

Беляев Алексей Юрьевич

Институт водных проблем РАН

**Особенности процессов фильтрации грунтовых
вод в неоднородной среде**

Ноябрь 2020

Задача о дамбе

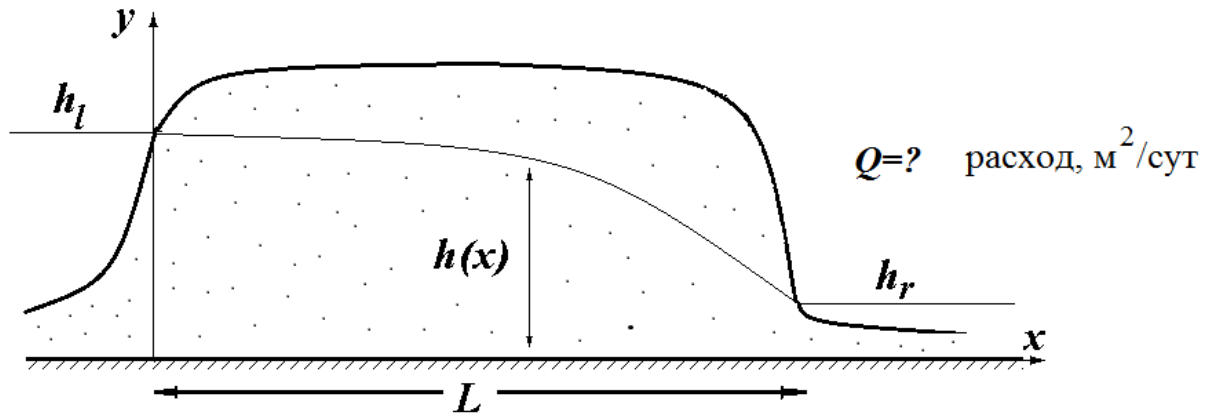


Рис. 1

Dupuit (1849)

$$T(h) \frac{dh}{dx} = -Q, \quad T(h) = kh,$$

$$h(x)|_{x=0} = h_l \quad h(x)|_{x=L} = h_r$$

$$Q = Q(h_l, h_r, L, k) = \frac{k}{2L} (h_l^2 - h_r^2)$$

Для фильтрационно неоднородной среды

$$k = k(x, y)$$

$$T(x, h) = \int_0^h k(x, y) dy$$

Пусть

$$k_1 \leq k(x, y) \leq k_2$$

Полагаем

$$k(x, y) = k_1 \rightarrow Q = Q_1$$

$$k(x, y) = k_2 \rightarrow Q = Q_2$$

$$\Rightarrow Q_1 \leq Q \leq Q_2 ?$$

Теорема сравнения:

$$k_1(x, y) \leq k_2(x, y) \quad \forall(x, y)$$

$$\Rightarrow Q_1 \leq Q_2$$

Задача о притоке в котлован или колодец

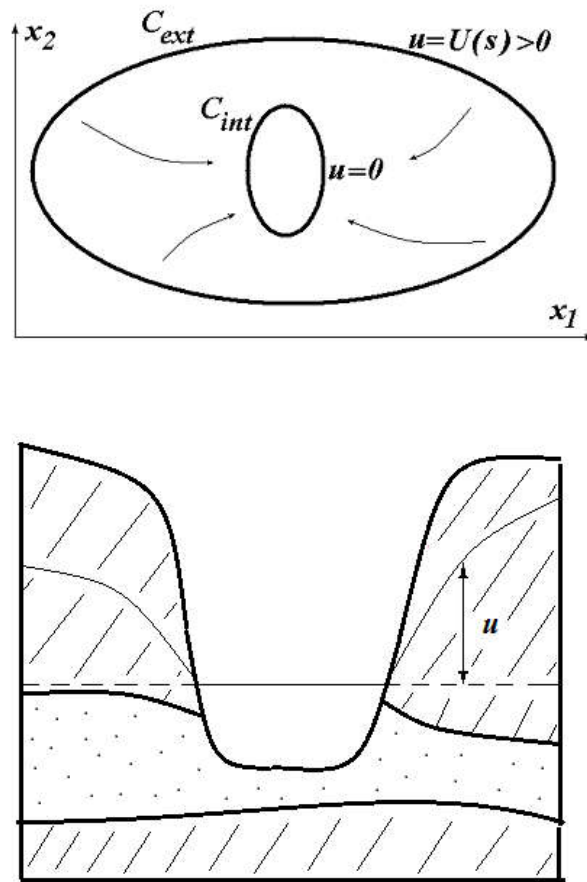


Рис. 2

Искомая функция – напор

$$u = u(x_1, x_2)$$

Удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(T \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(T \frac{\partial u}{\partial x_2} \right) = 0$$

Требуется оценить полный приток приток воды в котлован

$$Q = - \oint_{C_{int}} T \frac{\partial u}{\partial n} ds$$

$$T = T(x_1, x_2)$$

коэффициент водопроводимости водоносного горизонта

Пусть

$$T_1(x_1, x_2) \leq T_2(x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2)$$

Верно ли, что

$$Q_1 \leq Q_2 ?$$

Теорема

Если на внешнем контуре $U(s)$ равно константе, то верно, а если нет, то

$$\forall T_1(x_1, x_2) \quad \exists T_2(x_1, x_2)$$

такое, что

$$T_2(x_1, x_2) \geq T_1(x_1, x_2) \quad \forall (x_1, x_2)$$

но

$$Q_2 < Q_1$$

Задача об обводнении болотного массива



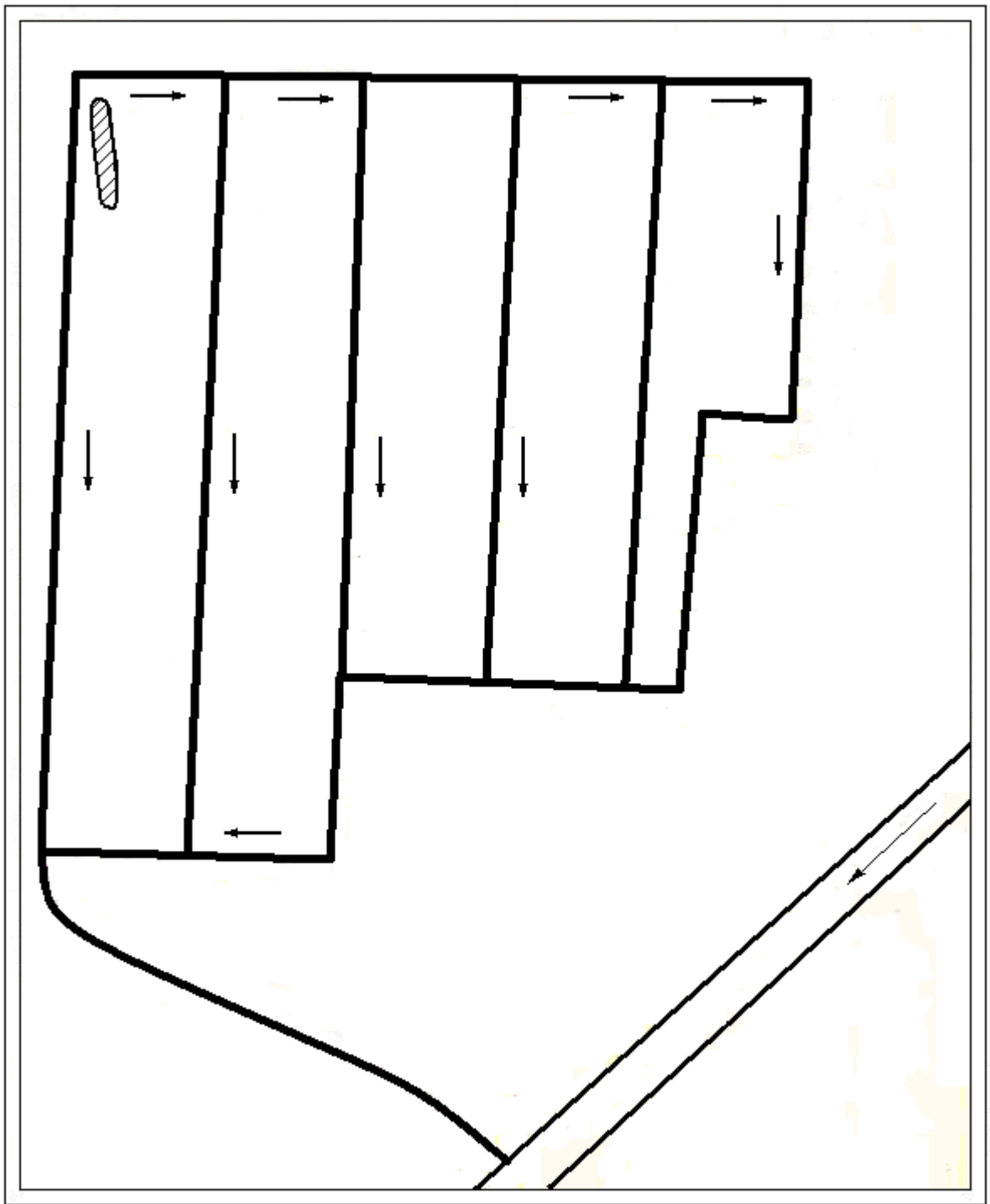


Рис. 3

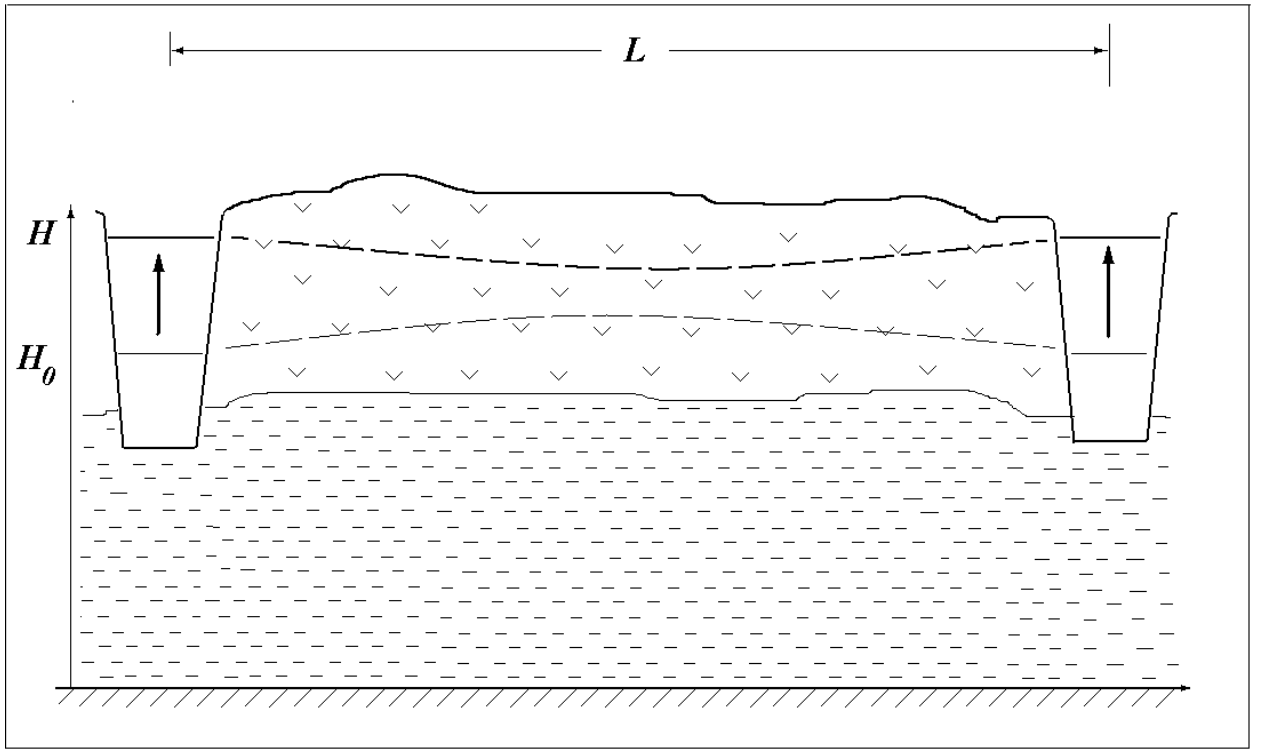


Рис. 4

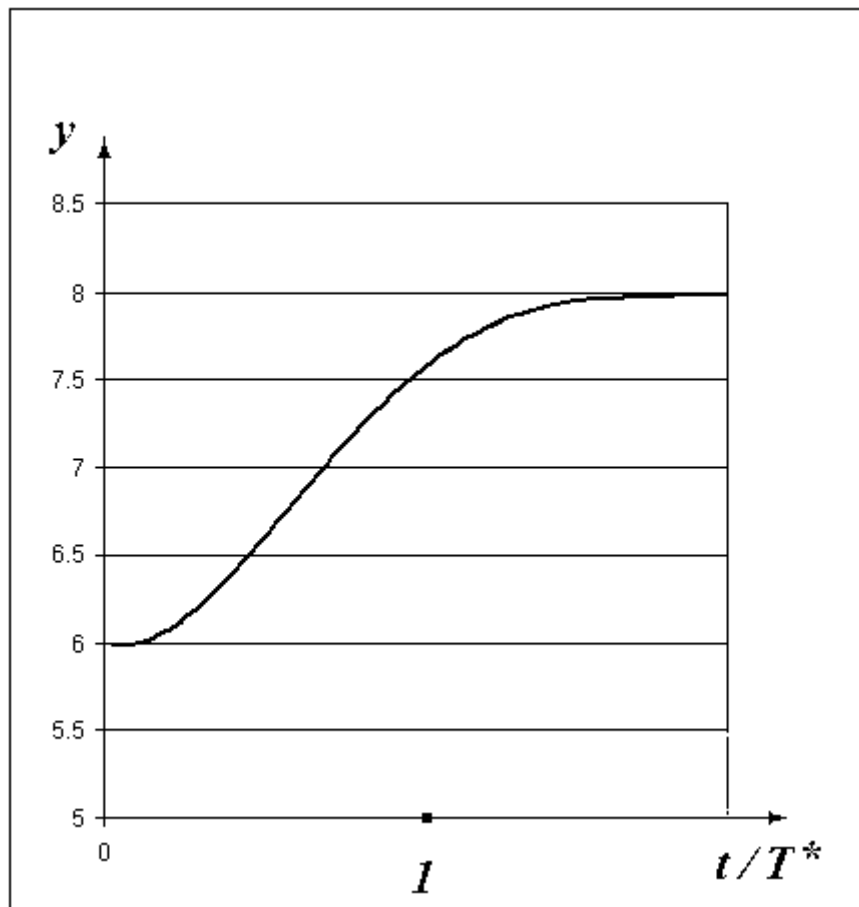


Рис. 5

Задача: Верно ли, что характерное время восстановления уровня T^* монотонно убывает с ростом коэффициентов фильтрации в неоднородном грунте?

Определение T^* :

$$\frac{1}{T^*} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln(H - h(x))}{t}$$

т.е. при больших временах

$$H - h(x) \approx \exp(-t / T^*)$$

Теорема; Да, верно.

Контрпример

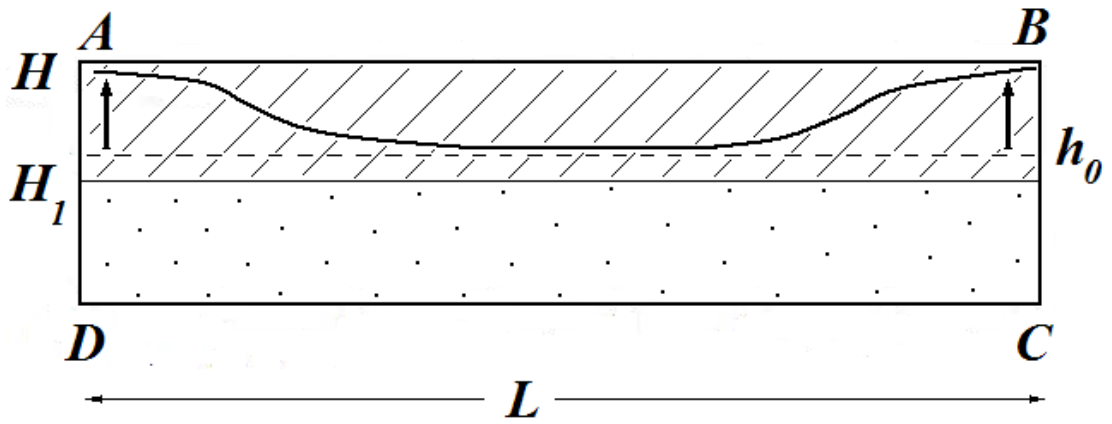
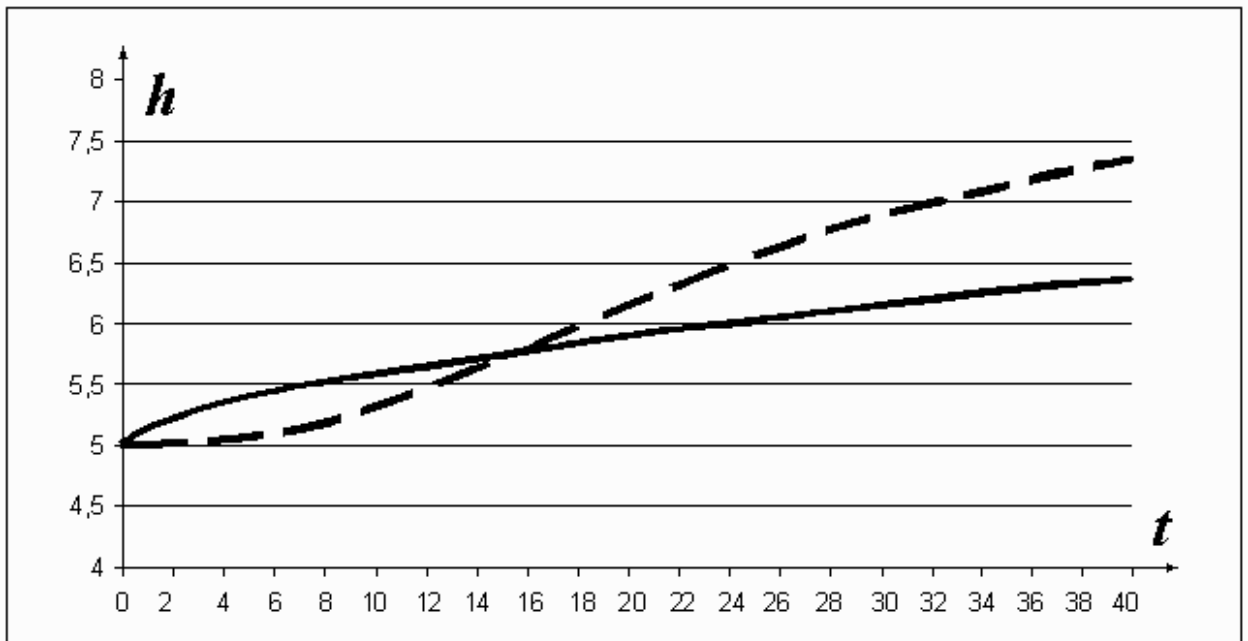


Рис. 6



Публикации

Alexey Beliaev, Gennady Krichevets. Qualitative Effects of Hydraulic Conductivity Distribution on Groundwater Flow in Heterogeneous Soils // *Fluids* 2018, Volume 3, Issue 4, 102. DOI: 10.3390/fluids3040102

A.Yu.Beliaev and R.G.Dzhamalov. Specific properties of groundwater flows in heterogeneous media // *Water Resources*, 2018, Vol. 45, Suppl. 2, pp. S8–S16. DOI: 10.1134/S0097807818060192

А.Ю.Беляев, Г.Н.Кричевец, Н.П.Ахметьева. Методы теории фильтрации в задачах, возникающих при обводнении болотных массивов // *Водные ресурсы*, 45(4), 385-395 (2018). DOI: 10.1134/S0321059618040065