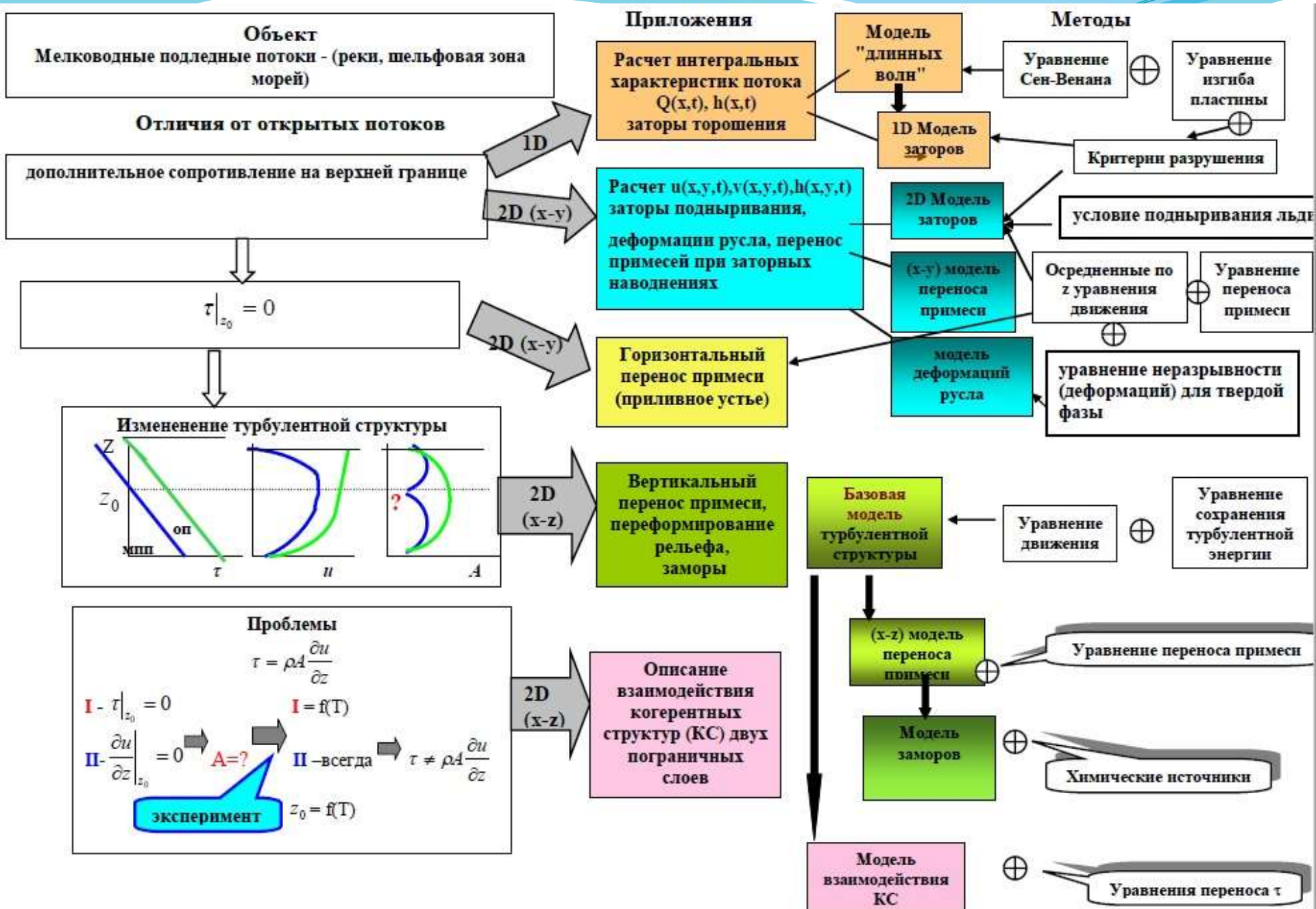


An aerial photograph showing a subglacial river channel. The channel is a narrow, winding path of dark water or slush, cutting through a vast, flat, snow-covered landscape. The walls of the channel are composed of layered, sedimentary rock, showing distinct horizontal strata. The surrounding terrain is mostly flat and covered in snow, with some sparse, low-lying vegetation visible on the left side. In the background, a road with several vehicles is visible, indicating the proximity of a populated area.

Динамика речных подледных потоков

Дебольская Елена Ивановна
д.т.н., вед.н.с. ИВП РАН



Выбор размерности

Область применения

1-D

искусственные водотоки
узкие реки
протяженные прямые участки рек $B \ll L$
призматическое беспойменное русло

2-D

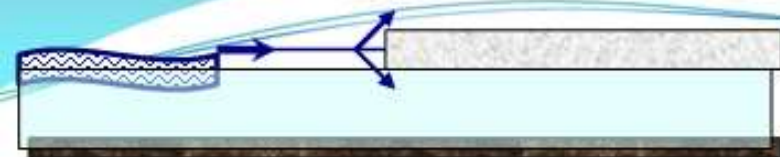
широкие реки
сложный рельеф дна
повороты, сужение русла

Модель взаимодействия длинноволновых возмущений с ледяным покровом

Уравнения Сен-Венана + уравнение изгиба тонкой ледяной пластины на упругом основании

$$D\nabla^4 \xi + \rho_l h \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = q$$

$q = -(p|_{z=z_+} - p|_{z=z_-})$ интенсивность поперечной нагрузки $p|_{z=z_+} = p_e = \gamma_e(z_n - z_+)$, $p|_{z=z_-} = p_n$



Для открытых русел:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QU}{\partial x} + g\omega \frac{\partial z_n}{\partial x} + \frac{\tau_0 \omega}{\rho H} - i_0 g \omega = 0$$

$$\tau_0 = \frac{\lambda \rho u^2}{2}$$

$$\lambda = \frac{2gn^2}{R^{1/3}}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial z_n}{\partial t} = 0$$

Для надледного потока:

$$\frac{\partial Q_e}{\partial t} + \frac{\partial Q_e U_e}{\partial x} + g\omega_e \frac{\partial z_n}{\partial x} + \frac{\tau_l \omega_e}{\rho H_e} - i_l g \omega_e = 0$$

$$i_l = i - \frac{\partial z_l}{\partial x} \quad p|_{z=z_-} = p_n$$

$$\frac{\partial Q_e}{\partial x} + B \frac{\partial z_n}{\partial t} - B \frac{\partial z_l}{\partial t} = 0$$

Для подледного потока

$$\frac{\partial Q_n}{\partial t} + \frac{\partial Q_n U_n}{\partial x} + \frac{\omega_n}{\rho} \left(\kappa \frac{\partial z_l}{\partial x} + \gamma_e \frac{\partial z_n}{\partial x} \right) + \frac{\tau_n \omega_n}{\rho H_n} - i_0 g \omega_n = 0$$

$$\kappa = \frac{45D}{B^4} \text{ при закрепленном ледяном покрове}$$

$k \rightarrow 0$ при свободно плавающем ледяном покрове

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu)}$$

$$\frac{\partial Q_n}{\partial x} + B \frac{\partial z_l}{\partial t} = 0$$

U – средняя по живому сечению потока скорость течения

ω – площадь живого сечения

$Q = U\omega$ – расход воды

g – ускорение свободного падения

z_0, z_n, z_l – отметки дна, поверхности воды и льда

ρ – плотность воды

H – глубина потока

i_0 – уклон дна

B – ширина русла

τ – касательное напряжение на твердой границе потока

λ – коэффициент сопротивления Дарси

n – коэффициент шероховатости

$R = \frac{\omega}{\chi}$ – гидравлический радиус

χ – смоченный периметр

D – цилиндрическая жесткость пластины

E – модуль упругости льда, h – толщина льда

μ – коэффициент Пуассона для льда

Модель заторов

Критерии разрушения

- действующие напряжения должны быть не больше допускаемого, то есть предела прочности материала σ_{np}

- максимально возможный прогиб в поперечном направлении характеризует отрыв от берегов, вдольбереговые трещины $\left| \xi_{y, \max} \right| = \frac{\sigma_{np} B^2}{4 E h}$

- поперечное разрушение $\left| \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right|_{\max} \geq \frac{2 \sigma_{np}}{E h}$

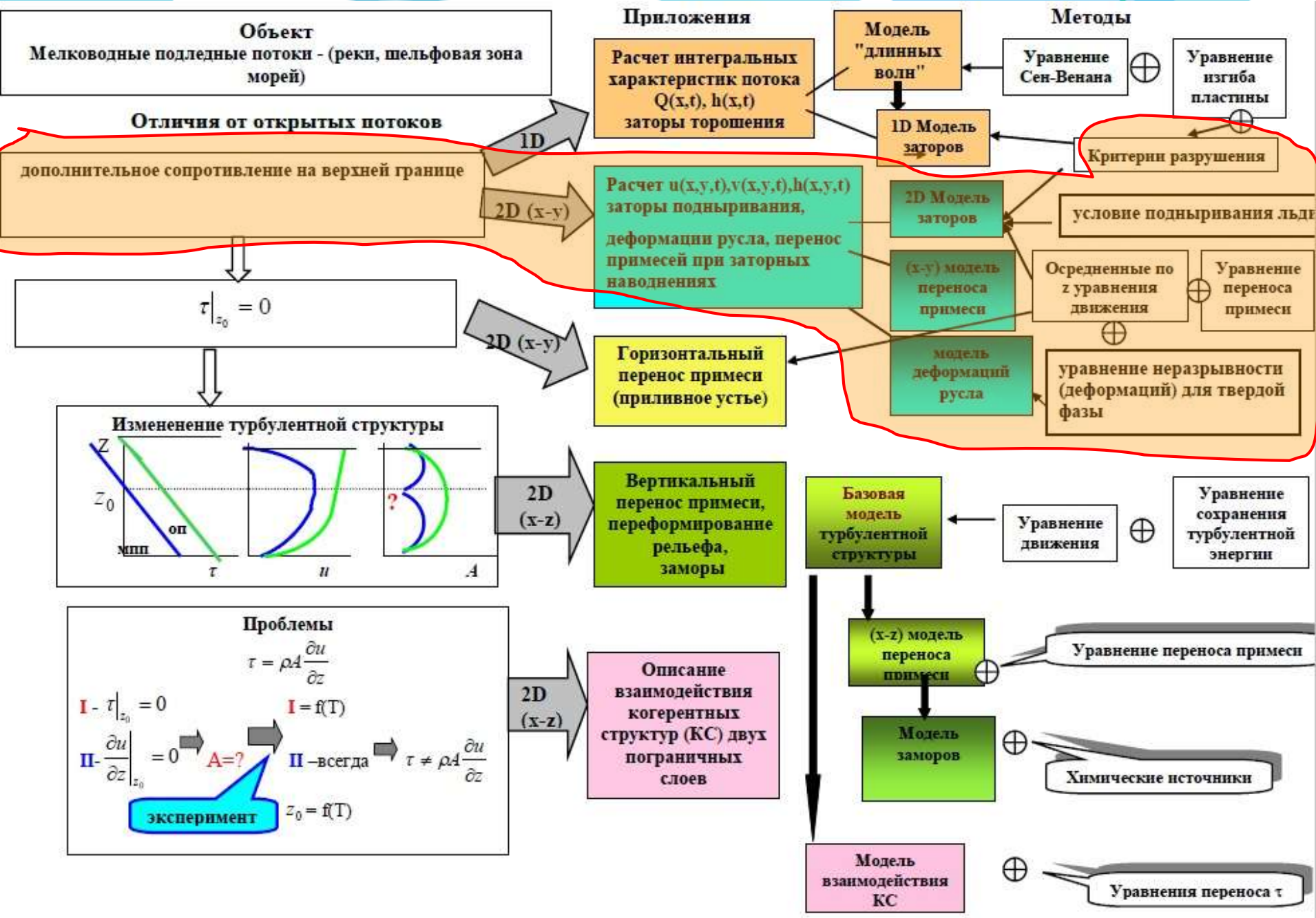
E – модуль упругости льда, h – толщина льда

$\xi = z_{\text{л}}(t) - z_{\text{л}}(0)$ - смещение поверхности льда относительно первоначального положения

1-D моделирование заторов торошения



$$\Delta x \leq \frac{0.1h_n + 0.9h_n}{\frac{dz_n}{dx}} \quad - \text{условие столкновения}$$



Уравнения 2D модели заторов

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_y \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\tau_{ix} - \tau_{bx}}{\rho h} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_y \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\tau_{iy} - \tau_{by}}{\rho h} \right) \quad (2)$$

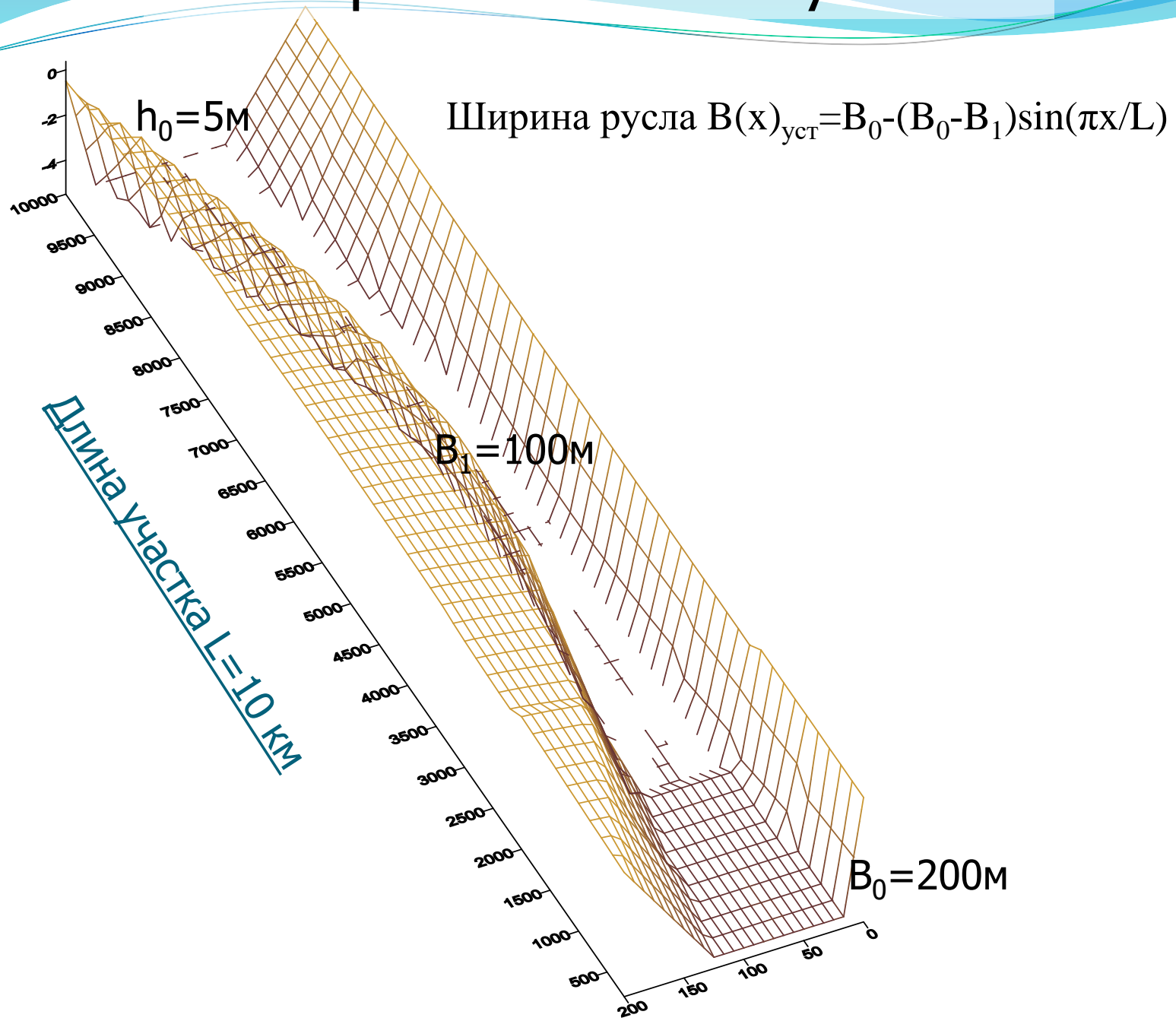
$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

- где x, y – декартовы координаты; u, v – осредненные по глубине потока продольная и поперечная компоненты скорости воды, соответственно; $H = h + h_o$ – уровень или отметка поверхности воды; h_o – отметка дна; h – глубина потока; τ_{ix}, τ_{bx} – компоненты касательного напряжения на дне и поверхности льда, соответственно; A_x и A_y – продольный и поперечный коэффициенты турбулентной вязкости, соответственно.

$$A_x = \gamma_x h u, \quad A_y = \gamma_y h v$$

- где $\gamma_{x,y}$ – эмпирические константы.

Рельеф и начальные условия



Задание условий затора подныривания

Выполнение необходимых критериев:

отрыв льда от берегов

$$\left| \xi_{y, \max} \right| = \frac{\sigma_{np} B^2}{4Eh}$$

поперечное разрушение льда
(отрыв льдин)

$$\left| \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right|_{\max} \geq \frac{2\sigma_{np}}{Eh}$$

критерии подныривания
(Pariset, Hausser, 1961)

$$U_{\text{крит}} = \sqrt{2gh_{\text{л}} \frac{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} \left(1 - \frac{h_{\text{л}}}{h} \right)}$$

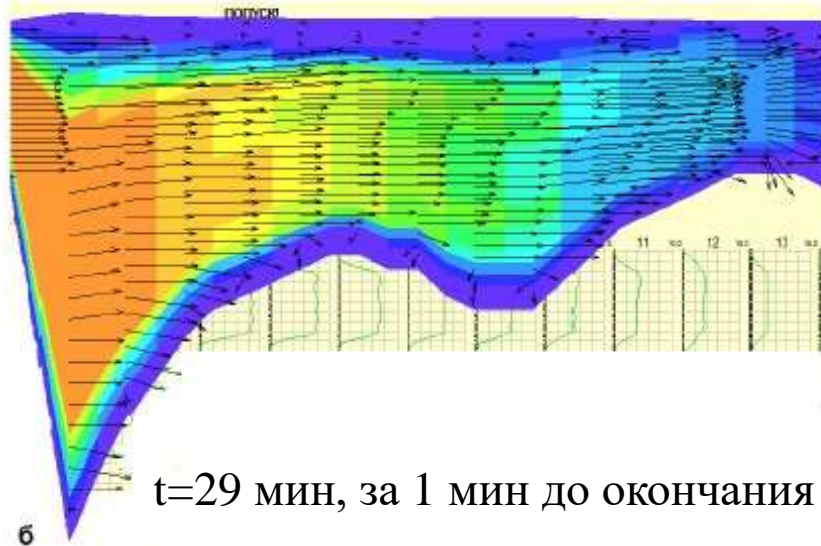
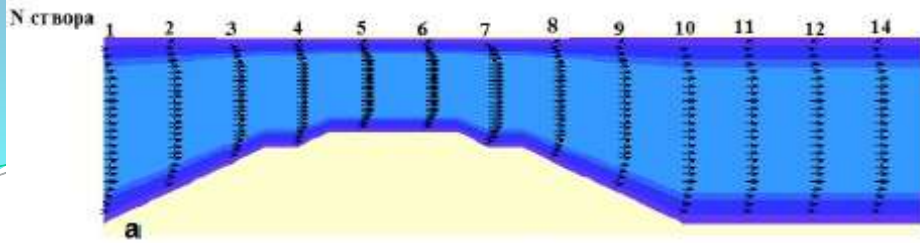
Settings

Change scenario

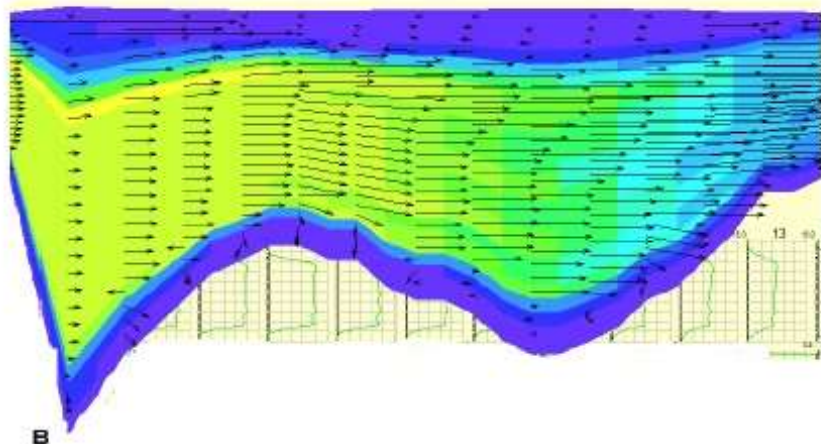
- B0=200m, B1=100m, h0=5m, kdop=3, Tpop=30 min, n=15, hl=1m
- B0=100m, B1=50m, h0=3m, kdop=5, Tpop=20 min, n=15, hl=1m
- B0=200m, B1=100, h0=3m, kdop=5, Tpop=30 min, n=15, hl=1m
- B0=200m, B1=50, h0=5m, kdop=4, Tpop=30 min, n=10, hl=1.5m

OK

Cancel



$t=29$ мин, за 1 мин до окончания действия попуска



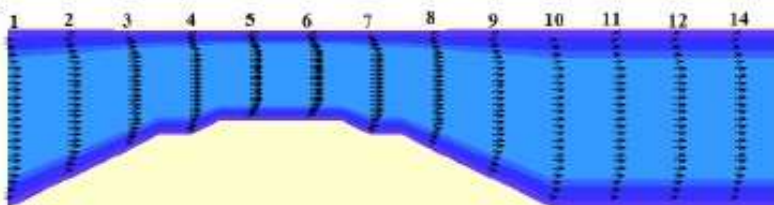
Сценарий 1

$L=15$ км; начальная максимальная глубина потока (по стрежню) - $h_0=5$ м; толщина льда - $h_l=1$ м; $V_0=200$ м и $V_l=100$ м для; параметр попуска $k_{доп}=3$, продолжительность попуска - $T_{попуска}=30$ мин.

$t=45.7$ мин

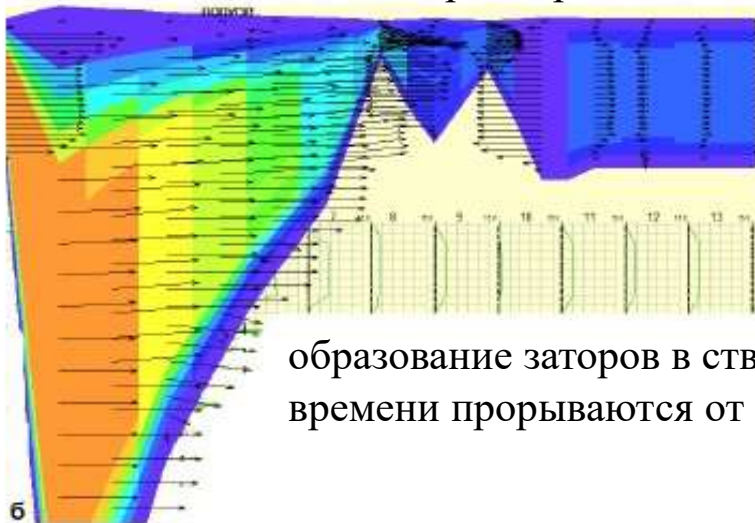
Распространение волны попуска происходит в беззаторном режиме. Затопление поймы связано с изменением уровня только за счет попуска.

Рис. 1.2 План течения и векторы скорости для сценария №1 в различные моменты времени: а - до начала попуска, б - во время попуска, в - после окончания попуска

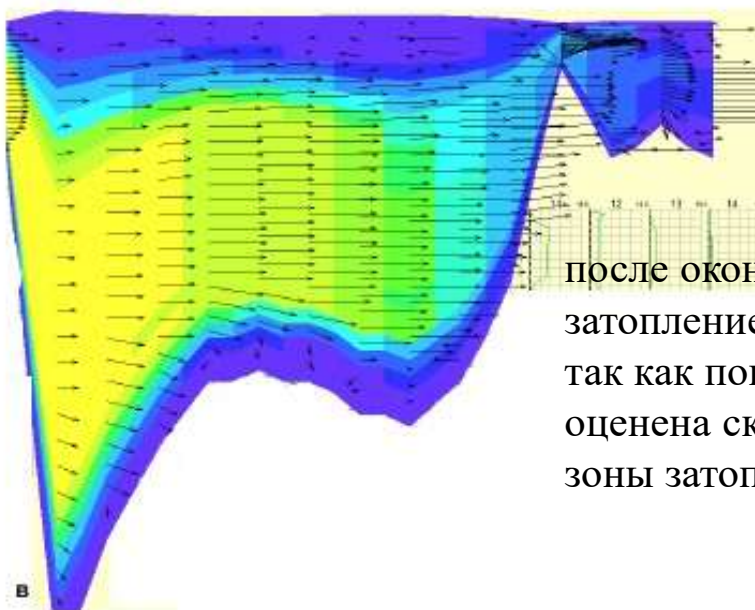


а Начальный стационарный режим

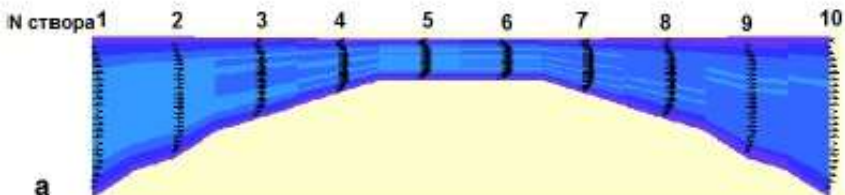
Сценарий 2 с параметрами : $h_0 = 3\text{м}$, $h_l = 1\text{м}$, $B_0 = 200\text{м}$, $B_l = 100\text{м}$, $k_{доп} = 5$, $T_{попуска} = 30\text{ мин}$.



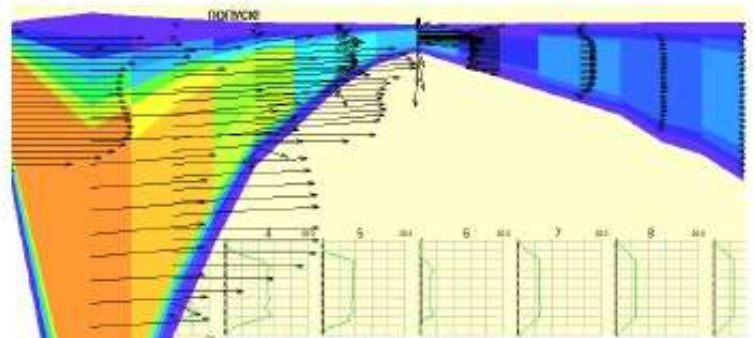
образование затворов в створе № 8 и 10, которые в последующие моменты времени прорываются от воздействия волны попуска



после окончания попуска затвор образуется в створе №11, и затопление поймы продолжается только от воздействия затвора, так как попуск уже прекращен. После этого момента может быть оценена скорость роста заторного уровня и скорость увеличения зоны затопления.



а



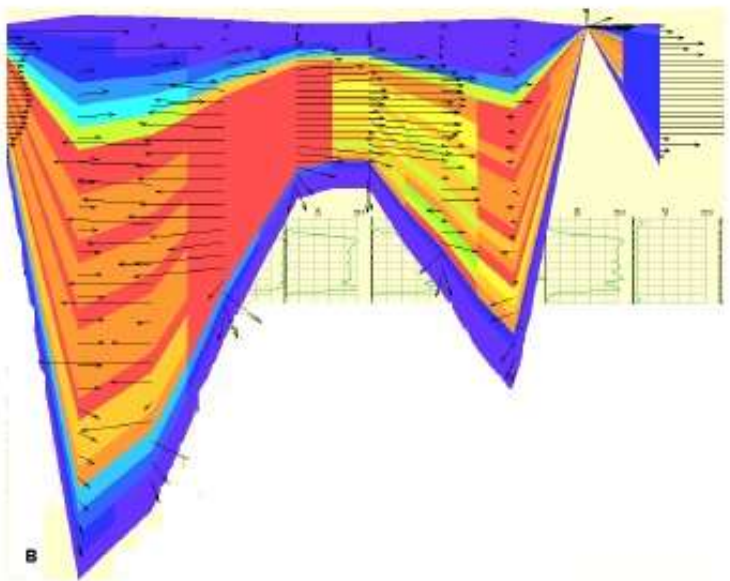
Формирование развитого затора в створе № 6, который в последующие моменты времени прорывается от действия продолжающегося попуска

б

Сценарий 3

$h_0 = 5\text{ м}$, $hl = 1.5\text{ м}$, $B_0 = 200\text{ м}$, $B_1 = 50\text{ м}$,
 $k_{доп} = 4$, $T = 30\text{ мин}$. В отличие от вышеописанных ситуаций, здесь нет прямого участка, и ширина русла вдоль всего расчетного участка изменяется в соответствии с зависимостью:

$$B = B_0 - (B_0 - B_1) \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$



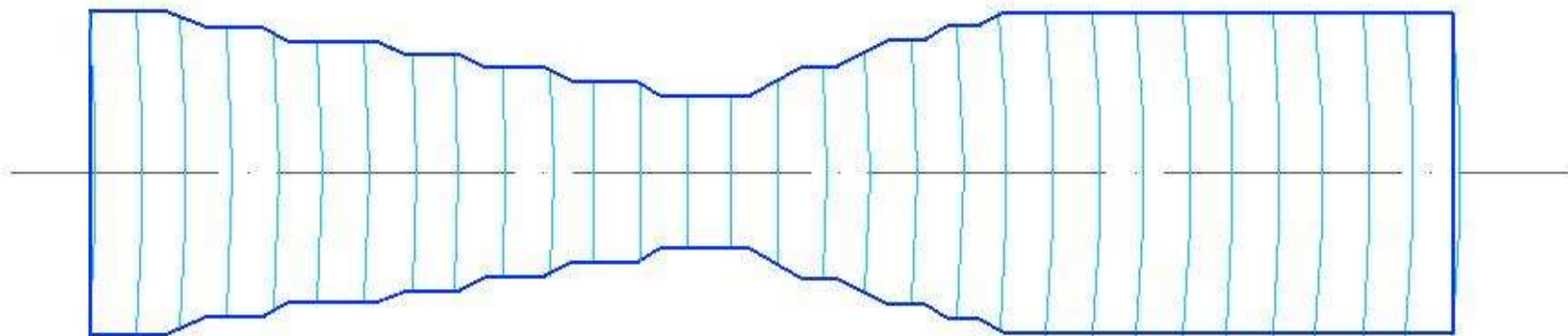
Формируется более мощный затор в створе № 9 уже в отсутствие попуска

в

Распространение загрязнений во время заторного наводнения



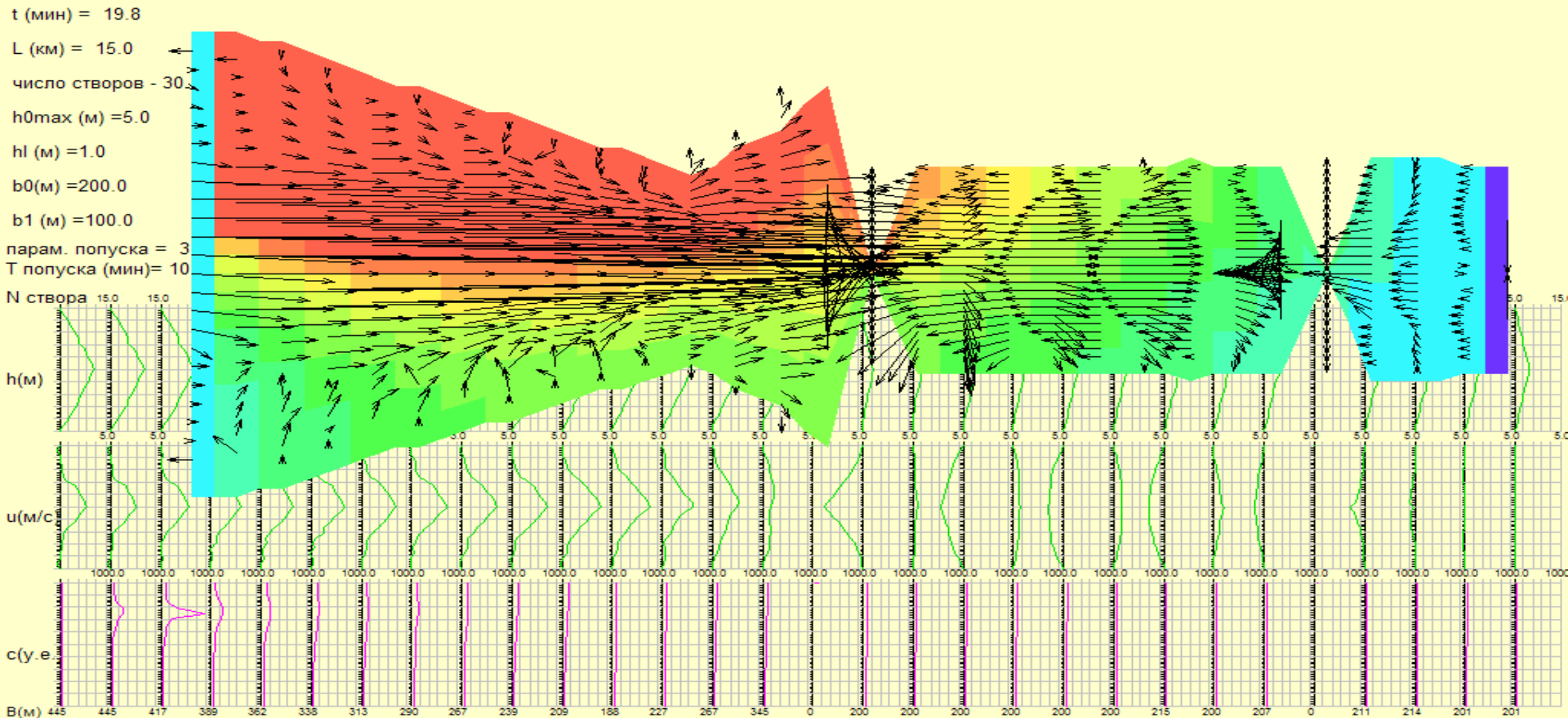
Схема постановки задачи



Варьировались параметры:

- форма поперечного сечения (треугольная и трапецеидальная);
- углы наклона боковых граней трапеции – величины береговых откосов русла и поймы;
- форма русла (сочетание прямолинейных участков с сужениями и расширениями);
- интенсивность попуска с гидроузла – отношение высоты волны попуска к максимальной начальной глубине невозмущенного потока;
- толщина ледяного покрова;
- положение кромки льда относительно гидроузла (длина полыньи);
- начальная глубина потока.

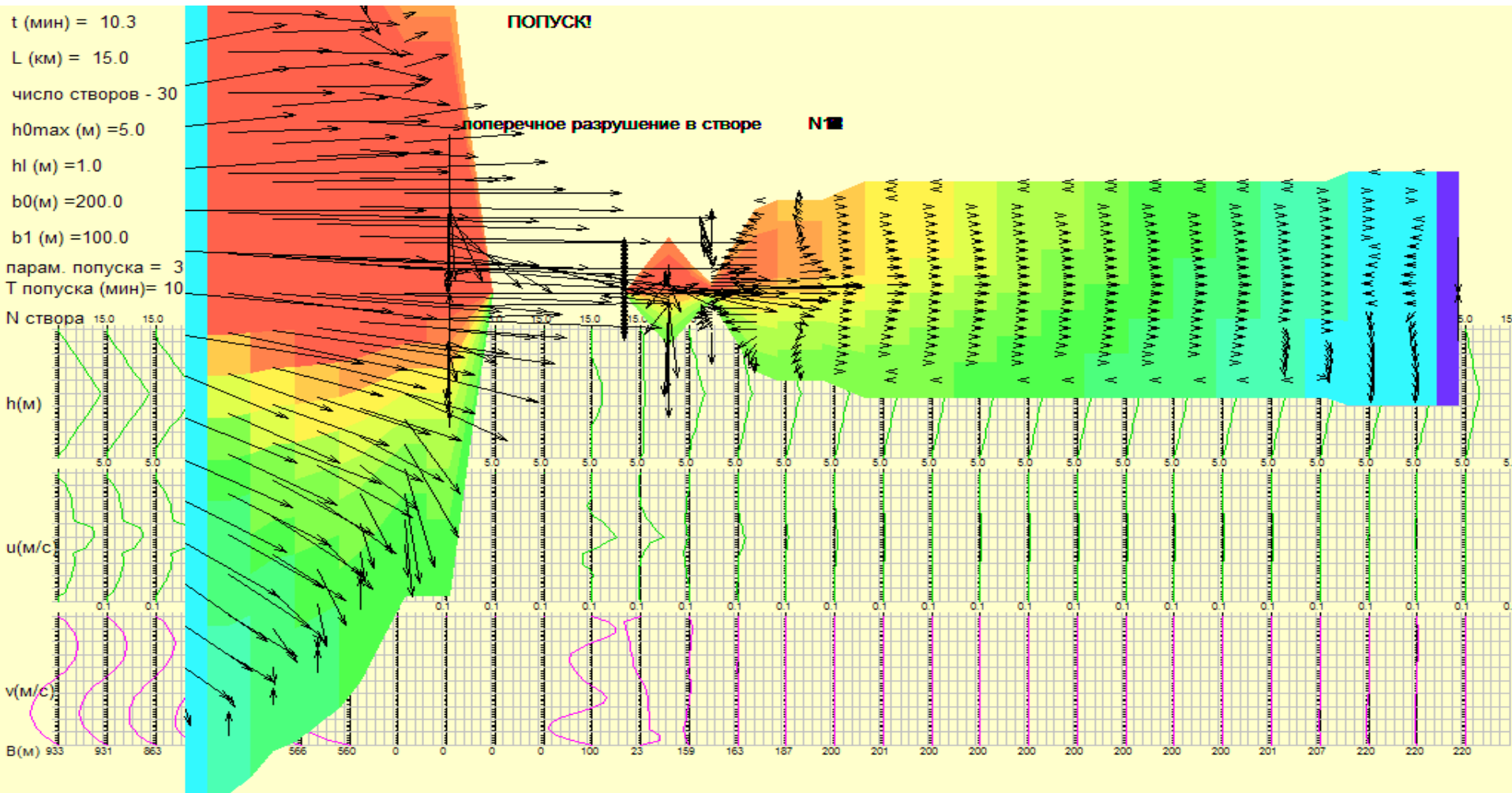
Модель распространения загрязнений при наводнении от затора



Ситуация после окончания попуска в русле с треугольным симметричным сечением, максимальной начальной глубиной $h_0=5\text{ м}$, углами пойменных террас, совпадающими с углами русловых откосов, толщиной льда $h_{\text{л}}=1\text{ м}$, параметром попуска $k_{\text{поп}}=3$,

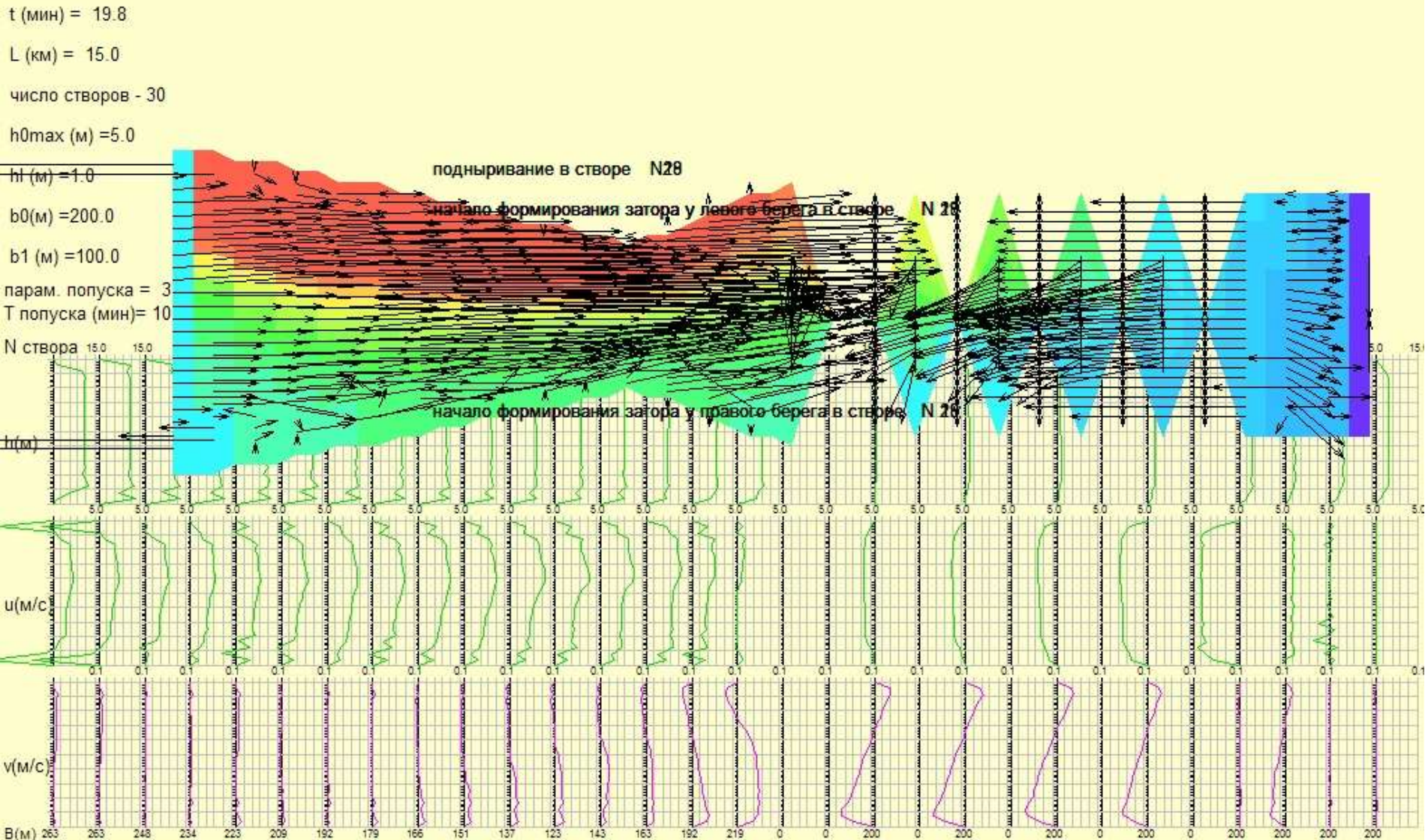
План течения, векторы скорости и поперечные эпюры глубин, скоростей и концентраций примеси для сценария №1

Модель распространения загрязнений при наводнении от затора



Ситуация, в которой углы пойменных склонов задаются в два раза меньшими, чем в предыдущем случае.

Модель распространения загрязнений при образовании затора



Ситуация, отличающаяся от первой заданием трапецидальной формы русла.

Русловые деформации, вызванные заторами и волнами

2-D Модель заторов + 2-D модель деформаций дна (твердая фаза)

$$\frac{\partial}{\partial t}((1-p)z_b) + \frac{\partial Q_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{sy}}{\partial y} = 0$$

где z_b – отклонение поверхности дна, p – пористость донного материала,
 Q_{sx} , Q_{sy} – продольная и поперечная составляющие расхода наносов на единицу ширины.
Зависимость Энгелунда, не предусматривающая деление наносов на взвешенные и донные:

$$Q_{sx} = 0.05u^2 \left(\frac{\tau_{bx}}{(\rho_s - \rho)gd} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{d}{(\rho_s/\rho - 1)g}}$$

где d – средний диаметр частиц, ρ_s – плотность частиц, ρ – плотность воды.

$$Q_{sy} = 0.05v^2 \left(\frac{\tau_{by}}{(\rho_s - \rho)gd} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{d}{(\rho_s/\rho - 1)g}}$$

Варьируемые параметры:

гидрограф попуска;
форма поперечного сечения;
толщина ледяного покрова;
длина полыньи;
пористость грунта

Оцениваемые параметры:

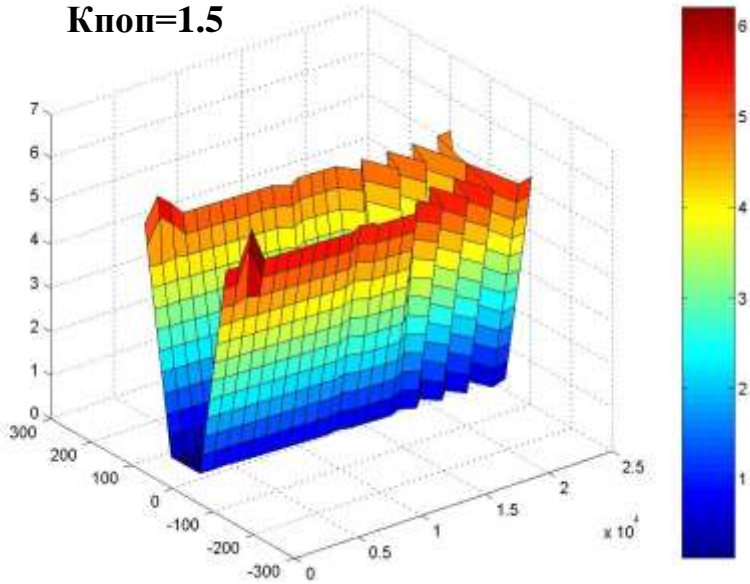
Ширина разлива реки
Вертикальные деформации
Изменения поперечных сечений
Площади размыва-аккумуляции
Объемы перенесенного грунта

Влияние гидрографа попуска с гидроузла

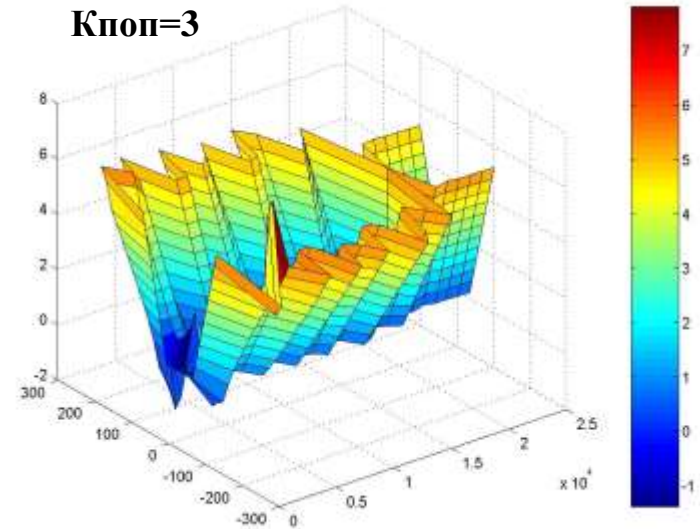
результат расчета через 6000 сек от начала попуска

$H_0=5$ м, $B_0=200$ м, $T_{\text{поп}}=3000$ с, $L_{\text{полыни}}=4000$ м, пористость $e=0.5$, $h_{\text{льда}}=1$ м, поперечное сечение – несимметричная трапеция, варьируется параметр попуска $K_{\text{поп}}$

$K_{\text{поп}}=1.5$



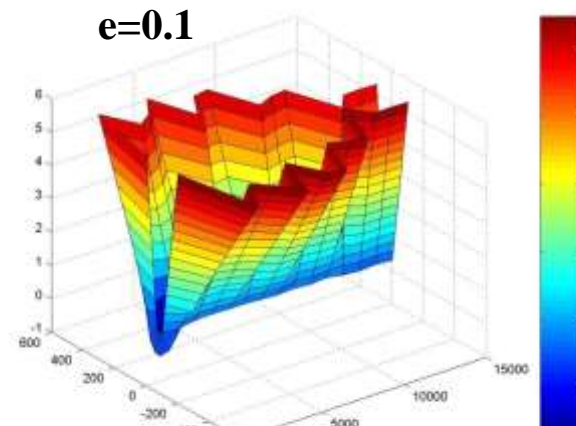
$K_{\text{поп}}=3$



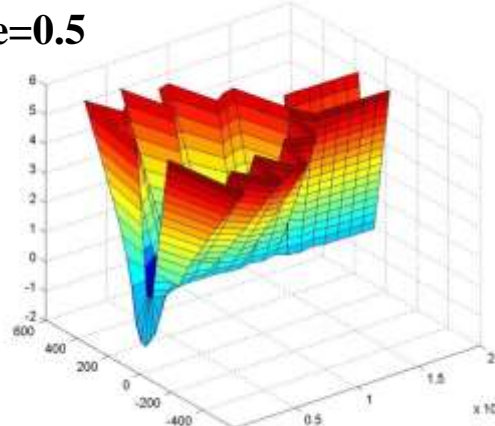
Влияние пористости грунта

варьируется пористость e

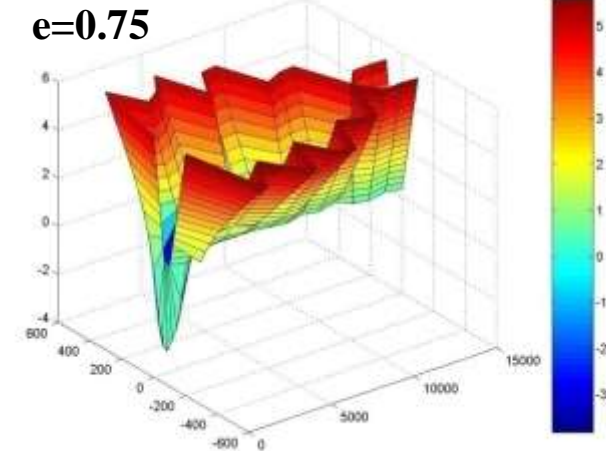
$e=0.1$



$e=0.5$



$e=0.75$

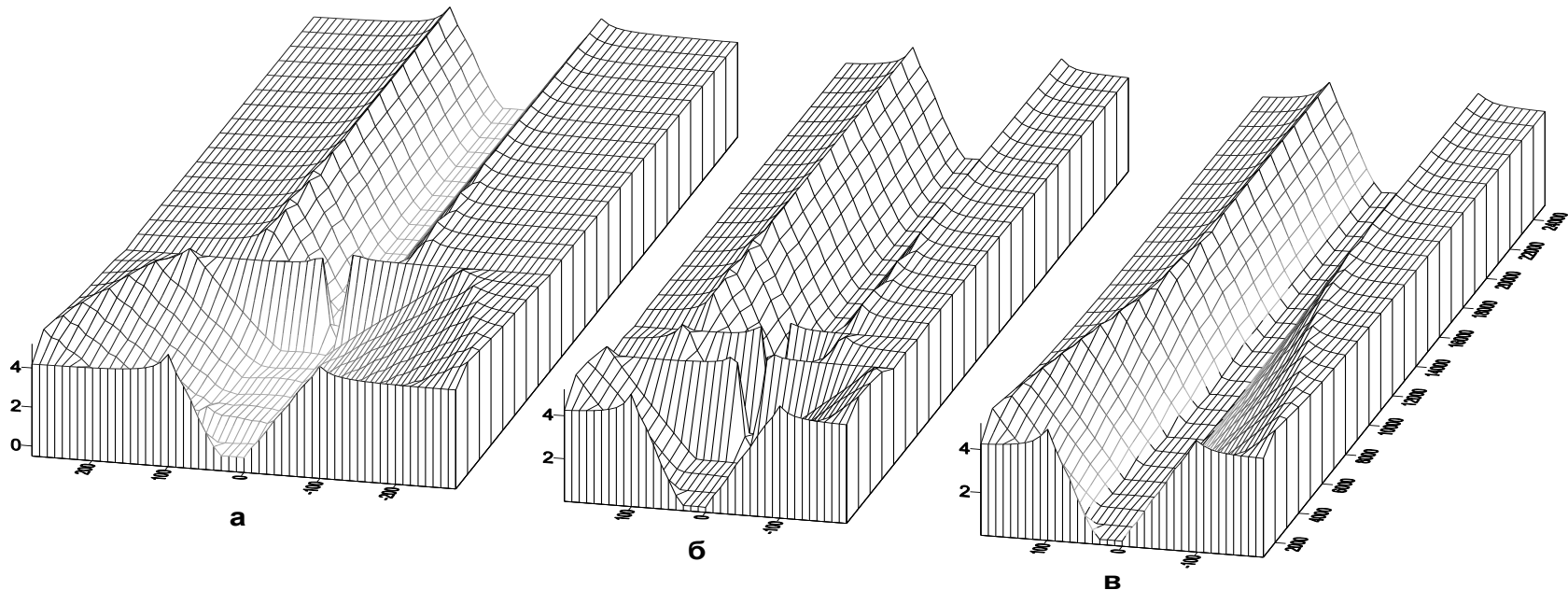


Сценарий с начальной глубиной потока 5 м, толщиной льда 1 м, первоначальной шириной русла 200 м, коэффициентом шероховатости дна в русле $0.03 \text{ с/м}^{1/3}$, на пойме $0.045 \text{ с/м}^{1/3}$. Длина расчетного участка 25 км, первоначальная форма поперечного сечения – скошенная трапеция, кромка льда находилась в 5 км ниже створа плотины:

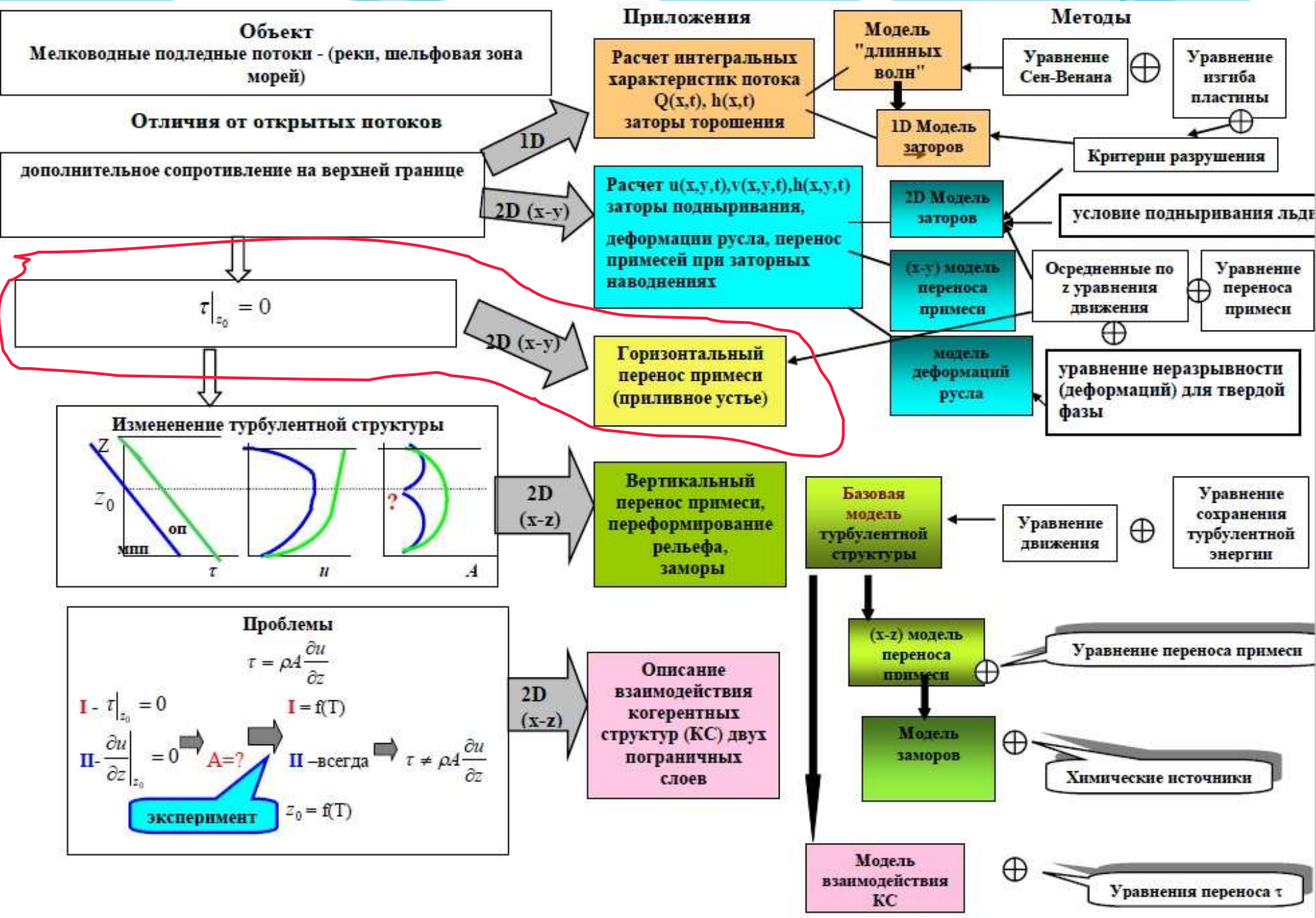
а) после 20 минут попуска, высота которого в три раза превосходила первоначальную глубину потока ($k_{por} = 3$), образовался один затор на расстоянии 8 км от плотины;

б) после 20 минут попуска, высота которого в 2 раза превосходила первоначальную глубину потока ($k_{por} = 2$), образовалось два затора на расстояниях 6 и 8 км от плотины;

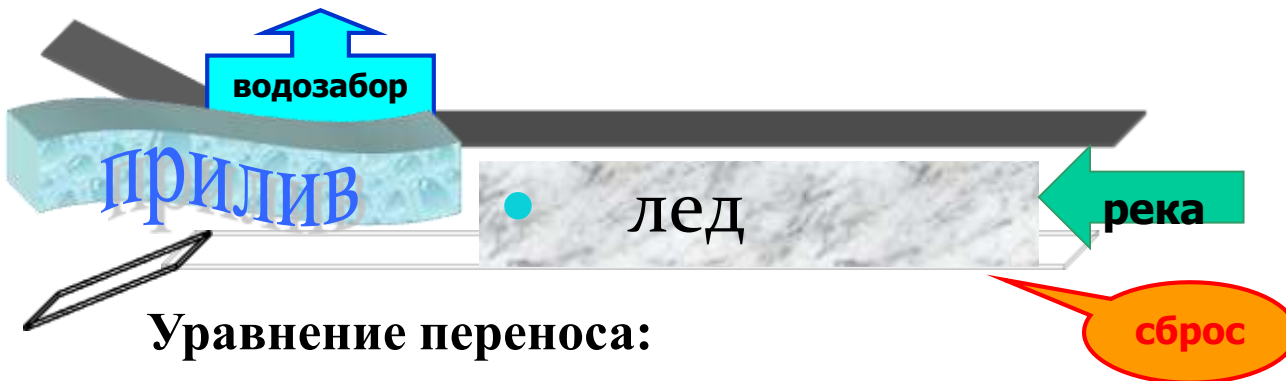
в) после 20 минут попуска ($k_{por} = 2$) в отсутствии льда.



Рельефы русла через 20 мин попуска $k_{non} = 3$ в потоке со льдом (а), $k_{non} = 2$ в потоке со льдом (б), $k_{non} = 2$ в открытом потоке (в).



2D ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНАЯ (X-Y) МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ



Уравнение переноса:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \gamma_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(|u| H \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \gamma_2 \frac{\partial}{\partial y} \left(|u| H \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

где c - концентрация примеси, H - глубина потока

u, v - средние по вертикали продольная и поперечная составляющие скорости течения

$D_x = \gamma_1 |u| H$ - продольный и $D_y = \gamma_2 |u| H$ - поперечный коэффициенты турбулентного обмена

$$\gamma_1 = 0.06, \quad \gamma_2 = 0.024,$$

Уравнение движения для градиентно-вязкого режима:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \right) = -g(i - \zeta_x),$$

где $\tilde{u} = \tilde{u}(z)$ продольная составляющая скорости течения, i - уклон дна,

ζ_x - возвышение поверхности воды или льда $A = \gamma_3 |u| H, \quad \gamma_3 = 0.008$

$$u = \sqrt{\frac{g|i - \zeta_x|H}{12\gamma_3}} \text{sign}(i - \zeta_x)$$

2D ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНАЯ (X-Y) МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ

- **Расчетное уравнение переноса:**

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + \left(v - \frac{3}{2} \gamma_2 \beta \frac{\partial H}{\partial x} |u| \right) \frac{\partial c}{\partial y} = \gamma_1 |u| H \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \gamma_2 |u| H \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}$$

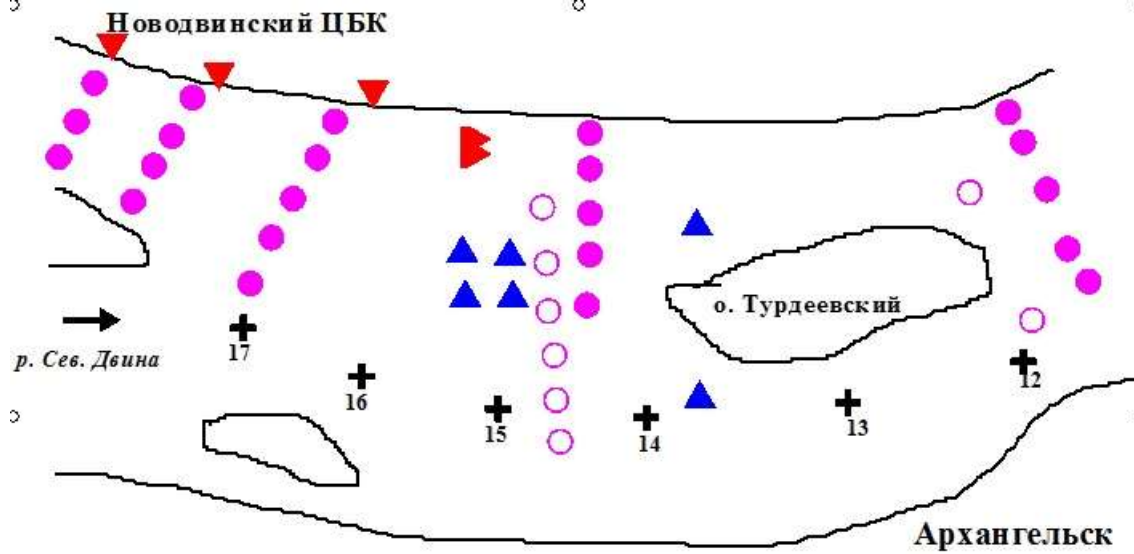
Учет прилива:

$$dH = \zeta = \zeta_0 e^{-kx} \sin(\omega t - kx),$$

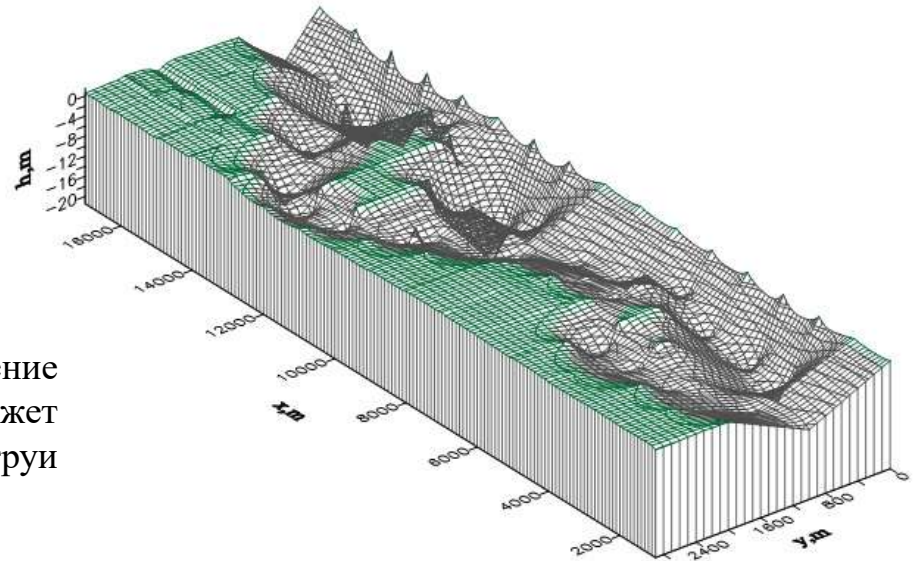
где ζ_0 - амплитуда приливной волны
 L - длина, ω - частота, T - период приливной волны

$$k = \frac{2\pi}{L}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

2D модель переноса примеси (схема полигона)



- ✚ - расстояние по лодии р. Сев.Двины
- ▲ - точки постановки автономных измерителей течения
- ○ - промерные вертикали
- ▼ - место сброса (берегового) сточных вод
- ▾ - подводный сброс сточных вод



При переходе к ледоставному режиму отношение поперечного переноса примеси к продольному может увеличиваться и служить причиной расширения струи загрязняющих веществ

Объект

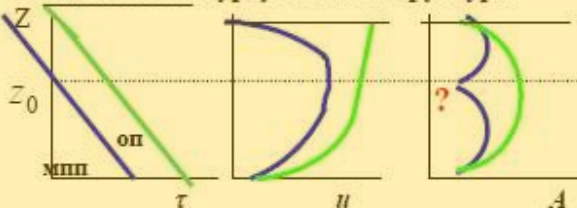
Мелководные подледные потоки - (реки, шельфовая зона морей)

Отличия от открытых потоков

дополнительное сопротивление на верхней границе

$$\tau|_{z_0} = 0$$

Изменение турбулентной структуры



Проблемы

$$\tau = \rho A \frac{\partial u}{\partial z}$$

I - $\tau|_{z_0} = 0$

II - $\frac{\partial u}{\partial z}|_{z_0} = 0 \Rightarrow A = ?$

эксперимент

I = f(T)

II - всегда

$$\tau \neq \rho A \frac{\partial u}{\partial z}$$

$z_0 = f(T)$

Приложения

Расчет интегральных характеристик потока $Q(x,t)$, $h(x,t)$ заторы торожения

Расчет $u(x,y,t), v(x,y,t), h(x,y,t)$ заторы подныривания, деформации русла, перенос примесей при заторных наводнениях

Горизонтальный перенос примеси (приливное устье)

Вертикальный перенос примеси, переформирование рельефа, заморы

Описание взаимодействия когерентных структур (КС) двух пограничных слоев

Модель

"длинных волн"

1D Модель заторов

2D Модель заторов

(x-y) модель переноса примеси

модель деформаций русла

Базовая модель турбулентной структуры

(x-z) модель переноса примеси

Модель заморы

Модель взаимодействия КС

Методы

Уравнение Сен-Венана

Уравнение изгиба пластины

Критерии разрушения

условие подныривания льда

Осредненные по z уравнения движения

Уравнение переноса примеси

уравнение неразрывности (деформаций) для твердой фазы

Уравнение движения

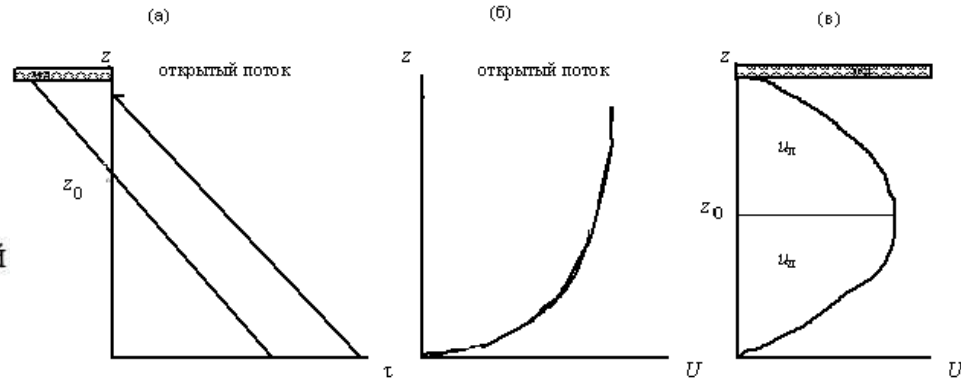
Уравнение сохранения турбулентной энергии

Уравнение переноса примеси

Химические источники

Уравнения переноса τ

Базовая модель турбулентной структуры



Основные уравнения в рамках полуэмпирической привлечением гипотез Прандтля и Колмогорова:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[A(x, y, z, t) \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \right] = -g \nabla \zeta + f \vec{k} \times \vec{V} + O(Fr^2)$$

$$\nabla \vec{V} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial z} \left[A(x, y, z, t) \frac{\partial b}{\partial z} \right] - \gamma \frac{b^2}{A} + A(x, y, z, t) \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]$$

$$A(x, y, z, t) = l(x, y, z, t) \sqrt{b(x, y, z, t)}$$

$$l(x, y, z, t) = c^{1/4} \kappa \frac{|\partial \vec{V} / \partial z|}{|\partial^2 \vec{V} / \partial z^2|},$$

где - $f = 2\omega \sin \varphi$ параметр Кориолиса, \times - векторное произведение, $A(x, y, z, t)$ – кинематический коэффициент вертикального турбулентного обмена, $\vec{V} = (u, v)$ - вектор горизонтальной скорости, w – вертикальная компонента скорости, g – ускорение свободного падения, $\zeta(x, y, z, t)$ – возвышение уровня поверхности, $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$ - оператор Гамильтона, $b(x, y, z, t)$ – кинетическая энергия турбулентных пульсаций скорости, $l(x, y, z, t)$ – масштаб турбулентности, $\kappa = 0.4$ (постоянная Кармана), $\alpha = 0.32$, $\gamma = 0.09$. $\vec{k} = (0, 0, 1)$

Базовая модель турбулентной структуры

После преобразований $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{g \zeta_x}{A} (z - z_0)$

где $z_0 = \frac{\int_H^\zeta \frac{z dz}{A}}{\int_H^\zeta \frac{dz}{A}}$

- характерная точка на эюре скорости в подледном потоке.

Это точка максимального значения скорости и нулевого касательного напряжения.

$$u = g \zeta_x \left[\int_H^z \frac{z dz}{A} - z_0 \int_H^z \frac{dz}{A} \right]$$

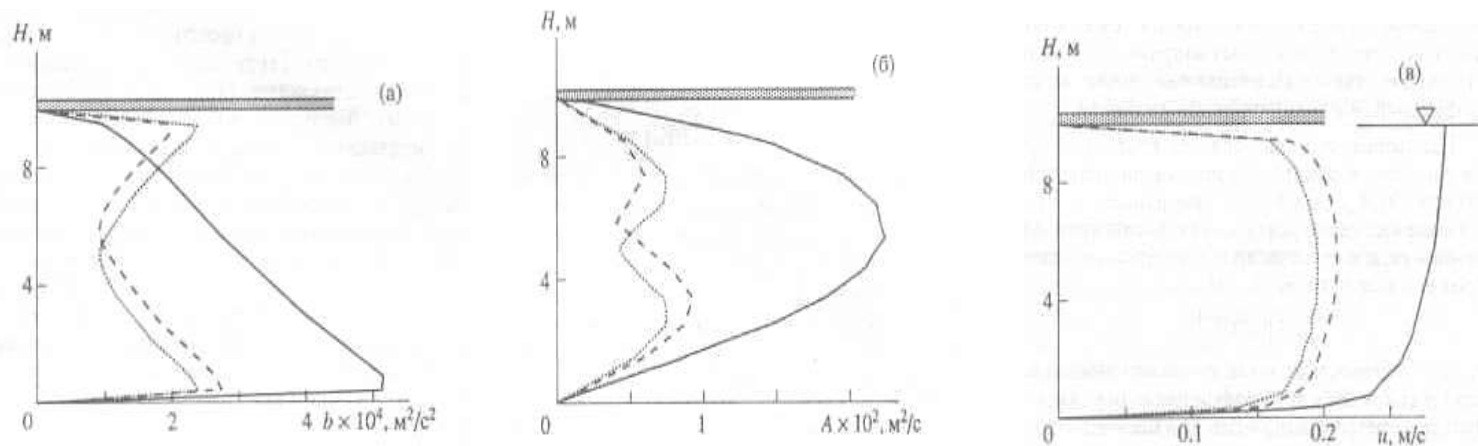
Положение точки z_0 заранее неизвестно, и для его определения приходится привлекать некоторые эмпирические данные.

$$A = \left(\kappa c^{1/4} \int_\zeta^z \frac{b^{1/2} dz}{z - z_0} + \frac{A(\zeta)}{\zeta - z_0} \right) (z - z_0) \quad \text{при } z \leq z_0$$

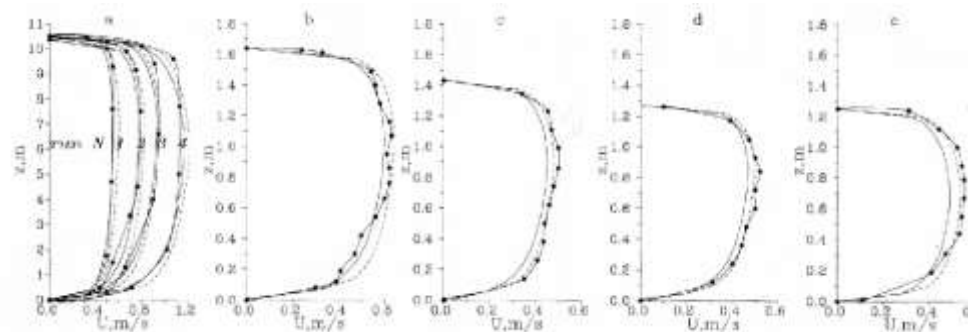
$$z_0 = \frac{H + (n_\delta / n_n)^{3/2}}{(n_\delta / n_n)^{3/2} + 1}$$

$$A = \left(-\kappa c^{1/4} \int_H^z \frac{b^{1/2} dz}{z - z_0} + \frac{A(\zeta)}{H - z_0} \right) (z - z_0) \quad \text{при } z \geq z_0$$

$$z_0 = \frac{H + (\Delta_\delta / \Delta_n)^{1/4}}{(\Delta_\delta / \Delta_n)^{1/4} + 1}$$



Эпюры турбулентной энергии (а), коэффициента вертикального турбулентного обмена (б), осредненной горизонтальной скорости течения (в) для открытого потока без ветра (сплошные кривые), для подледного течения при одинаковой ($\Delta_l = \Delta_o = 0.03$ м – штриховые кривые) и разной шероховатости дна и льда ($\Delta_o = 0.03$ м, $\Delta_l = 0.01$ м – точечные кривые).



Эпюры скорости подледных потоков, построенные по данным натуральных измерений и по результатам численных экспериментов а – сравнение с экспериментами Larsen (1969), б, в, г, д, е – с экспериментами на р. Москве.

Продольно-вертикальная (x-z) модель переноса консервативной примеси

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -gi \quad (1)$$

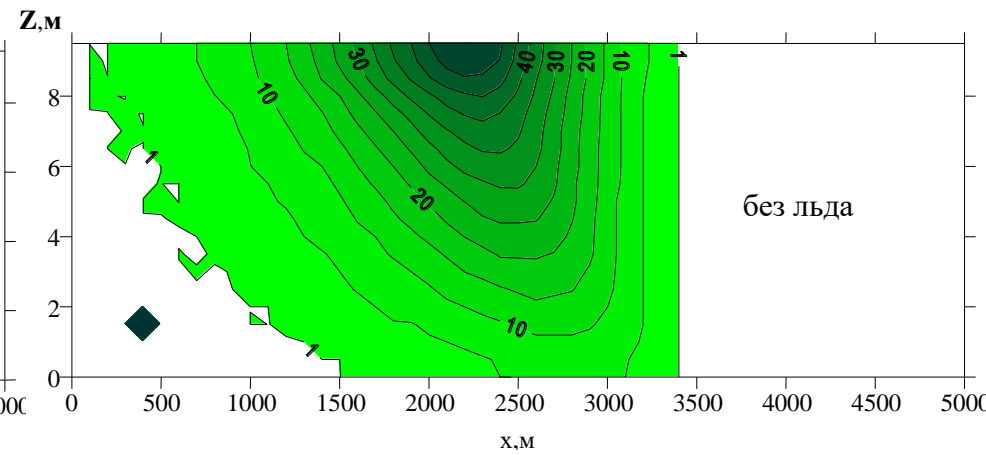
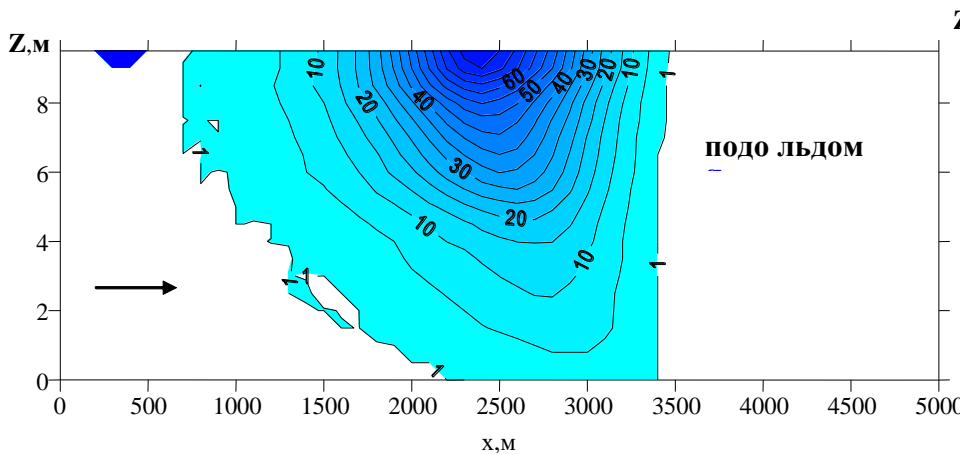
$$\frac{\partial b}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial b}{\partial z} \right) - \gamma \frac{b^2}{A} + A \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (2)$$

$$A = l\sqrt{b} \quad (3)$$

$$l = c^{1/4} K \left| \frac{\partial u / \partial z}{\partial^2 u / \partial z^2} \right| \quad (4)$$

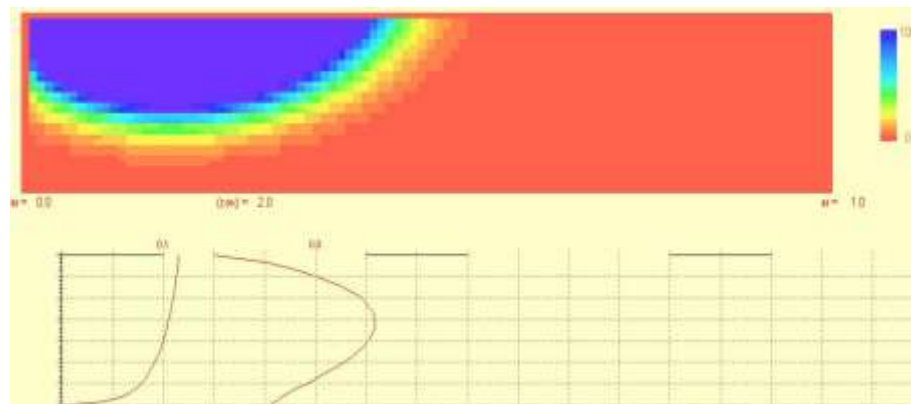
$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (5)$$

Базовая модель

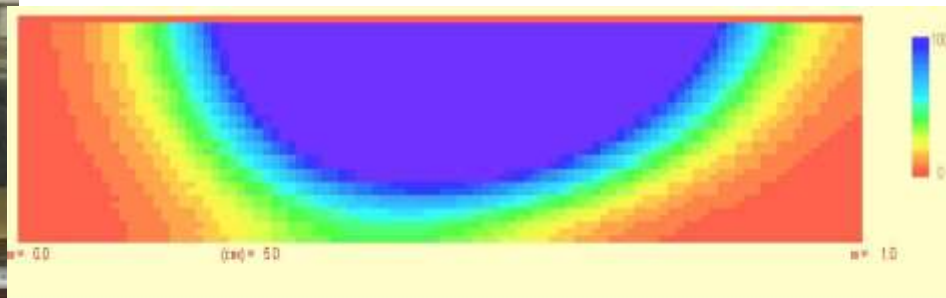


Тестирование (x-z) модели распространения примеси

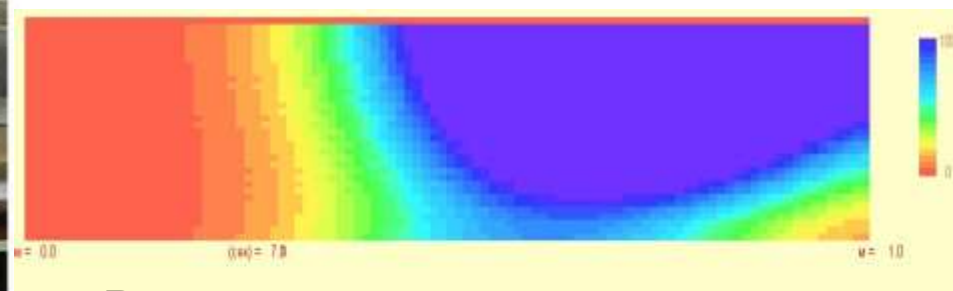
Открытый поток



2 с



5 с

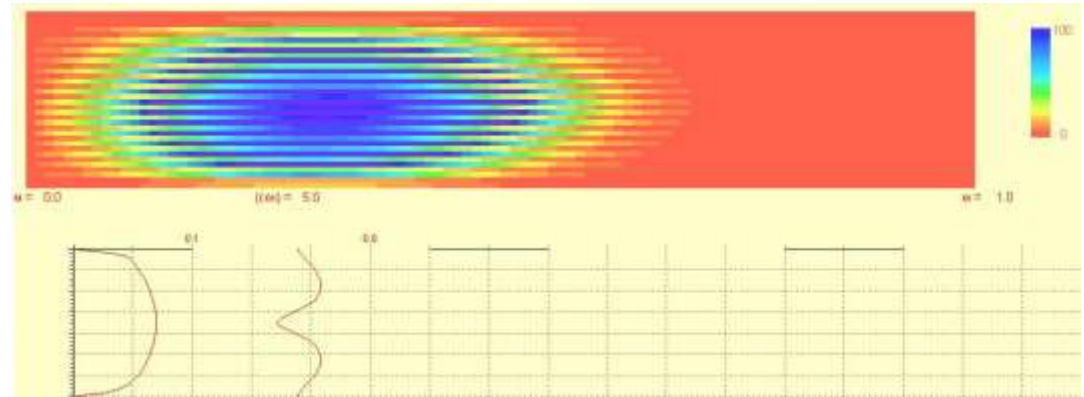


7 с

Выпуск примеси на поверхности воды

Тестирование (x-z) модели распространения примеси

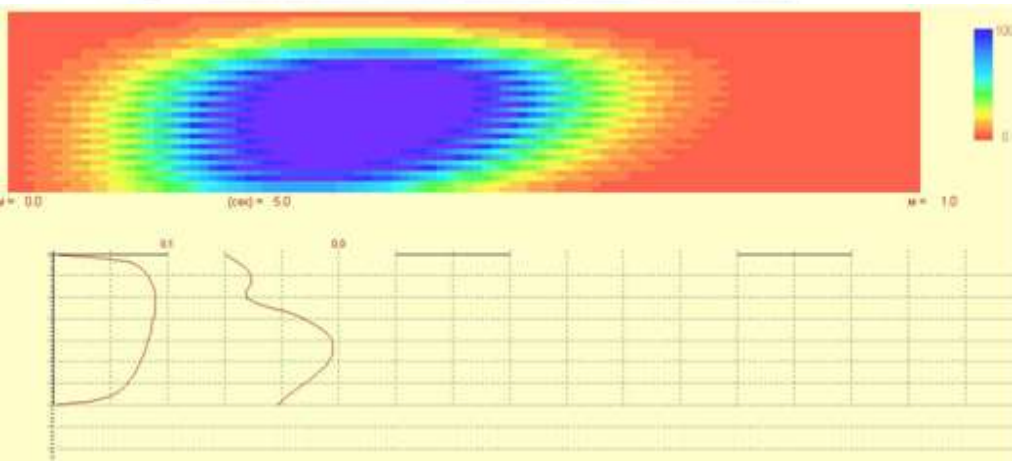
Подледный поток



5 с после выпуска примеси в толще потока



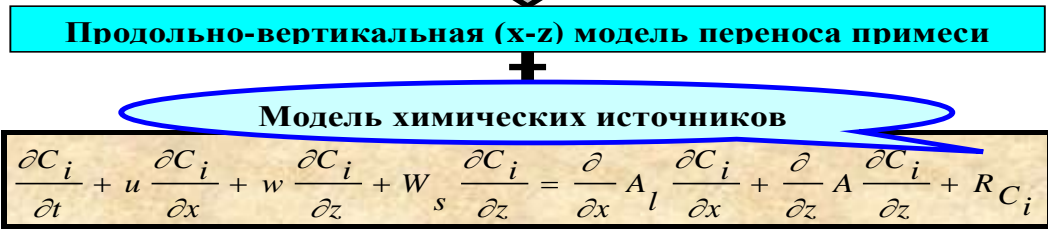
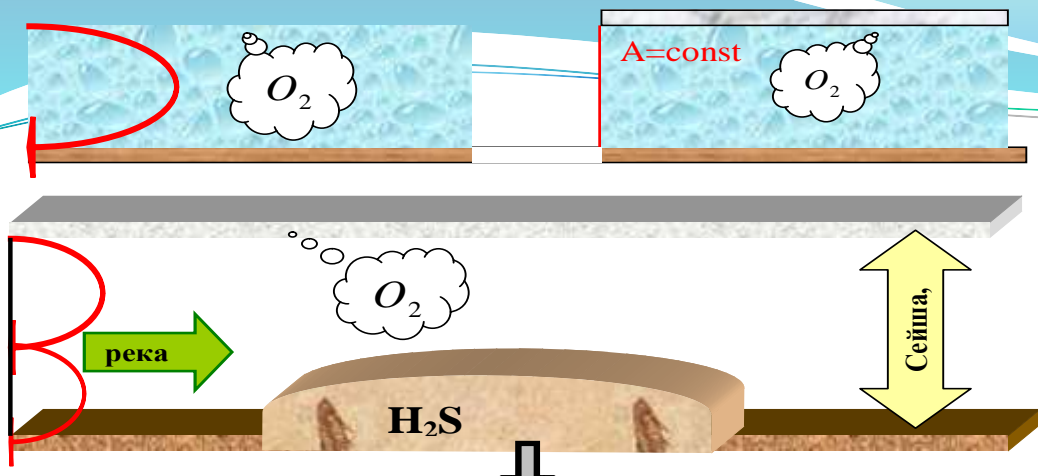
5 с после выпуска примеси со дна потока



через 5 с после выброса из центра потока при разных шероховатостях нижней и верхней поверхностей

Продольно-вертикальная (x-z) модель переноса неконсервативной примеси

МОДЕЛЬ ЗАМОРОВ



W_s - скорость седиментации частиц примеси,
 $R C_i$ - химико-биологический источник
 $C_i = O_2, N_2, NO_3, NO_2, NH_4, Mn^{4+}, Mn^{2+}, SO_4, S_2O_3, S^0, H_2S$

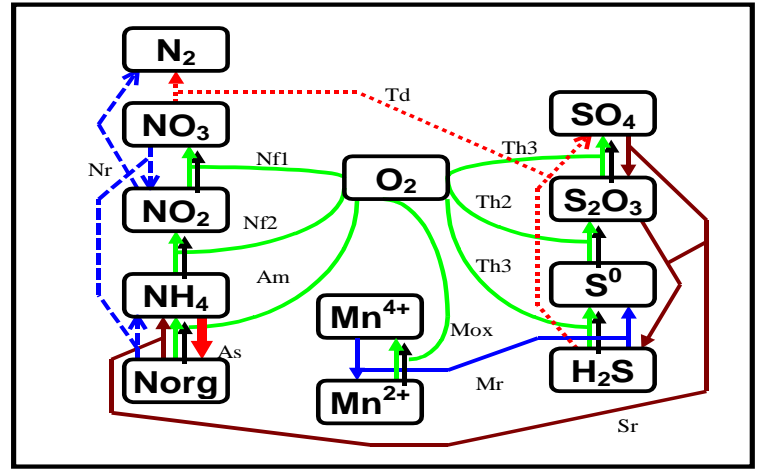


Схема модели химико-биологических источников (Якушев, 1999)

Суть явления замороз заключается в нарушении баланса между органическим веществом и кислородом. При исчерпании кислорода окисление органики происходит за счет нитратов, а при их исчерпании за счет сульфатов с образованием сероводорода.

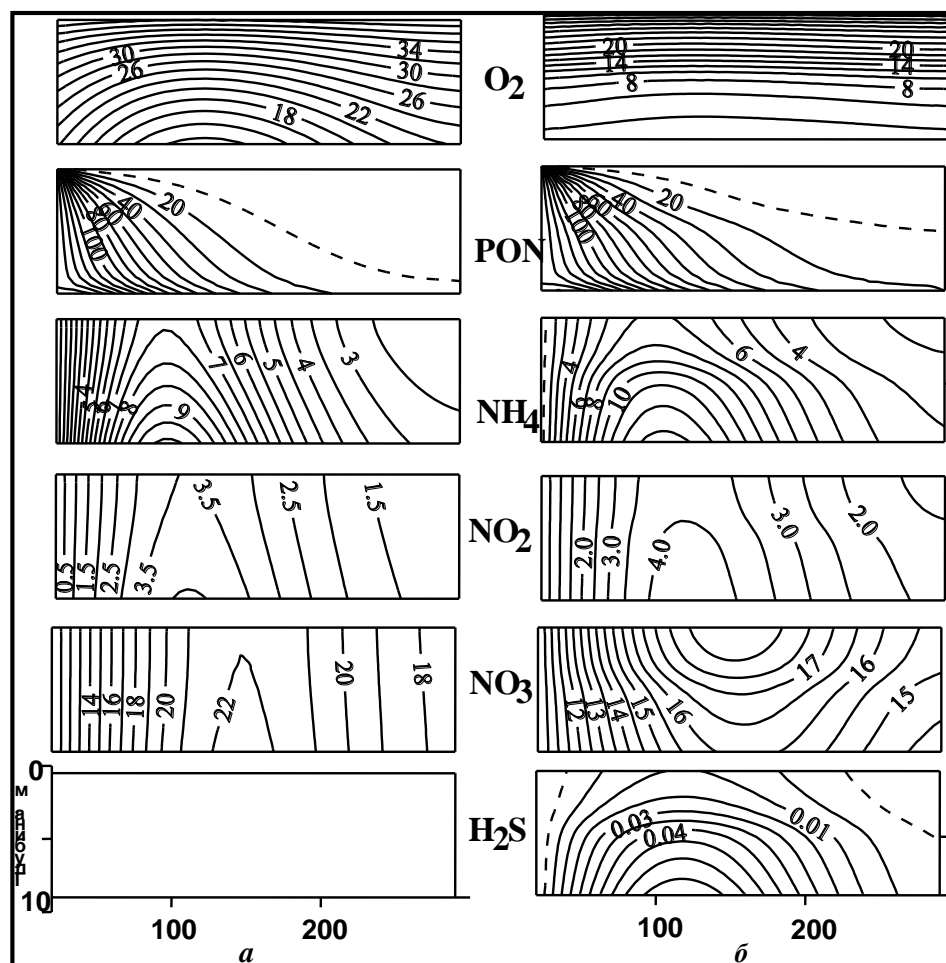
Недостаточное поступление кислорода связано с уменьшением его поступления с верхней границы и изменением интенсивности турбулентного обмена при наличии ледяного покрова.

кислород (O_2), взвешенный органический азот (PON), растворенный органический азот (DON), аммоний (NH_4), нитриты (NO_2), нитраты (NO_3), сероводород (H_2S), элементарная сера (S^0), тиосульфаты (S_2O_3), растворенный марганец (Mn^{2+}), взвешенный марганец (Mn^{4+}).

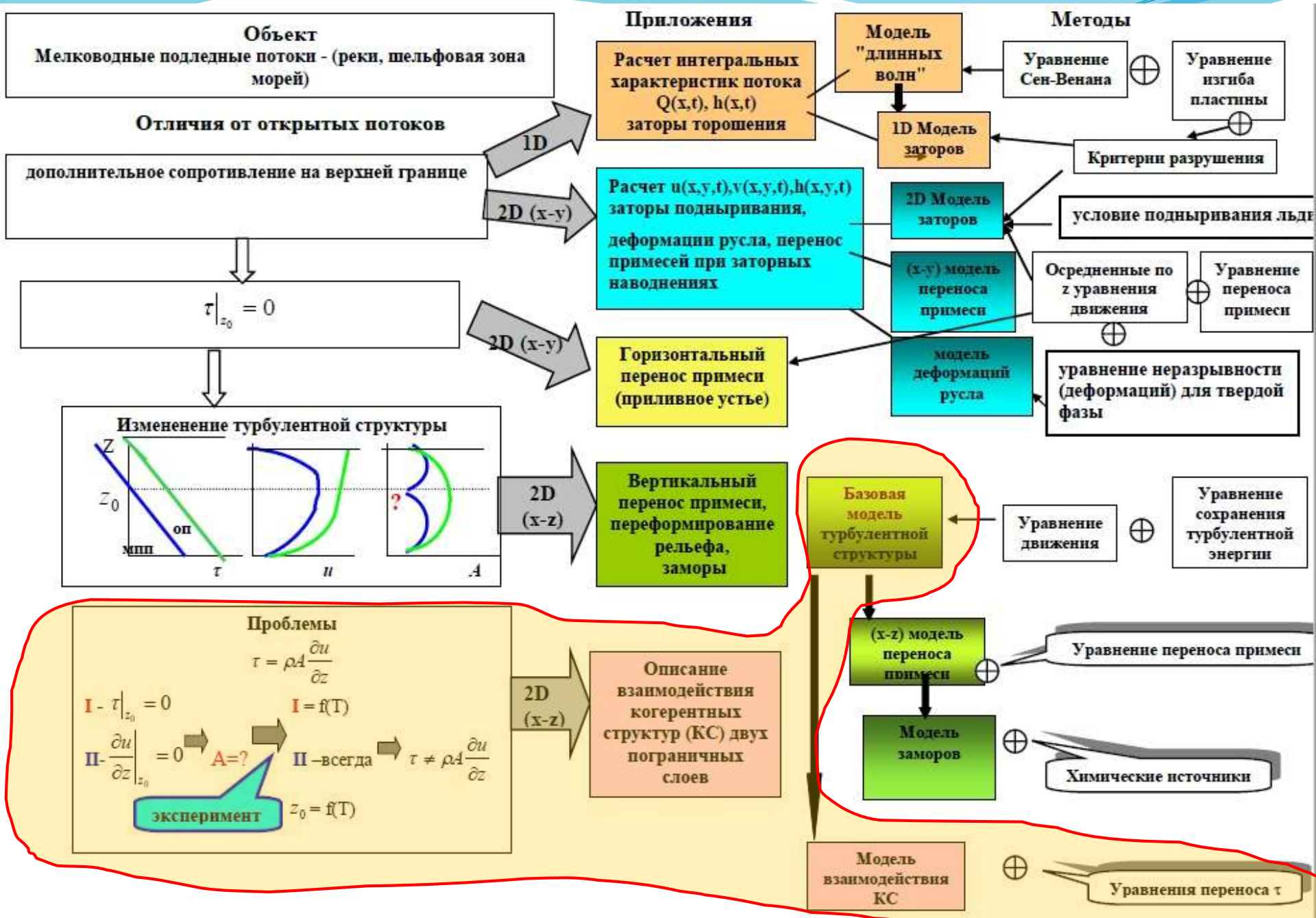
2D (x-z) модель переноса неконсервативной примеси

(заморы в Азовском море)

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + u \frac{\partial c_i}{\partial x} + w \frac{\partial c_i}{\partial z} + W_s \frac{\partial c_i}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial c_i}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} A \frac{\partial c_i}{\partial z} + R_{C_i}$$



Распределение концентраций расчетных параметров в случае открытого – а и подледного потоков – б



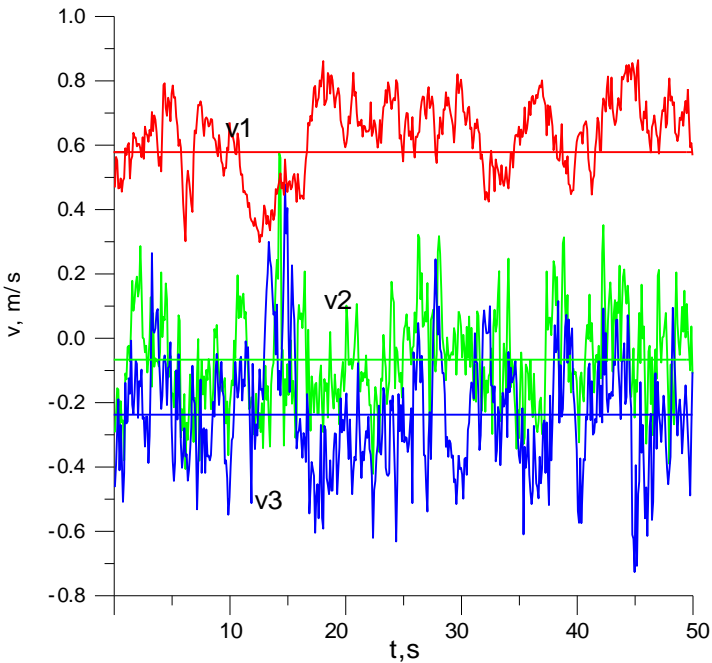
М.И. Рабинович, М.М. Сущик (1983)

Когерентными структурами (КС) в турбулентных течениях называют долгоживущие упорядоченные крупномасштабные образования на фоне мелкомасштабной турбулентности, которые обладают высокой степенью универсальности для данного типа течения.

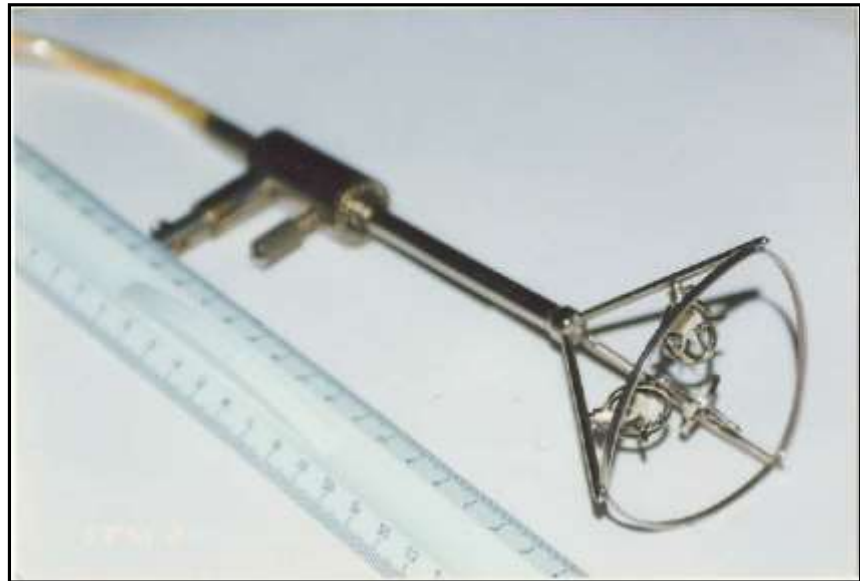
Структуры в русловых потоках

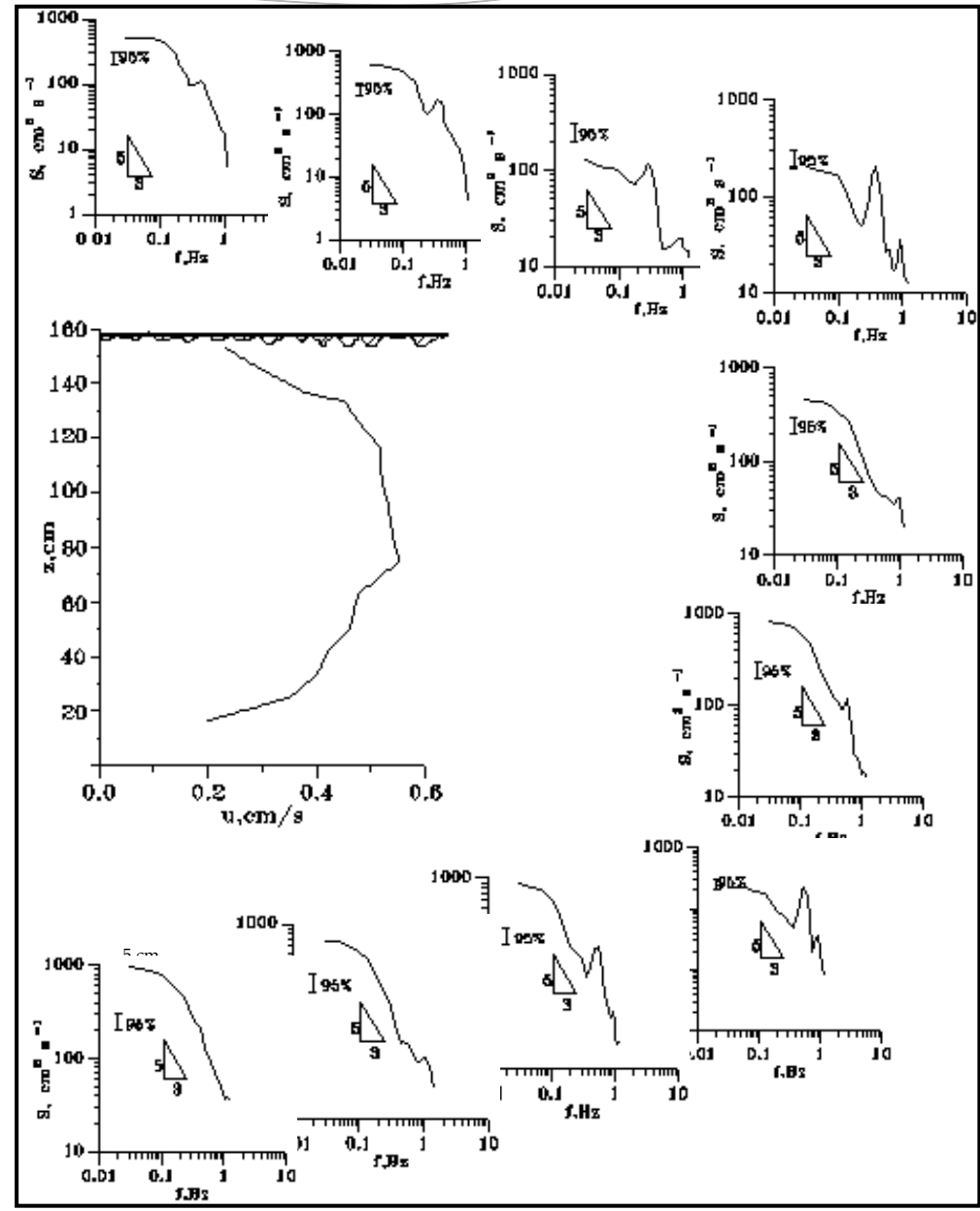
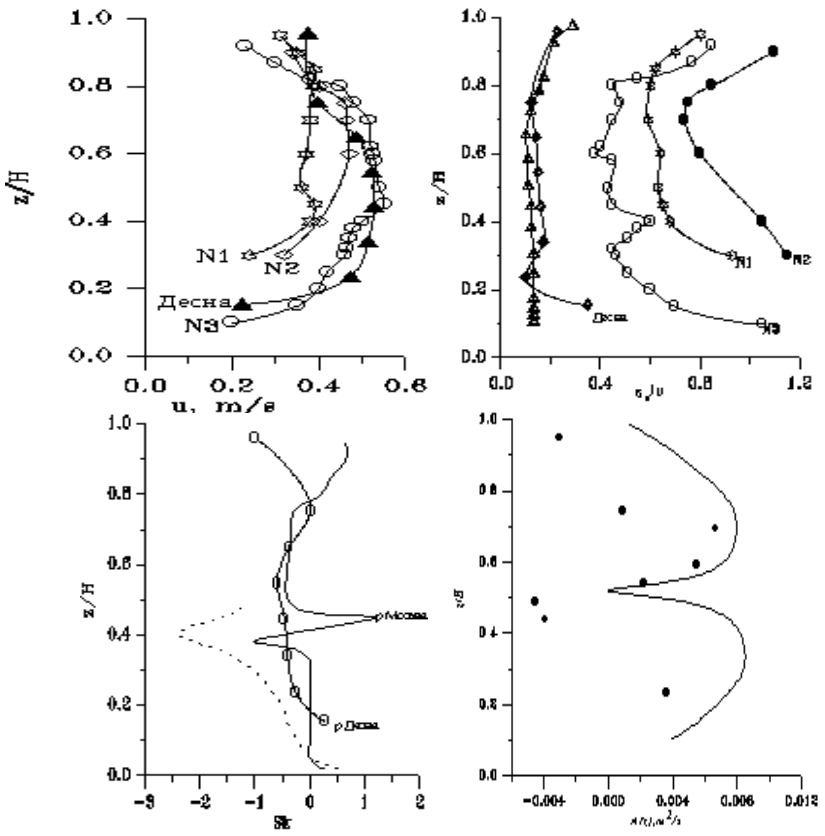
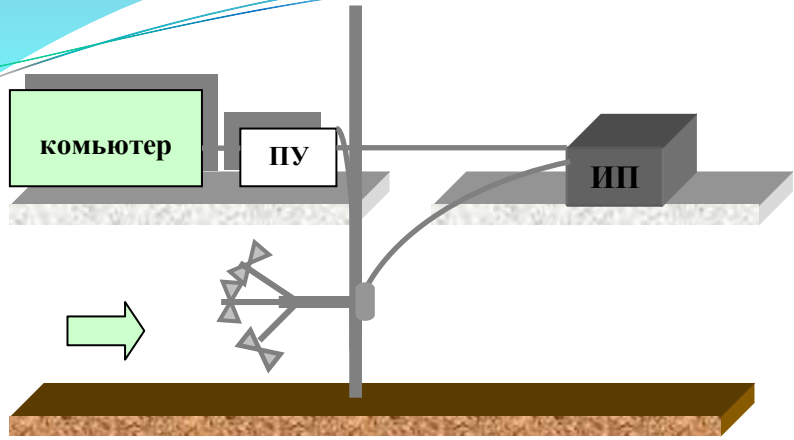
Под структурной составляющей понимаются “почти закономерные” квазипериодические возмущения, пространственные масштабы которых соизмеримы с внешними размерами потока, а период приблизительно соответствует среднему периоду пульсаций.

НАТУРНЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУКТУРЫ ПОДЛЕДНЫХ ПОТОКОВ



Измерялись три компоненты скорости.
Рассчитывались: осредненные скорости u, v, w
дисперсии скорости, интенсивности турбулентности
коэффициенты асимметрии,
эксцессы, функции спектральной плотности,
коспектры (распределение турбулентного трения по
частотам),
фазовые сдвиги, функции когерентности,
коэффициент турбулентного обмена





Натурный эксперимент (взаимодействие двух пограничных слоев)

- Наличие двух ансамблей КС
- Область неустойчивости в зоне их взаимодействия
- Существование турбулентного обмена в центральной части потока

Пограничный слой

$$T = \eta \frac{\delta}{U_{\max}}$$

(данные независимых экспериментов)
 U_{∞} - скорость потенциального течения,
 δ - толщина пограничного слоя,
 $\eta \cong 6$ (от 2.5 до 10).

Открытый русловой поток

$$T = \frac{H}{U} \left(\frac{C^2}{g} \right)^{1/3} \quad (\text{К.В. Гришанин})$$

C - коэффициент Шези, U - средняя на вертикали скорость

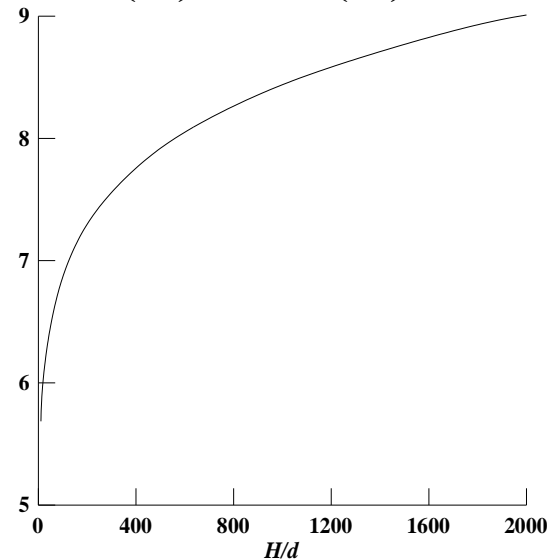
$$T = k \frac{H}{U_{\max}}$$

$$T = \mu \sqrt{\frac{H}{gi}}$$

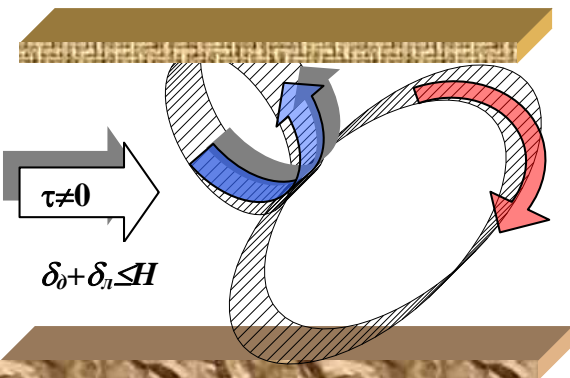
$$k = 1.33 \left(\frac{\Delta}{H} \right)^{1/18} + 3.5 \left(\frac{\Delta}{H} \right)^{-1/9}, \quad \mu = \frac{\kappa k}{\ln \frac{H}{\Delta}}$$

$$\frac{U_{\infty} T}{H} = k,$$

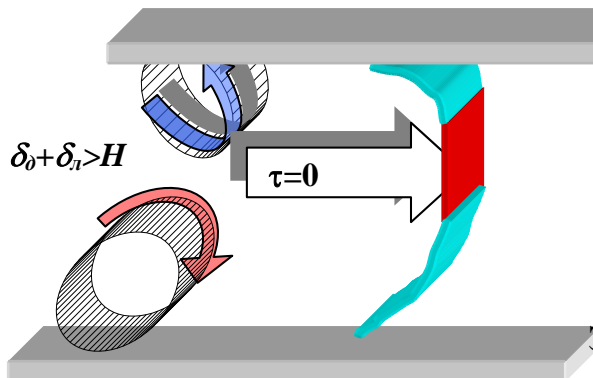
$$k = 1.33 \left(\frac{d}{H} \right)^{1/18} + 3.5 \left(\frac{H}{d} \right)^{1/9}$$



Зависимость безразмерного времени между всплесками k для русловых потоков от соотношения между глубиной и размером шероховатости



$$\delta/H = k/\eta$$



Основные уравнения модели

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -gi \quad (1)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial b}{\partial z} \right) - \gamma \frac{b^2}{A} + A \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (2)$$

$$A = l\sqrt{b} \quad (3)$$

$$l = c^{1/4} \kappa \left| \frac{\partial u / \partial z}{\partial^2 u / \partial z^2} \right| \quad (4)$$

Базовая модель

Допускаем, что A остается постоянным в течение времени, необходимого для расчета мгновенной скорости и τ , изменяющихся под действием всплеска на твердых поверхностях и рассчитываемых с помощью второй системы уравнений.

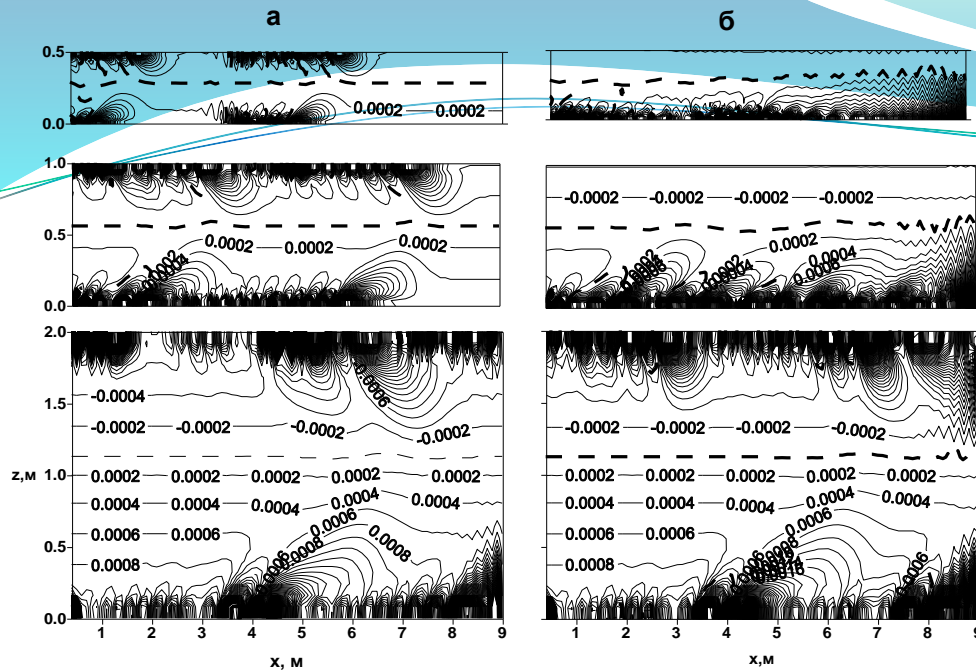
т.к. оценки времени установления первой системы, т.е. временной масштаб изменения τ составляет $\gg 10$ мин., в то время как период всплеска для рассматриваемых потоков имеет порядок от десятых долей секунды до десятков секунд.

$$\lambda_t u \frac{\partial u'w'}{\partial x} + \lambda_t w \frac{\partial u'w'}{\partial z} + u'w' = -A \frac{\partial u}{\partial z}$$

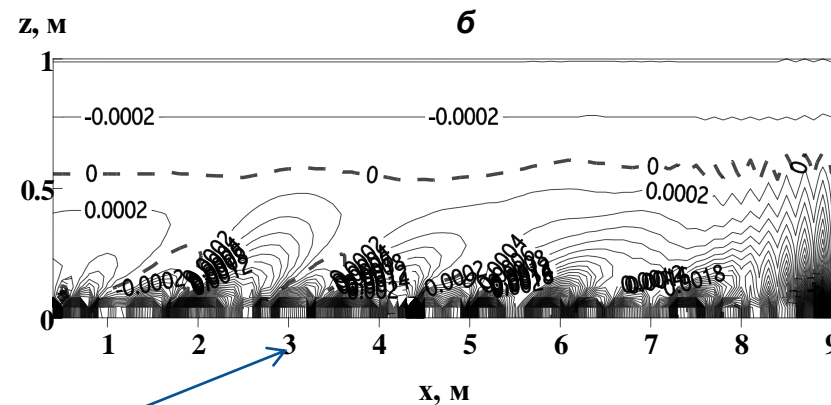
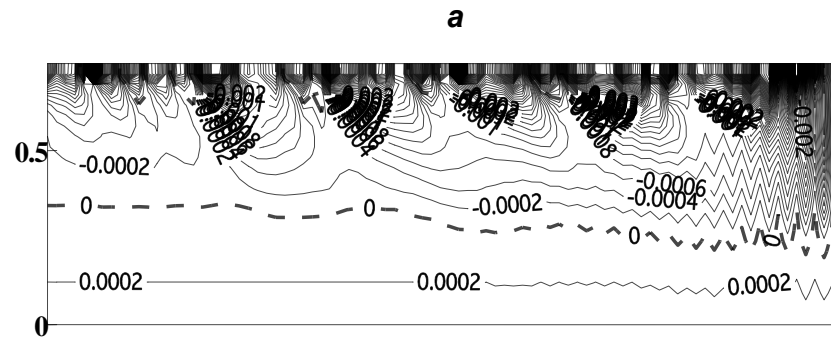
И.О. Хинце (1963) предложил для расчета «наследственности» взамен формулы Буссинеска использовать релаксационное соотношение, содержащее время релаксации λ_t ,

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + u \frac{\partial \tau}{\partial x} + w \frac{\partial \tau}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \tau}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \quad (5)$$

уравнение Хинце представляет собой интеграл по времени от уравнения (5), если в нем отбросить диффузионные члены для крупномасштабной составляющей τ и адвекцию для мелкомасштабной составляющей. Таким образом, уравнение (5) в отличие от уравнения Хинце может быть применено для всего пограничного слоя, так как оно учитывает и те, и другие процессы переноса для вихрей разных масштабов.



Изолинии турбулентного трения для потоков различной глубины
 (а) - после действия одного всплеска
 (б) - после действия 60 всплесков



Изолинии турбулентного трения для двух потоков
 (а) шероховатость льда больше шероховатости дна
 (б) шероховатость дна больше шероховатости льда

Две системы крупномасштабных вихрей.
 Взаимодействие погранслоев по разным сценариям.
 Турбулентный обмен в центральной части.
 Роль шероховатости.
 Конкуренция погранслоев при недостаточной для их развития глубине.
 Неустойчивость при равных шероховатостях (перегибы на вертикальной эпюре скорости, незаметный на обычном масштабе осреднения при измерениях).
 Положение плоскости нулевых касательных напряжений не остается постоянным, неизменно лишь его осредненное значение. Существование нулевых градиентов на эпюре осредненной скорости не означает отсутствие турбулентного переноса в этой области, как это должно следовать из гипотезы Буссинеска. По-видимому, основную роль здесь играет не турбулентная диффузия, а адвективный перенос, осуществляемый крупными вихрями.

Транспортирующая способность подледного потока

(модель с учетом барстов, т.е. всплесков турбулентности в пограничном слое)

уравнения движения, переноса примеси S , энергии турбулентности b и ω - отношения скорости диссипации турбулентной энергии ε к турбулентной кинетической энергии b , которое может быть рассмотрено как характерный частотный масштаб турбулентности

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - F \frac{\partial \varphi}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - P \frac{\partial \varphi}{\partial z} - A \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - R_\varphi = 0$$

$$\varphi = b, \omega, u, S$$

$$F = u - \gamma h \frac{\partial u}{\partial x} - \gamma u \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$D = \gamma u h$$

$$P = \frac{1}{\omega} \frac{\partial b}{\partial z} - \frac{b^2}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial z}$$

$$A = \frac{b}{\omega}$$

$$R_b = A \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - 0.09 \frac{b^2}{A}$$

$$R_\omega = \frac{5}{9} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \frac{3}{40} \omega^2$$

$$R_u = g \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$R_S = w \frac{\partial S}{\partial z},$$

Оценка отношений расходов наносов, переносимых открытыми и подледными потоками, с использованием принятых в гидравлике соотношений и допущений, не позволяет получить результат об увеличении процентного содержания расхода взвешенных наносов к общему расходу наносов при переходе от режима открытого потока к подледному, как это утверждали *Muste M., Braileanu F., Ettema R.*

Использование математической модели позволило показать, что всплески турбулентности (барсты) на твердых границах открытых и подледных потоков не влияют на структуру потоков, характеризуемую их осредненными характеристиками, но в значительной степени изменяют распределение концентраций взвешенных наносов. Процентное содержание расходов взвешенных наносов к общему расходу наносов увеличивается с ростом шероховатости льда только в нижней части потока, что может служить причиной отличий в деформациях дна в открытых и подледных потоках при равных расходах воды в них.

Толщина льда является не только прямым, но и косвенным фактором заторообразования, влияя на этот процесс через механизм переформирования дна.

Пока это все. Спасибо!

