - - сублимации пара 31
 Уравнение баланса соли акватории 110
 - - - на поверхности океана 109
 - - - слоя океана 110
 - - энергии турбулентности 74, 77

Ч

Частота Вэйселя-Брента 38
 Число Нуссельта 134

- изменения внутренней энергии 52
 - - кинетической энергии 49
 - - механической энергии 50
 - - потенциальной энергии 49
 - Клазиуса-Клапейрона 22, 30
 - Максвелла 199
 - неразрывности 46, 65
 - состояния морской воды 23 - 27
 - теплового баланса акватории 108
 - - - поверхности океана 105
 - - - слоя океана 107
 - теплопроводности 21
 Уравнения турбулентного движения (Рейнольдса) 66
 - турбулентной диффузии 67, 104
 - - теплопроводности 55, 67, 99
 Уровень силы звука 286

Ф

Фактор фокусировки 282
 Флюктуации подводной освещённости 249
 Флюоресценция 236
 - нефтепродуктов и щелочи 240
 - РОВ 238
 Формула смешения 130

Х

Характерный масштаб вихрей 81
 - - - временной 81
 Химический потенциал воды 21

Ц

Цвет моря 257
 Цветности диаграмма 260
 Цветность 257
 Центры кристаллизации 154

301

Электропроводность морской воды 195
 - морского льда 198
 Энергия внутренняя 19, 27, 51
 - кинетическая 49

- Прандтля турбулентное 71
- Рейнольдса 60
- Ричардсона динамическое 76
- - критическое 79
- - локальное 77
- Рэлея 134
- Шмидта турбулентное 71
- Чистота цвета 260

- молекулы воды 11
- потенциальная 49
- турбулентная 74, 81, 86
- Энстрофия 90
- Энтальпия 21
- Энтропия 20, 52
- Эффективная теплоемкость
морского льда 164
- Эффективное излучение океана
116

Э

- Эвтектическая температура 161
- Электрический потенциал 211
- Электрическая индукция волны 192
- - льда 198
- Электрический наведенный заряд 213
- Электрический теллурический ток
217

Я

- Яркость излучения 224
- подводная 250
- светового поля моря 247, 249
- Явление отрицательной вязкости
91