

Введение в физику гидросферы

2026 Лекция №10


Носов Михаил Александрович

кафедра физики моря и вод суши

отделение геофизики

физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова



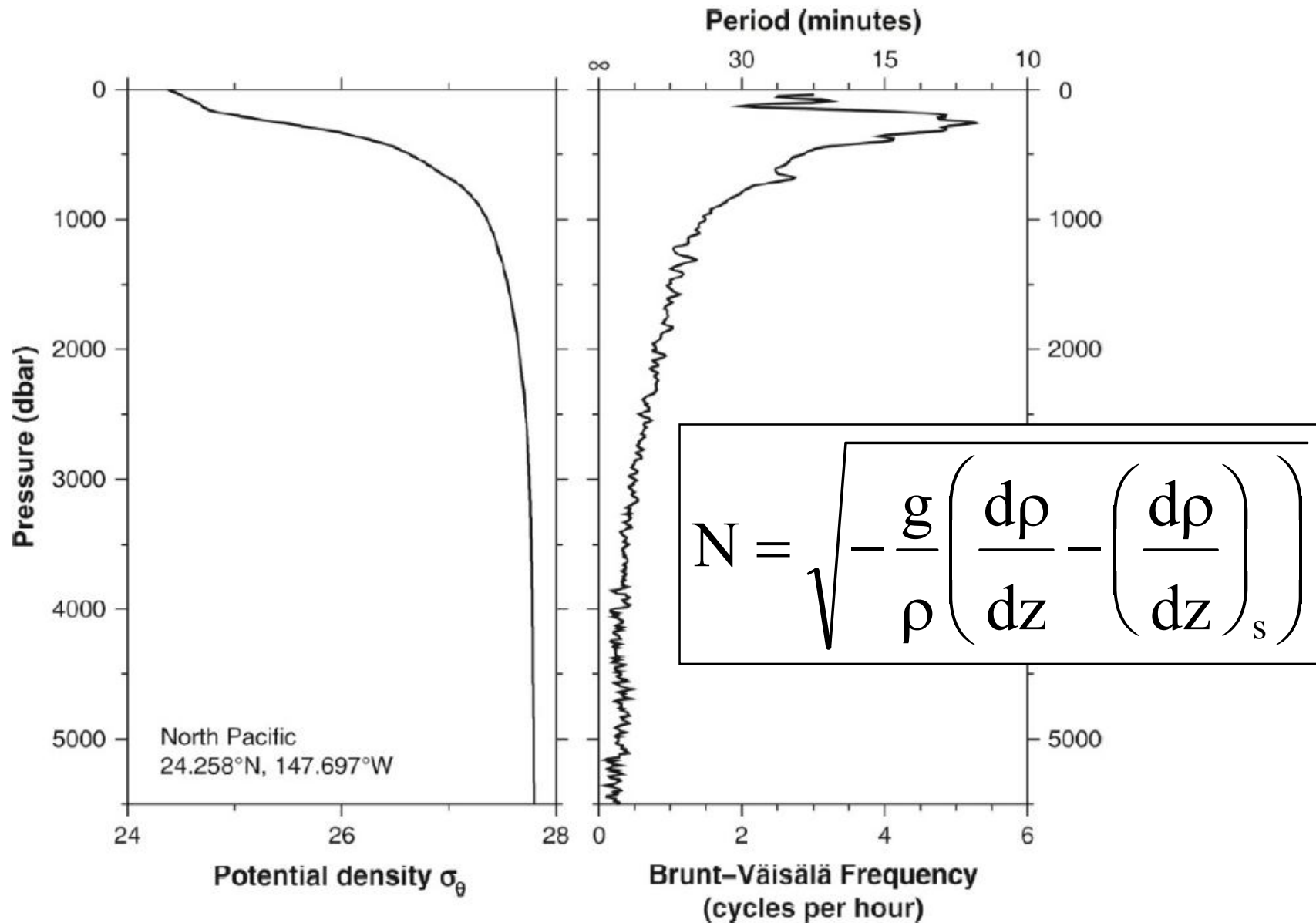


**Внутренние
волны в
океане**

Гибралтар

*Astronaut
photographs
June 3, 2004*

Вертикальные профили плотности и частоты Вяйсяля-Брента в океане

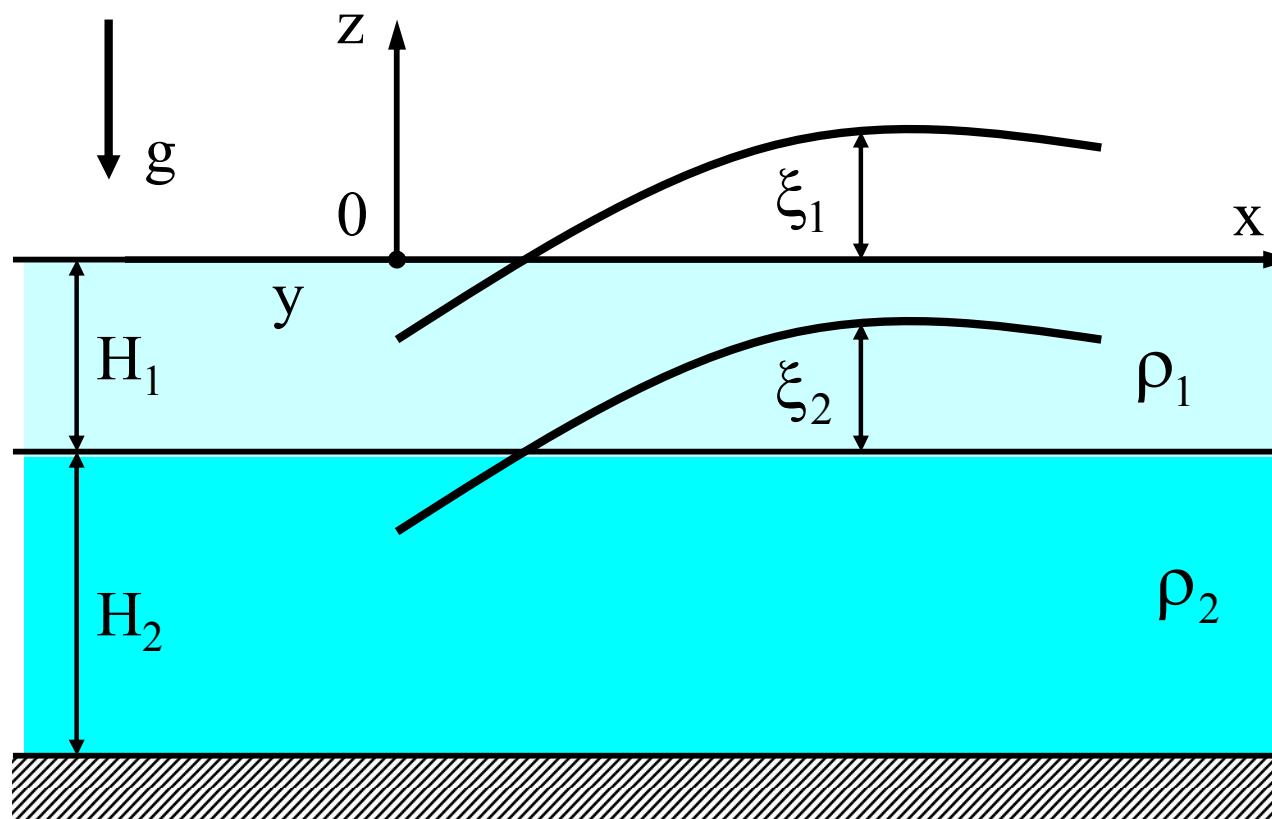


Длинные волны в двухслойной жидкости: постановка 2D задачи

приближение
гидростатики

$$p_{\text{atm}} = \text{const}$$

$$\rho_2 > \rho_1$$



$$\frac{\partial^2 \xi_1}{\partial t^2} - g(H_1 + H_2) \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x^2} = \delta g H_2 \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial x^2}$$

**квадрат скорости длинных
поверхностных волн**

$$\delta \equiv \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$$

**квадрат скорости длинных
волн на поверхности раздела**

$$\delta \ll 1$$

$$\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial t^2} - \frac{\delta g H_1 H_2}{H_1 + H_2} \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial x^2} = \frac{H_2}{H_1 + H_2} \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial t^2}$$

Оценка скоростей распространения поверхностных и внутренних волн

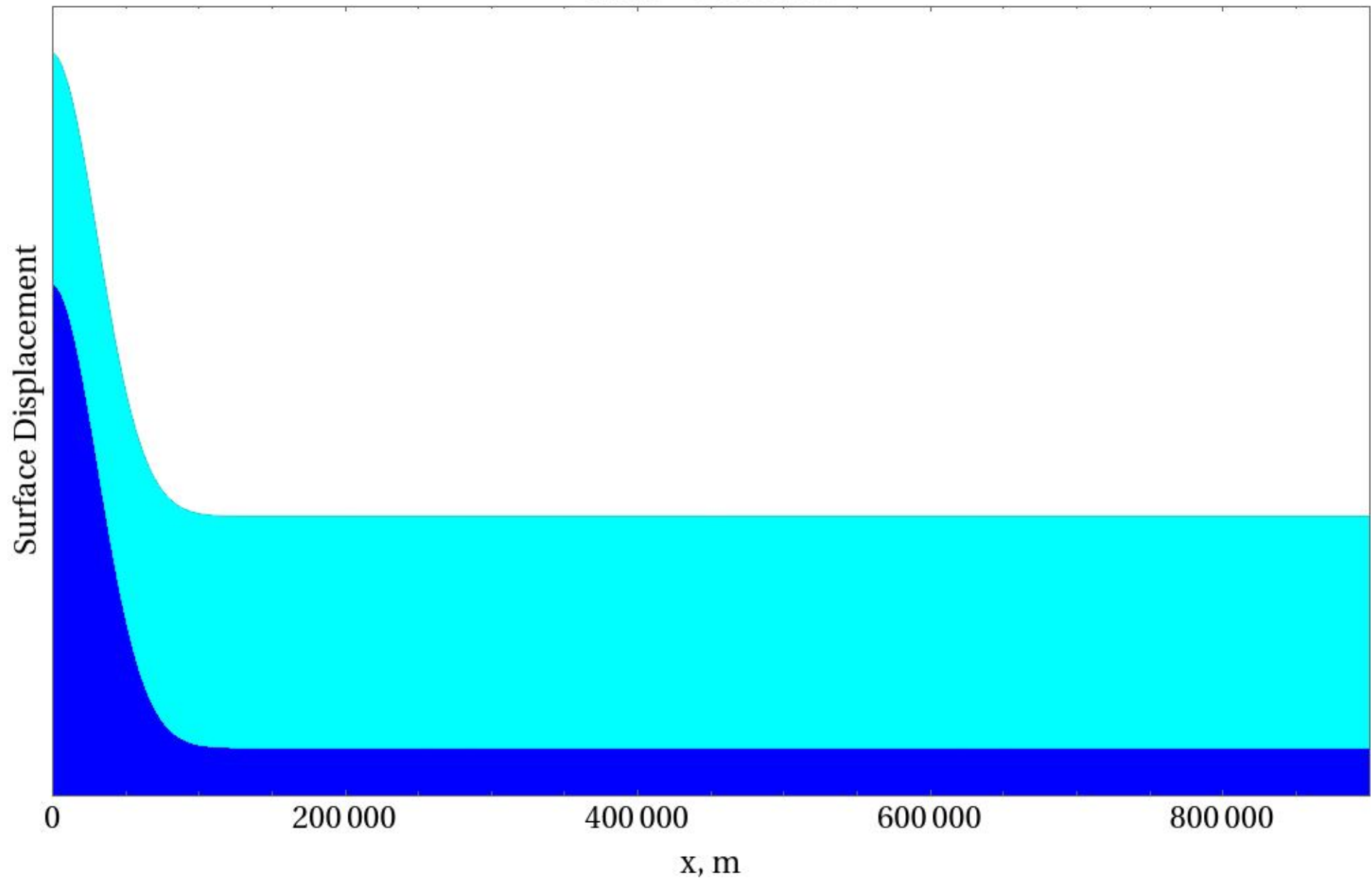
$$c_{\text{поверхн}} = \sqrt{g(H_1 + H_2)} \approx 200 \text{ м/с}$$

$$H_1 = 100 \text{ м} \quad H_2 = 4000 \text{ м}$$

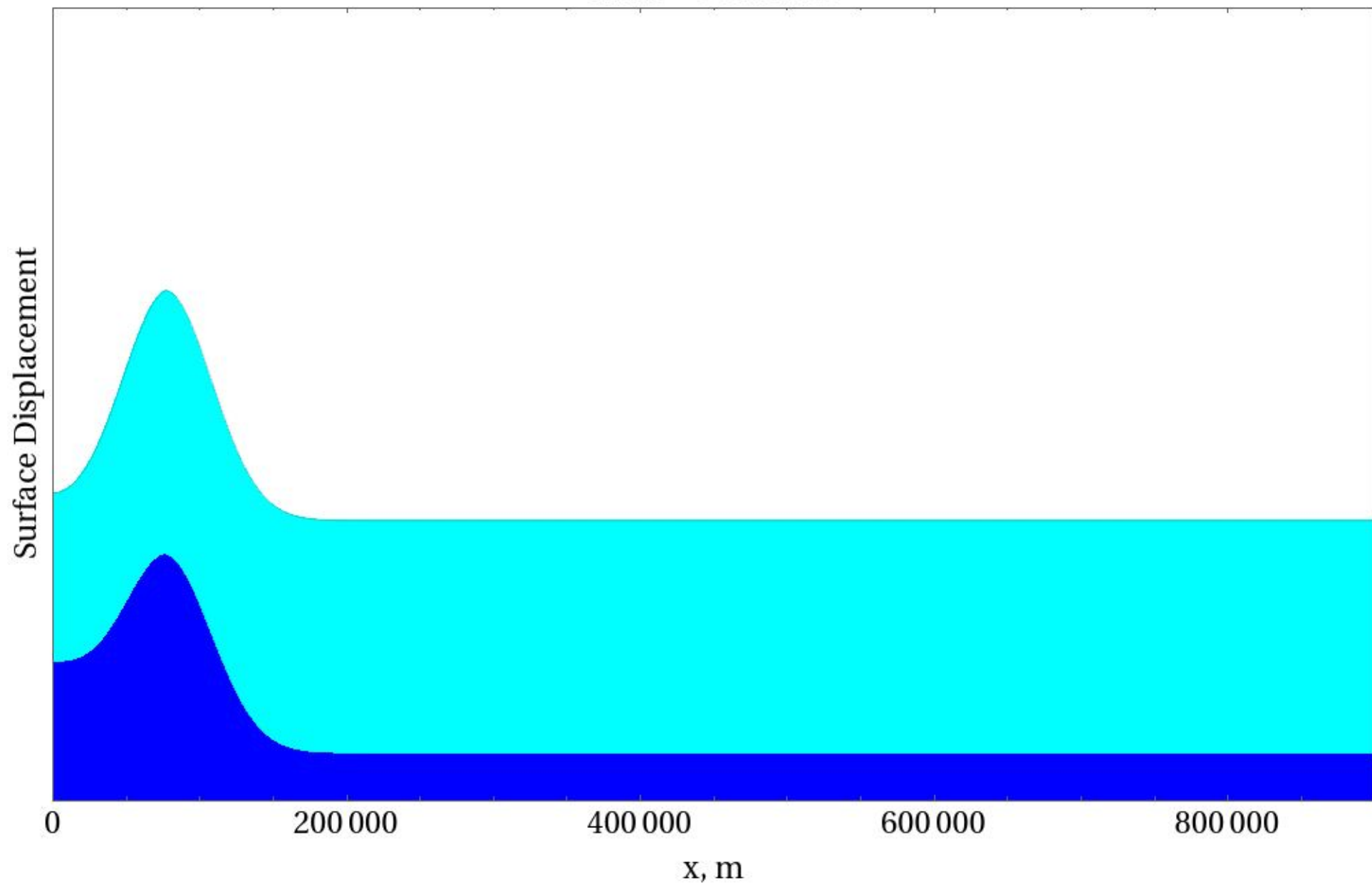
$$g = 9.8 \text{ м/с}^2 \quad \delta = 0.003$$

$$c_{\text{внутр}} = \sqrt{\frac{\delta g H_1 H_2}{H_1 + H_2}} \approx 1.7 \text{ м/с}$$

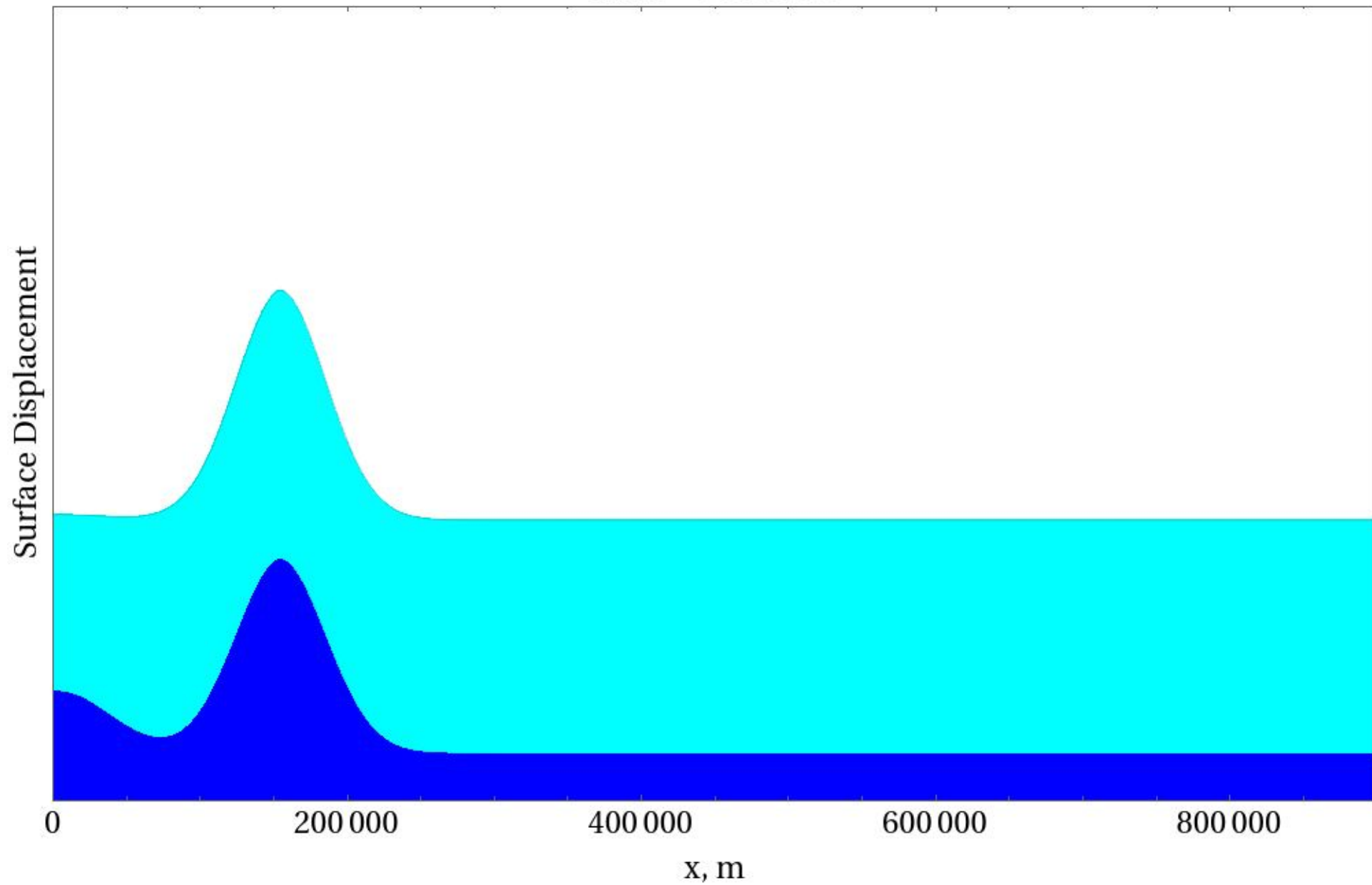
time=00:00:05



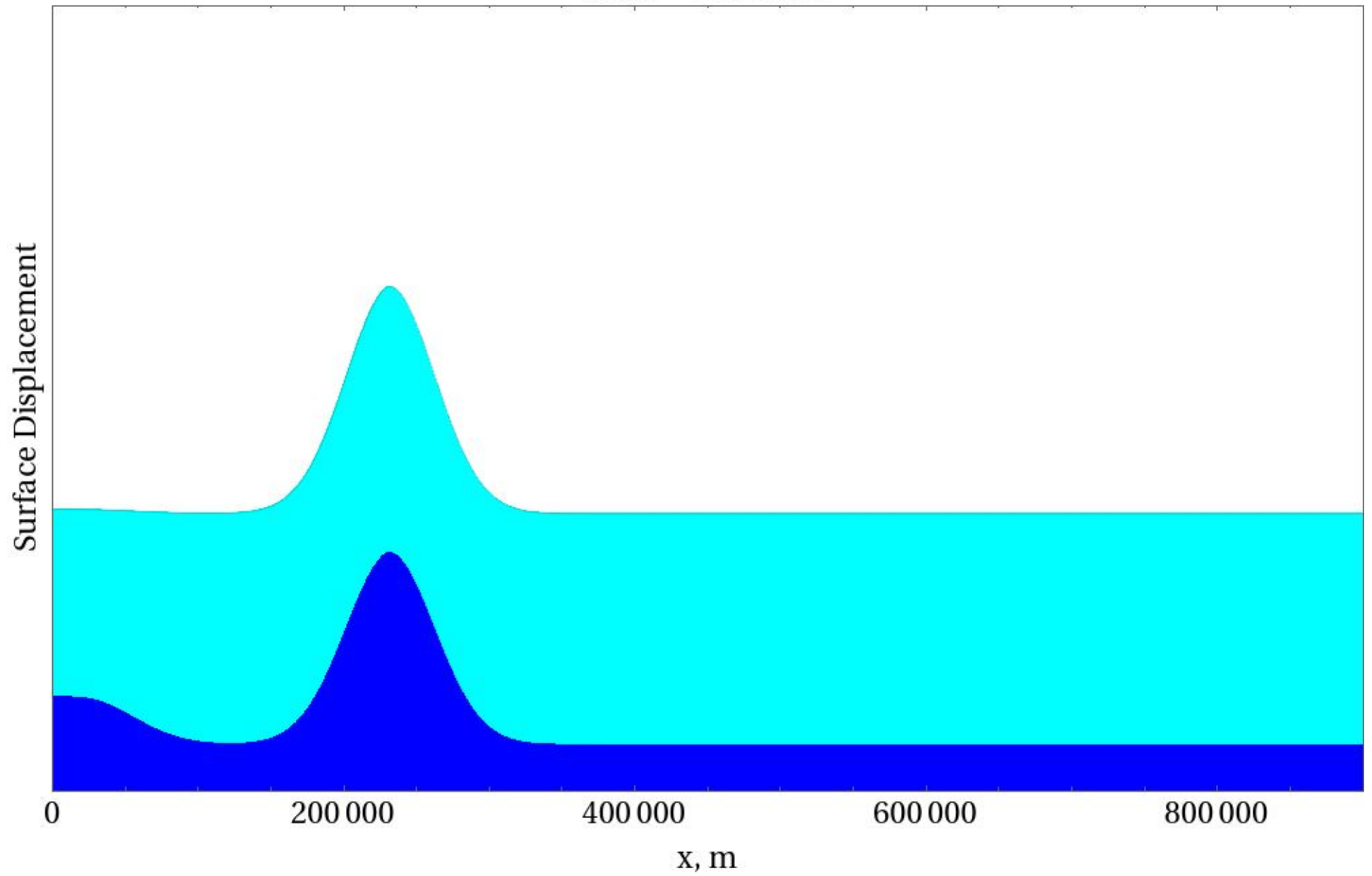
time=00:17:24



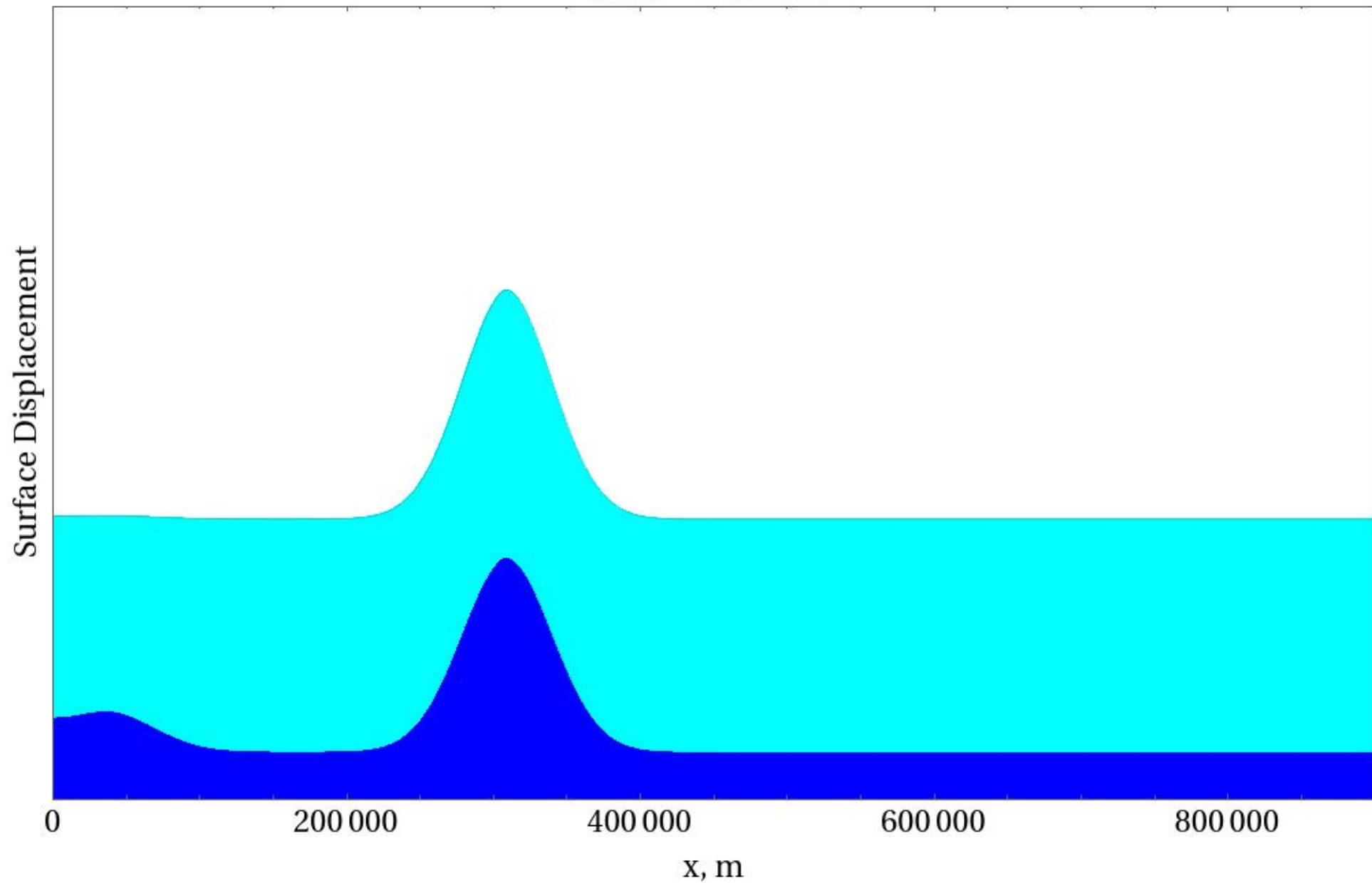
time=00:34:48



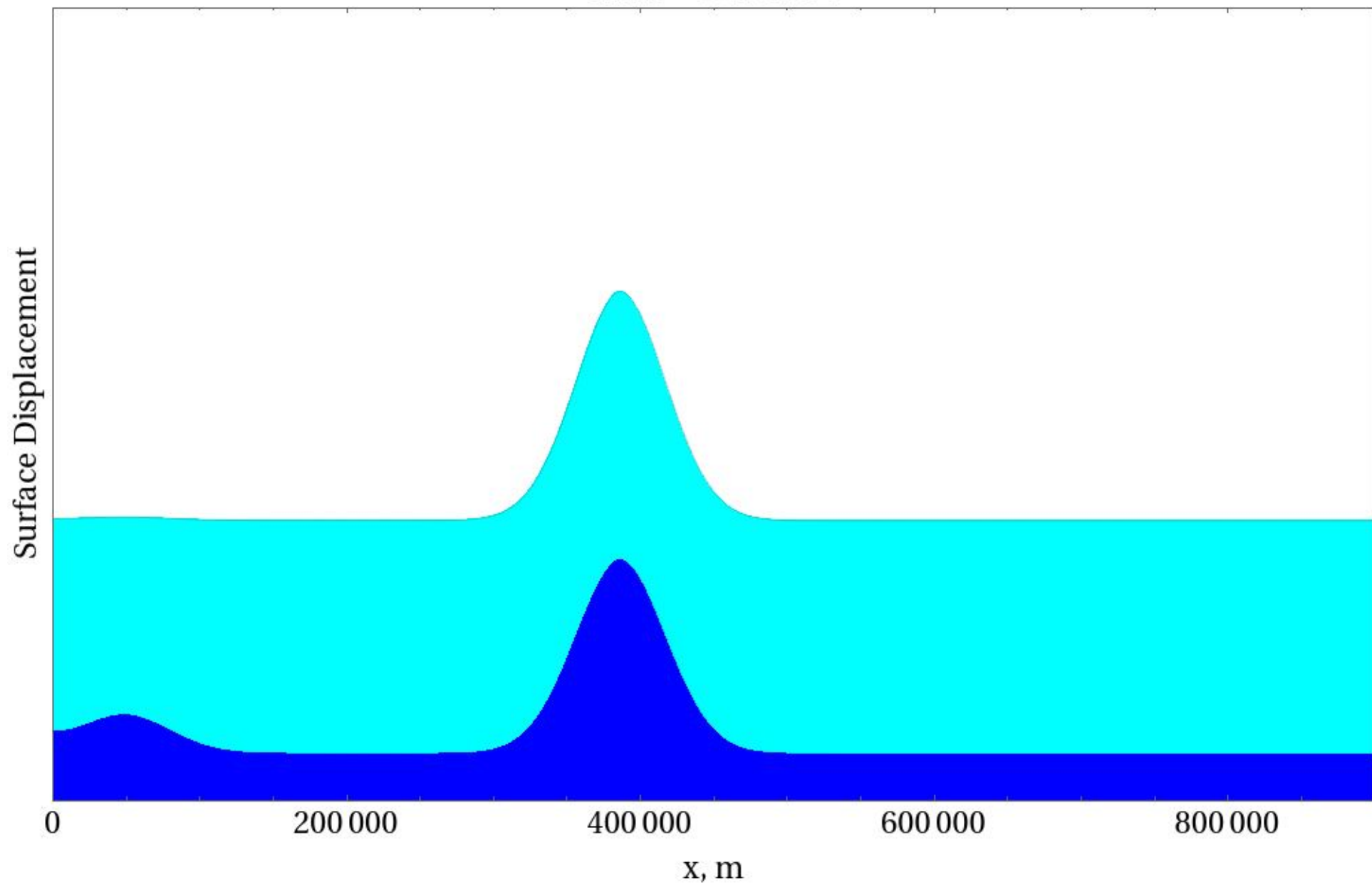
time=00:52:13



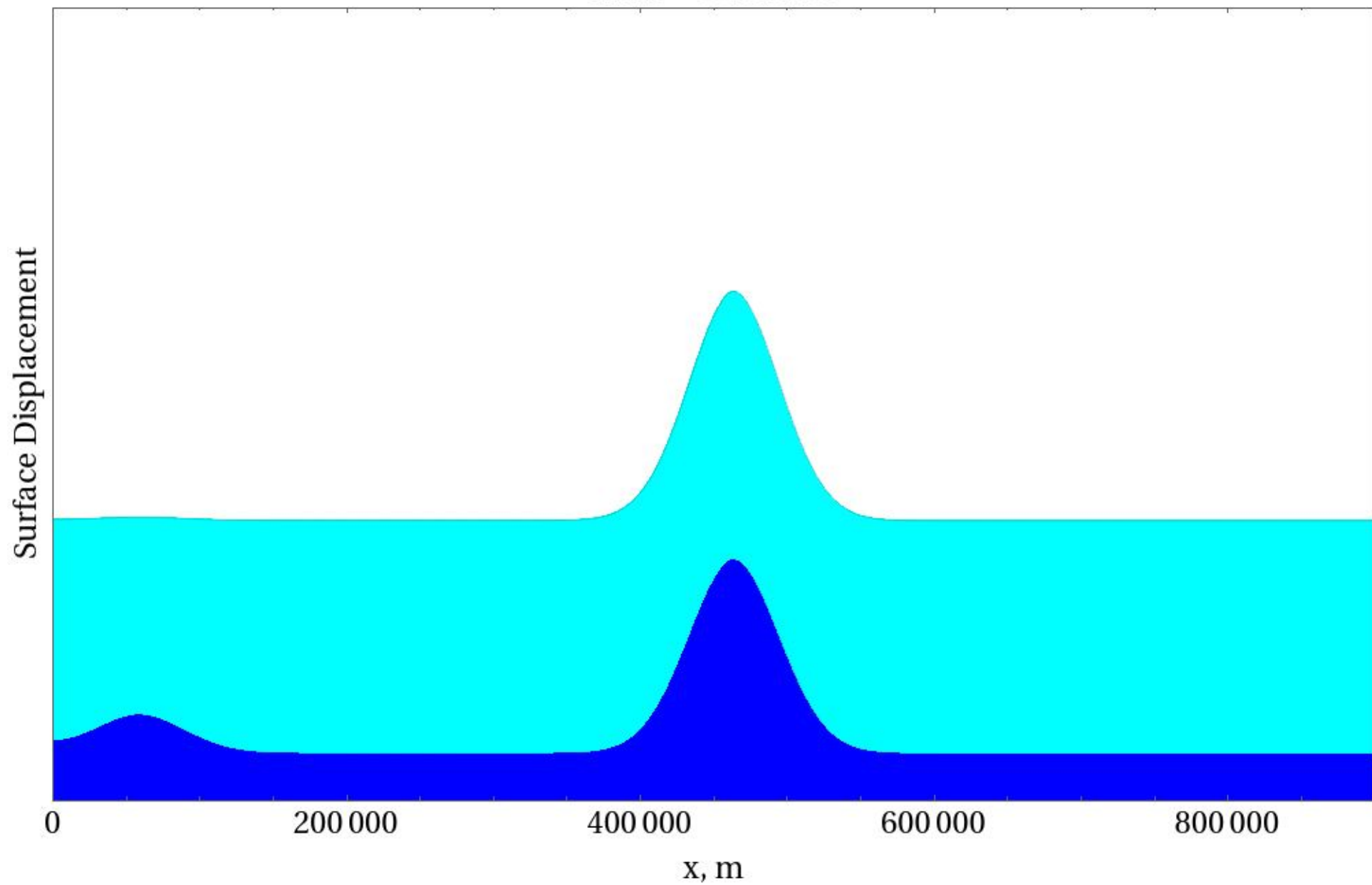
time=01:09:37



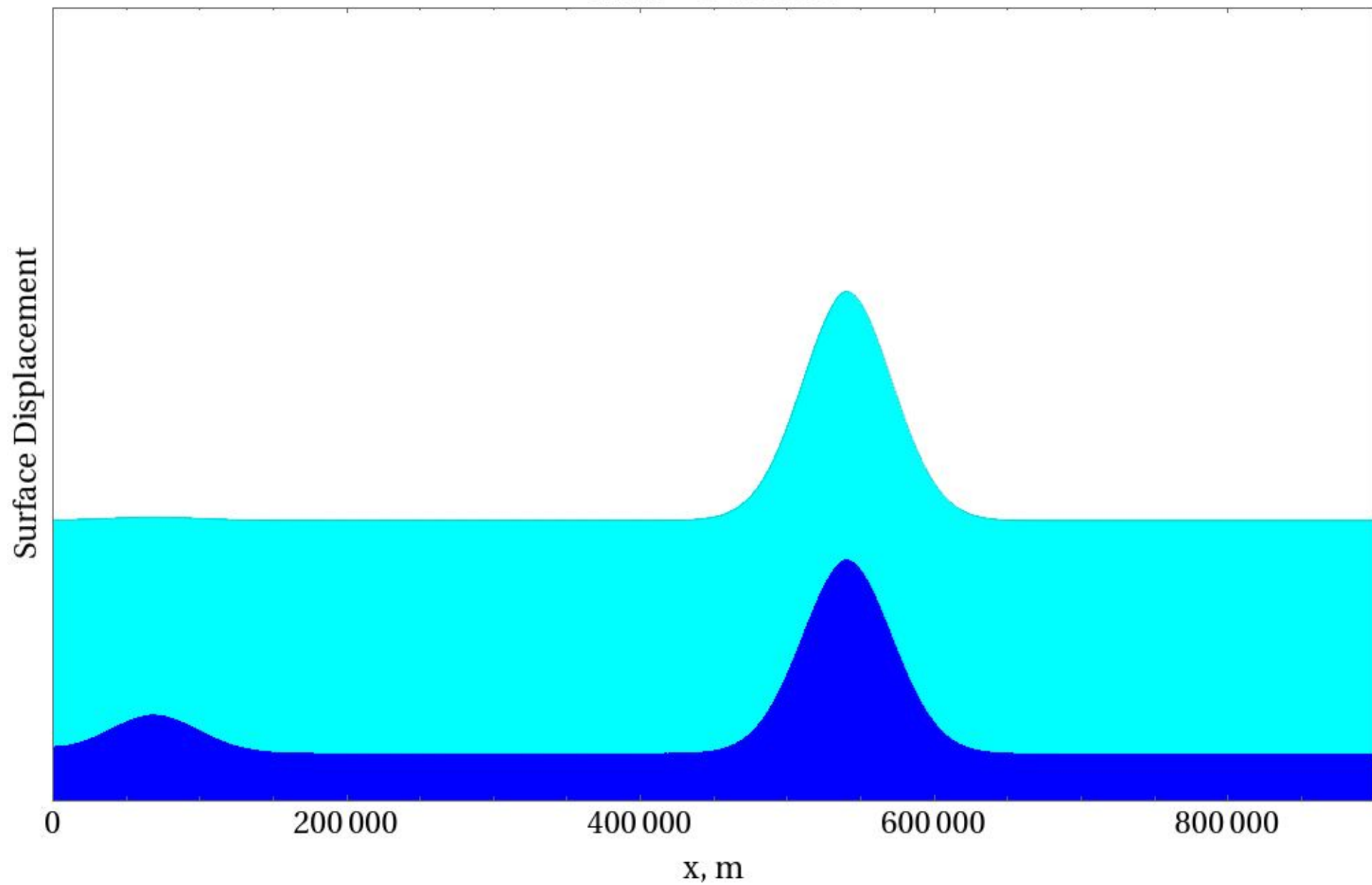
time=01:27:02



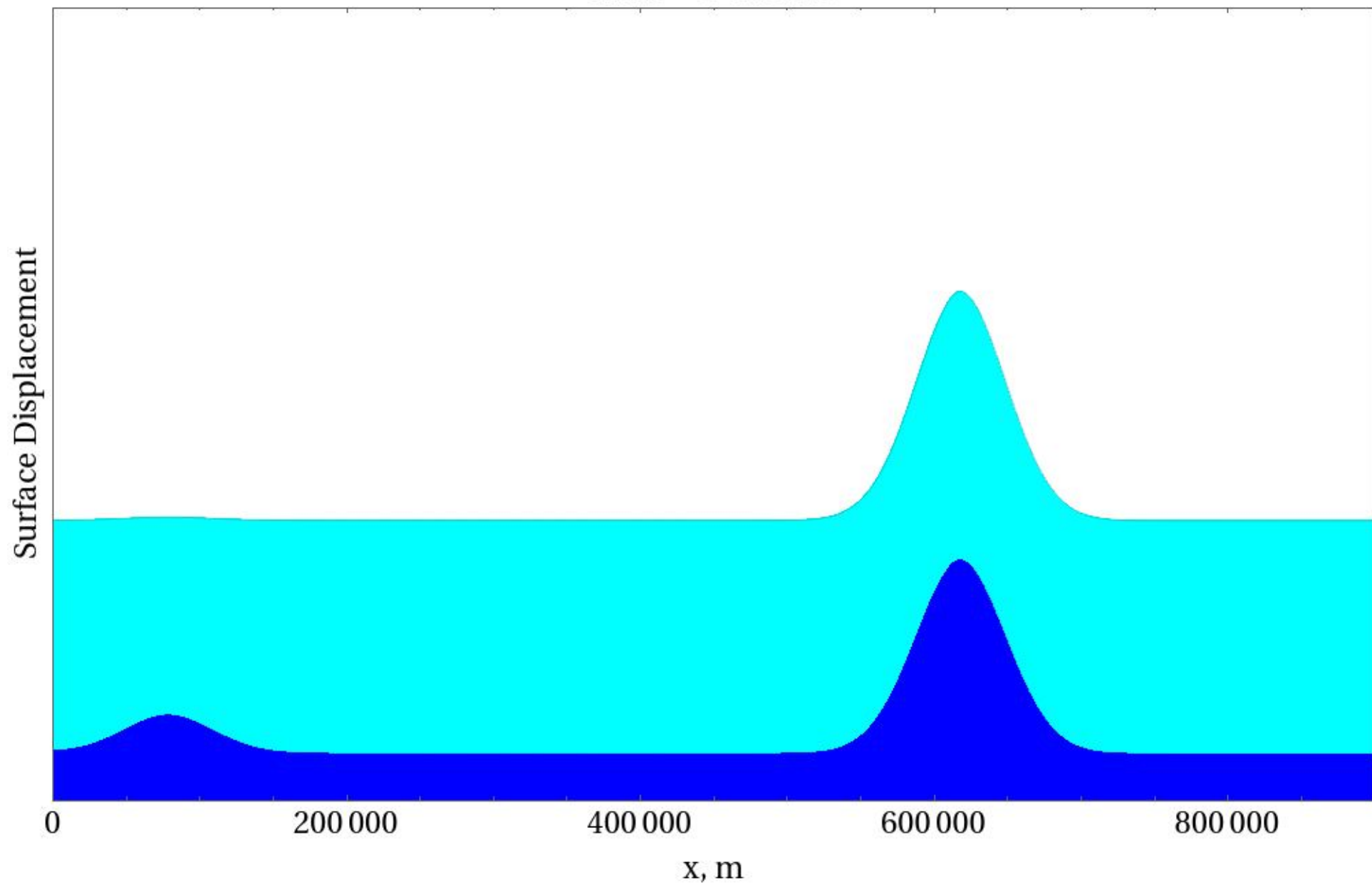
time=01:44:26



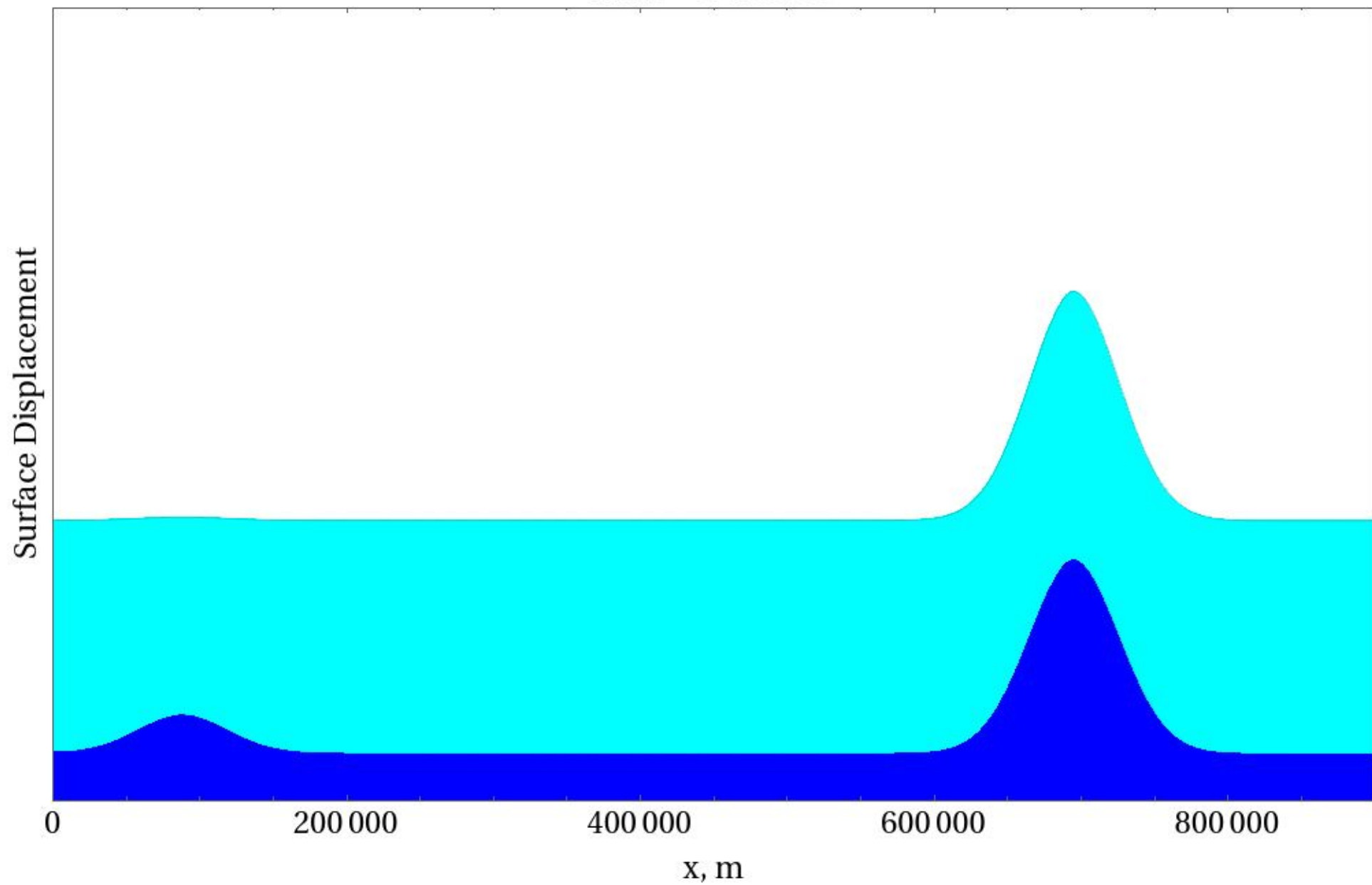
time=02:01:51



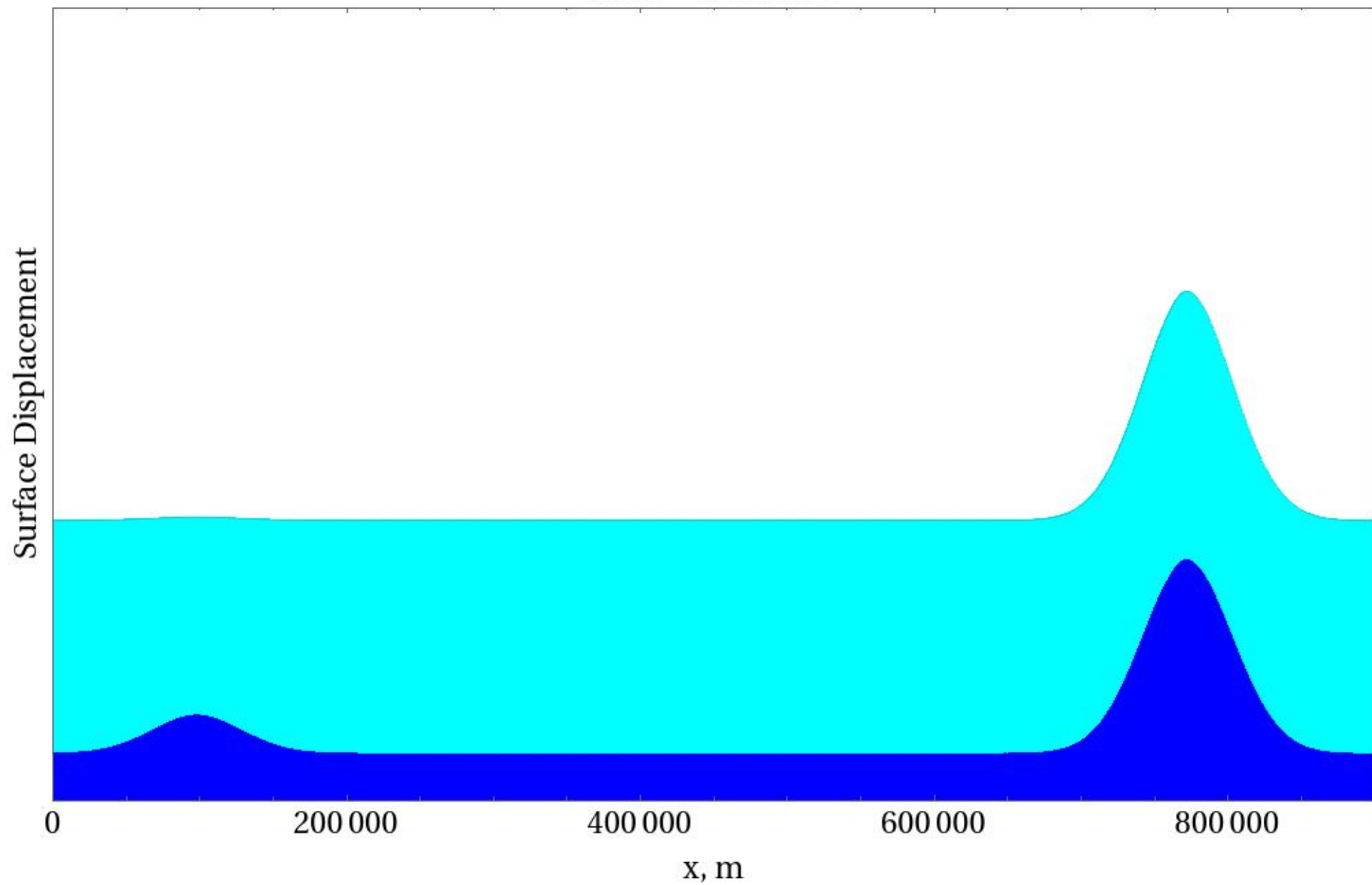
time=02:19:15



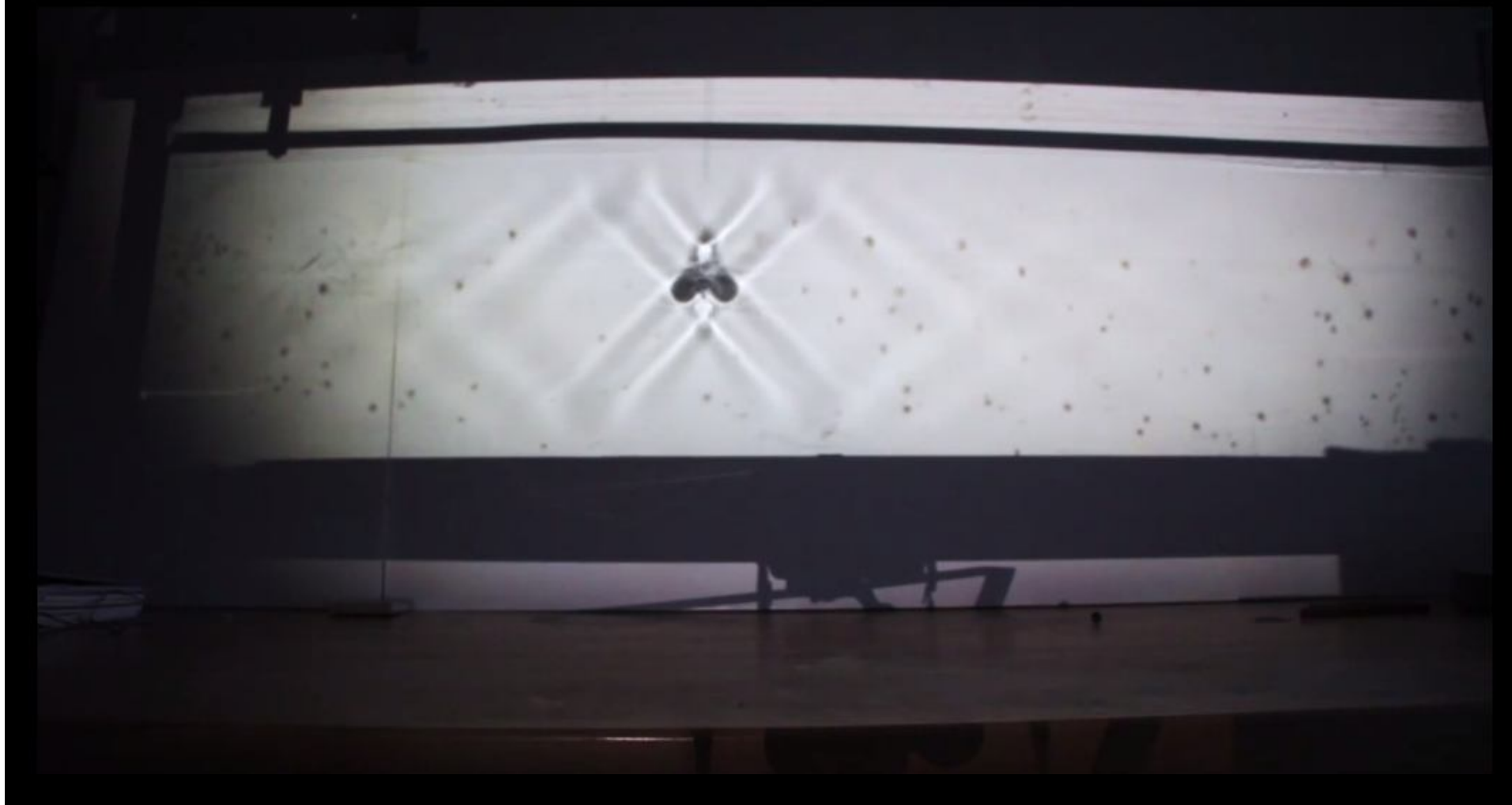
time=02:36:39



time=02:54:04



Внутренние волны в непрерывно стратифицированной жидкости



Сейши (*фр. seiche*) - стоячие волны, возникающие в замкнутых или частично замкнутых водоёмах.

Причины возникновения:

- метеорологические эффекты (ветер, колебания атмосферного давления);
- сейсмическая активность;
- оползни и обвалы;
- и др.

Сейши, вызванные землетрясениями (видео)

<https://ocean.phys.msu.ru/files/seiches/>

Период сейшевых колебаний в узком водоеме (формула Мерiana)

$$T = \frac{2L}{\sqrt{gH}} \quad \begin{array}{l} L - \text{длина водоема} \\ H - \text{глубина} \end{array}$$

одноузловая сейша

$$\lambda / 2 = L \quad \underbrace{T \sqrt{gH} / 2}_{\lambda} = L$$

многоузловая сейша

$$\begin{array}{l} n \cdot \lambda / 2 = L \\ n = 1, 2, 3 \dots \end{array}$$

$$T_n = \frac{2L}{n \cdot \sqrt{gH}}$$

Период внутренних сейш в узком водоеме (формула Ватсона)

$$n \cdot \lambda / 2 = L$$

$$n = 1, 2, 3 \dots$$

$$T_n = \frac{2L}{n \cdot c_{\text{внутр}}}$$

$$c_{\text{внутр}} = \sqrt{\frac{\delta g H_1 H_2}{H_1 + H_2}} \quad \delta = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$$

Граничные условия на непроницаемых стенках

$$x = 0, L: \quad u = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = gH \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad \text{ВОЛНОВЫЕ УРАВНЕНИЯ} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = gH \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\xi(x, t) = A_n \cos \frac{\pi n x}{L} \sin \omega t$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$u(x, t) = B_n \sin \frac{\pi n x}{L} \sin \omega t$$

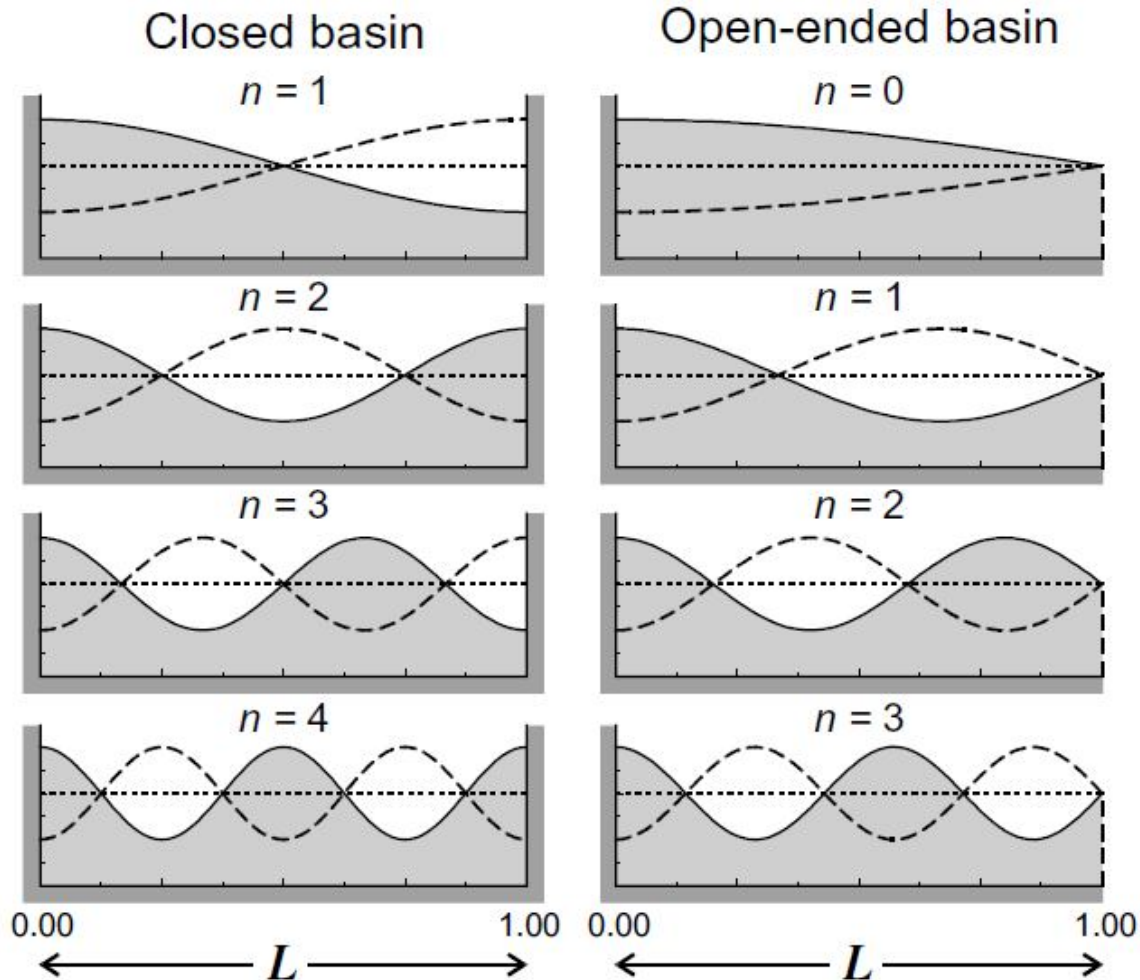
Открытые и закрытые узкие бассейны

$$T_n = \frac{2L}{n \cdot \sqrt{gH}}$$

$n = 1, 2, 3, \dots$

$$T_n = \frac{4L}{(2n+1) \cdot \sqrt{gH}}$$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$



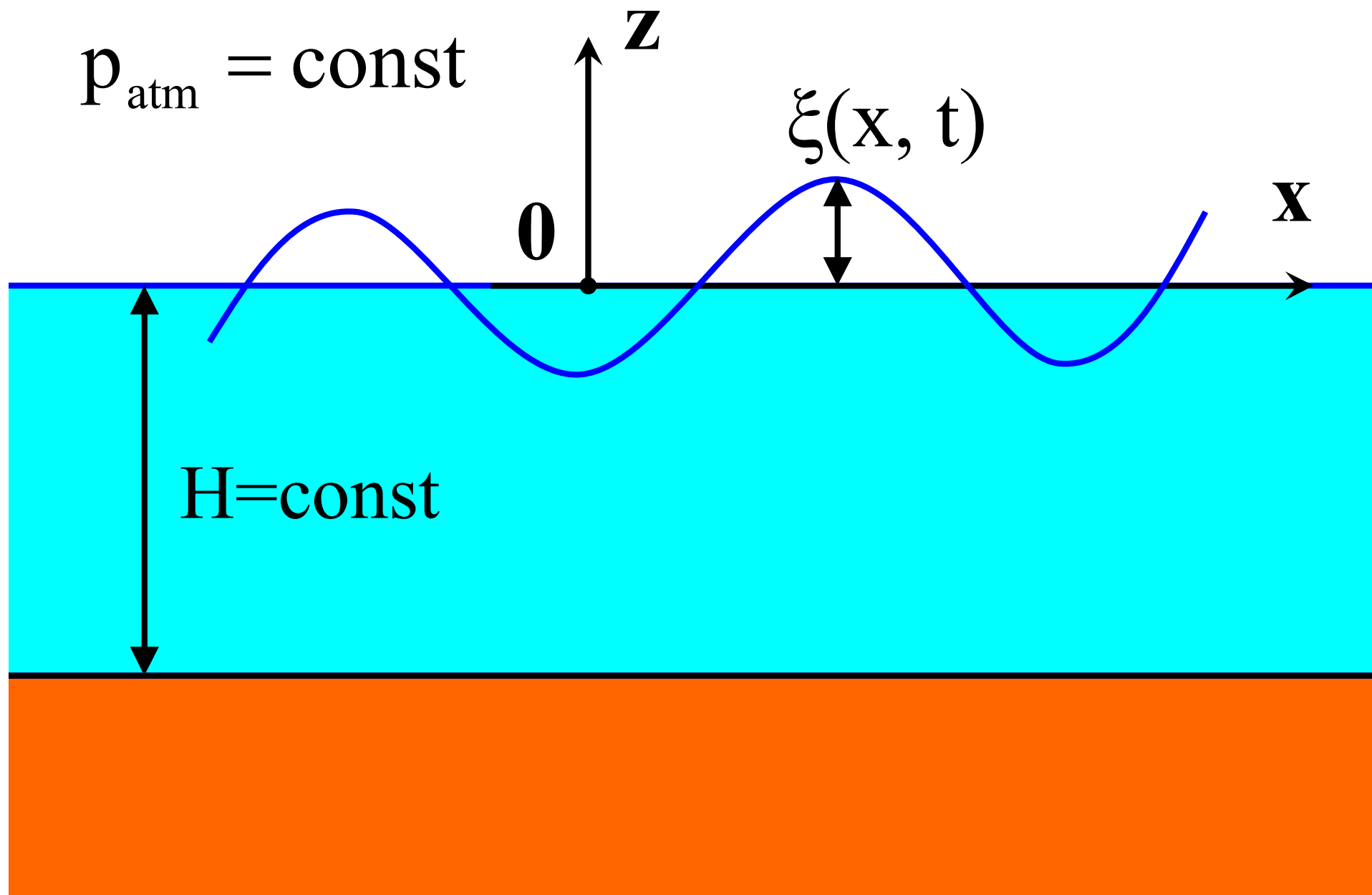
Мода
Гельмгольца

$n = 0$

$$T_0 = \frac{4L}{\sqrt{gH}}$$

**Элементы
линейной
потенциальной
теории волн**

Постановка 2D задачи (0xz)



Система уравнений для описания линейных гравитационных волн (ЛГВ)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \vec{g} \\ \text{div}(\vec{v}) = 0 \end{array} \right.$$

$$\vec{v} \equiv (u, w)$$

Граничные условия:
поверхность “вода-воздух”

$$p = p_{\text{атм}} = \text{const}$$

$$\partial \xi / \partial t = w$$

поверхность дна

$$w = 0$$

Потенциал скорости течения

$$\vec{v} = \vec{\nabla}F + \cancel{\vec{\nabla} \times \vec{A}} \quad \text{или} \quad u = \frac{\partial F}{\partial x} \quad w = \frac{\partial F}{\partial z}$$

течение безвихревое

$$\text{div}(\vec{v}) = 0$$

$$\Delta F = 0$$

основное уравнение
потенциальной теории

$$G = -gz$$

гравитационный
потенциал

$$\vec{g} = \vec{\nabla}G$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\vec{\nabla}p}{\rho} + \vec{g}$$

$$\vec{\nabla} \left(\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz \right) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = f(t)$$

произвольная функция времени

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = f(t)$$

используем для постановки
граничного условия на свободной
поверхности воды

$$z = \xi: \quad p = p_{\text{atm}} = \text{const}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{p_{\text{atm}}}{\rho} + g\xi = f(t)$$

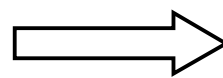
Переопределим потенциал,
добавив к нему функцию времени,
компенсирующую $f(t) - p_{\text{atm}}/\rho$. На
поле скорости это не повлияет.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + g\xi = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \partial \\ \partial t \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0$$

граничное условие сносим с возмущенной поверхности на невозмущенную

$$z = 0: \quad \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + gw = 0$$



$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

**Математическая постановка 2D задачи о
линейных гравитационных волнах
бесконечно малой амплитуды**

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = 0 \quad \longleftrightarrow \quad \Delta F = 0$$

$$z = 0 : \quad \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

$$z = -H : \quad \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

Общий вид решения уравнения Лапласа

$$F = [A \cdot \text{sh}(kz) + B \cdot \text{ch}(kz)] \cos(\omega t - kx)$$

Решение, удовлетворяющее граничному условию на поверхности

$$F = A \left[\text{sh}(kz) + \frac{gk}{\omega^2} \text{ch}(kz) \right] \cos(\omega t - kx)$$

Удовлетворяя граничному условию $\text{th}(kH)$ дне, получаем

$$\text{ch}(kH) - \frac{gk}{\omega^2} \text{sh}(kH) = 0 \quad \Bigg| \quad \omega^2 = gk \frac{\text{sh}(kH)}{\text{ch}(kH)}$$

Дисперсионное соотношение для поверхностных гравитационных волн

$$\omega^2 = gk \operatorname{th}(kH)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

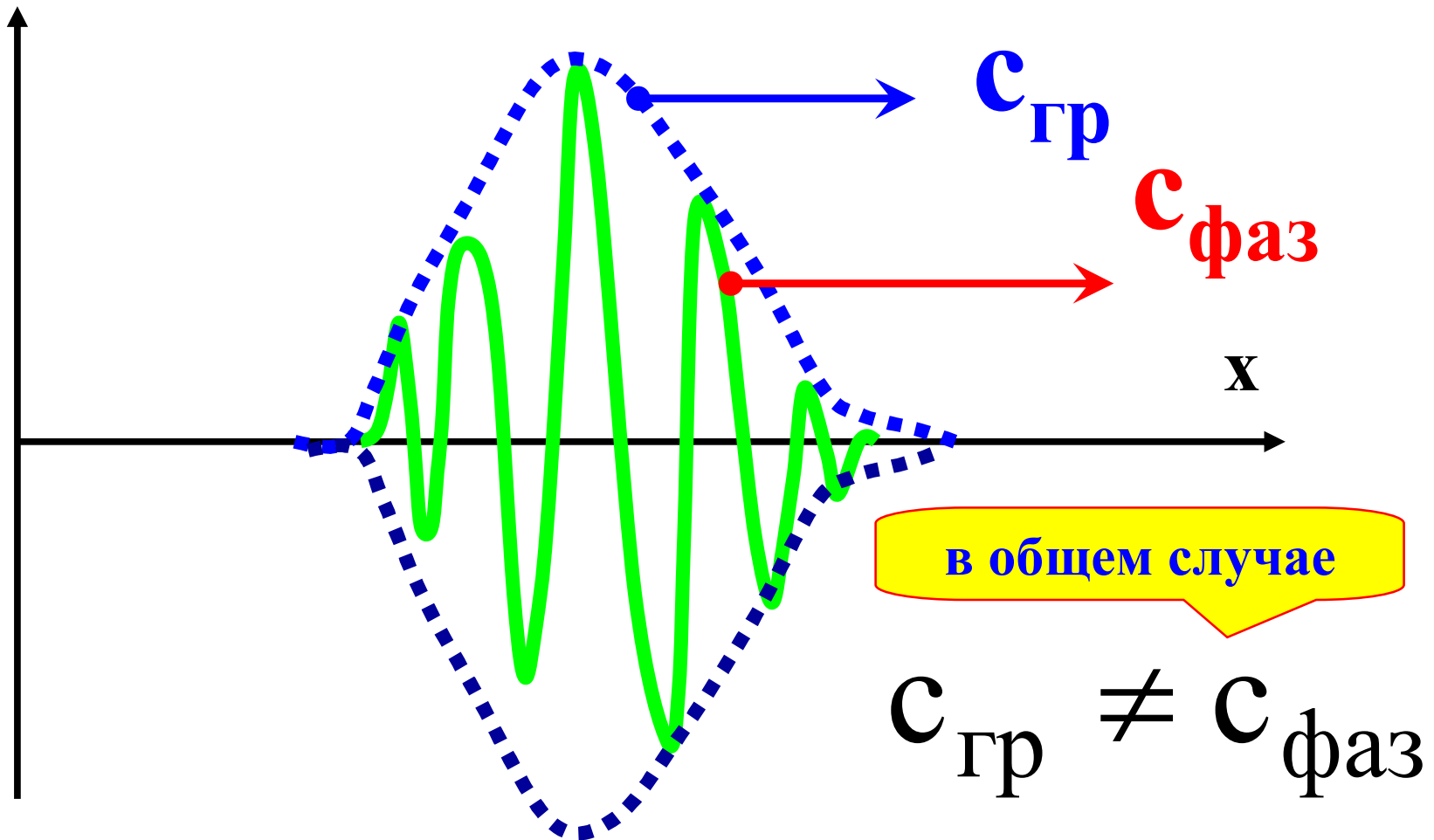
**циклическая
частота**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

**волновое
число**

Фазовая и групповая скорости волн

энергия переносится группами волн,
т.е. с групповой скоростью



$$c_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k}$$

$$c_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk}$$

Недиспергирующие волны

$$\omega = c_{\text{фаз}} k, \quad c_{\text{фаз}} \neq f(k)$$

$$c_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk} = c_{\text{фаз}}$$

Диспергирующие волны

$$c_{\text{гр}} \neq c_{\text{фаз}}$$

Дисперсионное соотношение для гравитационно-капиллярных волн

$$\omega^2 = \left(gk + \frac{\alpha}{\rho} k^3 \right) \text{th}(kH)$$

$$\alpha \approx 0.075 \text{ Н/м}$$

при $t = 20^\circ \text{C}$

$$p_1 - p_2 = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

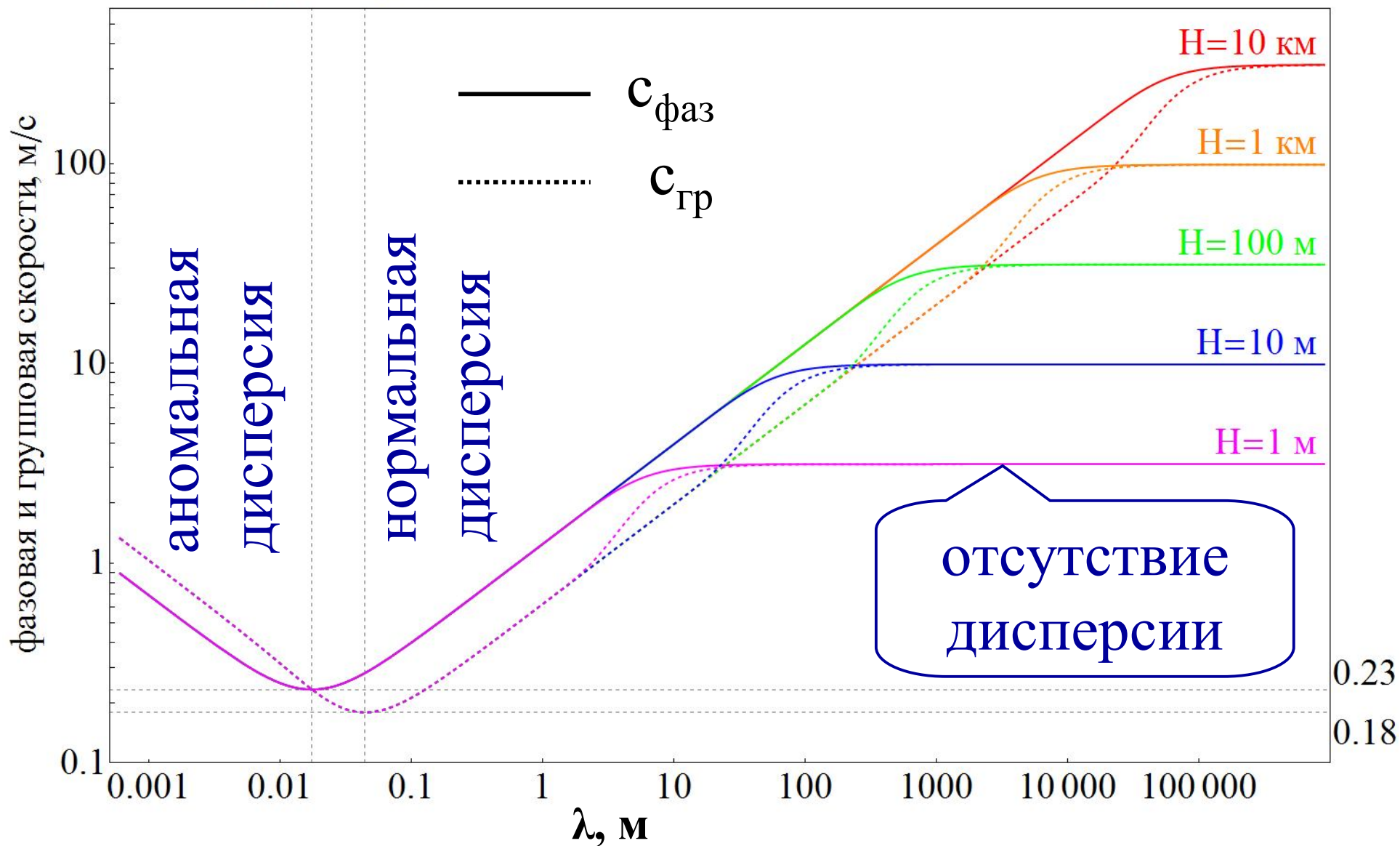
формула
Лапласа

капиллярные

гравитационные

гравитационно-капиллярные

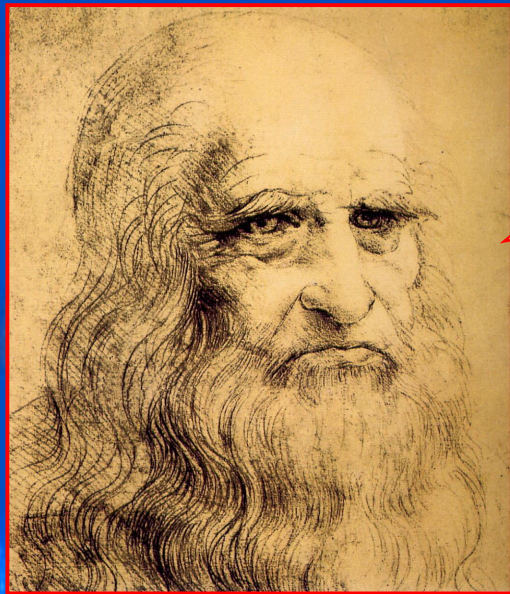
0.017 0.044



Акустические

ВОЛНЫ

«...погрузив трубу одним концом в воду и прижав другой ее конец к уху, можно услышать корабли, идущие вдали...»



Леонардо да Винчи
1452- 1519



**Система уравнений для описания
линейных волн без учета вращения Земли
и сил вязкого трения**

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \vec{g} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \end{array} \right.$$

**Гравитационные
волны**

**Акустические
волны**

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \vec{g} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} = -\frac{\vec{\nabla} p'}{\rho_0} \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v}' = 0 \end{array} \right.$$

\vec{v}' - малая

величина

$$\frac{\vec{\nabla} p_0}{\rho_0} = \vec{g}$$

ρ_0

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$

$$\vec{v}_0 = 0$$

$$p = p_0 + p'$$

$$|p'| \ll p_0$$

$$\rho = \rho_0 + \rho'$$

$$|\rho'| \ll \rho_0$$

$$\rho = \rho(\mathbf{p})$$

$$\rho' = \left(\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{p}} \right)_s \mathbf{p}'$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{p}} \right)_s = \frac{1}{c^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} = - \frac{\vec{\nabla} p'}{\rho_0} \quad | \text{div} \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v}' = 0 \end{array} \right. \quad \left| \frac{\partial}{\partial t} \right.$$



Pierre-Simon Laplace

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s = \frac{1}{c^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \operatorname{div}(\vec{v}')}{\partial t} = - \frac{\Delta p'}{\rho_0} \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \rho_0 \frac{\partial \operatorname{div}(\vec{v}')}{\partial t} = 0 \end{array} \right.$$

Волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \Delta p' = 0$$

Скорость звука

Волновое уравнение (акустика)

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \Delta p' = 0$$

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \approx 1500 \text{ м / с}$$

вода

Скорость звука

Скорость звука в воде

$$c = c(T, S, p)$$

эмпирическая
зависимость

TEOS-10
www.teos-10.org

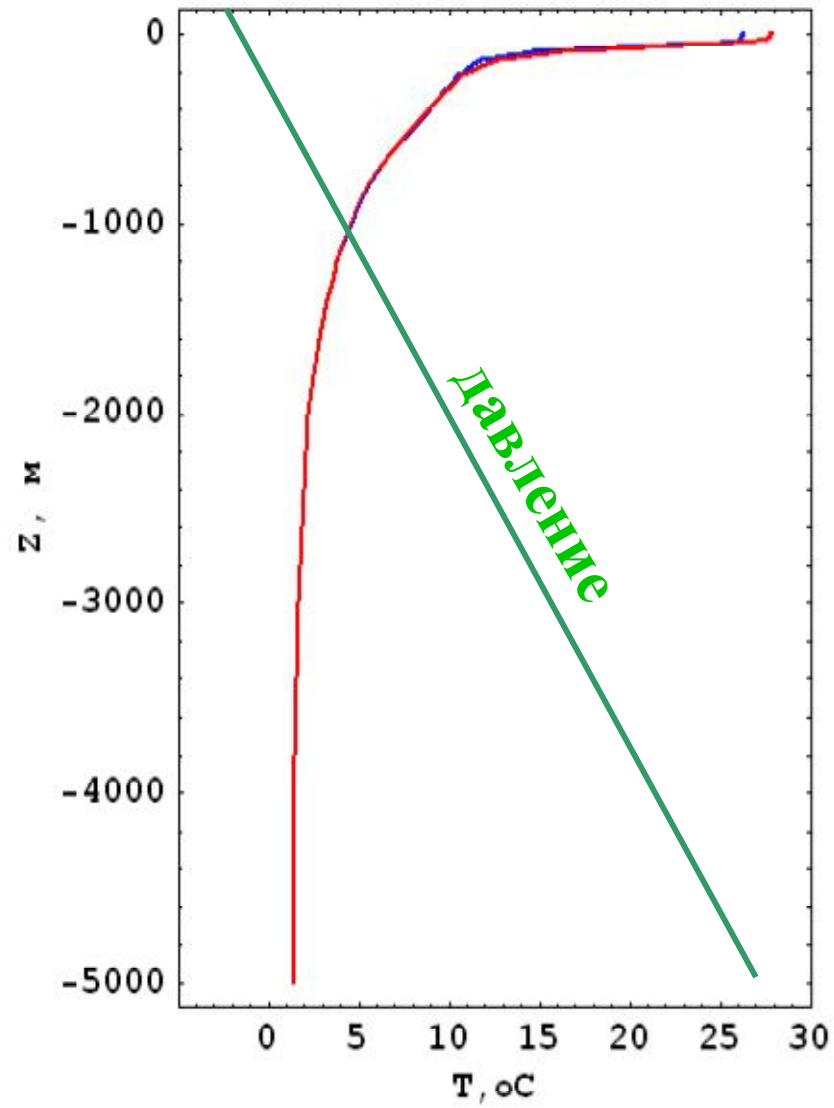
$$1480 < c < 1545 \text{ м/с}$$

$$\frac{\partial c}{\partial T} > 0$$

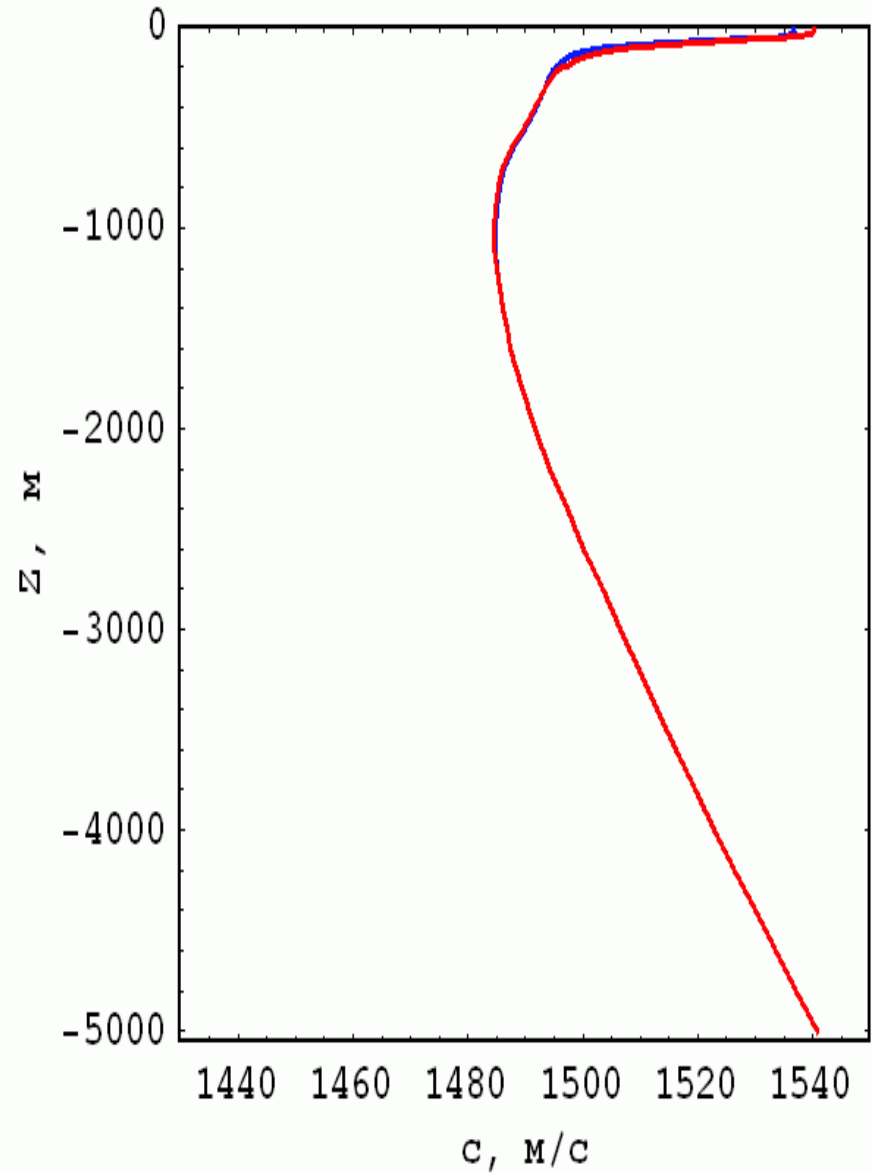
$$\frac{\partial c}{\partial p} > 0$$

Lat=10 Lon=-150

Температура

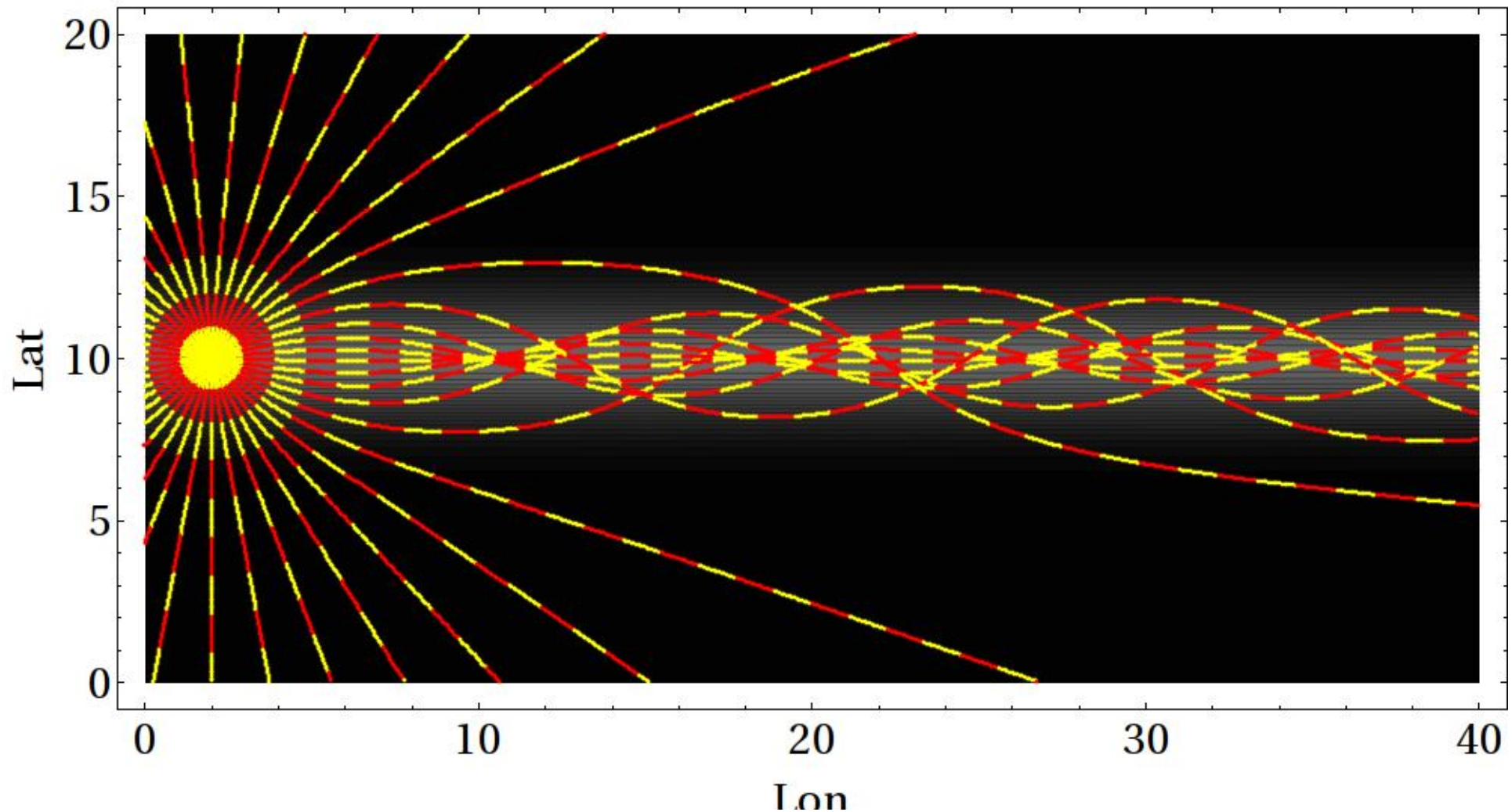


Скорость звука



Захват волн подводными хребтами
т.е. областями с пониженной скоростью
распространения длинных волн

$H = 5000 \text{ m}$ $dH = 2000 \text{ m}$



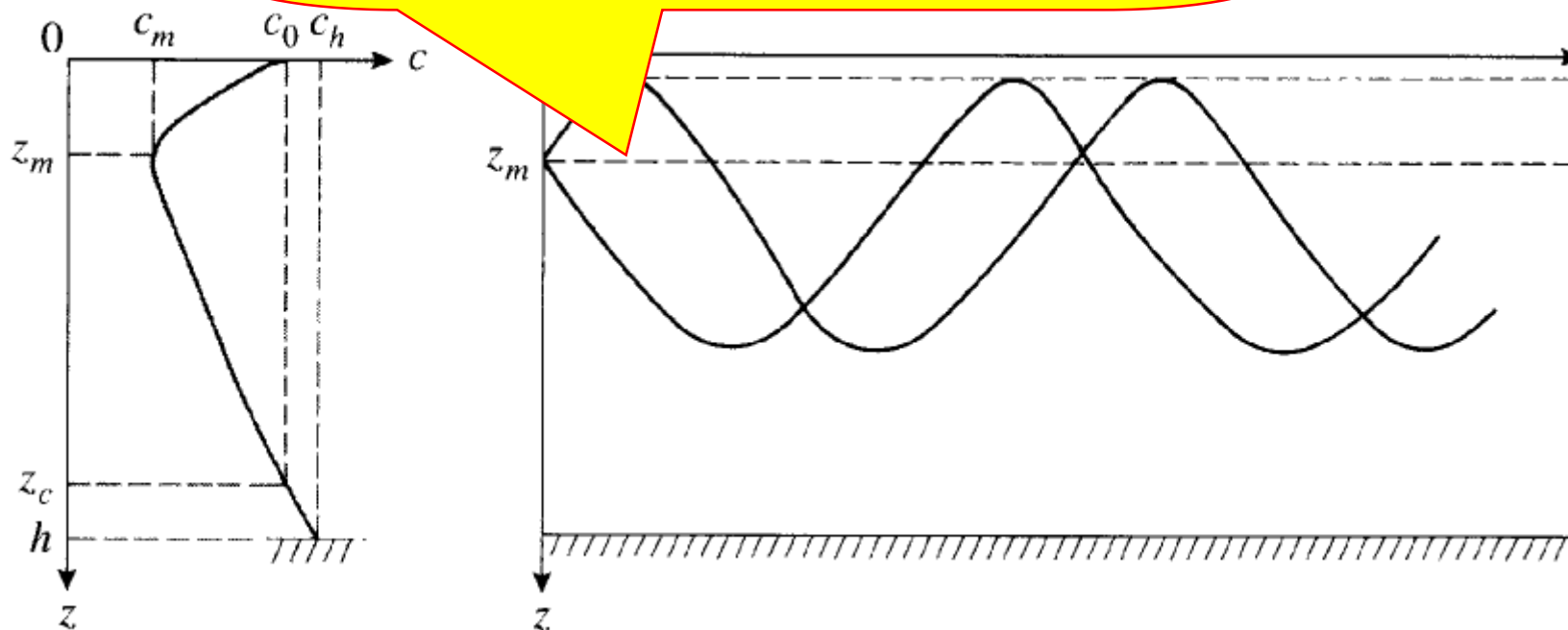
Подводный звуковой канал (ПЗК)

Deep Sound Channel

SOFAR Channel

(Sound Fixing and Ranging)

Ось ПЗК обычно лежит на
глубине ~ 1000 м



Подводный звуковой канал (ПЗК)

D
S
(S



**William Maurice
Ewing**
1906 – 1974
american geophysicist and
oceanographer

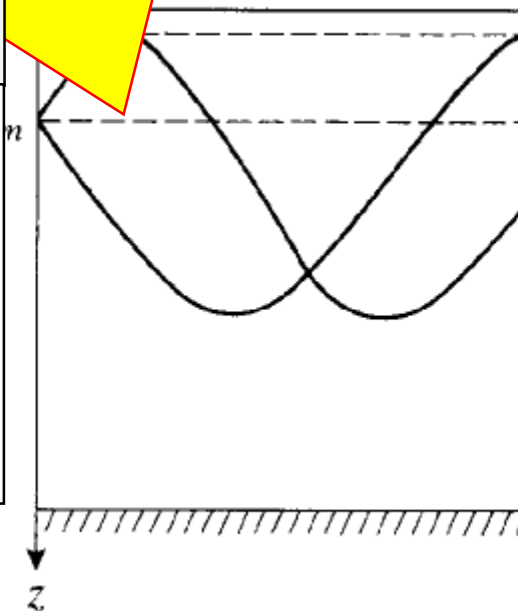


nging)

ПЗК обычно лежит на
глубине ~1000 м



**Леонид
Максимович
Бреховских**
1917-2005
выдающийся учёный в
области физики,
акустики океана,
академик АН СССР



Элементы

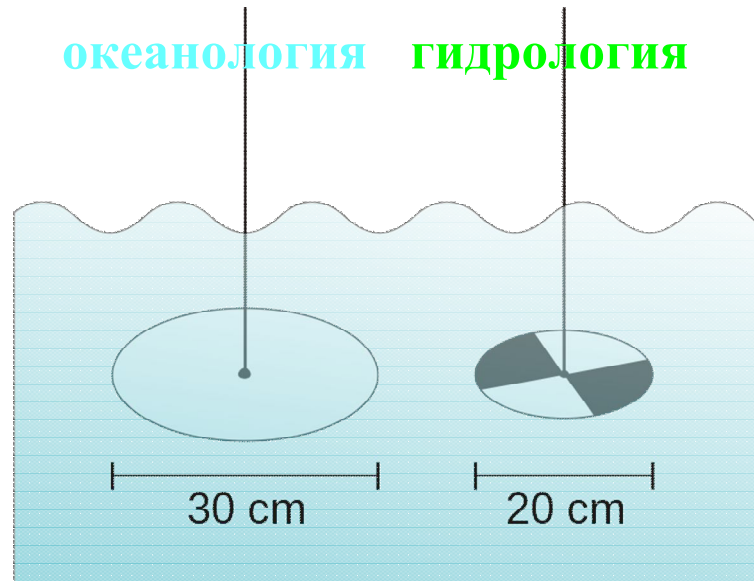
оптики

океана

Задачи оптики океана:

- Распространение электромагнитного излучения видимого диапазона (380-780 нм) в морской воде, уравнение переноса излучения;
- Оптические свойства морской воды (чистой, чистой морской, с добавлением взвеси и в т.ч. органического вещества - «желтого вещества»). Преломление, рассеяние, и поглощение света морской средой, флуоресценция, люминесценция;
- Видимость под водой и через поверхность моря. Цвет моря и вод суши;
- Подводная облученность и фотосинтетическая активность, их пространственная и временная изменчивость;
- Дистанционное зондирование морской среды (активное и пассивное) с судов, летательных аппаратов и из Космоса. Атмосферная коррекция спутниковых данных;
- ...

Измерения прозрачности морской воды (диск Секки - Secchi Disk)



Статью по исследованию прозрачности Лигурийского и Адриатического морей А.Секки опубликовал 1865 году в научном журнале *Il Nuovo Cimento*



аббат Анджело Секки
1818 — 1878

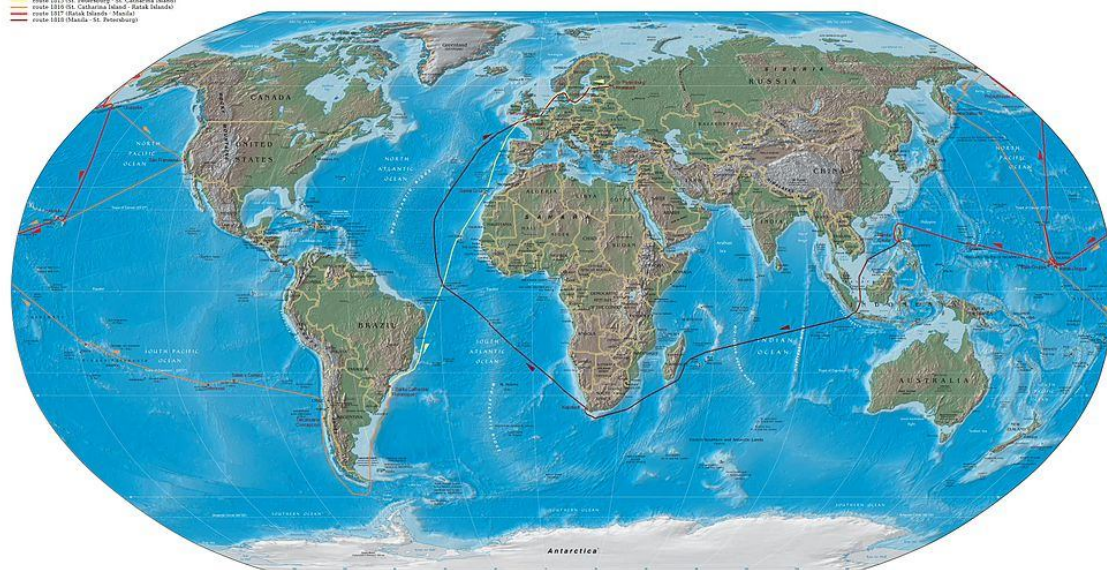
директор обсерватории
папского Григорианского
университета, «отец
астрофизики»

Измерения прозрачности морской воды (до появления диска Секки)

Кругосветное плавание в 1815–1818 годах брига «Рюрик» под командованием лейтенанта Отто Коцебу

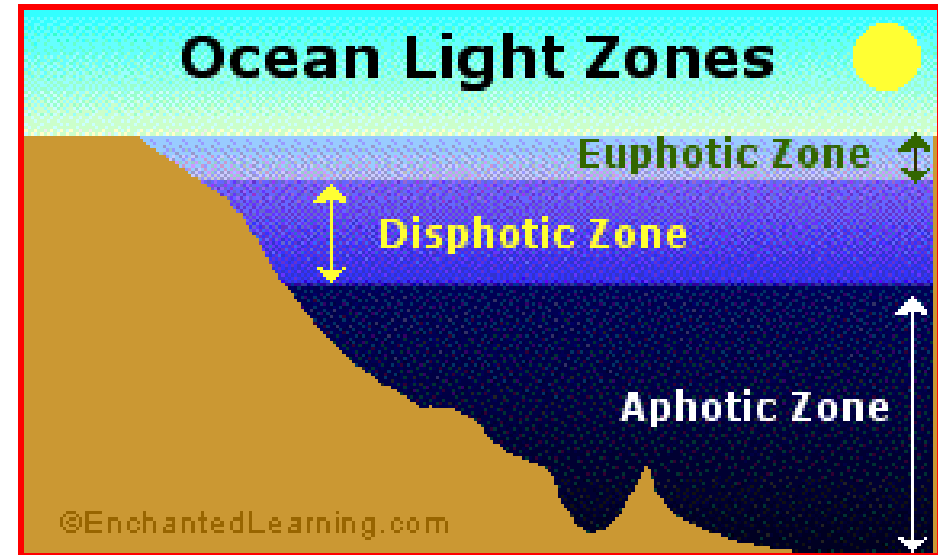
Rurik-Expedition (1815 - 1818)
Based on a physical map of the world of April 2004

• anchorages
— route 1815 (St. Petersburg - St. Catharina Island)
— route 1816 (St. Catharina Island - Rurik Island)
— route 1817 (Rurik Island - Manila)
— route 1818 (Manila - St. Petersburg)



...использовалась белая тарелка с камбуза.

Прозрачность воды определяет толщину **фотической** зоны, в которую проникает солнечная радиация. В этой зоне эффективен процесс фотосинтеза (до 200 м).



Ниже расположена **дисфотическая** (сумеречная) зона, в которой все еще возможен фотосинтез (до 1000 м).

Ниже дисфотической зоны расположена **афотическая** зона, в которой фотосинтез невозможен.

Закон Бугера (1729 г.)

$$dI = -\sigma I dx$$

показатель
ослабления

$$I(x) = I_0 e^{-\sigma \cdot x}$$

В атмосфере и в океане

$$\sigma = \sigma(\lambda)$$



Pierre Bouguer
1698-1758

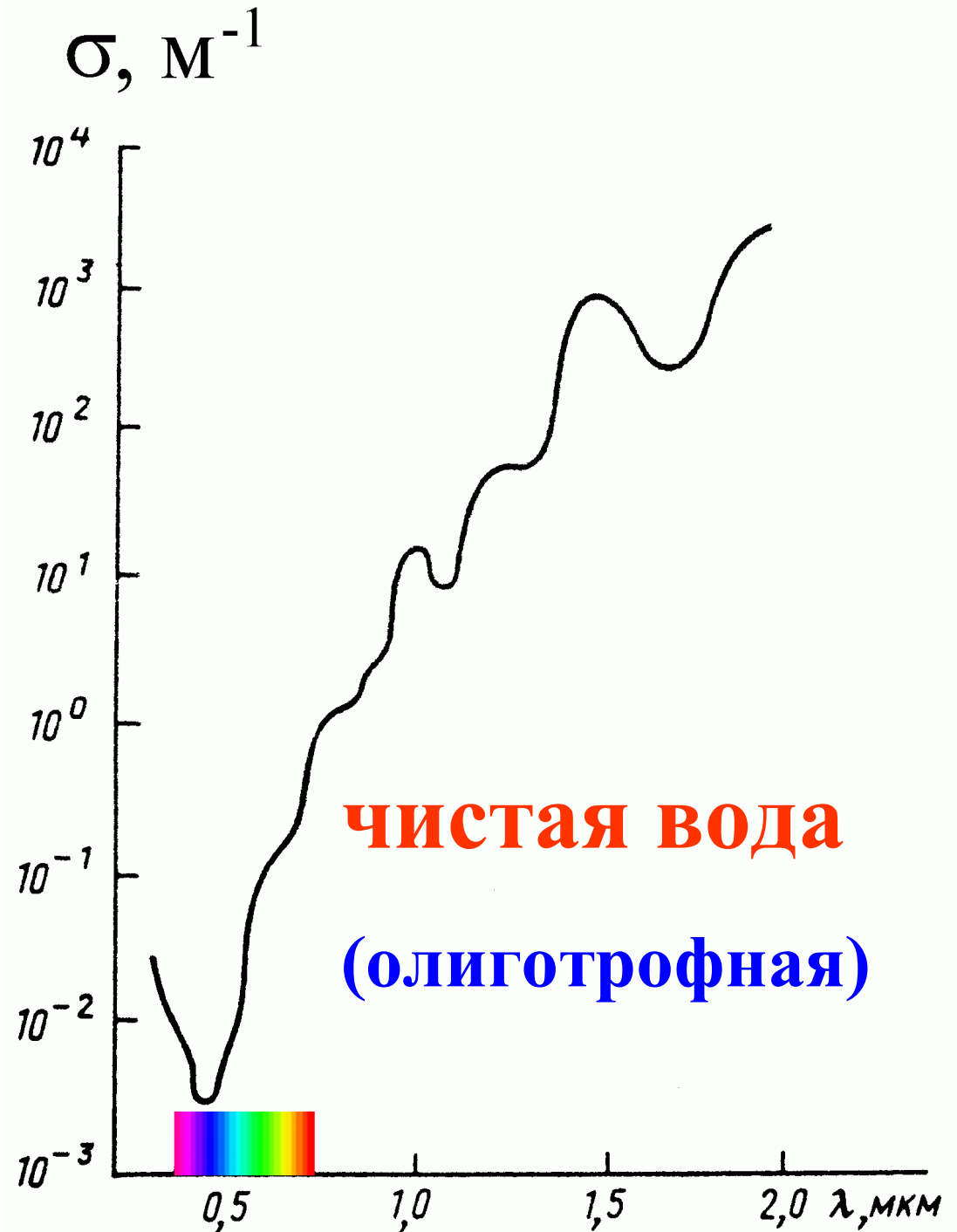
French
mathematician,
geophysicist,
geodesist, and
astronomer

Коэффициент
ослабления для
морской воды

$$I(x) = I_0 e^{-\sigma x}$$

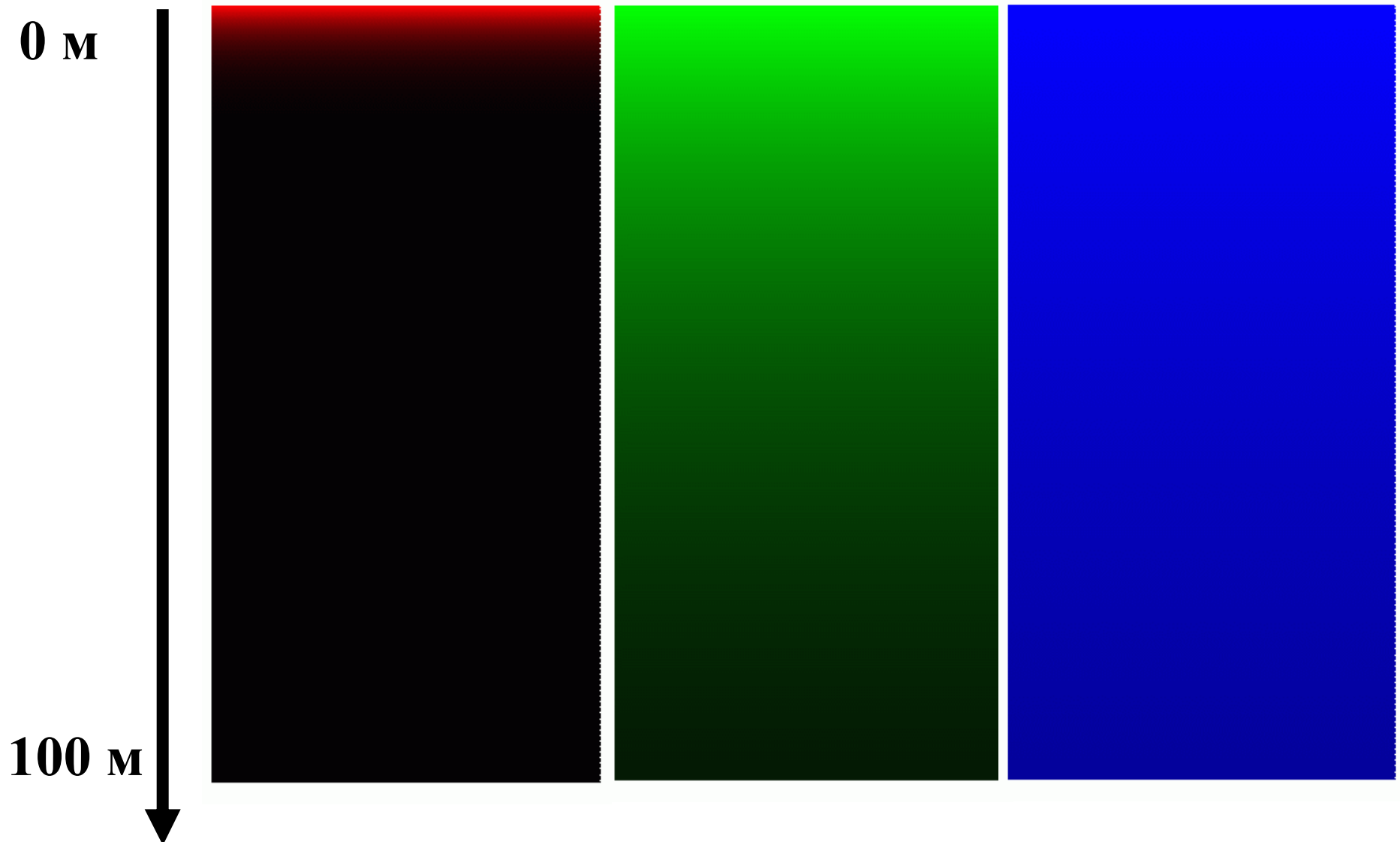
$$\sigma = \sigma(\lambda)$$

наличие
желтого вещества
меняет вид
зависимости



Ослабление света с глубиной в чистой воде

$$\sigma=0.27 \text{ м}^{-1} \quad \sigma=0.023 \text{ м}^{-1} \quad \sigma=0.005 \text{ м}^{-1}$$



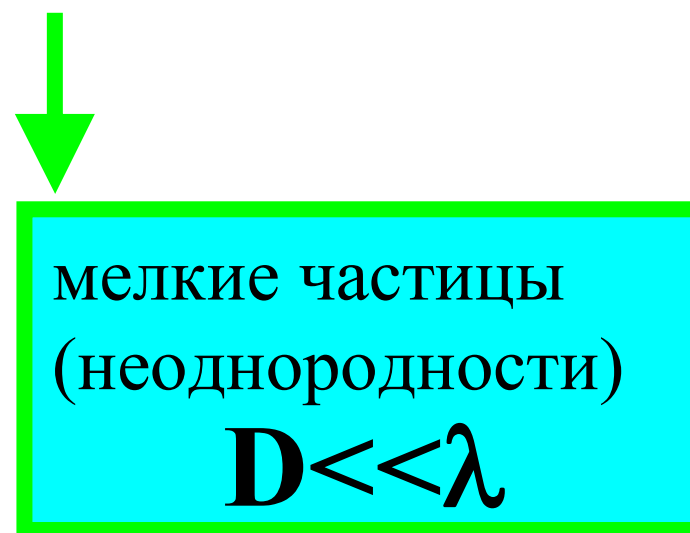
Ослабление электромагнитного излучения есть следствие факторов:

1. Поглощения (переход энергии в тепло)

2. Рассеяния («переизлучения»)



рассеяние Ми

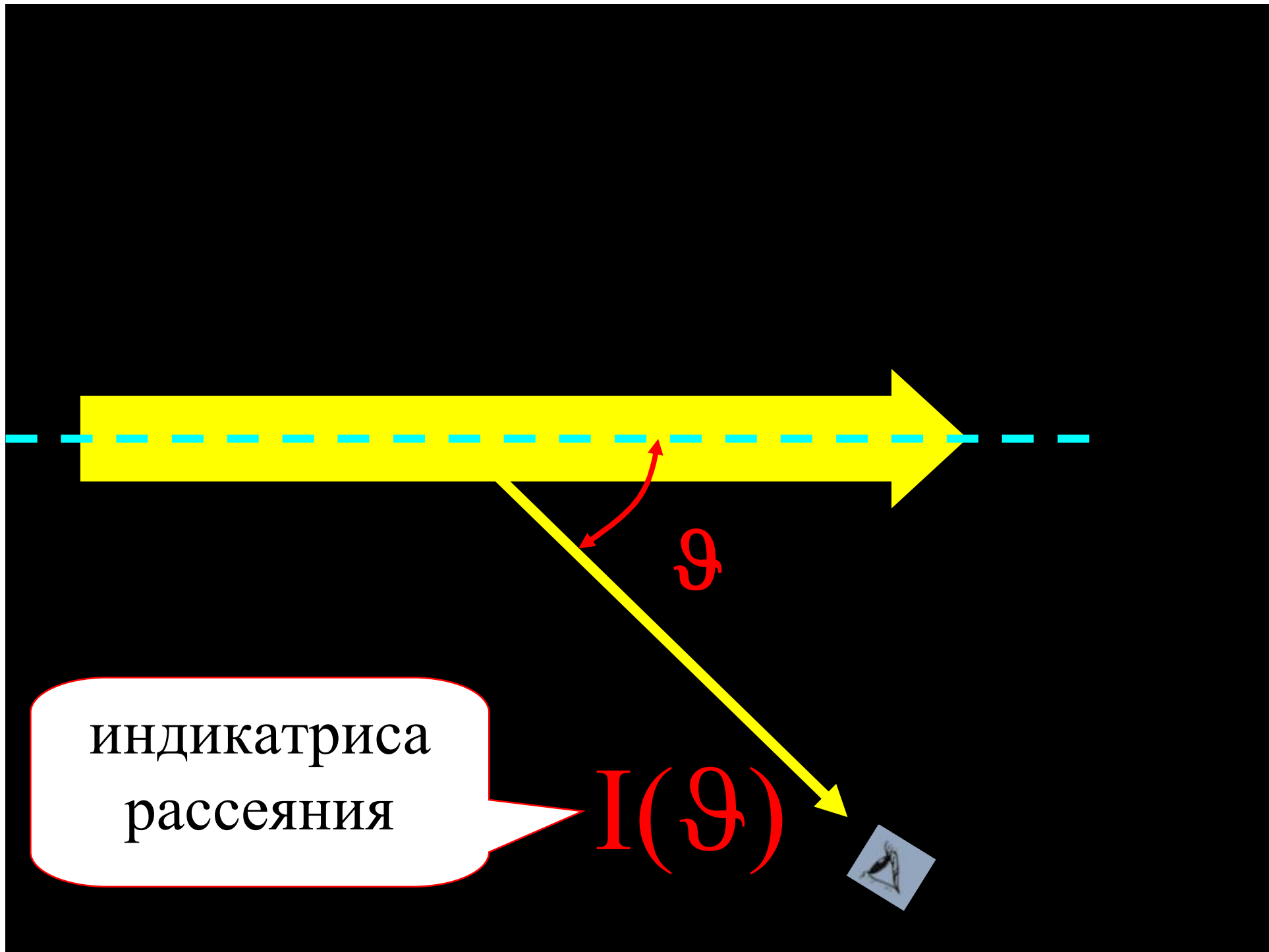


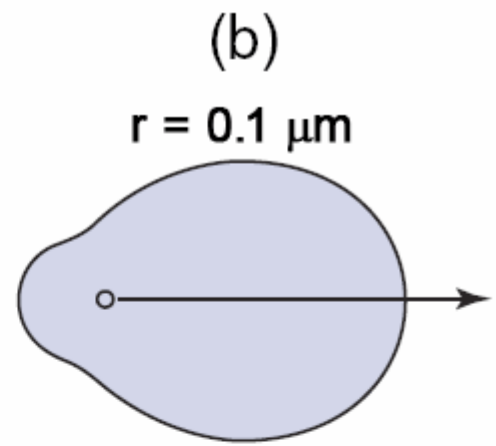
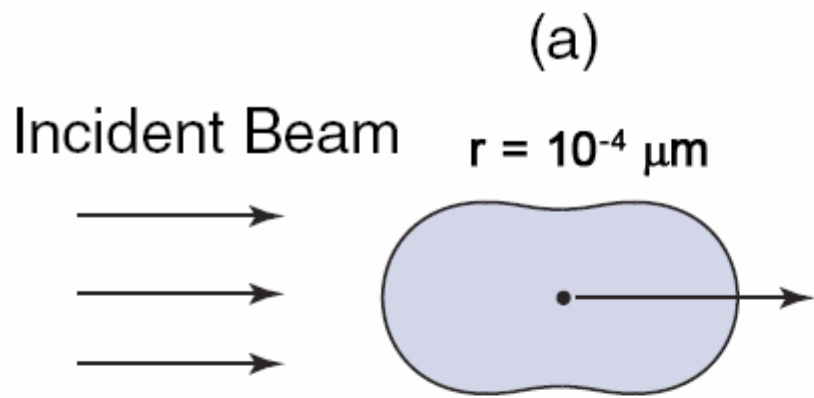
рассеяние Рэля
или молекулярное

индикатриса
рассеяния

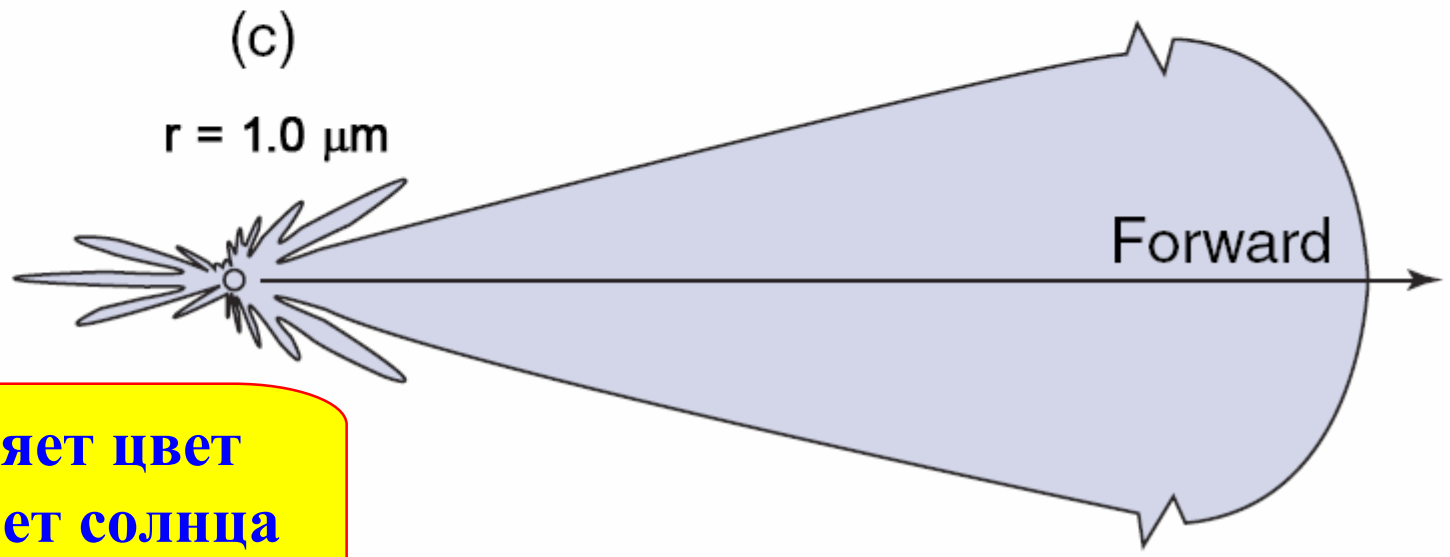
$$I(\vartheta)$$

ϑ





$$I \sim \frac{1}{\lambda^4} [1 + \cos^2 \vartheta]$$

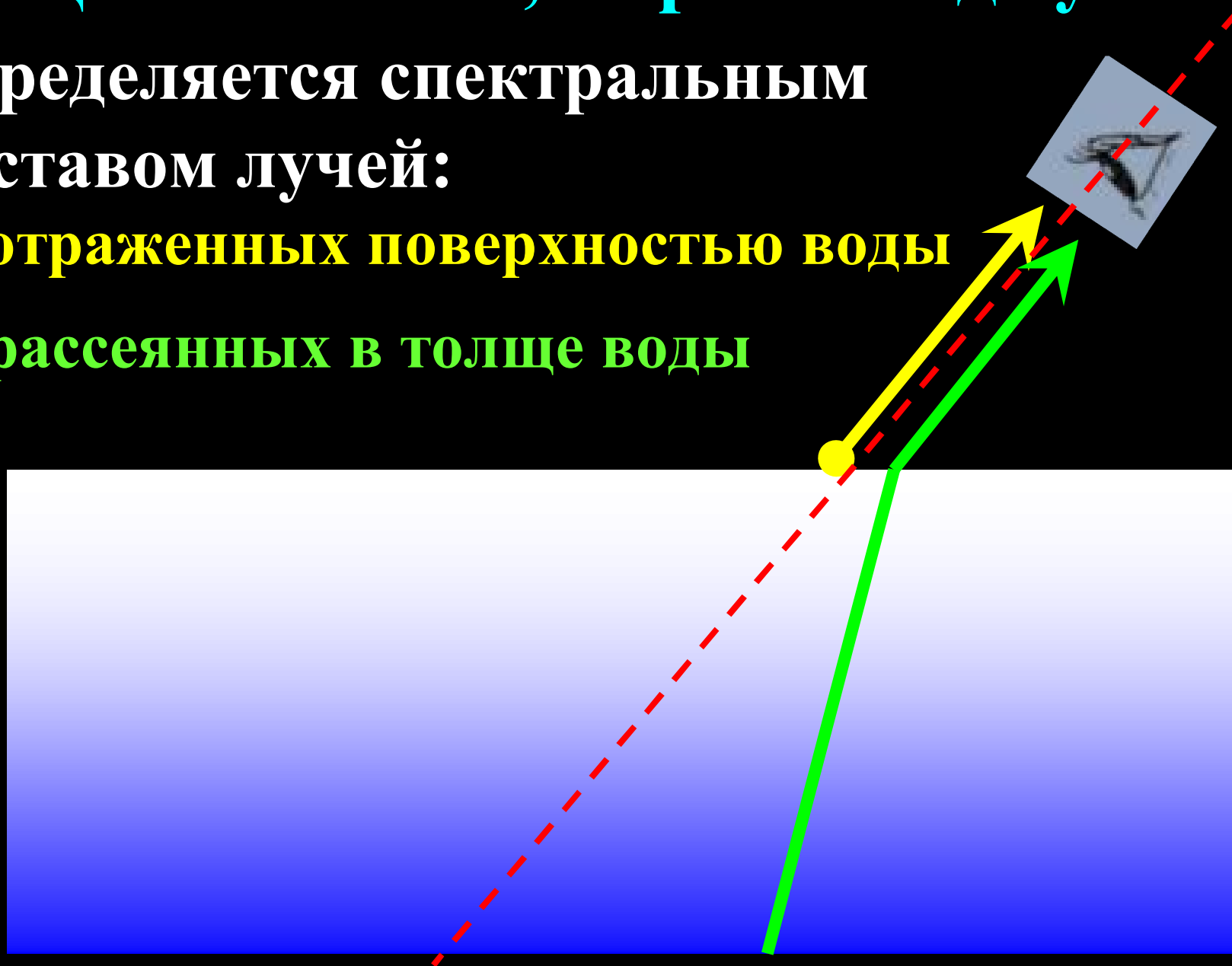


**определяет цвет
неба и цвет солнца
на закате**

Цвет океанов, морей и вод суши

определяется спектральным составом лучей:

1. отраженных поверхностью воды
2. рассеянных в толще воды



Коэффициент отражения неполяризованного излучения на границе «воздух-вода» как функция угла падения

