Введение в физику гидросферы

2026 Лекция №6

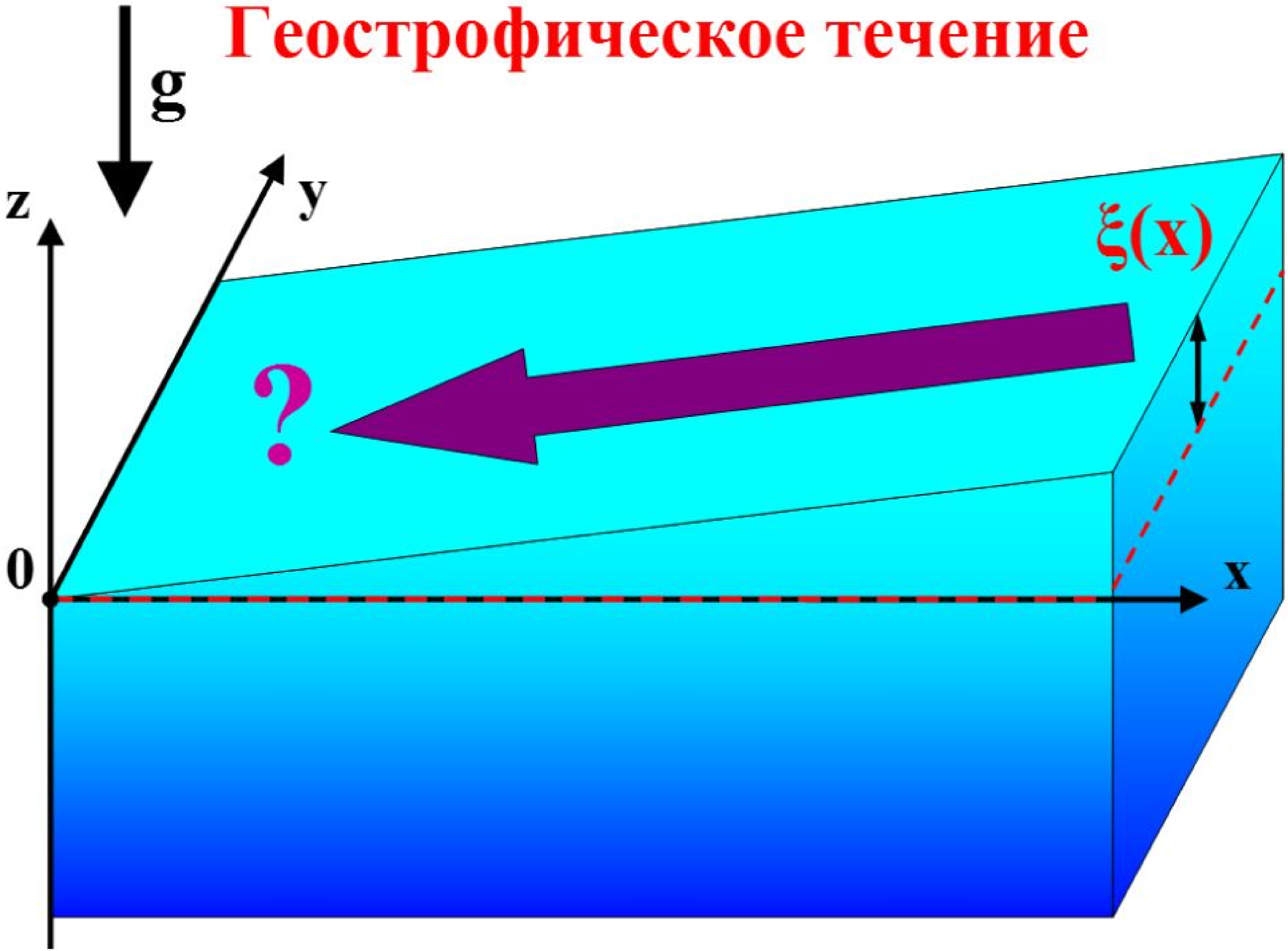
Носов Михаил Александрович

кафедра физики моря и вод суши

отделение геофизики

физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова

Геострофическое течение



Геострофическое и гидростатическое приближения

$$x: \quad -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + f\,v = 0 \qquad f = 2\omega \sin\varphi$$

$$\vec{v} = (u, v)$$

$$y: \quad -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y} - f\,u = 0$$

$$p = p_{атм} + \rho_0 g(\xi - z)$$

$$z: \quad -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial z} - g = 0 \quad \Bigg| \int_z^{\xi} dz$$

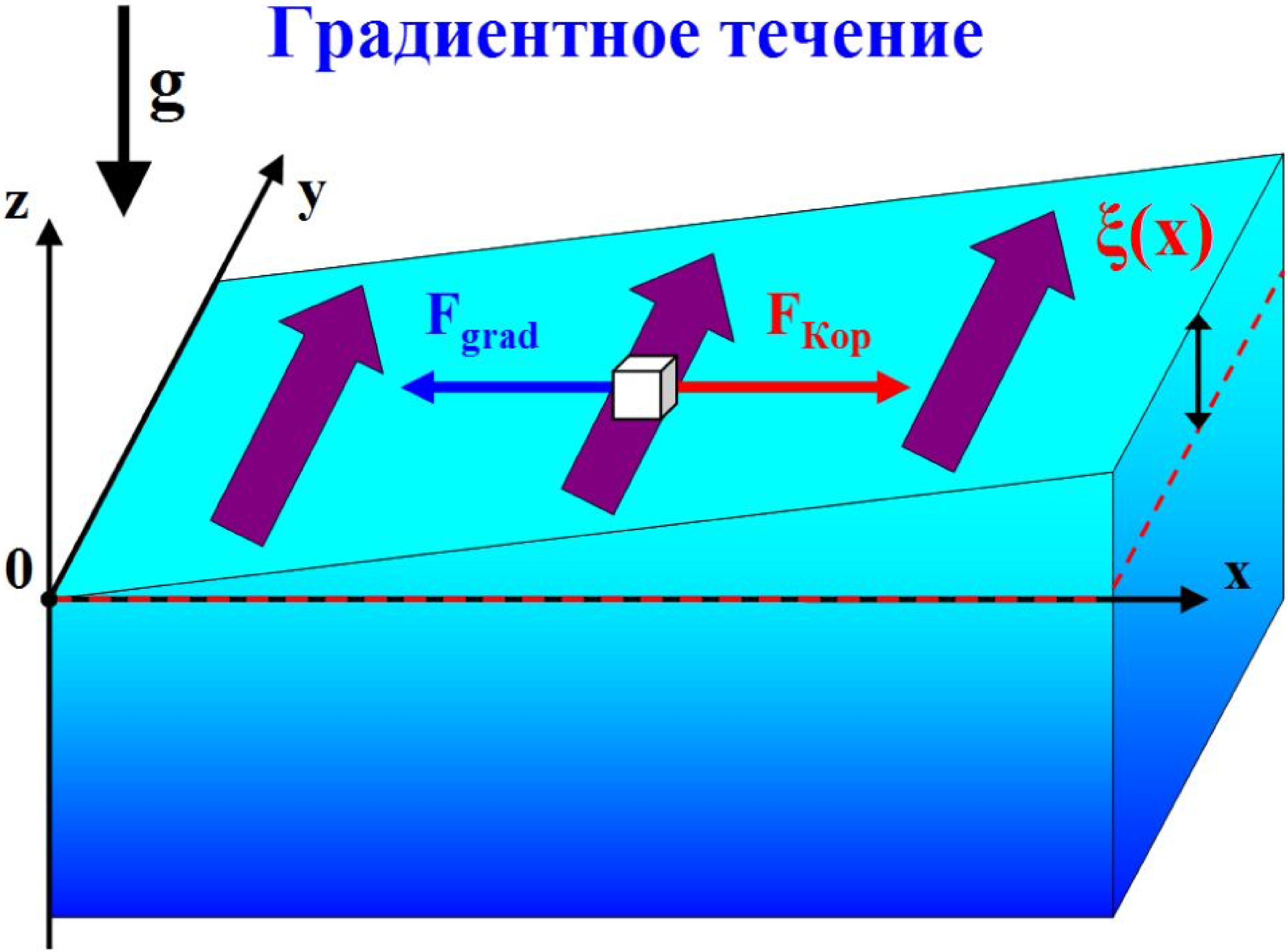
$$x: \quad -g\frac{\partial \xi}{\partial x} + f\,v = 0$$

$$\xi = \xi(x)$$

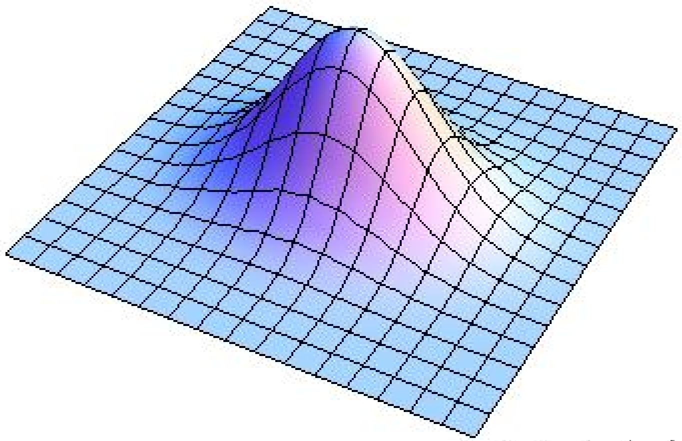
$$y: \quad -g\underbrace{\frac{\partial \xi}{\partial y}}_{=0} - f\,\underbrace{u}_{=0} = 0$$

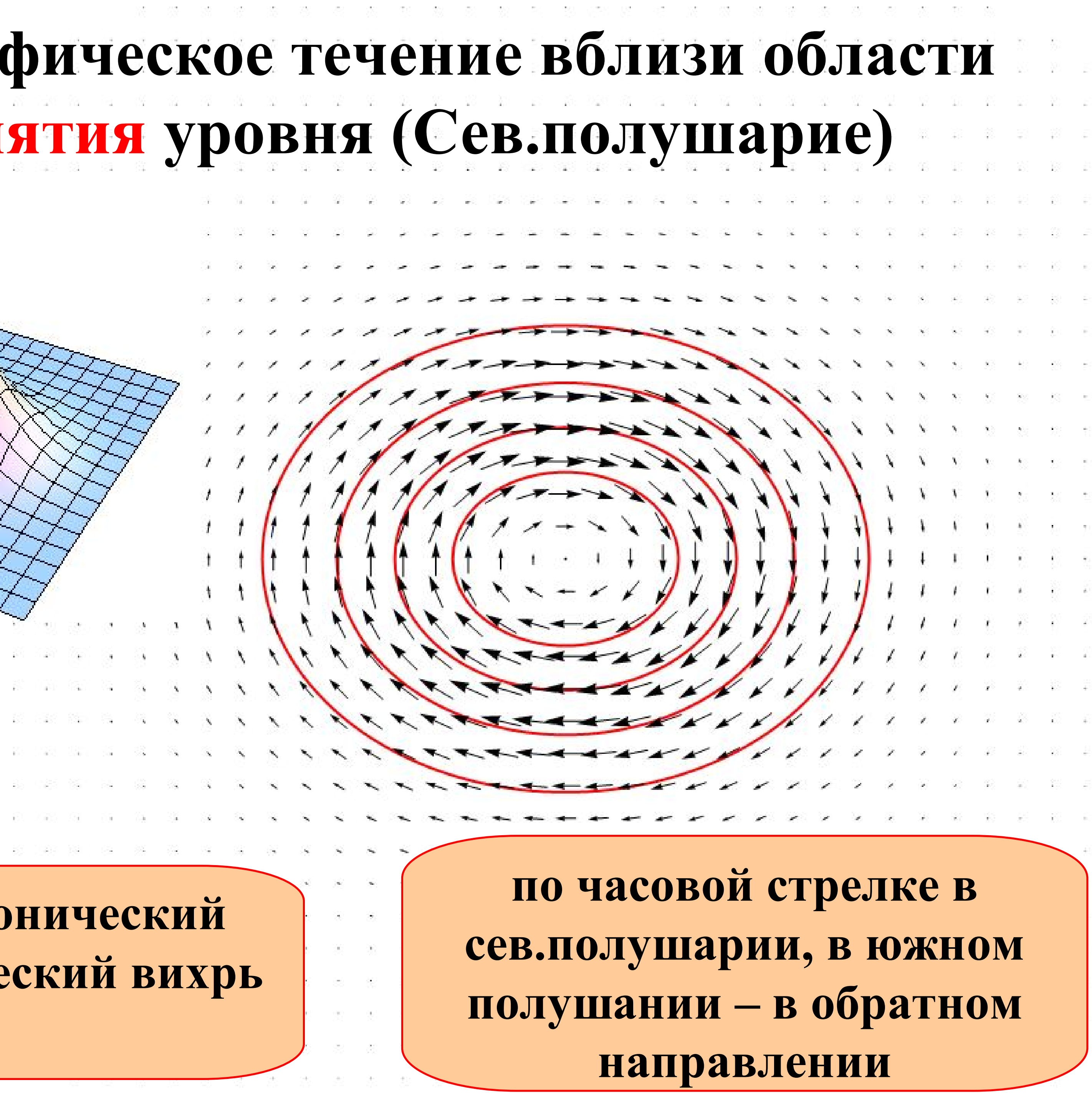
$$\boxed{\begin{aligned} x: &\quad u = 0 \\ y: &\quad v = \frac{g}{f}\frac{\partial \xi}{\partial x} \end{aligned}}$$

Градиентное течение



Геострофическое течение вблизи области поднятия уровня (Сев.полушарие)

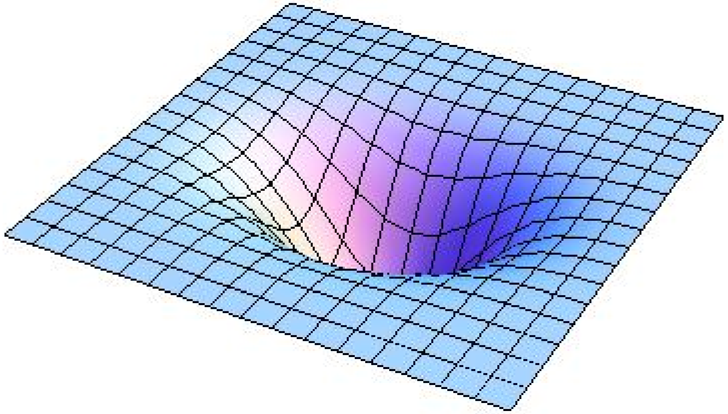




антициклонический геострофический вихрь

по часовой стрелке в сев.полушарии, в южном полушании – в обратном направлении

Геострофическое течение вблизи области понижения уровня (Сев.полушарие)

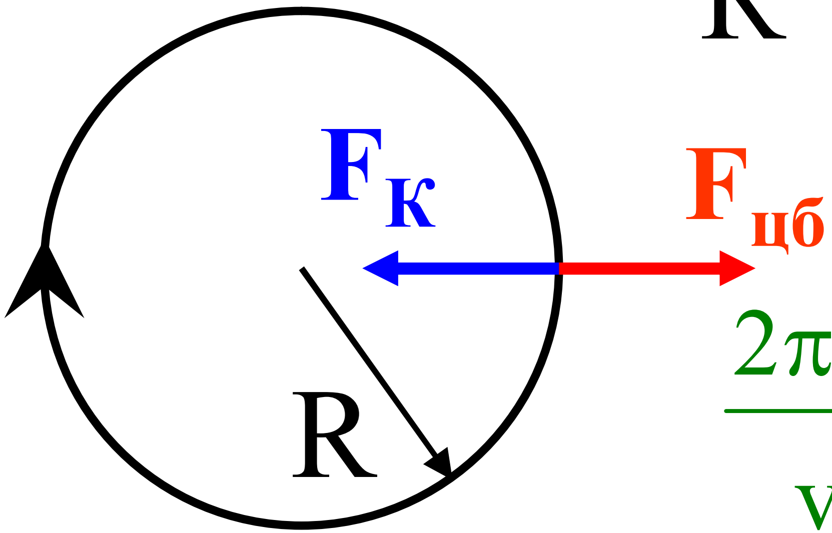


циклонический геострофический вихрь

Инерционные колебания

(Сев.полушарие)

$$\frac{v^2}{R} = f \cdot v \Rightarrow R = \frac{v}{f}$$



круг инерции

полный оборот
по кругу инерции
занимает время:

$$\frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{f} = \frac{T}{2\sin\varphi}$$

1/2 маятниковых суток

$$\boxed{f = \frac{4\pi}{T}\sin\varphi}$$

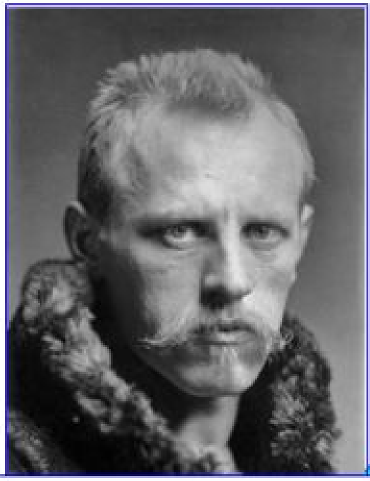
$$f = 10^{-4} c^{-1}$$

$$v = 0.1\, м/с$$

$$\Rightarrow R = 10^3\, м$$

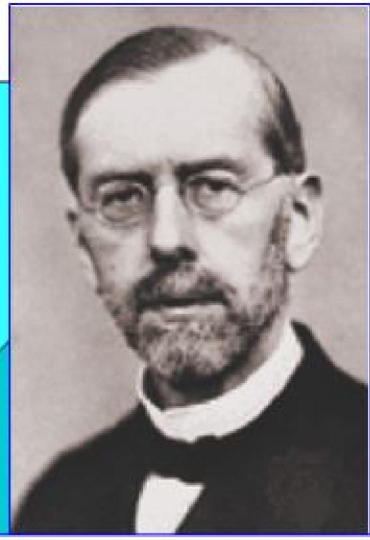
Задача Экмана о дрейфовом течении

течение, вызываемое ветром



Fridtjof Wedel-Jarlsberg Nansen
(1861 –1930)
Norwegian scientist

Задача поставлена *Фритьофом Нансеном*, который наблюдал необычный дрейф льда во время экспедиции на борту «Фрама» в Гренландском море



Vagn Walfrid Ekman
(1874-1954), a Swedish physical oceanographer

Предположения:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} = 0, \quad \rho = \text{const}$$

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{div} \vec{v} = 0$$

$$\cancel{\frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{\frac{\partial v}{\partial y}} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow w = \text{const}$$

$$w(z = -H) = 0 \quad \Rightarrow \quad w = 0$$

$$\cancel{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} + \cancel{(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v}} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} + 2[\vec{v} \times \vec{\omega}] + \nu \Delta \vec{v} + \vec{g}$$

$$x: \quad u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$y: \quad u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$z: \quad u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\cancel{\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}}+\cancel{(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v}}=-\frac{\vec{\nabla}p}{\rho_0}+2[\vec{v}\times\vec{\omega}]+\nu\Delta\vec{v}+\vec{g}$$

$$\begin{cases}
-\cancel{\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial x}}+2v\omega\sin\varphi+\nu\left(\cancel{\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}}+\cancel{\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)=0,\\
-\cancel{\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial y}}-2u\omega\sin\varphi+\nu\left(\cancel{\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}}+\cancel{\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2}}+\dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)=0,\\
-\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial z}-g=0
\end{cases}$$

$$\begin{cases} 2v\omega\sin\varphi + \nu\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = 0 \\ -2u\omega\sin\varphi + \nu\left(\dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) = 0 \\ -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial z} - g = 0 \quad \Rightarrow \quad p(z) = p_{\text{атм}} - \rho g z \end{cases}$$

Граничные условия

Поверхность воды:

$$\rho\nu\frac{du}{dz}\bigg|_{z=0}=0$$

$$\rho\nu\frac{dv}{dz}\bigg|_{z=0}=\tau$$

Напряжение трения ветра

Поведение решения на глубине:

$$u_{z\to-\infty}=0$$

$$v_{z\to-\infty}=0$$

Задача Экмана для океана бесконечной глубины

$$\begin{cases} u'' + v \cdot f/\nu = 0 \\ v'' - u \cdot f/\nu = 0 \end{cases}$$

Граничные условия:

поверхность (z = 0)

$$u' = 0$$

$$v' = \tau/\rho\nu$$

на глубине (z = -∞)

$$u(-\infty) = 0$$

$$v(-\infty) = 0$$

Наводящие идеи для решения системы Экмана

$$u'' + \alpha^2 u = 0$$

$$u(z) = A\,e^{i\alpha z} + B\,e^{-i\alpha z}$$

$$u(z) = A \sin \alpha z + B \cos \alpha z$$

$$u'' - \alpha^2 u = 0$$

$$u(z) = A\,e^{\alpha z} + B\,e^{-\alpha z}$$

$$u(z) = A \sinh \alpha z + B \cosh \alpha z$$

$$\begin{cases} u'' + \dfrac{f}{\nu} v = 0 \\ v'' - \dfrac{f}{\nu} u = 0 \quad \times i \end{cases}$$

$$Z = u + i\,v$$

$$u = \mathrm{Re}(Z)$$

$$v = \mathrm{Im}(Z)$$

$$u'' + iv'' + \frac{f}{\nu}\left(v - i\,u\right) = 0$$

$$(u + iv)'' - i\frac{f}{\nu}\left(u + iv\right) = 0$$

$$\boxed{Z'' - \alpha^2 Z = 0, \quad \text{где} \quad \alpha = \sqrt{i \cdot f / \nu}}$$

$$\boxed{Z = A\, e^{\alpha z} + \cancel{B\, e^{-\alpha z}}}$$

$$\sqrt{i} = e^{i\pi/4} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{\alpha = (1+i)\sqrt{\frac{f}{2\nu}}}$$

$$\boxed{i = e^{i\pi/2}}$$

$$\mathrm{Re}(\alpha) > 0$$

$$\lim_{z \to -\infty} Z = 0 \quad \Rightarrow B = 0$$

$$Z = A\,e^{\alpha z} \qquad \alpha = (1+i)\sqrt{\frac{f}{2\nu}} = e^{i\pi/4}\sqrt{\frac{f}{\nu}}$$

удовлетворяем г.у. на поверхности (при z = 0)

$$Z' = A\alpha = u' + iv' = i\frac{\tau}{\rho\nu}$$

$$A = i\frac{\tau}{\rho\nu\alpha} = \frac{e^{i\pi/2}\tau}{\rho\nu\, e^{i\pi/4}\sqrt{\frac{f}{\nu}}} = \frac{e^{i\pi/4}\tau}{\rho\nu\sqrt{\frac{f}{\nu}}}$$

Решение задачи Экмана:

$$Z = \frac{e^{i\pi/4}\tau}{\rho\nu\sqrt{f/\nu}}\, e^{(1+i)\sqrt{\frac{f}{2\nu}}z}$$

глубина Экмана

$$d = \sqrt{2\nu/f}$$

$$V_0 = \frac{\tau\, d}{\sqrt{2}\,\rho\nu}$$

$$Z = V_0\, e^{(1+i)\frac{z}{d}+i\frac{\pi}{4}} = V_0\, e^{\frac{z}{d}} e^{i\left(\frac{z}{d}+\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$u = \mathrm{Re}(Z) = V_0 e^{z/d}\cos\left(z/d + \pi/4\right)$$

$$v = \mathrm{Im}(Z) = V_0 e^{z/d}\sin\left(z/d + \pi/4\right)$$

Спираль Экмана

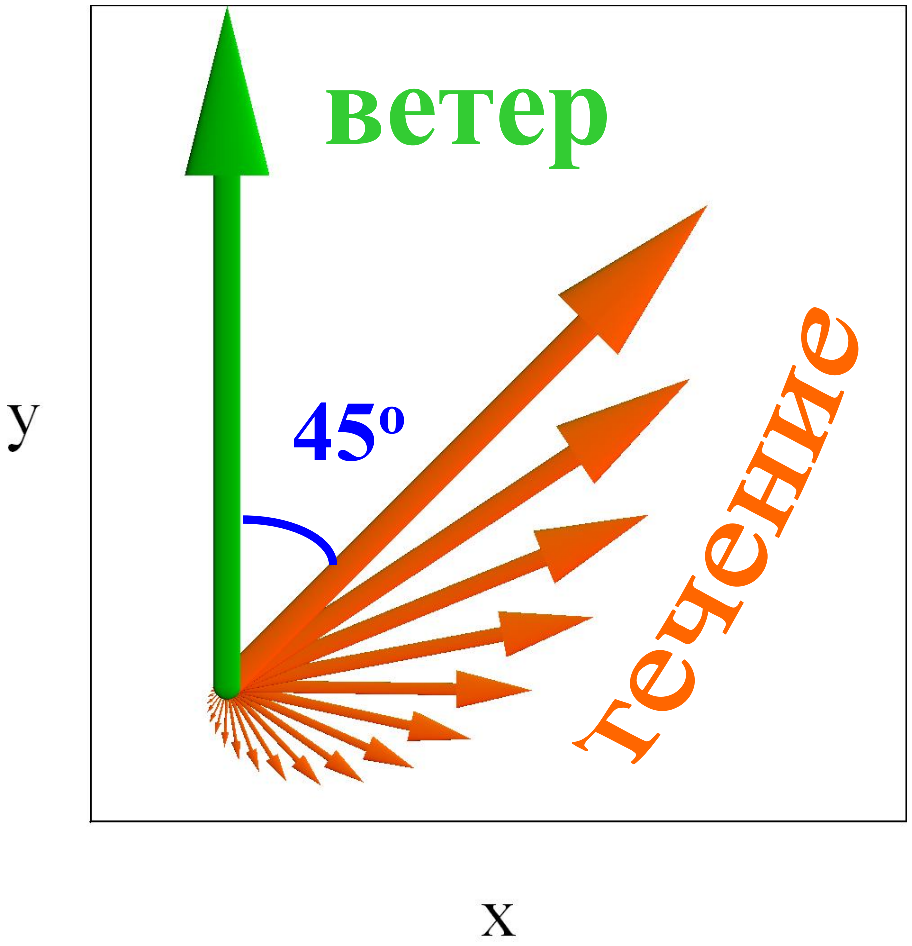
$$u(z) = V_0 e^{z/d} \cos(z/d + \pi/4)$$

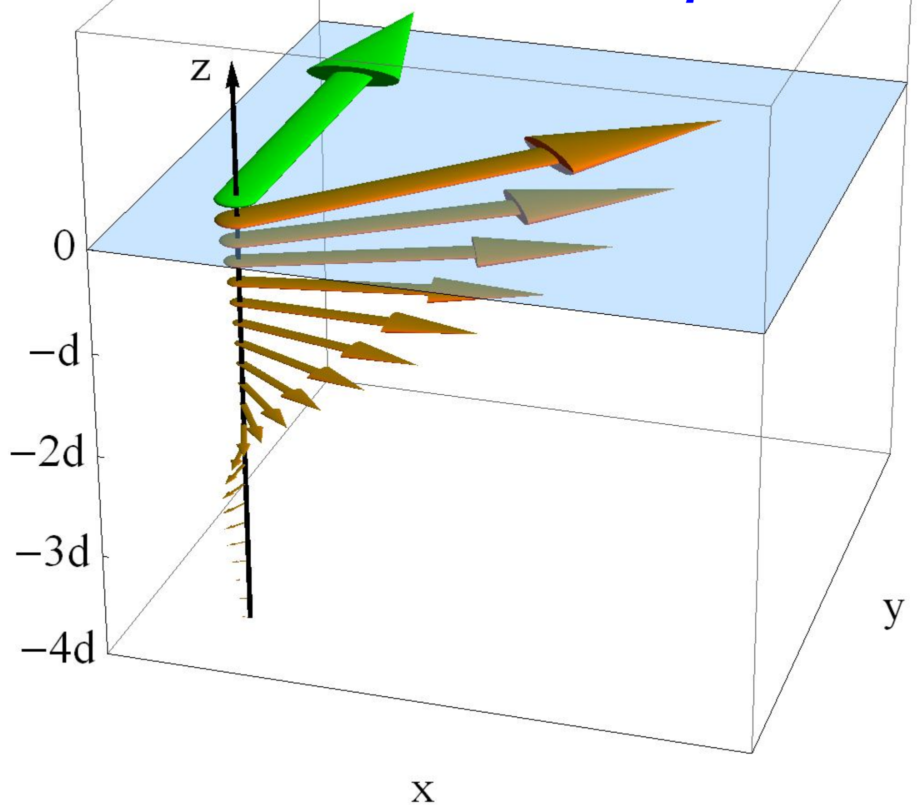
$$v(z) = V_0 e^{z/d} \sin(z/d + \pi/4)$$

глубина Экмана

$$d = \sqrt{2\nu / f}$$

$$V_0 = \frac{\tau d}{\sqrt{2}\,\rho\nu}$$





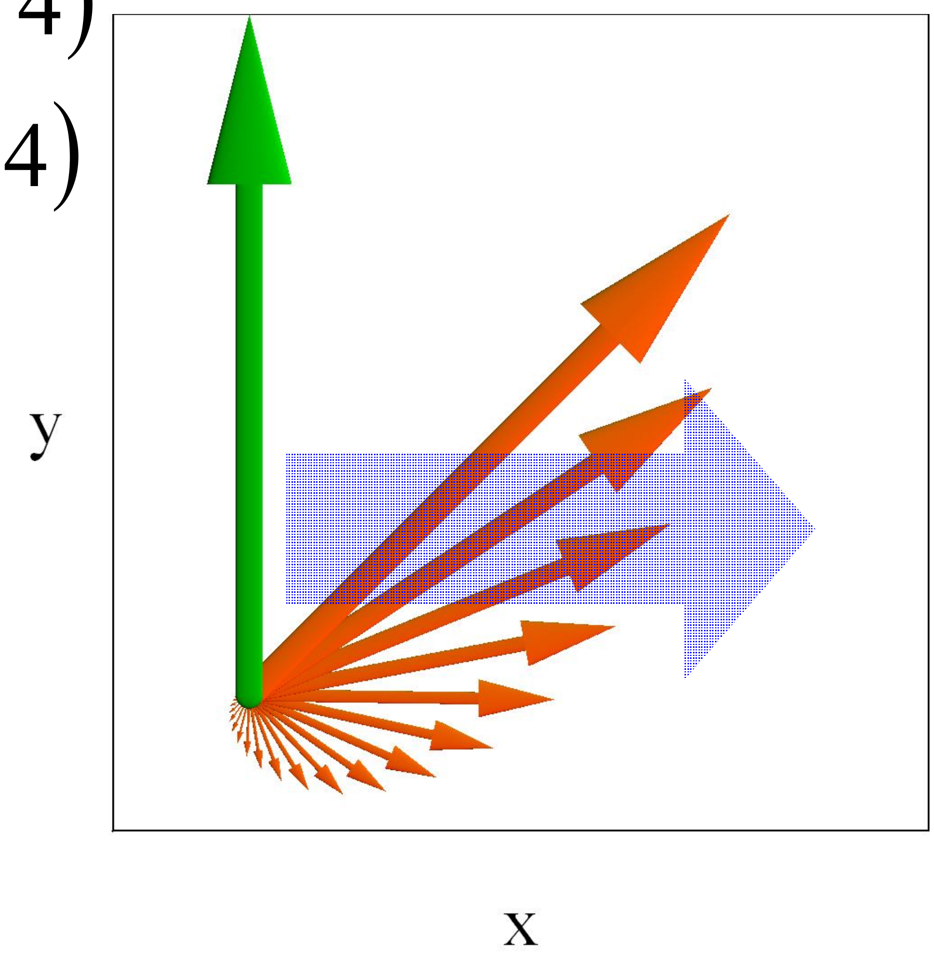
Направление интегрального переноса вод

$$u(z) = V_0 e^{z/d} \cos\left(z/d + \pi/4\right)$$

$$v(z) = V_0 e^{z/d} \sin\left(z/d + \pi/4\right)$$

$$\int_{-\infty}^{0} u(z)\,dz = \frac{V_0 d}{\sqrt{2}} > 0$$

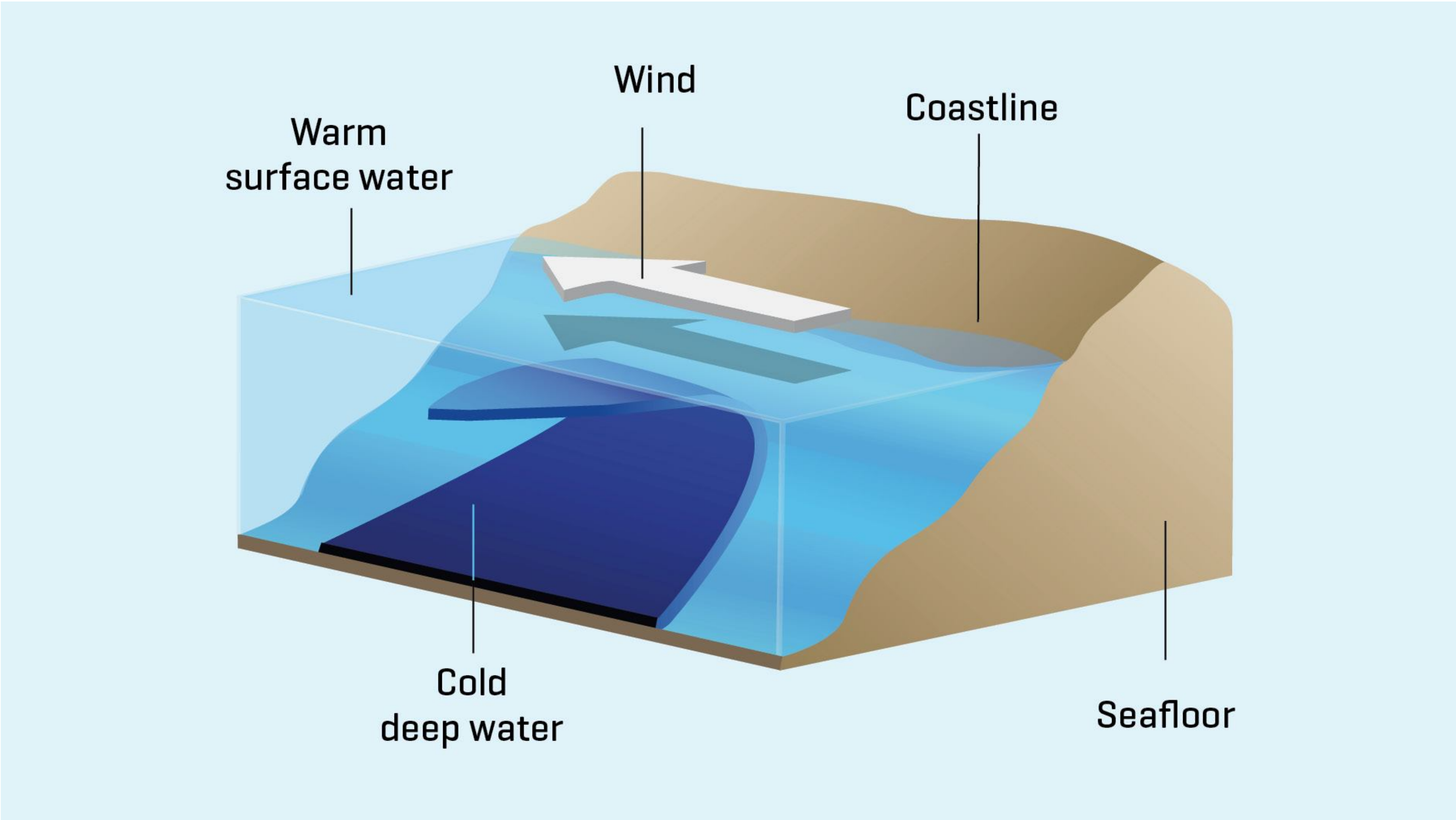
$$\int_{-\infty}^{0} v(z)\,dz = 0$$



Интегральный перенос вод перпендикулярен направлению ветра!!!

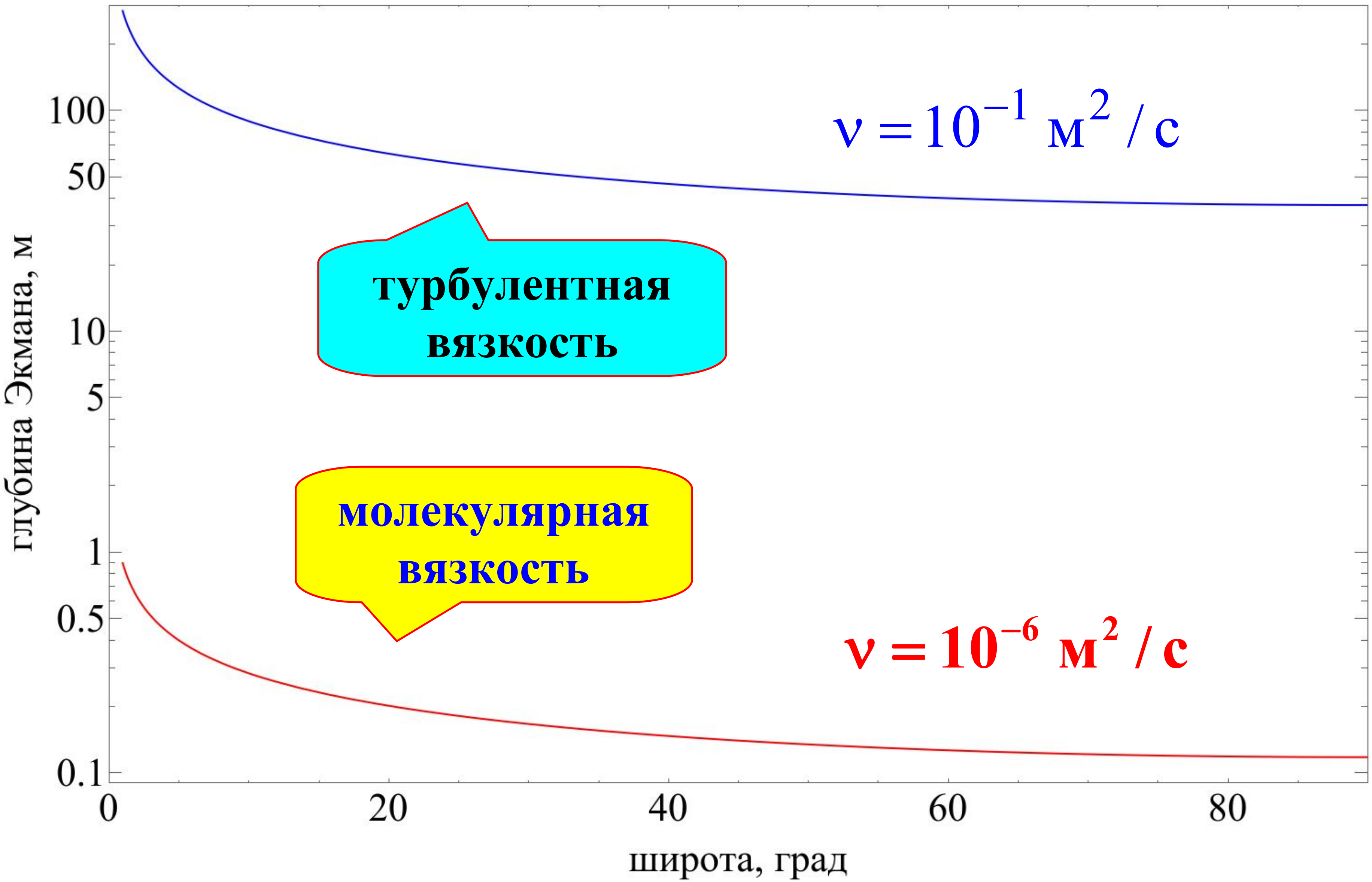
Береговой апвеллинг (coastal upwelling)

южное полушарие



Глубина Экмана

$$d = \sqrt{2\nu / f} = \sqrt{\nu / \omega \sin(\varphi)}$$



Оценка скорости дрейфового течения

$$V_0 = \frac{\tau\, d}{\sqrt{2}\,\rho\nu} \approx 0.1\, м/с \qquad d = \sqrt{\frac{2\nu}{f}}$$

Напряжения трения ветра, действующее на поверхность океана

$$\vec{\tau} = C\rho_{атм}\left|\vec{U}\right|\vec{U}, \quad C \approx 0.0025$$

$$\rho_{атм} \approx 1.29\, кг/м^3 \qquad \rho \approx 1000\, кг/м^3$$

$$\left|\vec{U}\right| = 10\, м/с \qquad \nu = 0.1\, м^2/с$$

$$f = 10^{-4}\, с^{-1}$$

Задача Экмана для океана конечной глубины

$$\begin{cases} u'' + v \cdot f / \nu = 0 \\ v'' - u \cdot f / \nu = 0 \end{cases}$$

Граничные условия:

поверхность (z = 0)

$$u' = 0$$

$$v' = \tau / \rho\nu$$

дно (z = -H)

$$u(-H) = 0$$

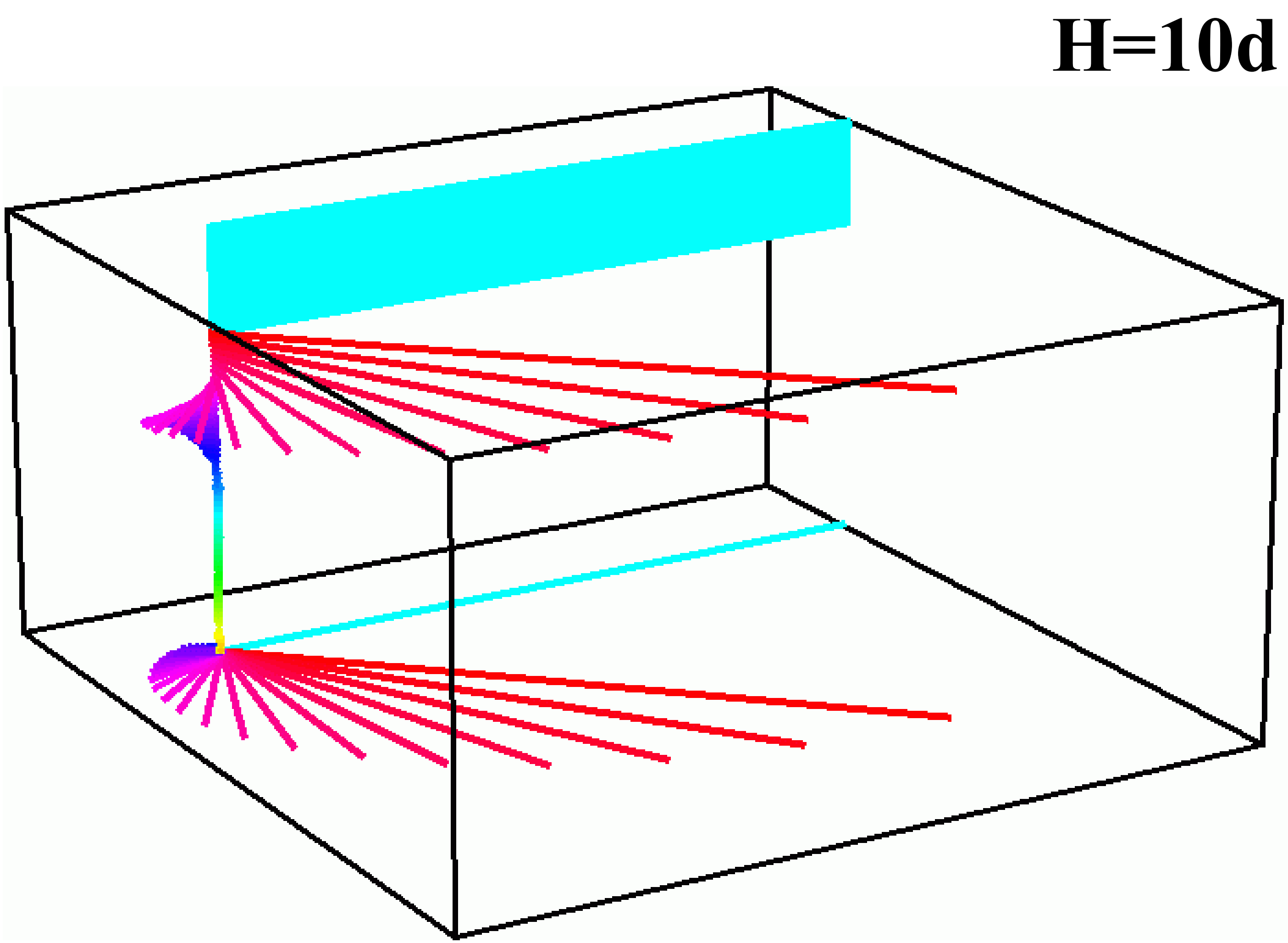
$$v(-H) = 0$$

условие прилипания

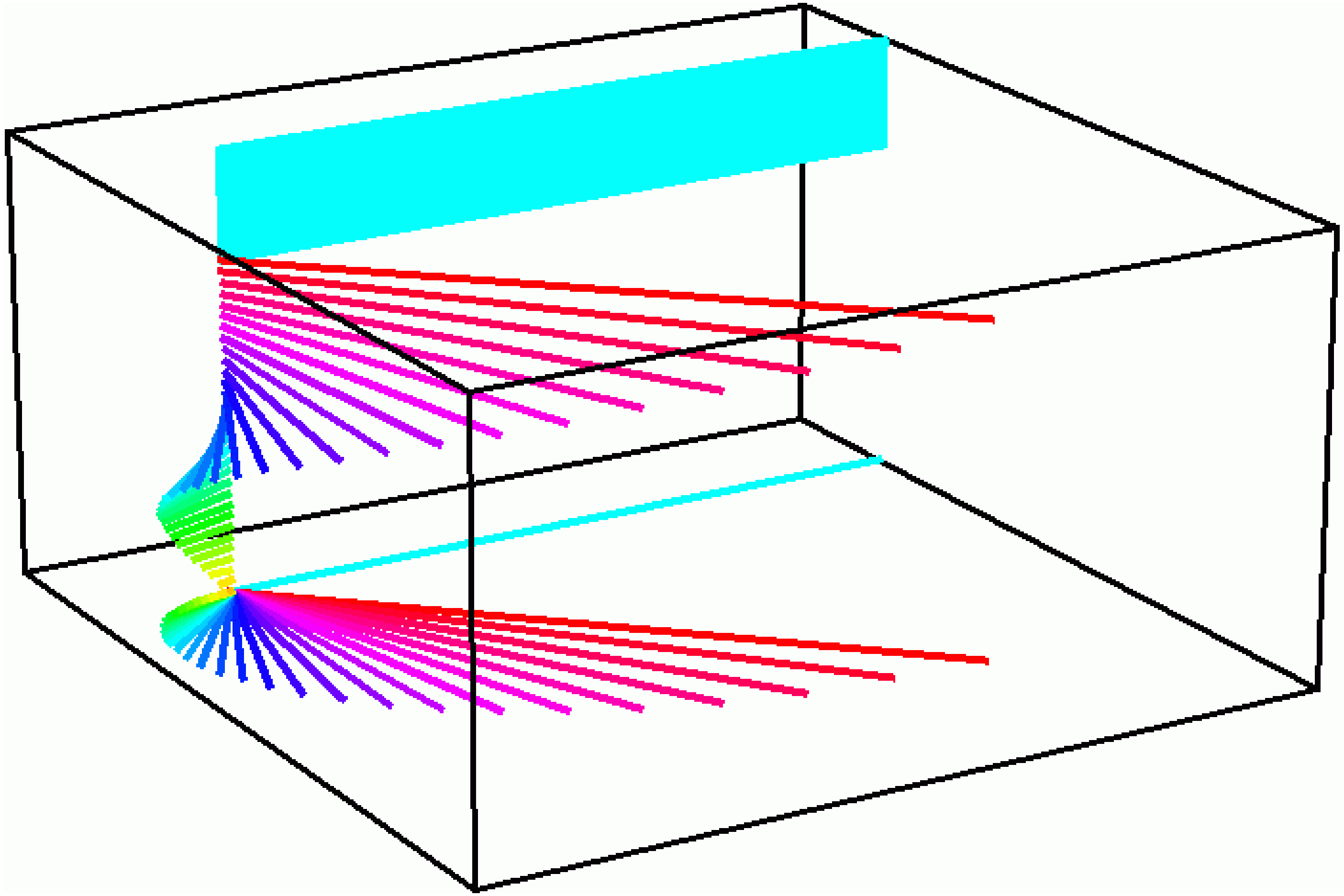
$$\boxed{Z'' - \alpha^2 Z = 0, \quad \text{где} \quad \alpha = \sqrt{i \cdot f / \nu}}$$

$$\boxed{Z = A\,e^{\alpha z} + B\,e^{-\alpha z}}$$

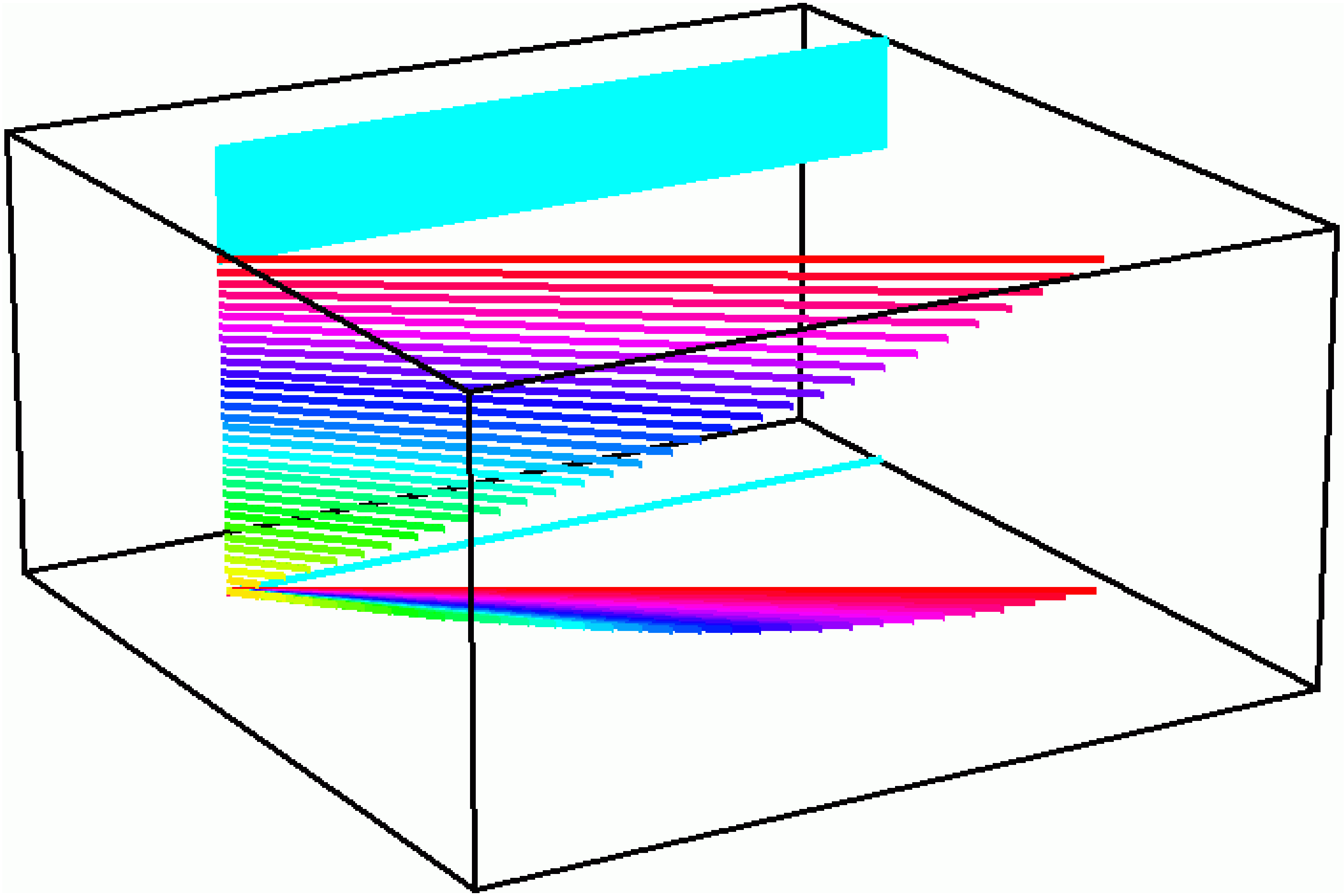
$$A \neq 0 \qquad B \neq 0$$

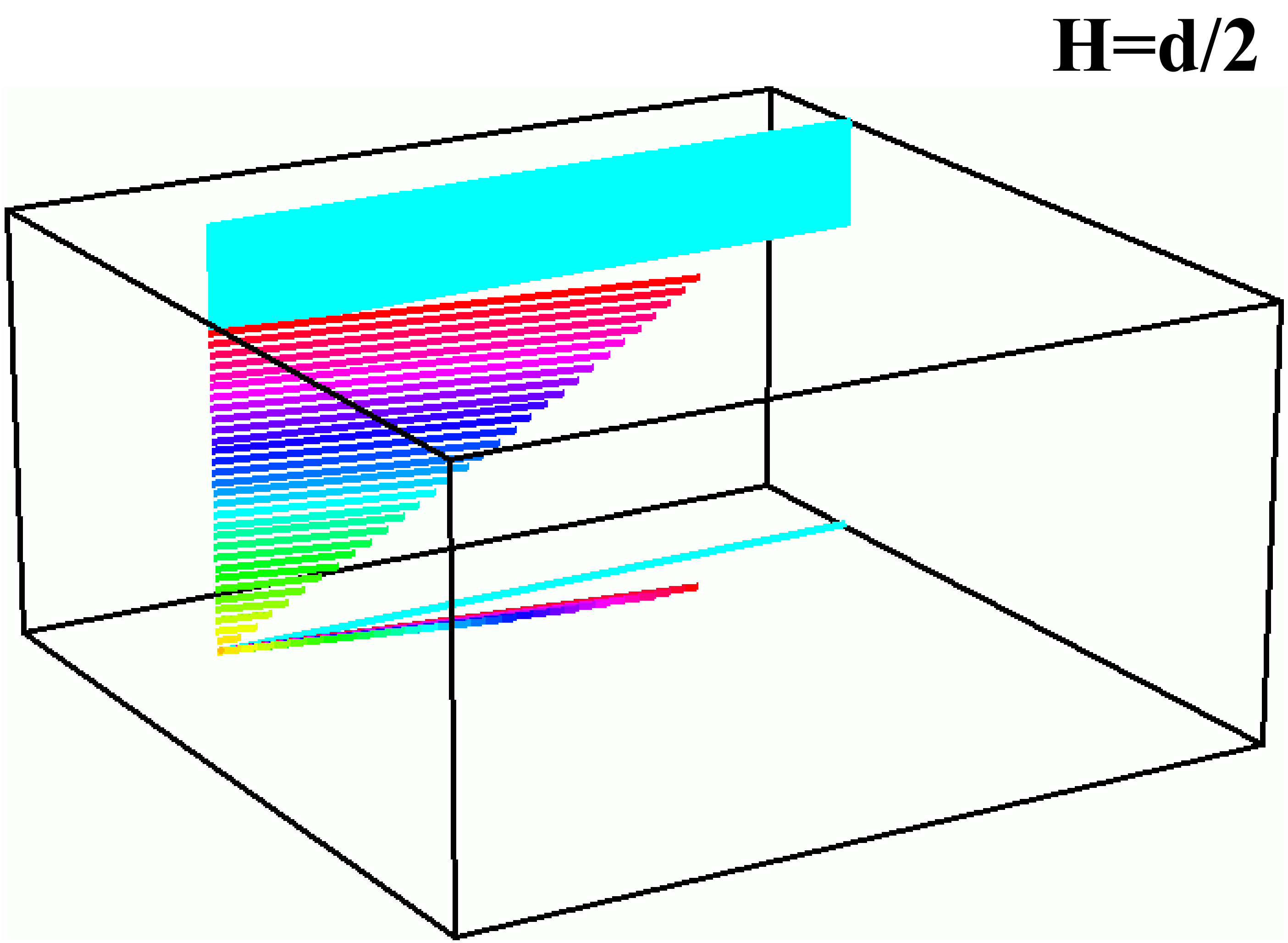

H=10d

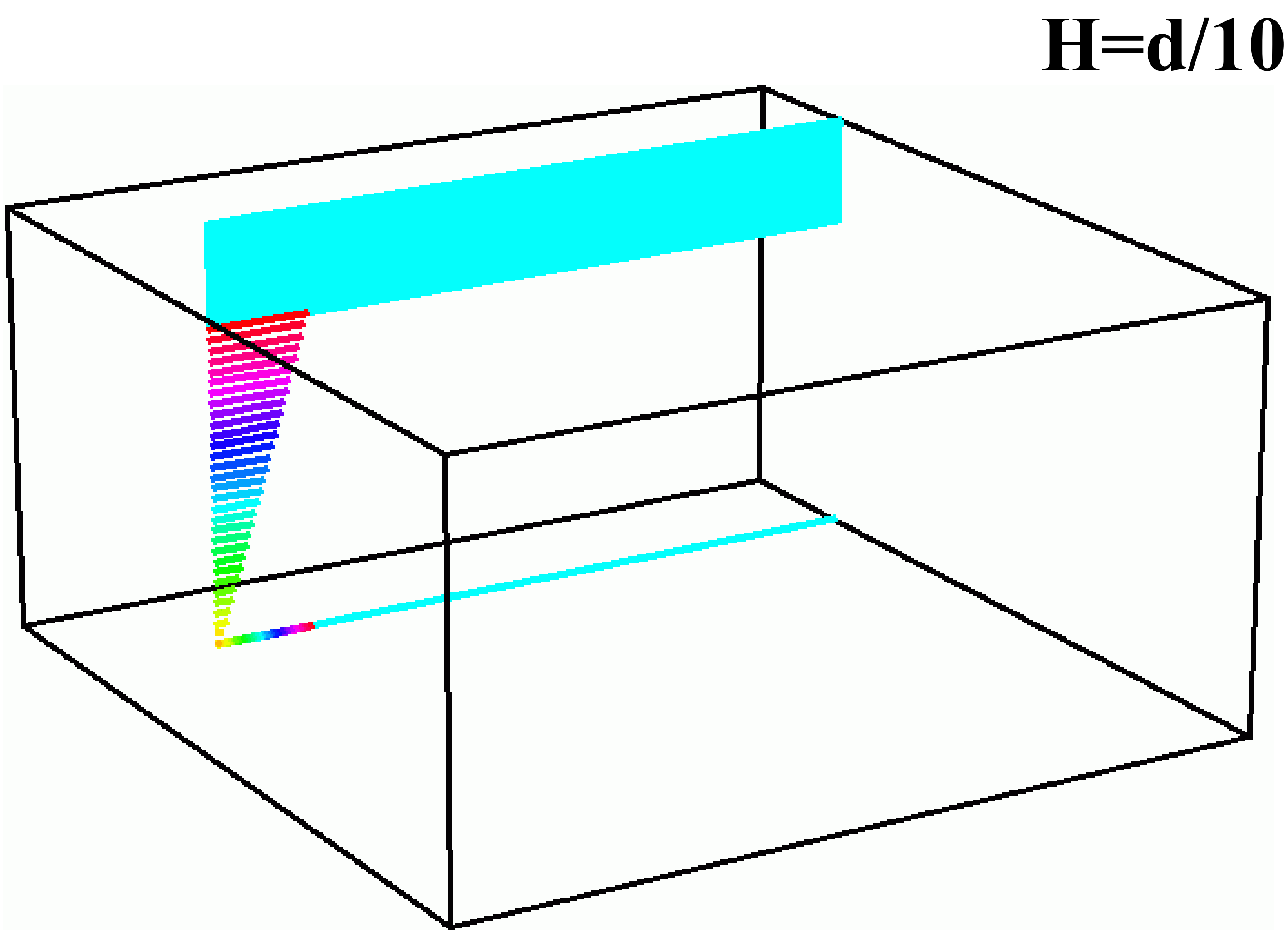
H=3d



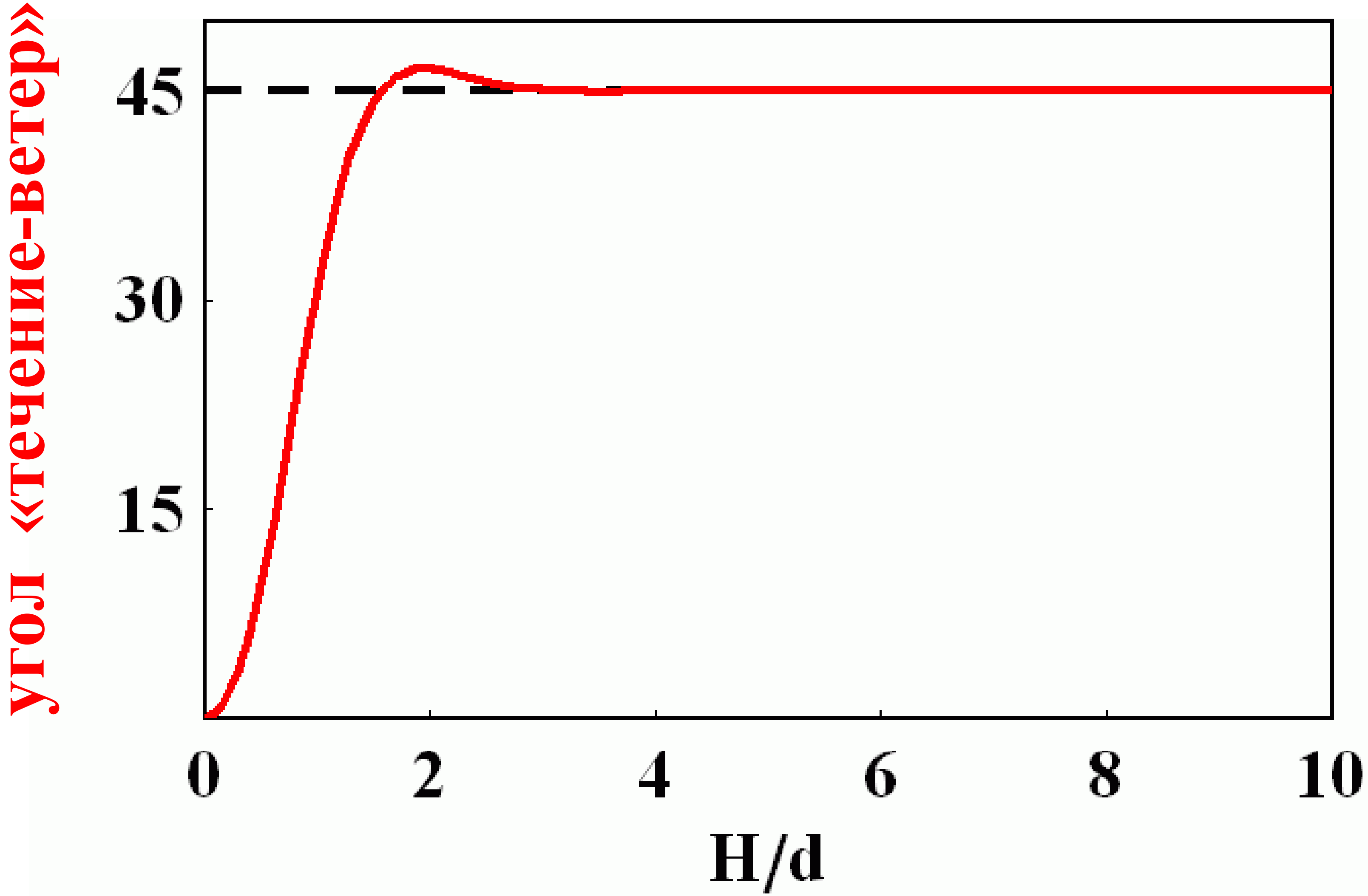
H=d



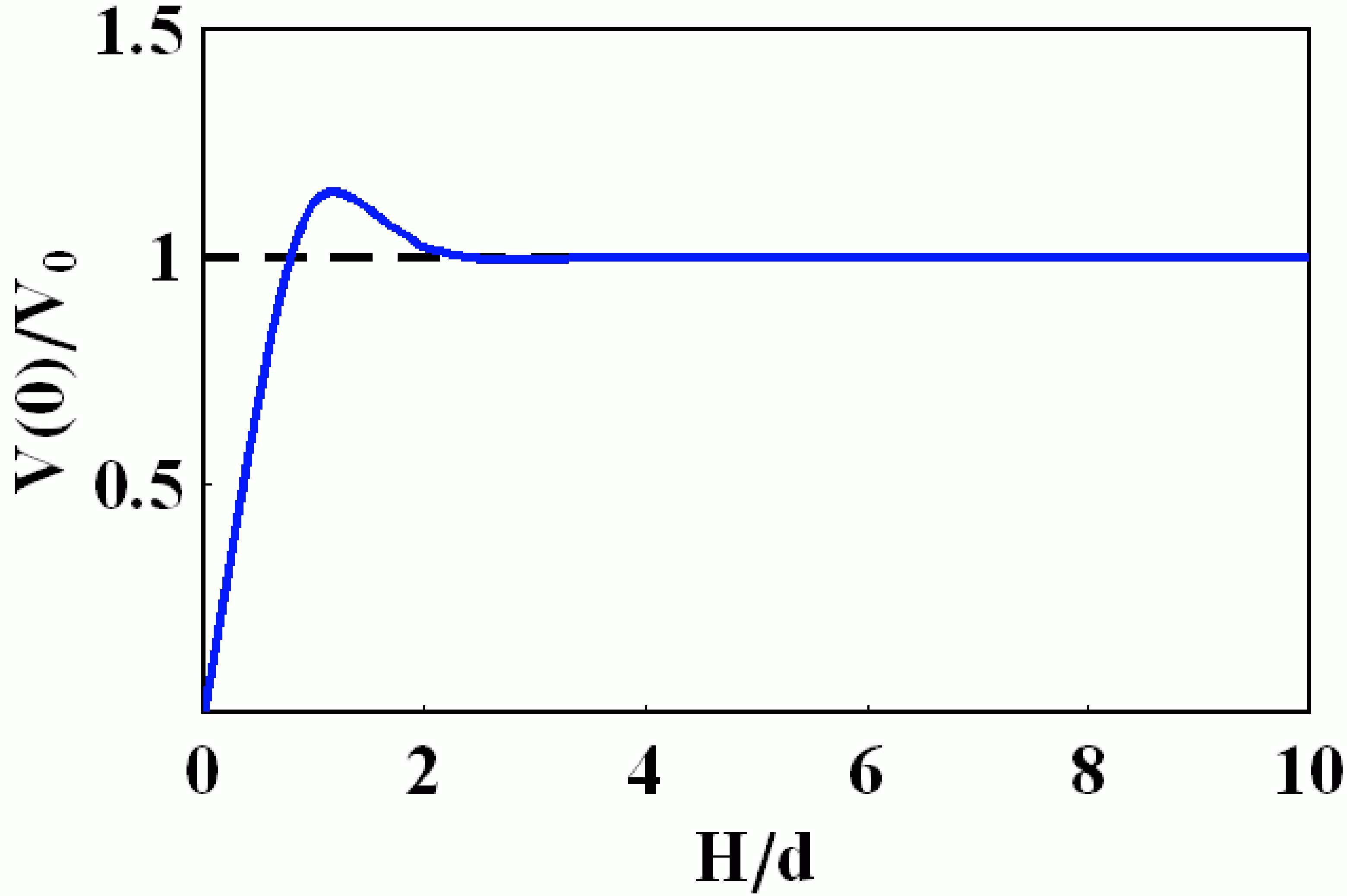

H=d/2


H=d/10

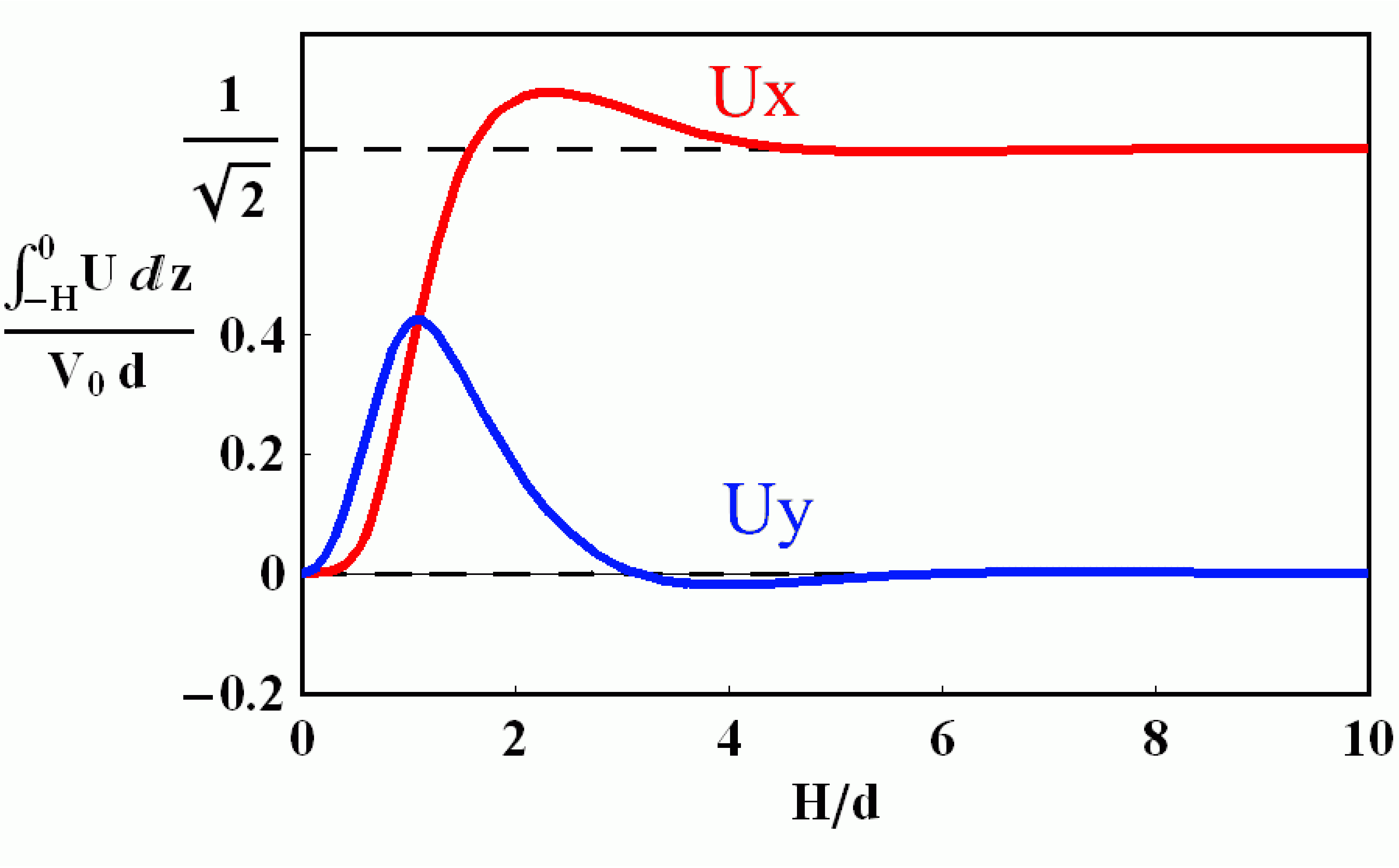
Течение на поверхности



Течение на поверхности



Влияние глубины океана на интегральный перенос



Придонный слой Экмана

Рассмотрим стационарное течение, вызываемое градиентом давления (наклоном свободной поверхности) во **вращающемся** **вязком** океане.

$$fv + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) - g\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$$

$$-fu + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) - g\frac{\partial \xi}{\partial y} = 0$$

Предположим:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \text{const} \neq 0$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = 0$$

$$fv + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) - g\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$$

$$-fu + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) - g\frac{\partial \xi}{\partial y} = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$u'' + \frac{f}{\nu}v - \frac{g}{\nu}\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$$

$$v'' - \frac{f}{\nu}u = 0$$

Граничные условия:

свободная поверхность

$$z = 0: \quad \begin{cases} u' = 0 \\ v' = 0 \end{cases}$$

дно

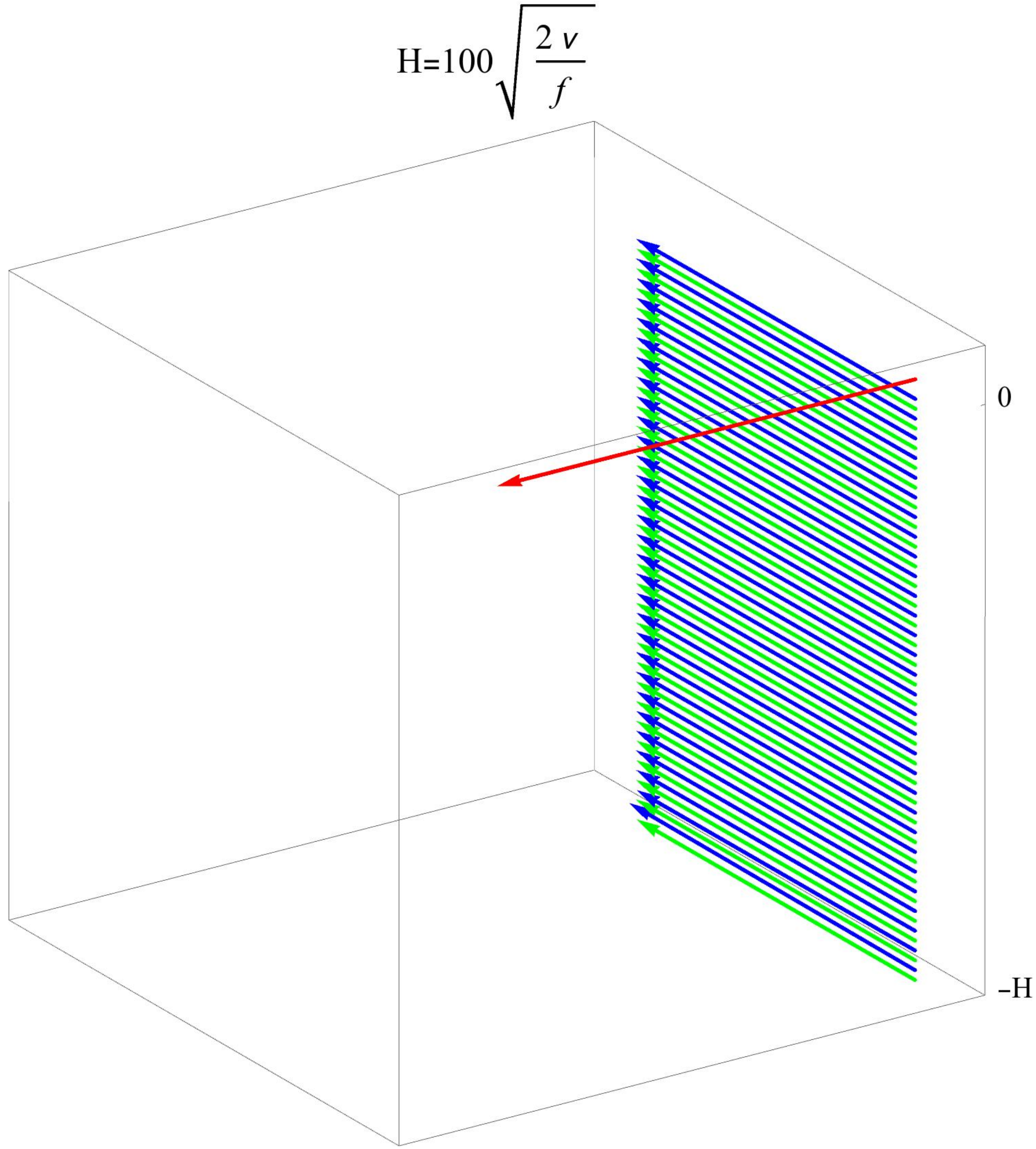
$$z = -H: \quad \begin{cases} u = 0 \\ v = 0 \end{cases}$$

Задача имеет аналитическое решение: u(z), v(z)

направление силы градиента давления

течение без учета вязкого трения (геострофическое)

течение с учетом вязкого трения

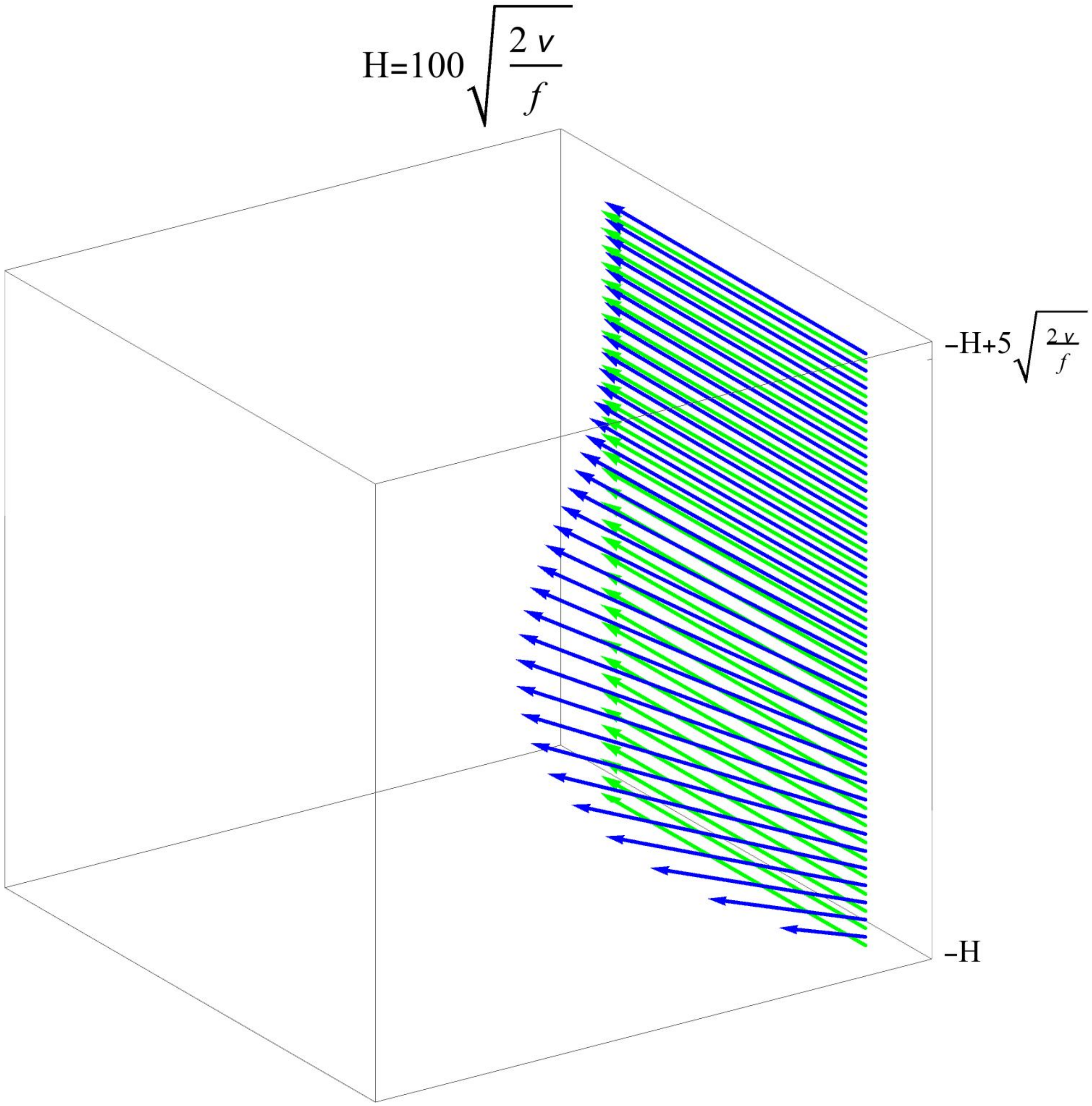


вблизи дна!

направление силы градиента давления

течение без учета вязкого трения (геострофическое)

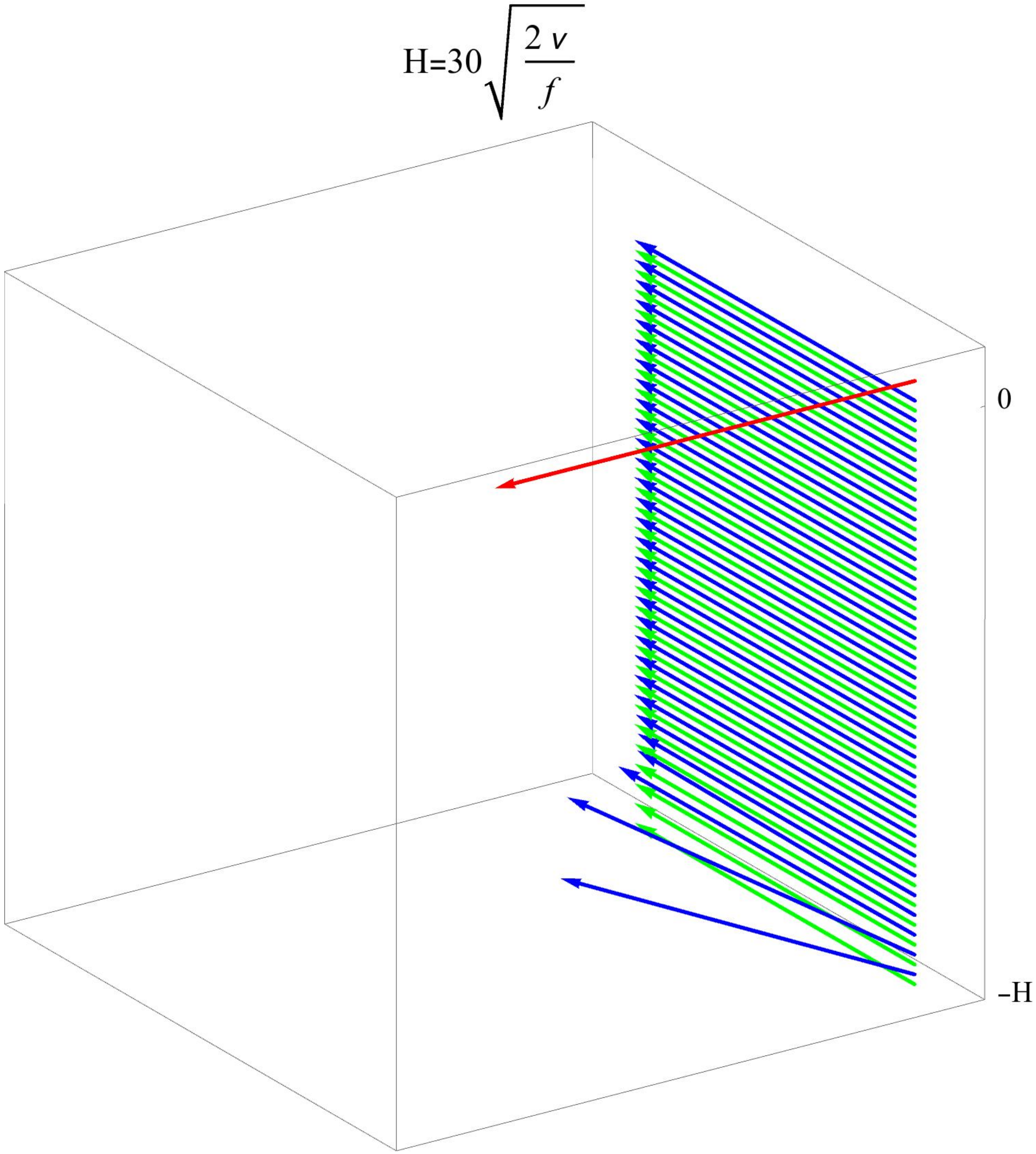
течение с учетом вязкого трения



направление
силы градиента
давления

течение без учета
вязкого трения
(геострофическое)

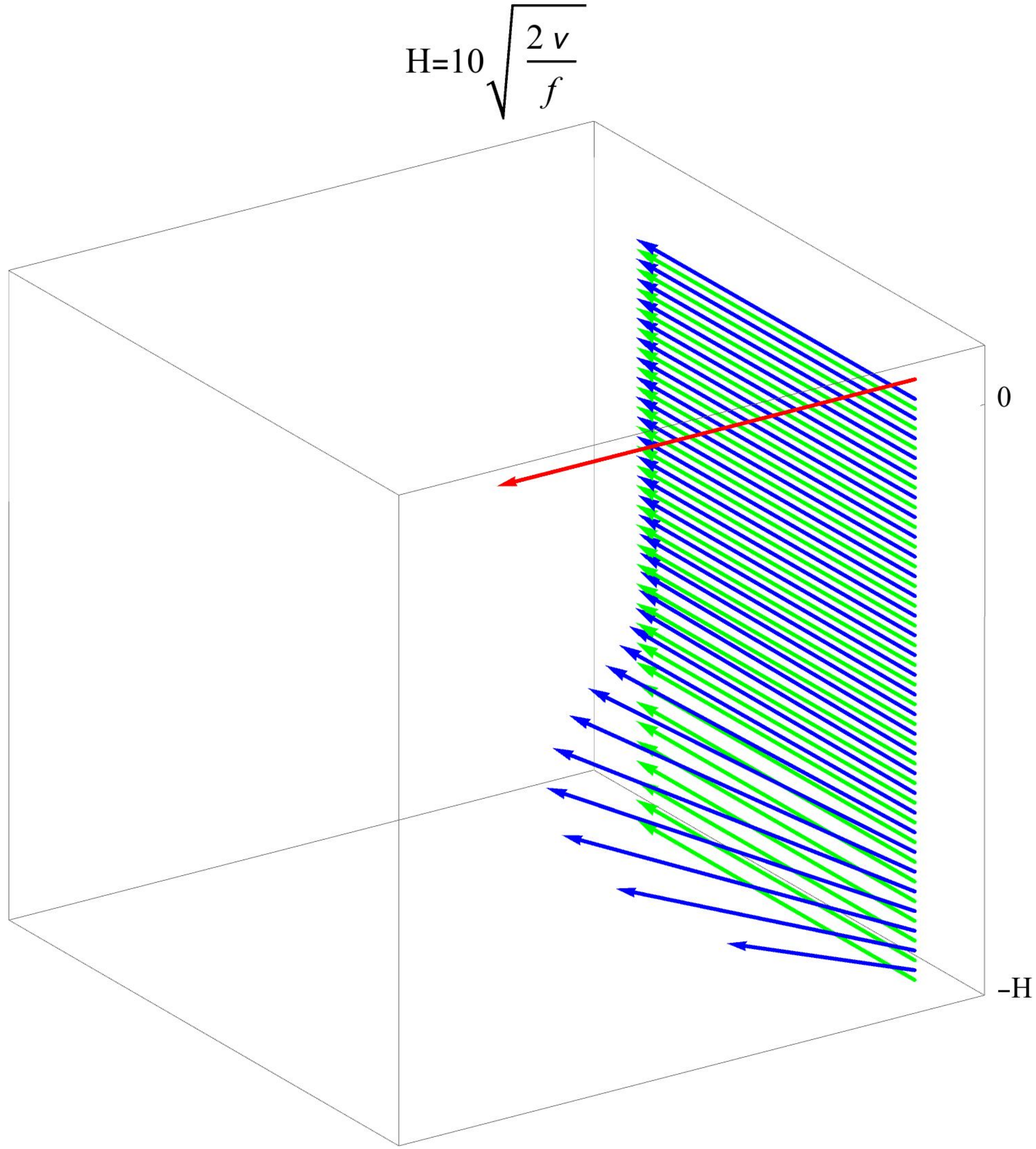
течение с учетом
вязкого трения



направление силы градиента давления

течение без учета вязкого трения (геострофическое)

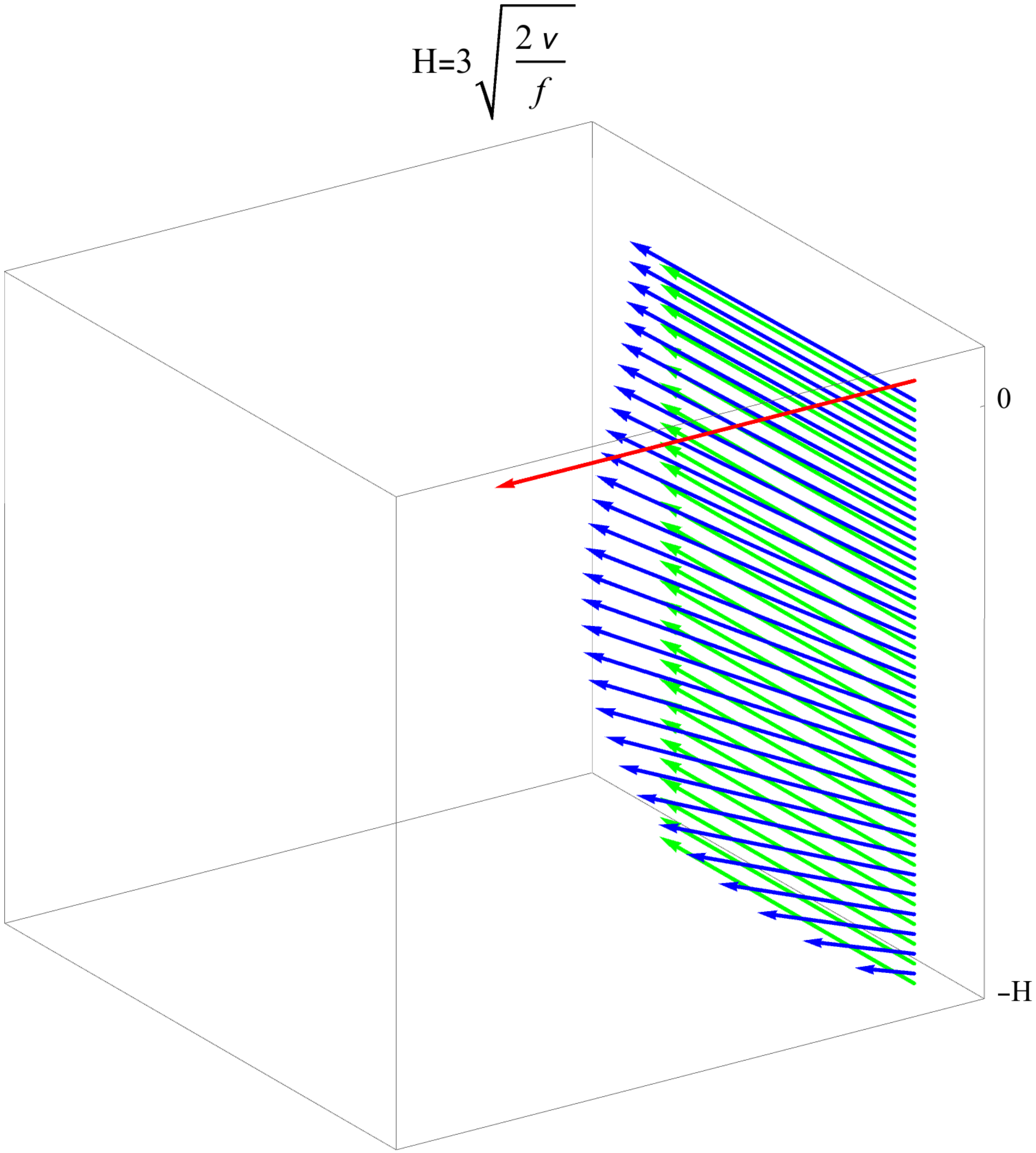
течение с учетом вязкого трения



направление силы градиента давления

течение без учета вязкого трения (геострофическое)

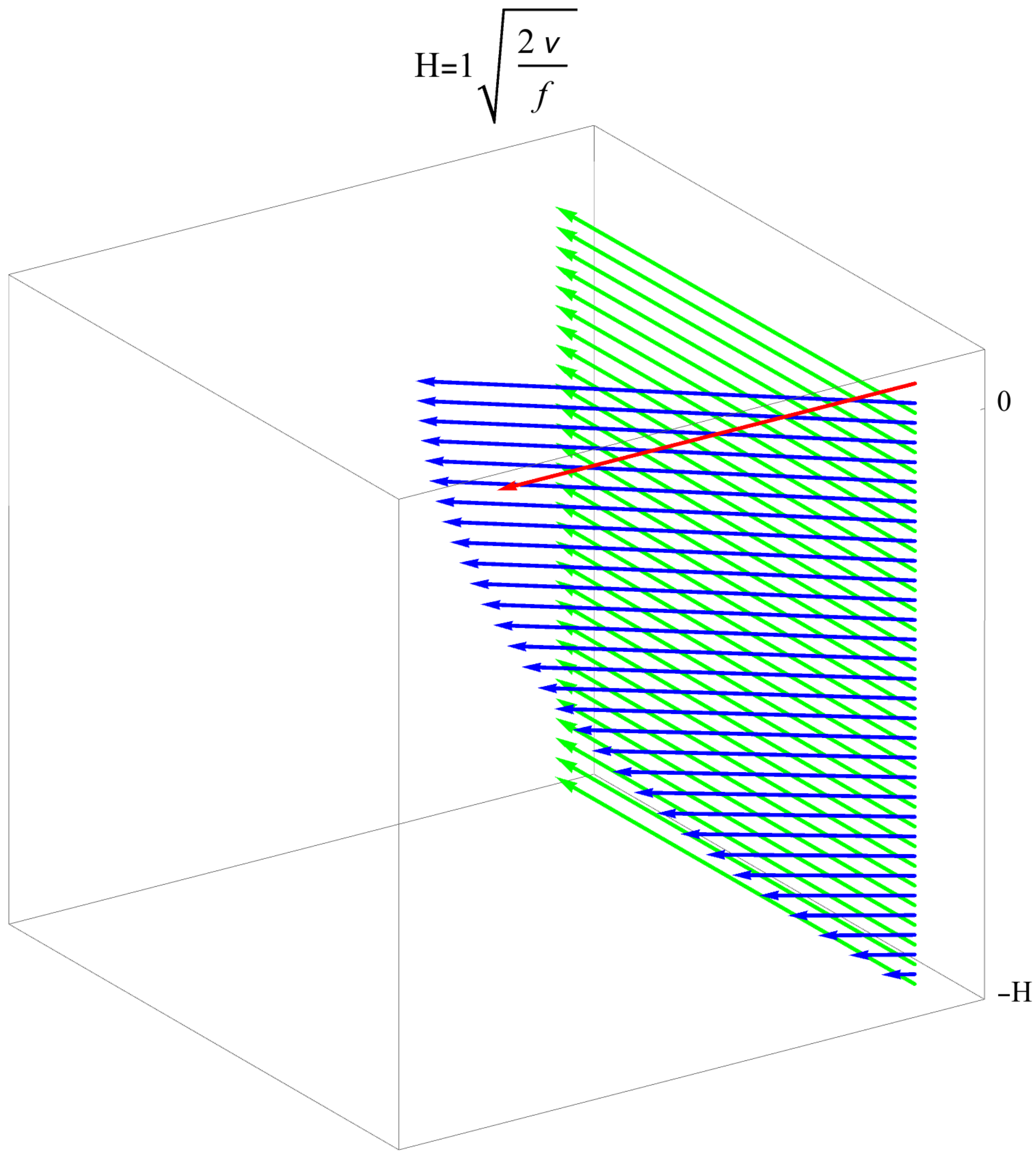
течение с учетом вязкого трения



направление
силы градиента
давления

течение без учета
вязкого трения
(геострофическое)

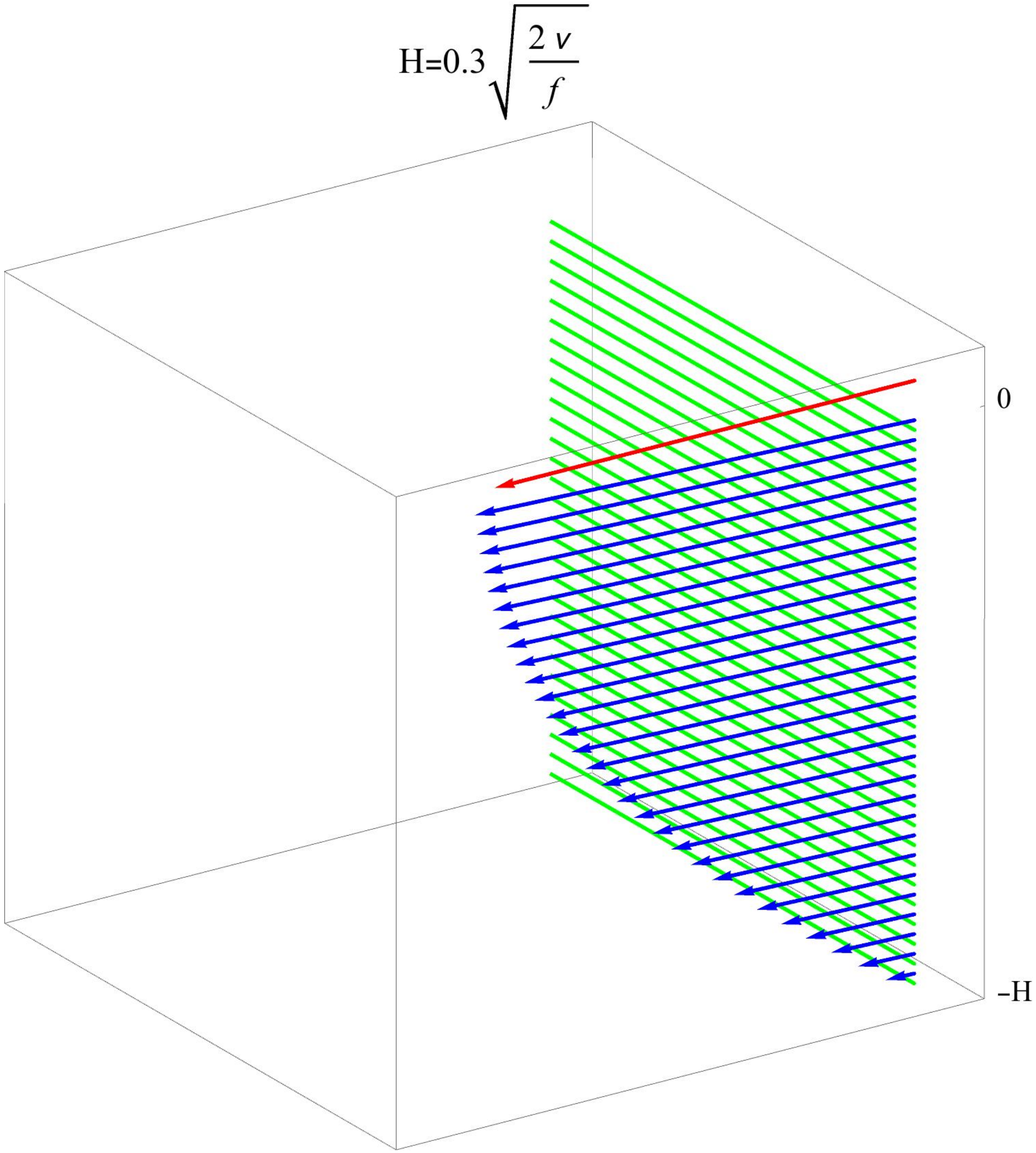
течение с учетом
вязкого трения



направление силы градиента давления

течение без учета вязкого трения (геострофическое)

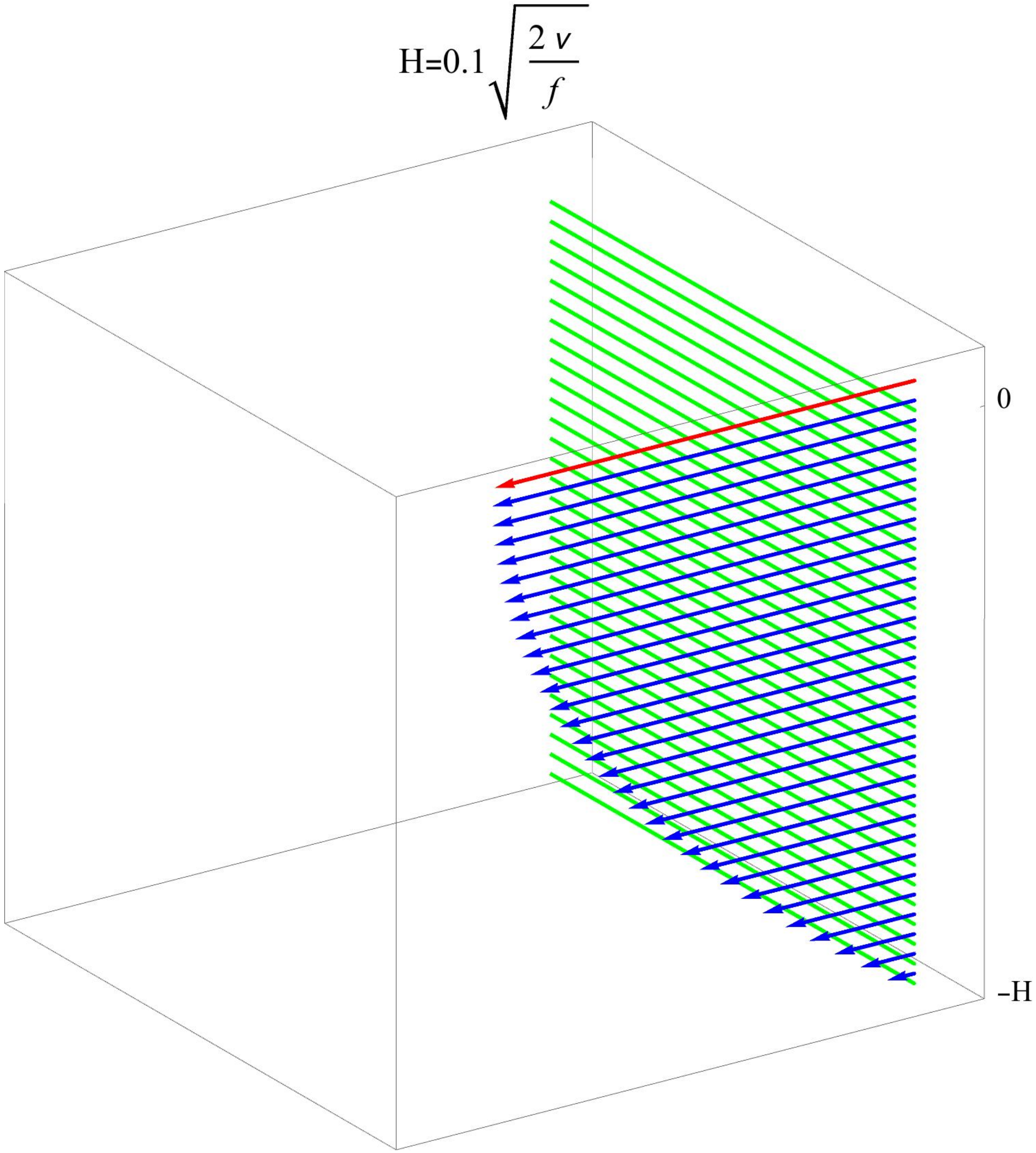
течение с учетом вязкого трения



направление силы градиента давления

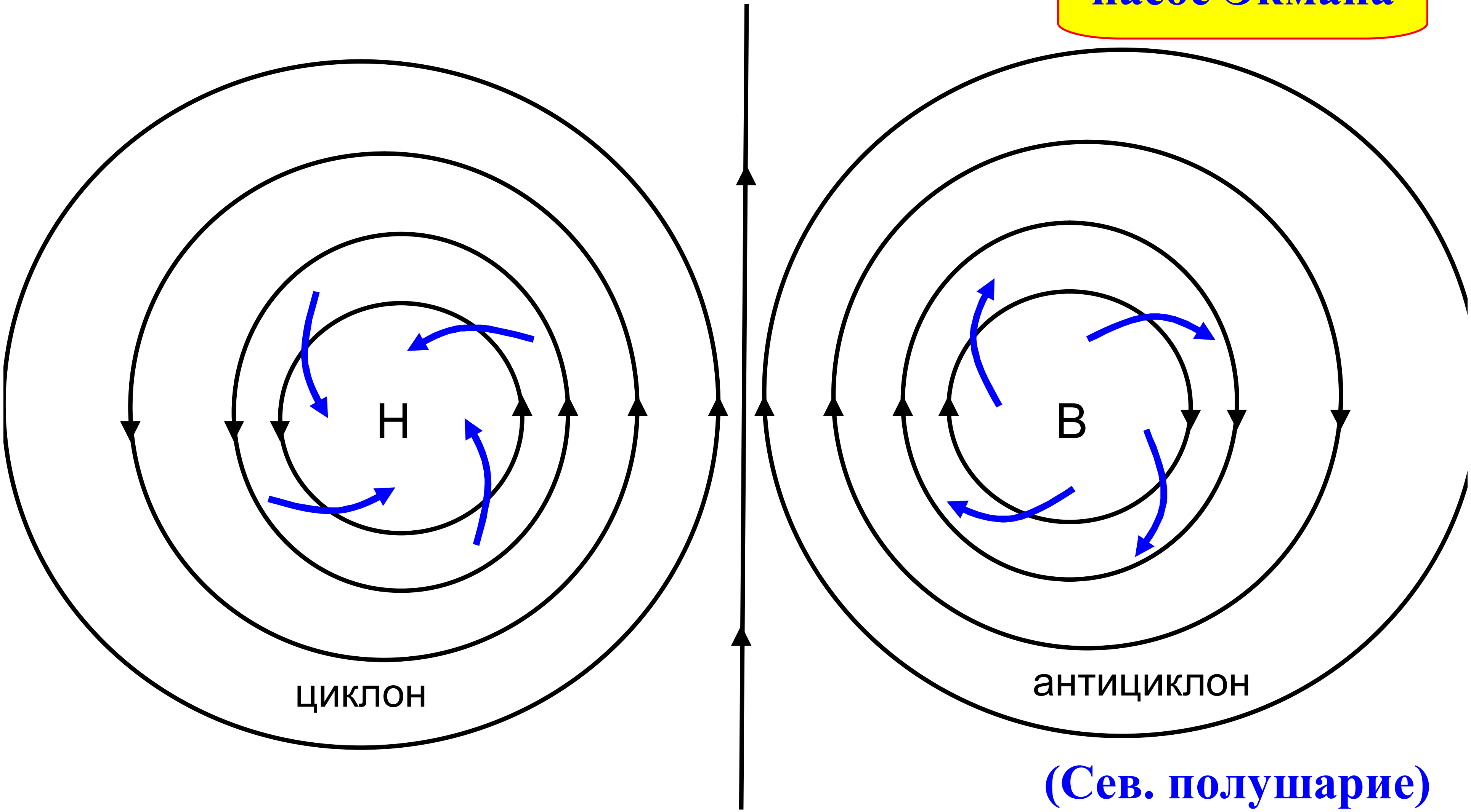
течение без учета вязкого трения (геострофическое)

течение с учетом вязкого трения



У поверхности земли, где сила трения велика, происходит заток воздуха в область низкого давления и отток воздуха из области высокого давления

насос Экмана



(Сев. полушарие)

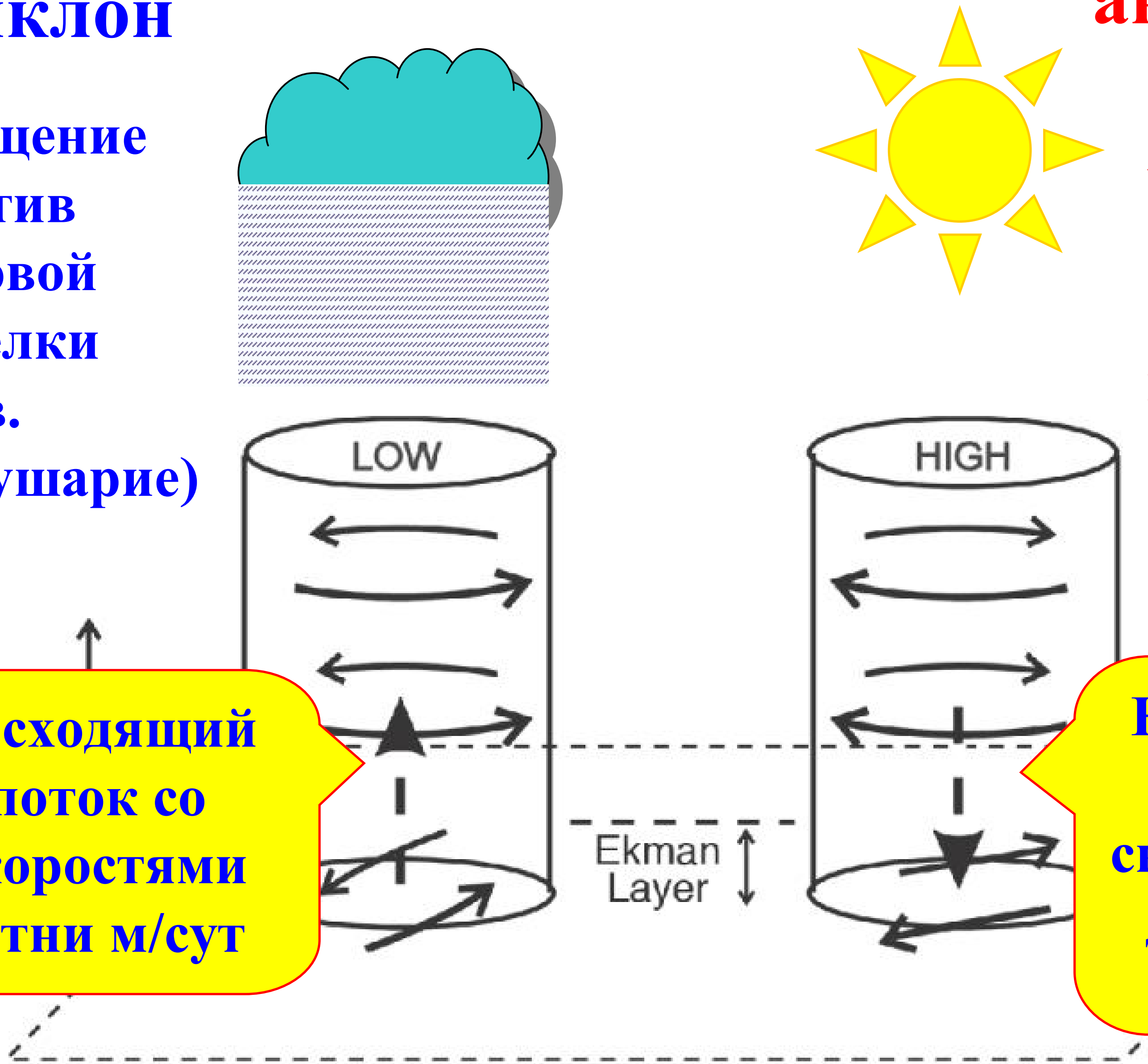
Синоптические вихри

циклон

вращение против часовой стрелки (Сев. полушарие)

антициклон

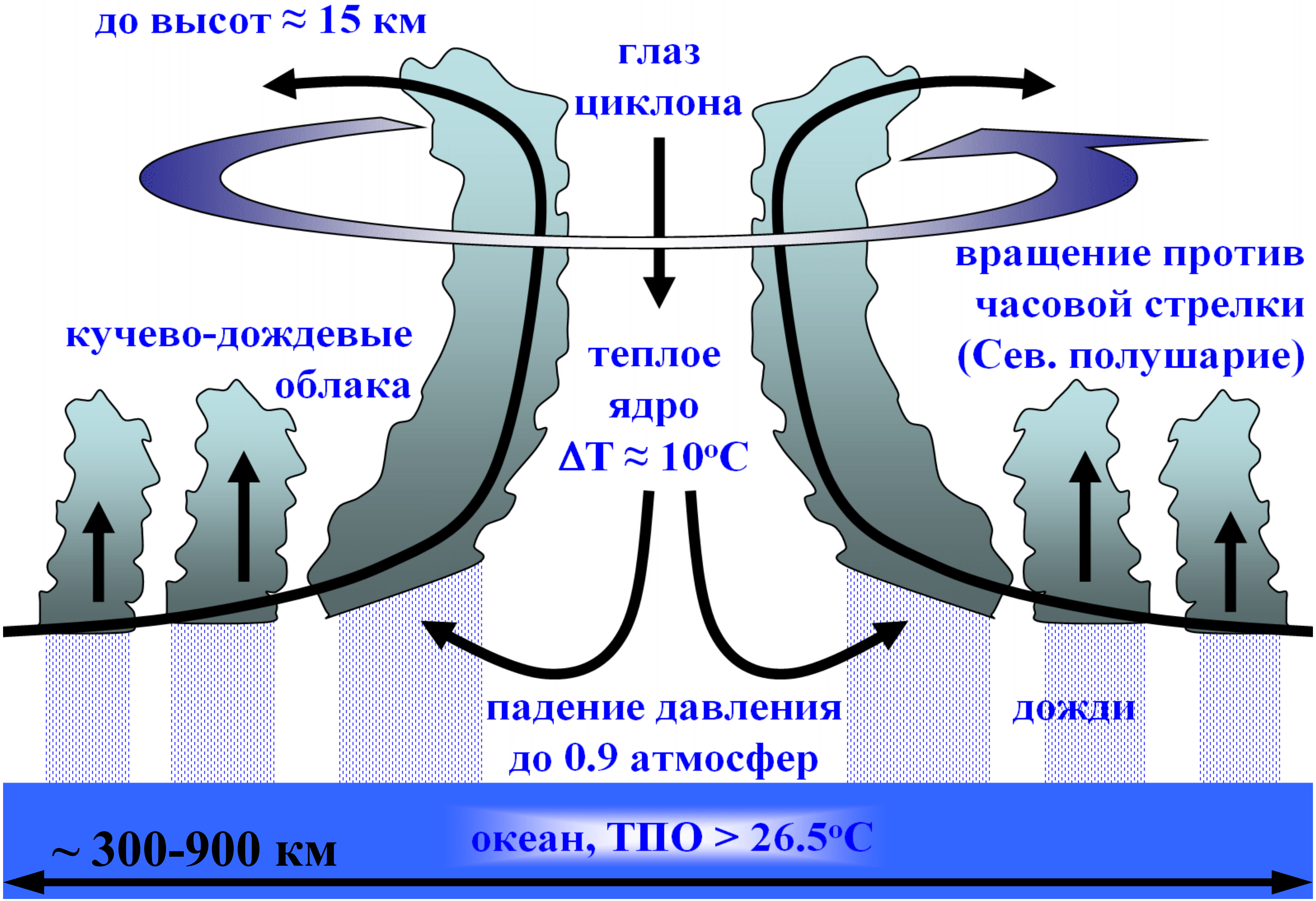
вращение по часовой стрелке (Сев. полушарие)

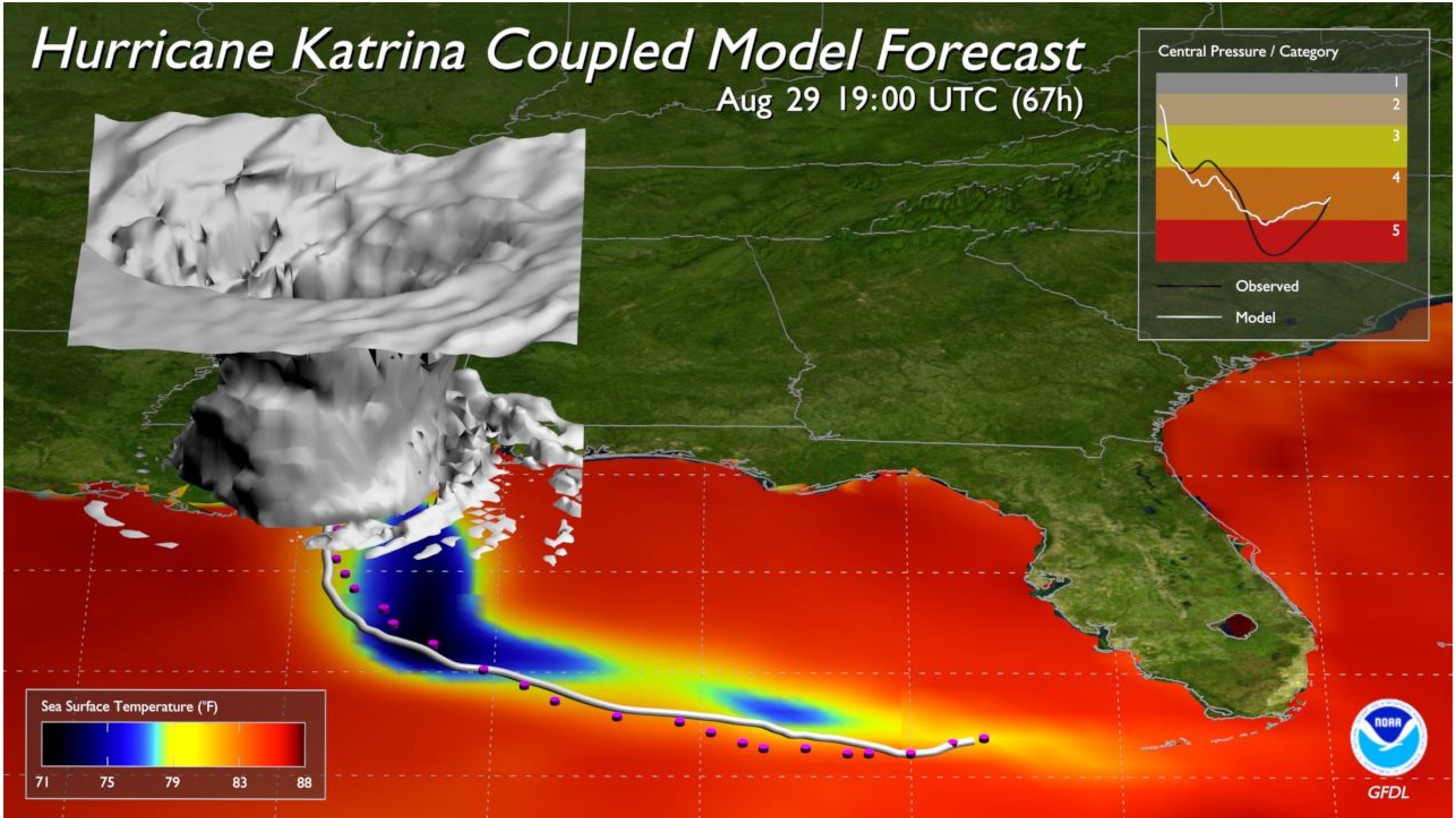


Восходящий поток со скоростями сотни м/сут

Нисходящий поток со скоростями от десятков до сотен м/сут

Схема тропического циклона





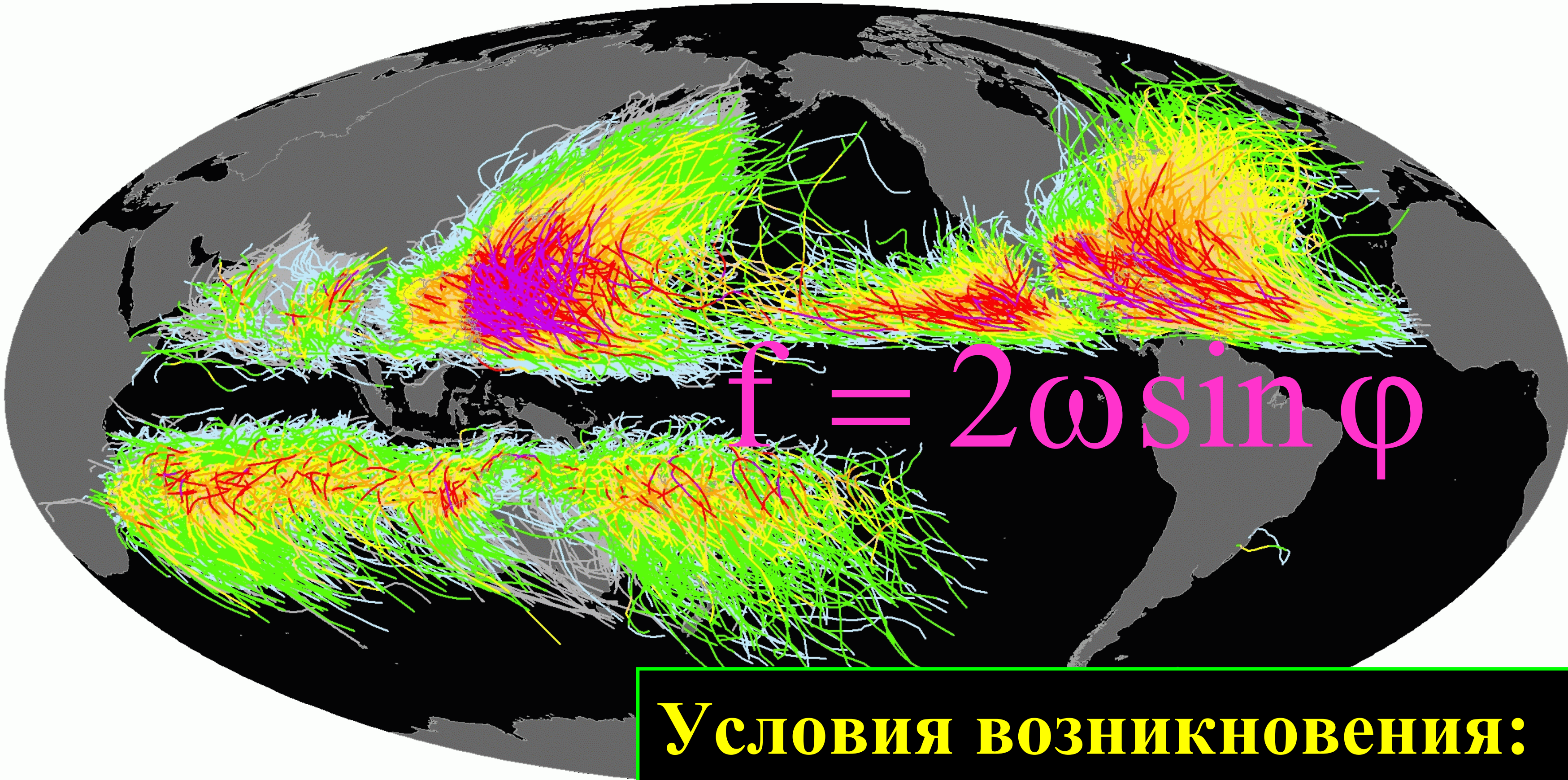
положительная обратная связь:

«скорость ветра –

поток явного и скрытого тепла с пов-ти океана»

Треки всех известных к 2010 г. тропических циклонов

http://www.climatewatch.noaa.gov/

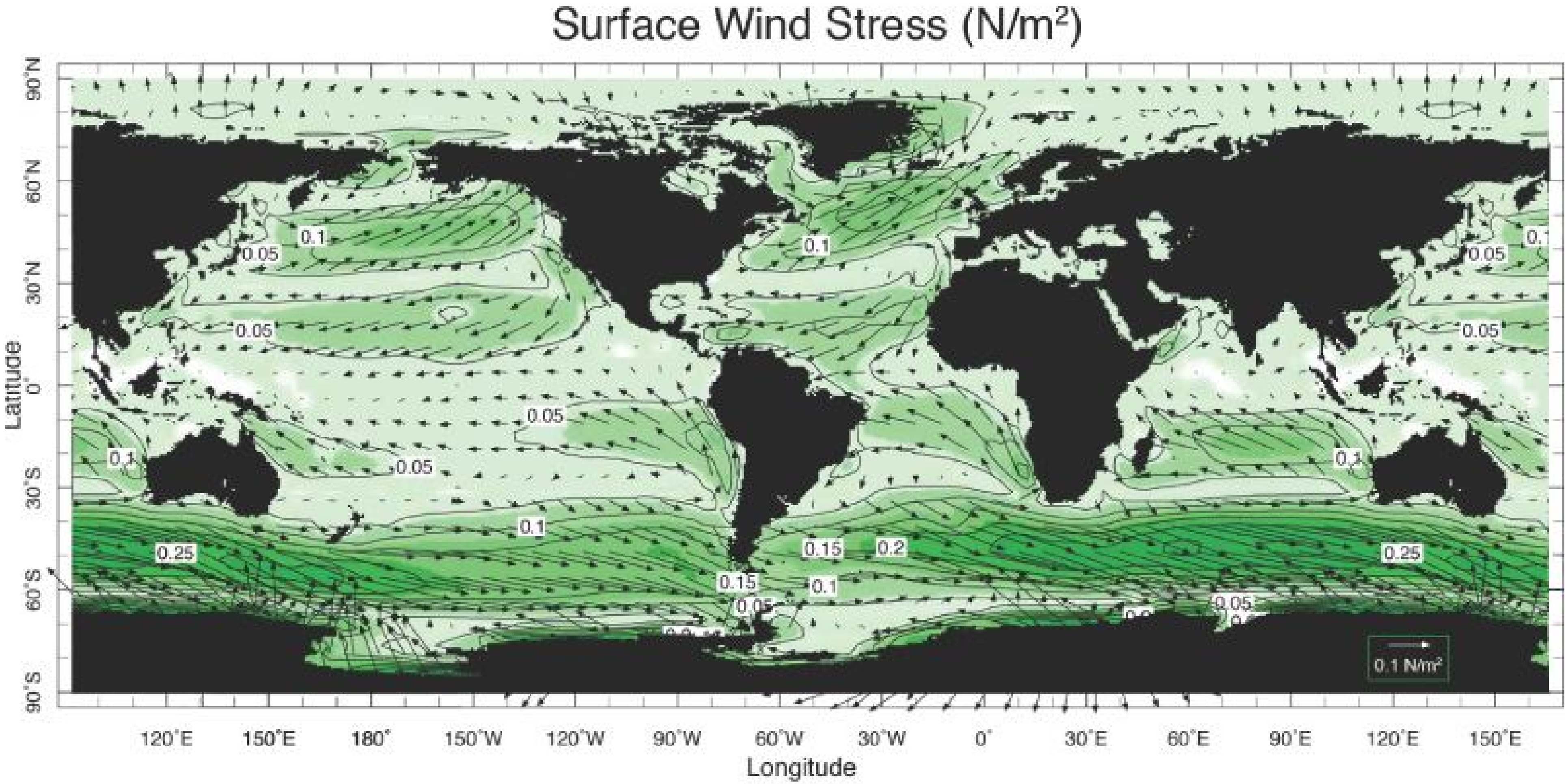


$$f = 2\omega \sin \varphi$$

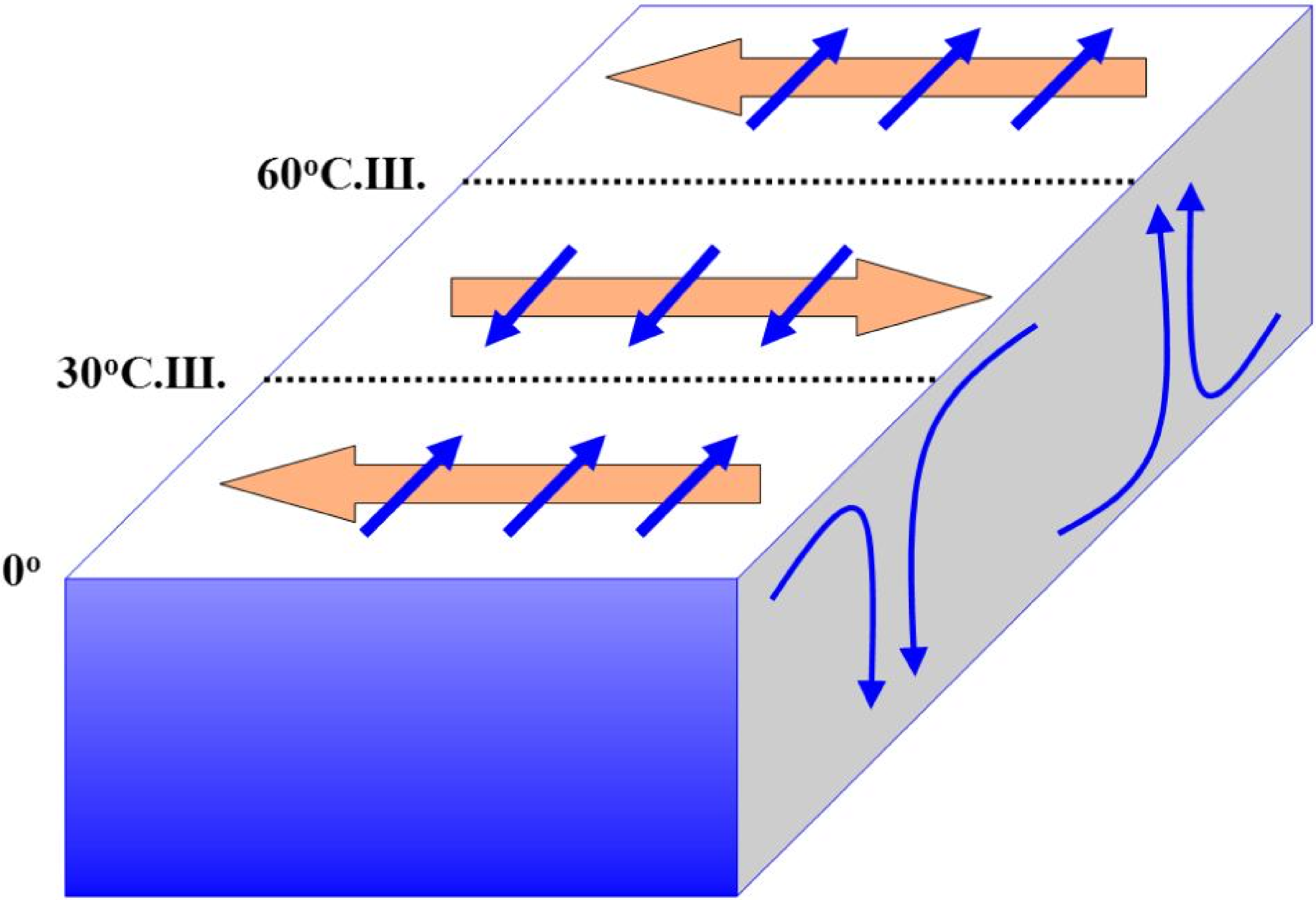
Условия возникновения:

- **широты выше 5-10^{o}**
- **ТПО > 26.5 ^{o}C**

Среднегодовое напряжение трения ветра на поверхности океана



Экмановский «насос»



Вертикальная компонента скорости [м/год] - результат действия «насоса» Экмана (поднятие, опускание)