

ГЛАВА 5 ДЕФОРМАЦИЯ РУСЛА НЕПОДВИЖНЫМИ ВОЛНАМИ

§1 ВОЗДЕЙСТВИЕ НЕПОДВИЖНЫХ ВОЛН НА ПОТОК

Волны с неподвижными гребнями существуют как в ускоряющихся вдоль по течению стационарных потоках воды, так и в замедляющихся потоках. Параметры волн определяются числом Фруда и продольным градиентом скорости течения. Если скорость течения с невозмущенной поверхностью меняется на участке потока Δx линейным образом, то продольный градиент скорости можно представить в виде отношения:

$$\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{\text{участка}} = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (5.1)$$

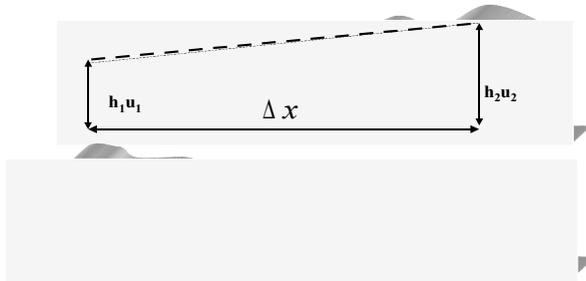


Рис. 5.1 Схема волновой поверхности ускоряющихся и замедляющихся стационарных потоков в прямом канале. Штриховая линия показывает невозмущенную поверхность

Поле скорости потока под неподвижной волной можно записать следующим образом:

$$u = u(1 + ak \cos kx) \quad (5.2)$$

где a – амплитуда волны, k – волновое число. Скорость потока максимальна во впадине волны и минимальна на гребне. От впадины до гребня скорость потока убывает, а от гребня до впадины – возрастает. Воздействие неподвижных волн на поток заключается в создании чередующихся областей ускоряющегося и замедляющегося течения под задним и передним склоном волны соответственно. Продольный градиент скорости под стационарной волной получаем из (5.2):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = uak^2 \sin kx \quad (5.3)$$

$$\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{\max} = uak^2$$

Максимальный градиент скорости наблюдается в точке перегиба волновой поверхности. Безразмерный продольный градиент скорости, представляющий собой тангенс угла наклона водной поверхности, для этой точки имеет вид:

$$\left| \frac{\partial u}{\partial x} \frac{h_1}{u_2} \right|_{\max} = hak^2 \quad (5.4)$$

В области торможения потока под передним склоном неподвижной волны у дна возникают условия для образования цилиндрических вихрей.

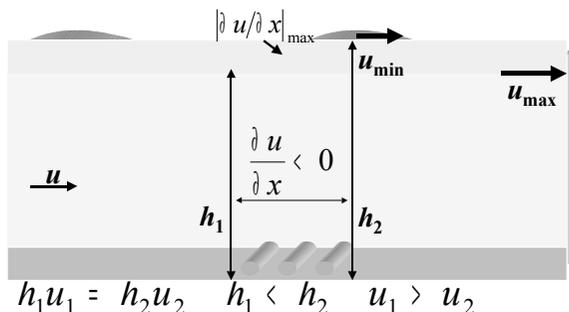


Рис. 5.2 Схема течения под неподвижной волной в прямом канале постоянного сечения.

Параметры вихрей могут быть определены по изложенной в главе 2 методике, если известны скорость и глубина потока, диаметр донной шероховатости и параметры стационарной волны. На приведенном кадре видеозаписи видны вихри под волной.

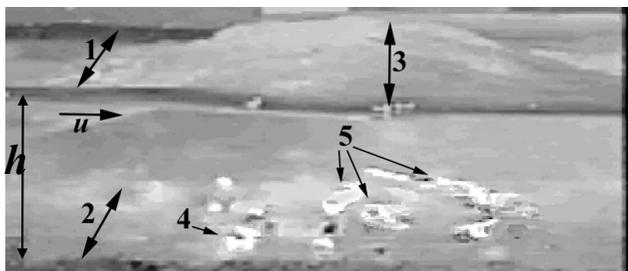


Рис. 5.3 Вихри под неподвижной волной на стационарном потоке воды. 1 – поверхность воды, 2 – дно канала, 3 – гребень волны, 4 – вихрь, формирующийся у дна канала, 5 – вихри в верхней точке траектории движения? h – глубина.

На приведенном кадре виден вихрь, формирующийся у дна в зоне максимального градиента скорости течения под передним склоном неподвижной волны. Еще три вихря, сформировавшиеся ранее, поднялись вверх и сместились вдоль по течению, двигаясь по дуге.

§2 ДЕФОРМАЦИЯ ДНА ПОД ВОЛНОЙ

В потоке с размываемым дном формирование вихрей под передним склоном волны приводит к размыву дна, так как вихри спутники захватывают донные частицы в процессе образования. В зоне ускорения потока возможна только аккумуляция донных частиц. На следующем кадре видеозаписи показан ускоряющийся поток в канале с песчаным дном. Диаметр песчинки $d = 0.2$ мм. Хорошо видно, что размыв дна происходит только под передним склоном неподвижной волны, где формируются вихри. На переднем плане внизу в центре кадра виден винт, врезанный в переднюю вертикальную стенку канала. Диаметр винта указан на кадре, что позволяет использовать его как масштаб для

определения параметров течения. Используя результаты главы 2 можно определить характеристики вихрей.



Рис. 5.4 Деформация песчаного дна под неподвижной волной на ускоряющемся вдоль по течению стационарном потоке воды. 1 – поверхность воды, 2 – дно, 3 – вихри, 4 – левый край размывтой ямы.

Для потока, изображенного на рис.5.4 $u_0=4$ см·с⁻¹, $\delta=0.16$ см, $C_f=0.25$, амплитуда волны $a=0.2$ см, скорость потока $u=36$ см·с⁻¹, максимальный продольный градиент скорости на верхней границе придонного слоя $u_x^\delta = \frac{1}{2} u a k^2 = -0.83$ с⁻¹. Рассчитанные значения $s=0.4$ см и $T=0.17$ с соответствуют экспериментальным данным в пределах ошибки измерения.

В левой части рис.5.4 видно начало участка размыва. Глубина размыва дна h_s чуть превышает диаметр вихрей $d_v = \frac{2}{3} \delta$, а зона формирования вихрей смещена направо вниз по потоку. Эксперименты показали, что горизонтальная координата x точки отрыва вихря остается постоянной до тех пор, пока глубина прорези на дне не достигает диаметра вихря. Затем координата отрыва вихря смещается вниз по потоку на край прорези, где процесс размыва повторяется. Таким образом, деформация дна вихрями имеет такой же характер, как и в потоке с плоской свободной поверхностью.

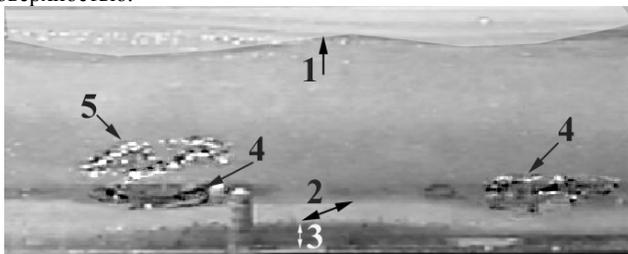


Рис. 5.5 Образование гряд под волной. 1 – поверхность воды, 2 – дно, 3 – вертикальный срез слоя песка у передней стенки канала, 4 – вихри у дна, 5 – вихри в верхней точке траектории.

Образование размыва под передним склоном волны приводит к формированию грядового рельефа дна с ямами под передним склоном волны и гребнями под задним склоном, где песок может оседать.

§3 УСИЛЕНИЕ ВОЛН НА РЕЛЬЕФЕ

Если скорость потока не меняется вдоль по течению, то для возбуждения волн с неподвижными гребнями достаточно небольшой ступеньки на дне. Роль такой ступеньки играют и гряды, сформированные под неподвижными гребнями волн на поверхности потока, скорость которого меняется в направлении движения. Существует критическое значение высоты гряд, начиная с которого происходит изменение параметров волн. Задача об изменении неподвижных волн на грядовом рельефе дна требует решения нелинейных уравнений, т.е. численного решения.

В настоящее время известно численное решение задачи о генерации волн на поверхности потока в канале со ступенькой на дне [36, 70, 71]. Основная трудность решения задачи состоит в необходимости записать точные граничные условия на поверхности воды, т.е. на той поверхности, форму которой и требуется определить. Дополнительное граничное условие должно быть записано на ступеньке. Очень плодотворной оказалась методика работы [70], в которой использовалось конформное отображение физической плоскости на полуплоскость, включающее преобразование Гильберта угла наклона свободной поверхности. В работе получены интегро-дифференциальные уравнения для угла наклона свободной поверхности воды. Результаты линейной теории волн получаются для малых углов, а для больших углов необходимо численное решение.

Методика работы [70] использована в [36] для плоского потока в канале с полу бесконечной ступенькой на дне. Решение имеет вид волны с неподвижными гребнями ниже по течению от ступеньки. Амплитуда и длина волны зависят от числа Фруда и отношения высоты ступеньки к глубине потока. Получено аналитическое решение для малых высот ступеньки и численное решение для больших значений высоты ступеньки. Линейное и аналитическое решения согласуются при малых значениях относительной высоты ступеньки. Вниз по течению от ступеньки при числах Фруда $Fr < 1$ наблюдается понижение уровня воды и ускорение потока.

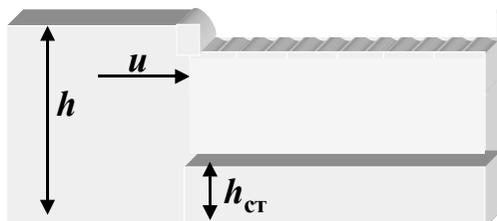


Рис. 5.6 Схема волновой поверхности, полученная в работе [36].

Решение задачи, полученное в [36] для числа Фруда $Fr=0.5$, приведено ниже

на рисунках для нескольких значений относительной высоты ступеньки $\Delta = \frac{h_{кр}}{h}$.

На рисунке дана форма свободной поверхности воды, полученная аналитически

для линейных уравнений и численно для точной постановки задачи. Свободная поверхность воды изображена выше и ниже по течению от ступеньки. По осям отложены горизонтальная и вертикальная координаты, нормированные на глубину потока.

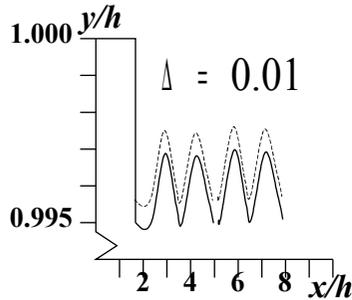


Рис. 5.7 Свободная поверхность воды, полученная в [36] для $Fr=0.5$ и относительной высоты ступеньки $\Delta = 0.01$. Сплошная линия – аналитическое решение линейной задачи, штриховая линия – численное решение.

Данные, приведенные на рис. 5.7 позволяют заключить, что для относительной высоты ступеньки 0.01 численное решение нелинейной задачи и аналитическое решение линейной задачи очень близки. Длина волны в этом случае определяется только числом Фруда в соответствии с дисперсионным решением линейной задачи. При увеличении относительной высоты ступеньки это уже не так.

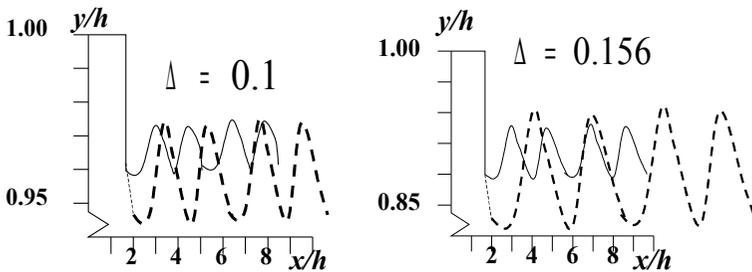


Рис. 5.8 Свободная поверхность воды, полученная в [36] для $Fr=0.5$ и относительной высоты ступеньки $\Delta = 0.1$ и $\Delta = 0.156$. Сплошная линия – аналитическое решение линейной задачи, штриховая линия – численное решение.

С увеличением относительной высоты ступеньки растет амплитуда волны, ее длина и крутизна. Для ступеньки на дне высотой $0.1h$ – длина нелинейной волны больше длины линейной волны почти в 1.5 раза, а амплитуда в 2 раза. Параметры волны определяются числом Фруда и высотой ступеньки. Численное решение удалось получить для максимального значения $\Delta = 0.156$. Для такой ступеньки волна имеет крутизну $-ak=0.144$. Для $ak > 0.144$ численная схема, использованная в работе [36], расходилась.

Экспериментальное исследование неподвижных волн на поверхности потока в канале с размываемым дном показало, что рост гряд приводит к усилению волн.

В процессе усиления волн амплитуда, длина и крутизна волны растут. Процесс усиления волн возникает в системе с положительной обратной связью. В этой системе волны порождают гряды на дне, а рост гряд приводит к росту крутизны волны.

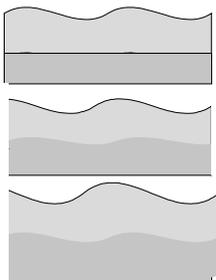


Рис. 5.9 Схема усиления волны на сформированной ею гряде.

Скорость формирования гряды зависит от крутизны волны. Чем круче волны, тем больше продольный градиент скорости течения под передним склоном волны, тем чаще вылетают вихри, и быстрее растут гряды. Экспериментальное исследование показало, что зависимость крутизны волны от относительной высоты гряды очень близка от аналогичной зависимости, полученной в результате численного решения задачи со ступенькой на дне [9]. Сопоставление данных эксперимента и численного счета представлено на следующем рисунке. Параметры ограничены областью применимости решения численной задачи.

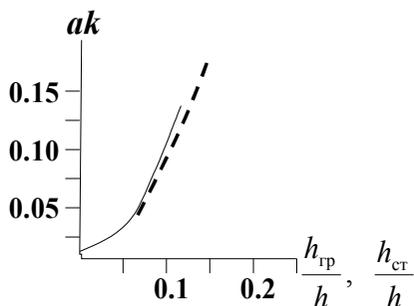


Рис. 5.10 Зависимость крутизны волны от относительной высоты гряды (сплошная линия) и относительной высоты ступеньки (штриховая линия) для $Fr=0.5$

Существует область значений высоты гряд и ступеньки, в которой волны не реагируют на влияние препятствий на дне канала. Волновая поверхность, приведенная на рис. 5.7, получена для высоты ступеньки, принадлежащей этой области. В экспериментальном исследовании была получена зависимость критического значения относительной высоты гряды, при котором параметры волны начинают меняться с изменением высоты гряды, от числа Фруда [9]. Эта зависимость приведена ниже на рисунке. В соответствии с приведенными данными критическое значение убывает с увеличением числа Фруда.

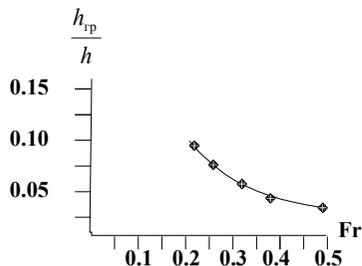


Рис. 5.11 Зависимость минимальной высоты гряды, влияющей на неподвижные волны, от числа Фруда [9]. Сплошная линия аппроксимирует экспериментальные данные.

На рисунке толщина значка соответствует доверительному интервалу для доверительной вероятности 67%.

Исследование параметров волн с увеличением высоты гряды проведено экспериментально в работе [9]. Результаты исследования приведены на следующем рисунке.

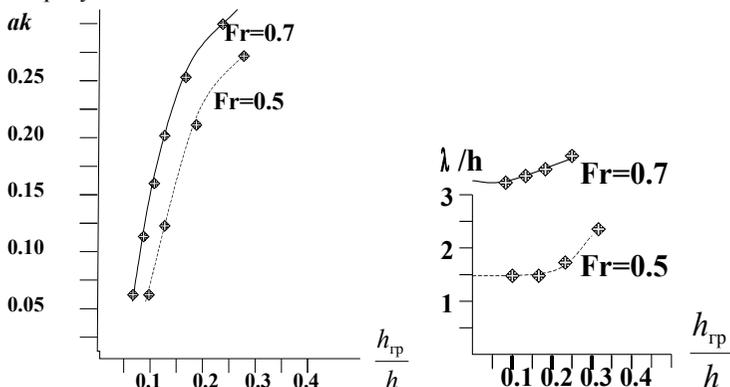


Рис. 5.12 Зависимость параметров неподвижных волн от относительной высоты гряды. Линии аппроксимируют экспериментальные данные. Ширина значка соответствует доверительному интервалу для вероятности 67%.

§4 ОБРАЗОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ГРЯД

Крутизна волны увеличивается с ростом гряд до критического значения, при котором происходит распад волны на длинные трехмерные волны. Процесс распада волн подробно изучен в главе 4. Зависимость критического значения крутизны волны от числа Фруда соответствует линии, ограничивающей область существования трехмерных волн снизу (смотри рис. 4.17). В результате распада возникают более длинные трехмерные волны, причем самая длинная волна имеет максимальную амплитуду. Трехмерные волны формируют трехмерные гряды: под передним склоном волны происходит размыв дна, а под задним склоном аккумуляция наносов. На следующем рисунке приведен кадр видеозаписи течения потока с трехмерными волнами. В поток вносился песок выше по течению небольшими порциями. На кадре видно, что песок оседает только под задним

склоном трехмерной волны, а область аккумуляции изогнута так же, как и гребень волны.

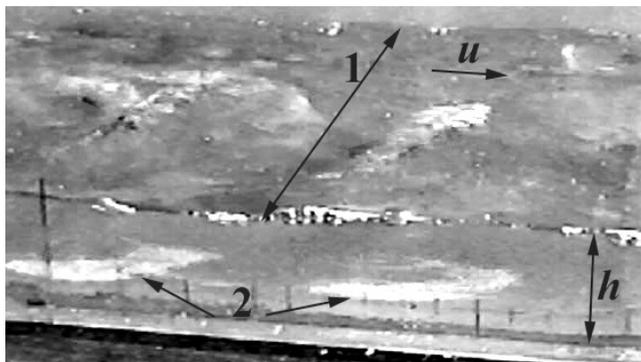


Рис. 5.13 Аккумуляция песка под задним склоном трехмерных волн. 1 – поверхность потока, 2 – песок лежащий на дне под задним склоном неподвижной трехмерной волны, h – глубина потока.

Процесс преобразования волн по мере роста гряд можно увидеть в экспериментальных работах, которые не связывают формирование гряд с воздействием неподвижных волн. Фотографию из работы [19] приводим ниже.

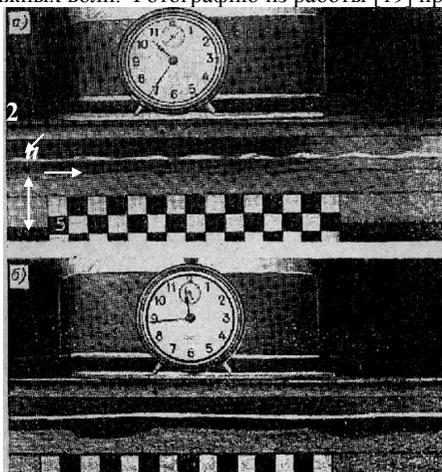


Рис. 5.14 Формирование песчаной гряды волной с неподвижными гребнями. Сторона квадрата шахматной линейки имеет сторону 5 см. 1 – песок, 2 – поверхность воды [19].

На верхнем рисунке приведен кадр, сделанный в начале формирования гряд под волной длиной около 12 см. Глубина потока составляет примерно 4 см, число Фруда $Fr = 0.66$. На приведенном рисунке видно, что через 50 минут после начала эксперимента длина волны увеличивается почти в 6 раз. На втором кадре отчетливо видна яма размыва под передним склоном волны. Глубина потока над гребнем волны на втором кадре равна глубине потока на верхнем кадре. Можно

предположить, что длинная волна на втором кадре появилась после того, как произошел распад крутой плоской волны на длинные трехмерные волны. Последовательное изменение дна в другом эксперименте при близком числе Фруда можно увидеть на следующем рисунке [9].

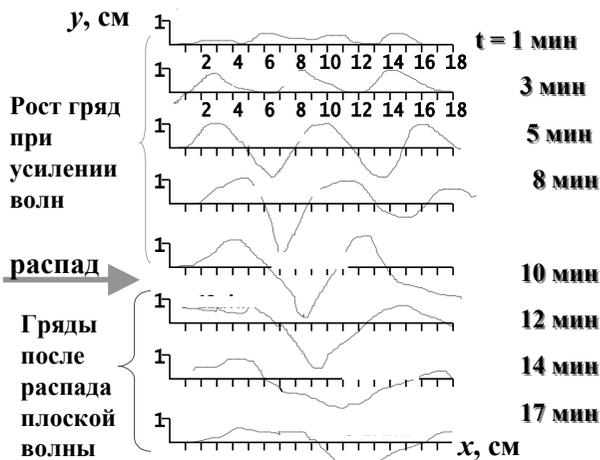


Рис. 5.15 Изменение поверхности песка при усилении и распаде плоских волн большой крутизны на длинные трехмерные волны [9].

В начале процесса длина гряды составляет 3 см. После распада плоской волны длина трехмерной гряды максимальной амплитуды превышает начальную в 6 раз. Длинная трехмерная гряда медленно смещается вниз по течению. Этот процесс будет рассмотрен в следующем параграфе. Вид трехмерной гряды, сформированной трехмерными волнами, приведен на следующем рисунке. На гребнях большой гряды, расположенных в шахматном порядке, видны гряды меньшей длины.

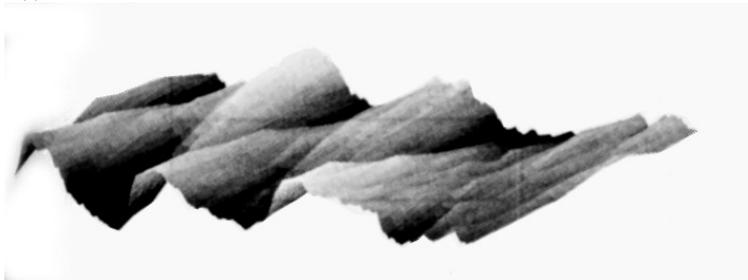


Рис. 5.16 Трехмерные гряды с гребнями, расположенными в шахматном порядке. На больших грядах расположены средние гряды.

Какие волны образуются в результате распада плоской волны предельной крутизны? В главе 4 мы получили условия распада: параметры волн должны удовлетворять закону сохранения энергии и условию фазового синхронизма. Следует еще определить длины волн, возникающих в результате распада. Эта

задача впервые решена экспериментально в дипломной работе студентки кафедры физики моря и вод суши физического факультета МГУ Г. Ю. Сальковой. Впервые данные опубликованы в [72]. Ниже на рисунке приведена зависимость длин волн, которые возникают после распада плоской волны предельной крутизны, от числа Фруда. Длины волн нормированы на длину линейной волны, соответствующей числу Фруда потока.

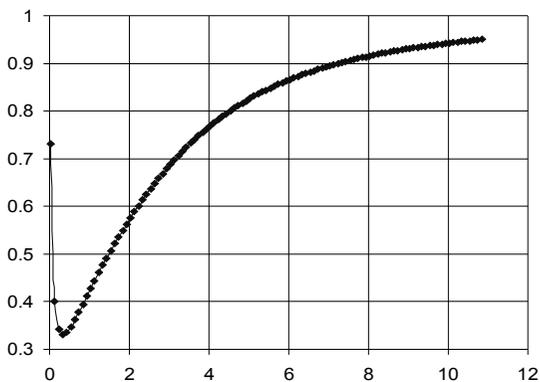


Рис. 5.17. Зависимость длин волн, образующихся после распада, от числа Фруда потока в канале с размываемым дном. λ_1 – длина самой короткой волны (совпадает с длиной распадающейся волны), λ_2 – средняя волна, λ_3 – самая длинная волна максимальной амплитуды.

Приведенные данные позволяют по заданному числу Фруда заранее предсказать длину волн, которые возникнут при распаде плоской волны. Для чисел Фруда $Fg < 0.68$ максимальная длина волны приблизительно в шесть раз превышает длину линейной волны. Для больших чисел Фруда происходит очень быстрый рост максимальной длины волны. Для этого диапазона чисел Фруда на рисунке приведен отдельный график. Для числа Фруда $Fg = 0.7$ максимальная длина волны уже в 60 раз превышает длину линейной волны и более чем в 200 раз превышает глубину потока.

§5 КУДА СМЕЩАЮТСЯ ГРЯДЫ?

Во всех экспериментальных исследованиях гряд на дне каналов отмечается, что при докритических числах Фруда гряды смещаются вниз по течению. В потоке с закритическим числом Фруда обнаружено парадоксальное явление: гряды смещаются навстречу потоку. Тем не менее, в этих экспериментах наносы выносятся потоком из канала в направлении, совпадающим с направлением течения: вынесенный песок скапливается в специальных ловушках в конце канала. Авторы отмечают этот парадокс и называют такие гряды "анти-дюнами".

Смещение гряд при до критических числах Фруда можно объяснить на основе отмеченной выше особенности волн с неподвижными гребнями. Гравитационные волны располагаются ниже по течению от препятствия на дне, там, где происходит усиление волн группы. На размываемом дне волна окажется ниже по течению от гряды, которая ее породила. Возникнув, волна сразу начинает формировать размыв под своим передним склоном, образуя новую грядку. Гребень новой гряды

вновь смещает волну вниз по течению. В результате наблюдатель видит постепенное смещение гряд в направлении движения потока. Смещение гряд, образованных в потоке с гладкой свободной поверхностью ($u < 23.1$ см/с), не происходит, так как волнового воздействия на поток нет.

На поверхности потоков, для которых число Фруда равно или превосходит единицу, образуется солитон. Эта неподвижная волна располагается вверх по течению от препятствия, возбудившего волну, так как скорость солитона выше скорости длинных волн. В потоке с размываемым дном солитон располагается выше по течению от гребня гряды. Он формирует яму под своим передним склоном, в результате чего возникает новая гряда и новый солитон, расположенный снова вверх по потоку от гряды. У наблюдателя создается впечатление, что гряда смещается вверх по потоку вслед за солитоном. Размываемый грунт, захваченный вихрями, переносится вниз по потоку. В конце канала песок, вымытый вихрями, скапливается в специальных ловушках, что соответствует наблюдениям экспериментаторов.

§6 ОБРАЗОВАНИЕ РЕЧНЫХ ИЗЛУЧИН

В паводок речное русло образует еще одну регулярную структуру - излучины, имеющие четко выраженный пространственный масштаб, называемый шагом излучин. Форма реки в плане в этом случае имеет вид синусоиды. Излучины рек иногда подвергаются частым переформированиям, а иногда остаются неизменными в течение длительного времени. Большие изменения русла рек в густо заселенных районах приводят к значительному экономическому ущербу, что делает проблему прогноза изменения русла в паводок актуальной.

Излучины или меандры рек характерны для небольших углов наклона долины реки к горизонту. Их можно наблюдать или на равнинах или в нижнем течении горных рек. Образуются излучины при максимальных расходах воды в наводнения или паводки. Фотография равнинной реки, имеющей синусоидальные излучины, приведена на следующем рисунке.



Рис. 5.18 Синусоидальные излучины равнинной реки.

Наиболее известной теорией образования излучин рек в XX веке была теория, связывающая их возникновение с закручиванием руслового потока в спиральное течение под воздействием силы Кориолиса. Эту теорию впервые выдвинул

Thomson в конце девятнадцатого века. [73]. Она развивалась Жуковским, Миловичем, Маккавеевым, Потаповым, Энгельсом, Шокличем, Эйнштейном [74], [75],[76]. Хотя винтовое движение жидкости в реке допускает принципиальную возможность различного характера размыва вогнутого и выпуклого берегов реки, однако, объяснить синусоидальное искривление прямого русла и определить параметры излучин по характеристикам прямого начального потока не удастся. Кроме того, многолетние натурные наблюдения американских исследователей на реках Миссисипи и Миссури [74] убедительно показали, что винтовое движение, связанное с силой Кориолиса, не приводит к поперечному переносу донных наносов.

Указанные выше трудности решения вопроса об образовании речных излучин заставили исследователей обратиться к методу возмущений, широко используемому в разных областях физики. Суть метода заключается в том, что решается линейное уравнение движения для малых отклонений от положения равновесия с линейными граничными условиями и исследуется устойчивость этого решения к возмущениям, удовлетворяющим линейному уравнению с нелинейными граничными условиями, либо нелинейному уравнению. Если существуют нейтрально устойчивые возмущения, то справедлив принцип смены устойчивости. Однако попытки применить этот метод к решению очень сложной задачи формирования речных излучин успеха не имели.

В связи с тем, что теория руслового процесса так и не предложила физической модели образования речных излучин адекватной реальному процессу, в настоящее время для практических прогнозов реформирования русла в паводок используются два основных подхода [78]. Во-первых, создано большое количество эмпирических выражений связывающих шаг излучины с паводковым расходом воды, при котором она была сформирована. Во многих случаях эти выражения дают хорошие результаты, но они не являются универсальными. Существуют примеры использования таких выражений, показывающие, что ошибка расчетного значения может достигать 100. Во вторых, используется методика анализа статистических данных деформации данного русла за достаточно большой промежуток времени в прошлом и составлении вероятностного прогноза на будущее. Методика, учитывающая максимальное число параметров предложена в работе [79]. В этой же работе указывается на то, что избежать ошибок прогноза, решая задачу таким путем, не возможно.

На кафедре физики моря и вод суши впервые был предложен физический механизм образования речных излучин, связанный с воздействием на русло трехмерных волн большой длины, возникающих при распаде плоской волны большой крутизны [61]. Если длина трехмерной волны в сотни раз превышает глубину потока, то ширина гребней волны перекрывает ширину русла. В результате волна формирует систему трехмерных гряд, имеющих вид баров, расположенных в шахматном порядке вдоль берегов реки. Такие гряды имеют название "побочней". Фотография этих гряд, сформированных в лаборатории, приведена на следующем рисунке.

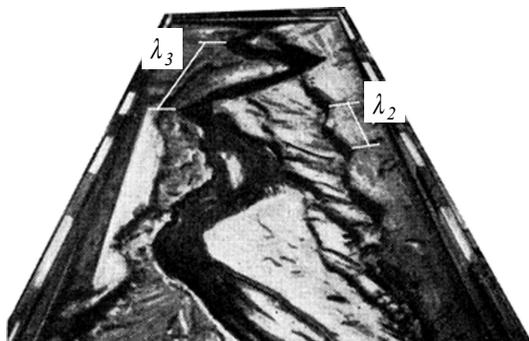


Рис. 5.19 Русло лабораторной реки, сформированное потоком с числом Фруда 0.55. Отрезками показаны гряды, образованные волнами максимальной λ_3 и средней λ_2 длины. Фотография Шарашкиной.

После спада большого расхода воды, проходившего при наводнении или в паводок, мелкий поток вынужден двигаться между высокими прибрежными грядами, образованными в паводок. Гребни гряд расположены в шахматном порядке, что определяет форму потока в виде регулярных изгибов. Схема возникновения меандров в межень (при низком уровне воды) приведена ниже на рисунке.

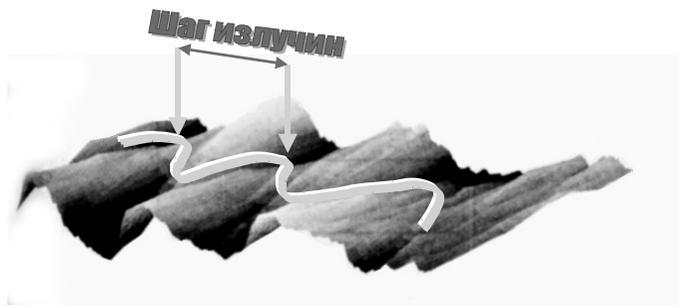


Рис. 5.20 Схема образования регулярных излучин потока в межень

Шаг излучин (длина волны синусоиды) равен длине максимальной волны λ_3 , образующейся при распаде плоской волны предельной крутизны. Эта гипотеза нашла подтверждение в многочисленных экспериментах и натурных наблюдениях. Приведенные выше данные исследования трехмерных волн позволили создать простую методику, позволяющую прогнозировать изменения формы реки в паводок. [80].

Неподвижные волны возникают при малых значениях продольного градиента скорости течения по сравнению с вертикальными составляющими этой величины. Так, если скорость течения $u=25 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$, $h=2.5 \text{ см}$ в канале с песчаным дном вертикальный градиент скорости у дна (ниже логарифмического слоя) составляет примерно $u_v=80 \text{ с}^{-1}$. Стационарные волны образуются уже при значениях продольного градиента скорости $u_v=0.001 \text{ с}^{-1}$, что соответствует уклону водной поверхности

$$i \approx \sin \alpha \approx u_x h / u = 0.0001. \quad (5.5)$$

Отметим, что такими градиентами скорости обычно пренебрегают в экспериментах. В области замедления потока (перед неподвижным гребнем волны) у дна происходит интенсивный отрыв цилиндрических вихрей, уносящих песок, что приводит к образованию промоины. В области ускорения потока (за гребнем волны) происходит аккумуляция песка. Формируемая донная гряда по мере своего роста приводит к усилению исходной волны – быстро растет крутизна волны ak (a – амплитуда, $k=2\pi/\lambda$ и λ – длина волны). При достижении критической крутизны волны появляется специфический нелинейный эффект – волна распадается на три трехмерные волны большей длины. Трехмерные волны формируют трехмерные гряды. Отметим, что в канале с размываемым дном для данного числа Фруда существует единственное критическое значение крутизны плоской волны (в отличие от волн в канале с плоским закрепленным дном). Следовательно, и параметры возникающих трехмерных волн тоже определяются лишь числом Фруда.

Этот результат позволяет сравнивать данные, полученные в лаборатории, с данными натуральных исследований при тех же числах Фруда. Используя экспериментальные результаты, можно построить зависимость длины трехмерных волн, нормированных на глубину потока, от числа Фруда. Такая зависимость приведена ниже на рисунке для двух наиболее длинных волн.

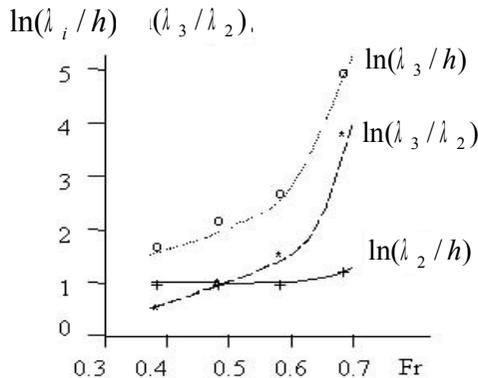


Рис. 5.21 Зависимость параметров трехмерных волн от числа Фруда.

Глубина потока, использованная для нормирования, представляет собой минимальную глубину потока перед распадом волны (глубина над гребнем донной формы под впадиной стационарной волны). Длина самой короткой волны λ_1 может быть определена по условию фазового синхронизма, выполняющегося при распаде волны предельной крутизны:

$$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \quad (5.6)$$

В диапазоне чисел Фруда (0.4-0.7) отношение λ_2/h растет очень медленно от 3 до 3.2. Для чисел Фруда $Fr > 0.7$ длины наименьших волн сближаются, а длина самой длинной трехмерной волны быстро растет в соответствии с (5.6).

Для того чтобы использовать приведенные данные для прогноза продольного размера донных форм, необходимо заранее знать число Фруда паводкового потока. Число Фруда должно быть рассчитано по максимальной скорости потока и минимальной глубине над гребнем донной формы перед распадом волны. Большой ряд экспериментальных данных показал, что при неизменном расходе воды процесс формирования гряд характеризуется постепенным углублением дна у подошвы гряд и малым изменением глубины потока над гребнем (см. рис. 5.15). Это позволяет использовать для расчета числа Фруда глубину исходного потока с плоским дном.

Эксперименты различных авторов показывают, что в лабораторных каналах для расчета величины скорости потока в каналах с плоским дном можно использовать формулу Шези, задавая глубину и уклон поверхности воды i , полагая коэффициент Шези для дна с песчаными грядами $C=30-35\text{м}^{0.5}\cdot\text{с}^{-1}$ [81]. Для скорости потока и числа Фруда получаем выражения:

$$u = C\sqrt{iR}, \quad \text{Fr} = C\sqrt{\frac{R}{h}} \frac{i}{g} \quad (5.7)$$

где R - гидравлический радиус (отношение площади поперечного сечения потока в основном русле к смоченному периметру). Выражение (5.7) дает достаточно точные результаты: доверительный интервал не превышал 10% для вероятности 0.67. Однако такая ошибка в определении аргумента функции $\lambda_3/h(\text{Fr})$ в области чисел Фруда $\text{Fr}>0.67$ приводит к значительным погрешностям в определении величины λ_3/h , так как длина трехмерной волны очень быстро растет с увеличением числа Фруда. При меньших числах Фруда оценки дают вполне удовлетворительные результаты, в пределах погрешности измерений.

В натурных условиях для определения числа Фруда потока, выходящего за пределы береговых валов, можно использовать глубину полного заполнения основного русла и соответствующее максимальное значение скорости потока, как показывают результаты работы [81]. Однако эти величины в натурных условиях в паводок могут меняться значительно при переменном расходе воды вдоль по течению.

В натурных условиях часто возникает необходимость косвенного определения параметров потока на пике паводка, так как непосредственное измерение их оказывается невозможным. Информацию о пиковом значении скорости потока можно получить по тем донным структурам, которые были сформированы во время паводка. Решение этой задачи полезно и для оценки параметров потоков, сформировавших древние и пересохшие русла. Если при прохождении пика паводка на поверхности воды стационарная волна достигает предельной крутизны для соответствующего числа Фруда, то на дне формируются трехмерные гряды. После спада пикового расхода воды эти гряды остаются на дне и могут быть измерены. Не разрушаются обычно две наиболее длинные гряды. Самая короткая гряда, образованная короткой волной минимальной амплитуды, размывается.

Параметры потока, сформировавшего гряды, можно восстановить, используя экспериментальные зависимости, приведенные на рис. 5.21. По оси ординат на рисунке отложен логарифм отношения длин трехмерных волн λ_3/λ_2 , по оси абсцисс - число Фруда. Измерив длины трехмерных гряд после спада воды и

найдя их отношение, можно определить по этому графику число Фруда. Затем, воспользовавшись зависимостями $\lambda_1/h(Fr)$ (рис. 5.21), можно определить глубину потока. Удобно использовать для определения h выражение, следующее из данных, приведенных на рисунке:

$$\lambda_2/h \approx 3 \quad (5.8)$$

Тогда глубина и максимальная скорость потока определяются:

$$h = \lambda_2/3 \quad u = Fr \sqrt{g \cdot \lambda_2/3} \quad (5.9)$$

Основной особенностью образования трехмерных гряд является то, что образуют эти гряды стационарные волны на поверхности потока, параметры которых в момент распада плоской волны определяются только числом Фруда. Это позволяет моделировать процесс в лаборатории в отличие от большинства явлений, требующих подобия еще и по числу Рейнольдса.

Приведем несколько примеров проверки приведенной выше методики на натурном и лабораторном материале.

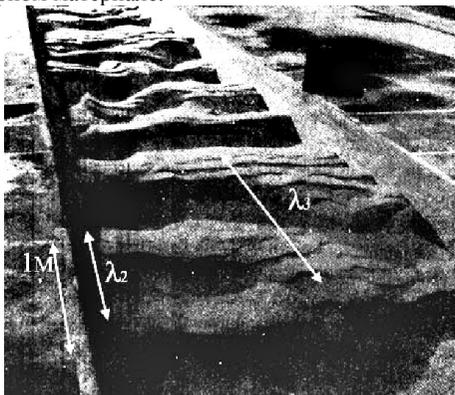


Рис. 5.22 Трехмерные гряды, образованные паводком в лабораторном канале [81].

На рисунках приведена фотография русла сформированного лабораторным потоком. На песке видны трехмерные гряды. Их длину можно определить по масштабу, указанному на берегу. Измеренные и рассчитанные параметры гряд и потока приведены в таблице.

λ_3 , м	λ_2 , м	λ_3/λ_2	Fr по	$h = \lambda_2/3$	$h_{изм}$ м	$u_{рас}$ (5.9)	$u_{изм}$ м·с ⁻¹
				м		м·с ⁻¹	
1.5	0.70	2.1	0.4	0,23	0.24	0.64	0.65

Рассчитанное и измеренное значения скорости отличаются на 3%, отклонение лежит в пределах ошибки измерений.

Второй пример относится к натурным данным. На приведенной ниже фотографии видны трехмерные гряды, образованные в паводок на одной из рек Таиланда [82]. Глубина реки равна $h = 1$ м.



Рис. 5.23 Трехмерные гряды, образованные на реке в Таиланде [82].

Размер максимальной гряды λ_3 составляет около 9м, $\lambda_3 / \lambda_2 = 3$, что соответствует числу Фруда $Fr=0.5$ и глубине паводкового потока $h=1$ м по соотношению, приведенному на рис. 5.21. Это значение соответствует измеренной глубине реки по бровкам.

Более крупные гряды, сформированные в паводок, образуют излучины рек в межень. Река Киевка протекает на севере Хабаровского края. Фотография реки приведена на следующем рисунке.



Рис. 5.24 Река Киевка (север Хабаровского края).

Измеренные и рассчитанные параметры приведены в следующей таблице. Глубина реки, измеренная по бровкам, близка значению, рассчитанному по (5.9).

λ_3 , м	λ_2 , м	λ_3/λ_2	Fr по	$h = \lambda_2 / 3$	$h_{изм}$, м	$u_{рас}$ (5.9)	$u_{изм}$
				м		$м \cdot с^{-1}$	$м \cdot с^{-1}$

100	35	3	0.58	11.6	11	6.21	нет
-----	----	---	------	------	----	------	-----

Пример лабораторной реки, образующей излучины, приведен на рис. 5.15. На рисунке приведена фотография лабораторного русла после спада пикового расхода воды. Уклон водной поверхности в паводок составлял $i=0,0025$. На бортиках виден масштаб в 1м, позволяющий определить продольный размер гряд $\lambda_1=3.5$ м и $\lambda_2=80$ см. Рассчитанные и измеренные значения глубины и максимальной скорости потока очень близки. Ниже в таблице приведены данные расчетов и измерений параметров потока и гряд.

λ_3 , м	λ_2 , м	λ_3/λ_2	Fр по	$h = \lambda_2 / 3$	$h_{изм}$ м	$u_{рас}$ (5.9) м·с ⁻¹	$u_{изм}$ м·с ⁻¹
3.5	0.80	3.8	0.55	м	0.26	0.86	0.90

Сопоставление измеренных и расчетных данных показывает, что во всех рассмотренных исследованиях, как лабораторных, так и натуральных, полученные результаты близки: отличия не превышают погрешность измерений. Размер донных форм определяется только числом Фруда, что позволяет использовать соотношения, полученные в лаборатории, для натуральных условий.

§7 ДЕФОРМАЦИЯ РУСЛА ЗА ВОДОСЛИВОМ ГИДРОСООРУЖЕНИЙ

Гидросооружения, представляющие собой резервуары с водой такие, как водохранилища, имеют водосливы, через которые спускается излишек воды. За водосливом образуется поток, имеющий большую скорость течения и малую глубину. Поток интенсивно размывает русло в зоне, прилегающей к водосливу, как показано на схеме.

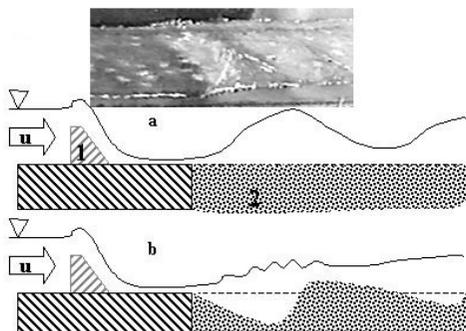


Рис. 5.25 Схема размытия дна под первой большой волной за водосливом. 1 – стенка водослива, 2 – незакрепленный грунт. Штриховкой показан укрепленный участок русла.

Чтобы избежать постоянного размыва дна, часть русла в этой зоне необходимо крепить, что связано с существенными затратами. Затраты можно свести к минимуму, если точно известна зона максимального размыва. Для решения этой задачи необходимо получить физическую модель процесса размыва русла за водосливом.

На схеме, приведенной выше, показано, что сразу за водосливом часть русла закреплена. В этой зоне число Фруда потока обычно превышает или близко

критическому значению. Ниже по потоку, где число Фруда снижается до значения 0.9 – 0.8, на поверхности потока возникает неподвижная плоская волна большой амплитуды. Под передним склоном волны в зоне замедления потока и постоянного вылета вихрей формируется яма. Эксперименты позволили установить следующие особенности этой деформации русла [83].

В эксперименте исследовался размыв песчаного дна канала за водосливом. В первый момент времени дно канала было плоским. В зоне торможения течения под передним склоном волны смывается слой песка в соответствии с механизмом, который описан выше. После того как первый слой донного грунта толщиной, равной диаметру вихря, смывается вихрями, начинается размыв следующего слоя. Однако начало зоны размыва смещается вниз по потоку, так как над образовавшейся ступенькой понижается уровень воды и увеличивается скорость потока [36]. В результате сразу за ступенькой образуется область, где размыв дна не происходит. Ширина этой области в 5-6 раз превышает высоту ступеньки, равную диаметру вихря.

После размыва второго слоя начинается размыв следующего, а левый край зоны размыва снова смещается вниз по течению на то же расстояние, что и предыдущий слой. Таким образом, формируется склон ямы со стороны набегающего потока под углом 10-12 градусов к горизонту. Эти данные хорошо согласуются с результатами работы [84] (рис.7 в [84]), где приведены значения углов переднего склона ямы для различных расходов воды, для потока в канале с дном из песка и гравия.

Противоположный склон ямы на выходе потока формируется в зоне ускорения потока за гребнем первой волны. В этой области скапливается песок, высланный триполями или диполями в месте приземления. Этот склон ямы получается более крутым. С увеличением глубины размыва и одновременным увеличением высоты намыва песка вихри, вылетающие со дна ямы и летящие по дуге, врезаются в намытый слой песка и теряют свой груз преждевременно. В результате склон на выходе из ямы составляет с горизонтом 25-30° и оказывается круче, чем на входе. Этот вывод совпадает с результатами экспериментального исследования [84], полученными для мелких и крупных частиц (песок и гравий) в широком диапазоне значений скорости набегающего потока (25–100 см·с⁻¹).

Вывос донных частиц из ямы, а также отсутствие поступления грунта на входе в канал приводят к дальнейшему увеличению глубины ямы и падению скорости потока. С уменьшением числа Фруда и продольного градиента скорости амплитуда волны тоже быстро уменьшается. Для $Fr < 0.4$ длина волн меньше глубины потока в центре ямы. Такие короткие волны создают зоны ускорения и замедления течения в слое, толщина которого меньше глубины потока. В результате они не влияют на размыв дна в глубокой части ямы. Однако на склонах ямы в зоне малых глубин и больших значений продольного градиента скорости на поверхности песка появляются синусоидальные гряды, длина которых точно равна длине волны.

Когда глубина ямы оказывается сравнимой с глубиной натекающего потока ($Fr < 0.4$), на поверхности воды формируются короткие плоские волны, соответствующие двум различным значениям продольного градиента скорости потока: над первым и вторым склонами ямы. Из-за разной крутизны склонов характеристики волн оказываются различными. Над склоном на выходе потока из

ямы существует суперпозиция стационарных волн, возникших на первом и втором склонах.

Выше было показано, что при наличии нескольких достаточно крутых ($ak > 0.15$) стационарных волн в одной области потока в канале с плоским дном происходит периодическое излучение солитонов огибающей. Солитоны бегут вверх по потоку со скоростью, превышающей скорость длинных волн. Этот процесс наблюдается и в потоке над ямой.

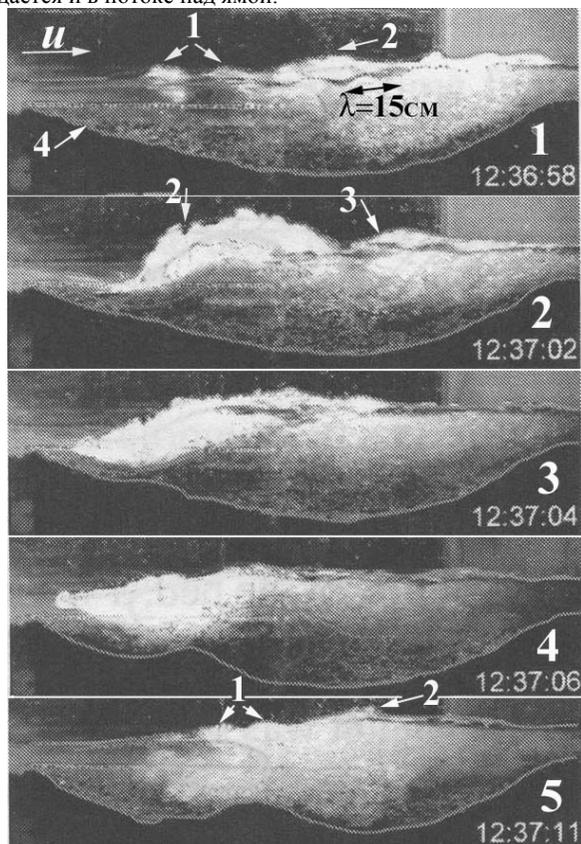


Рис. 5.26 Генерация солитона огибающей двумя близкими неподвижными волнами, существующими над передним и задним склонами ямы. 1 – гребень неподвижной волны над передним склоном ямы, 2 – солитон [84].

На рисунке приведены кадры видеозаписи этого процесса, полученной в [84] в канале с дном из гравия со средним диаметром донной частицы 0.49 см. В [84] обращается внимание на то, что поверхность воды имеет пульсирующий характер, но не проводится анализ волновых явлений.

На первом кадре рисунка на поверхности воды видны синусоидальные стационарные волны. Длина волны над передним склоном ямы равна 19 см. Длина волны на противоположном склоне равна 15 см, $ak = 0.24$. Над центром ямы видно

возвышение поверхности воды – солитон, образовавшийся в зоне существования двух стационарных волн. На втором кадре солитон попадает в область уменьшения глубин (над склоном на входе потока в яму). Амплитуда солитона увеличивается более чем в 3 раза. Хорошо виден трехмерный волновой хвост солитона. В работе [85] приводится оценка временного масштаба перехода от начала излучения солитона к асимптотическому состоянию, когда наблюдаются солитоны и хвосты:

$$\tau = (\omega k^2 a^2)^{-1} \quad (5.10)$$

Расчет по (5.10) дает $\tau=2$ с, что соответствует наблюдениям.

Усиление солитона, выходящего на мелководье исследовано в численной работе [86]. Результаты, полученные в работе, приведены на следующем рисунке.

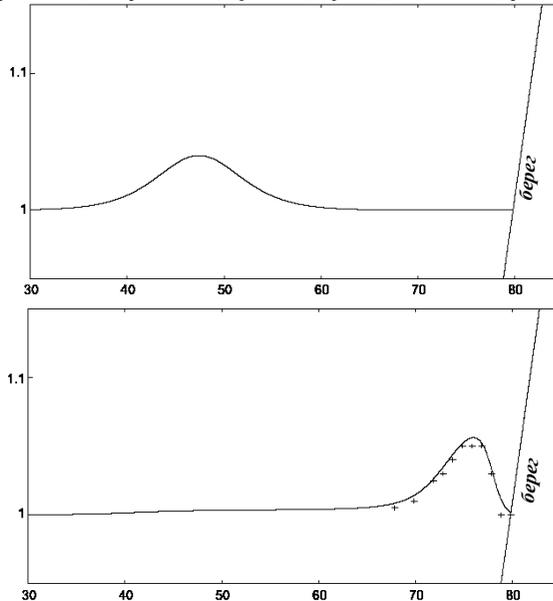


Рис. 5.27 Солитон, выходящий на мелководье [86].

При выходе на мелководье амплитуда солитона увеличивается, а передний склон становится круче. Кадры видеозаписи, приведенные на рис. 5.25 подтверждают этот результат. На втором кадре солитон выходит на передний склон ямы, его амплитуда возрастает, а передний склон круче заднего. Солитон остается на месте на следующих кадрах, так как его скорость равна скорости потока на этой координате. Видеозапись показывает, что передний склон солитона обрушивается, после чего его амплитуда уменьшается. Пока солитон представляет собой неподвижную волну, под его передним склоном в зоне замедления течения происходит интенсивный размыв дна.

На третьем кадре рис.5.26 солитон останавливается в области, где его скорость равна по модулю скорости потока $60 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$. На следующем кадре под передним склоном солитона в зоне торможения потока появляется размыв дна,

возникший за то время ($t=2c$), пока солитон был неподвижен. Приведенные данные позволяют рассчитать параметры поля скорости и вихрей, отрывающихся в зоне торможения потока. Скорость потока в зоне размыва $u=60 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$, $u_0=6.5 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$, $\delta=1.2 \text{ см}$, $C_f=2$, диаметр вихря 0.8 см , максимальный продольный градиент скорости на верхней границе придонного слоя $u_x^\delta = -0.5 \text{ с}^{-1}$. Расчетное значение расстояния между центрами вихрей $s = 0.8 \text{ см}$, период отрыва $T = 0.2 \text{ с}$. Таким образом, вихри представляют собой цепочку без промежутков между звеньями. Толщина смытого слоя гравия за время $t=2 \text{ с}$ составляет $h_{\text{раз}} = 2.5 \text{ см}$, т.е. 5 слоев частиц диаметром 0.49 см . Следовательно, размыв одного слоя требовал двух отрывов цепочки вихрей, а один вихрь уносил одну частицу указанного диаметра.

Периодический приход солитонов на передний склон ямы приводит к интенсивному дополнительному размыву дна. При этом существенно меняется угол самого склона. Как следует из рис. 5.26, после ухода солитона угол переднего склона ямы увеличивается до 30° к горизонту.

Для того, чтобы избежать размыва русла под первой волной при докритических числах Фруда, нужно закрепить дно канала. Можно сократить протяженность области крепления, если приблизить первую большую волну к стенке водослива. Эксперименты показывают, что этого можно добиться, например, создавая небольшой положительный уклон дна канала.

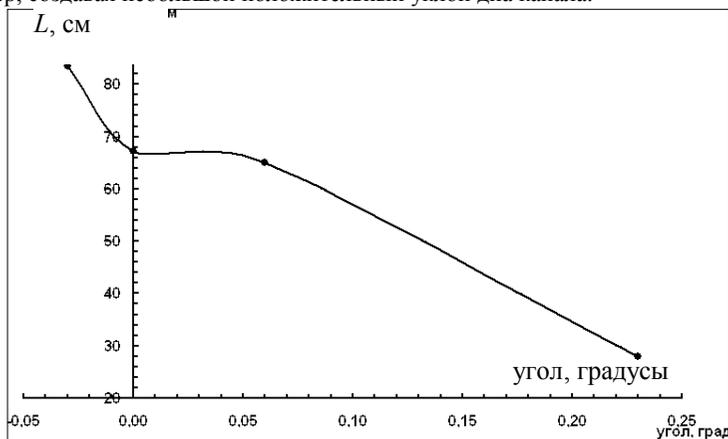


Рис. 5.28 Зависимость расстояния от стенки водослива до ямы L от угла наклона дна канала к горизонту.

Зависимость, приведенная на рисунке получена в прямом канале шириной 20 см , при расходе воды 2 л/с , высоте водослива $h = 3,68 \text{ см}$. Максимальное расстояние от водослива до ямы наблюдается при понижении дна канала после водослива (отрицательные углы наклона).

§8 ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ВОДОХРАНИЛИЩЕ ПРИ ПРОРЫВЕ ПЛОТИНЫ

При прорыве дамбы большие объемы воды, насыщенные донными отложениями, устремляются на земли, жилые и хозяйственные постройки, расположенные ниже дамбы. Для прогноза распространения возникающего потока

воды расчеты должны учитывать характер перемещения воды внутри водохранилища с учетом размыва дна. Однако обычно рассматривается одномерная задача мелкой воды, пренебрегающая вертикальным изменением параметров потока. Вода считается несжимаемой, распределение давления полагается гидростатическим. Двумерная задача исследована в работах [87]. Трехмерное численное исследование и результаты эксперимента в бассейне с плоским закрепленным дном приведены в [88]. Это исследование показало, что в указанной постановке задачи расхождения численных и экспериментальных результатов очень велико.

Новый взгляд на эту проблему представлен в экспериментальном исследовании [89]. В этой работе впервые исследуются волновые явления на поверхности воды внутри водохранилища, которые возникают при внезапном прорыве дамбы. Эксперименты проводились в прозрачном канале 3 м длиной, 20 см шириной, 0,4 м глубиной и уклоном дна 0,001. Прорыв дамбы моделировался быстрым смещением задвижки в правом конце канала, как показано на схеме.

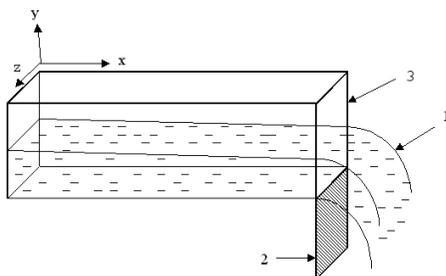


Рис. 5.29 Схема эксперимента. 1 – поверхность воды, 2 – заслонка (открыта), 3 – канал.

Начальная глубина воды перед прорывом составляла $h = 10$ см. Перед наполнением канала на дно укладывался песок со средним диаметром песчинки 0,2 мм. Рабочий участок находился в центре канала (равноудален от его торцов) и составлял 12 см. Для исследования поля скорости потока использовались частицы полистирола ($\rho = 1.05 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$) диаметром 0,2 мм. Движение потока с частицами записывалось с помощью видеокамеры через боковую стенку канала со скоростью 25 кадров в секунду, время экспозиции – 0,022 с. Частицы, двигающиеся вместе с потоком, имели горизонтальные треки. Если частицы захватывались вихрями, то треки соответствовали характеру перемещения вихрей. По перемещению частиц от кадра к кадру или по длине трека определялось поле скорости основного потока. Доверительный интервал определения скорости потока по перемещению частиц составлял $0.1 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$ для доверительной вероятности 0,67. Максимальное число Фруда исследованного течения не превышало 0,7, что для водоема глубиной 10 м соответствует скорости течения $7 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$.

Сразу после прорыва плотины на поверхности воды были обнаружены пакеты коротких волн длиной около 2 см (оггибающая пакета около 10 см), бегущие вверх по потоку. Впереди цуга обнаружена волна повышения, а позади – волна понижения, как показано на схеме.

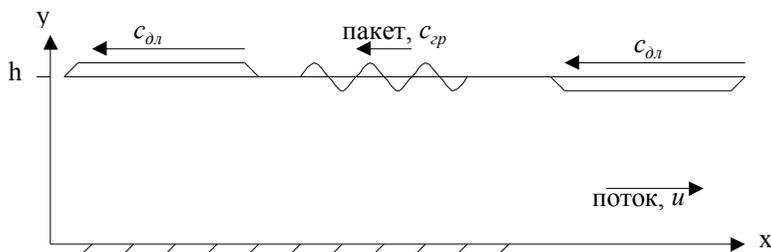


Рис.5.30. Первые волны, возникающие после прорыва плотины, в водохранилище
 Длина длинных волн (9.5см) близка длине огибающей пакета коротких волн, а скорость равна скорости длинных волн $c = \sqrt{gh}$. Появление длинных волн понижения и повышения соответствует результатам работы [90].

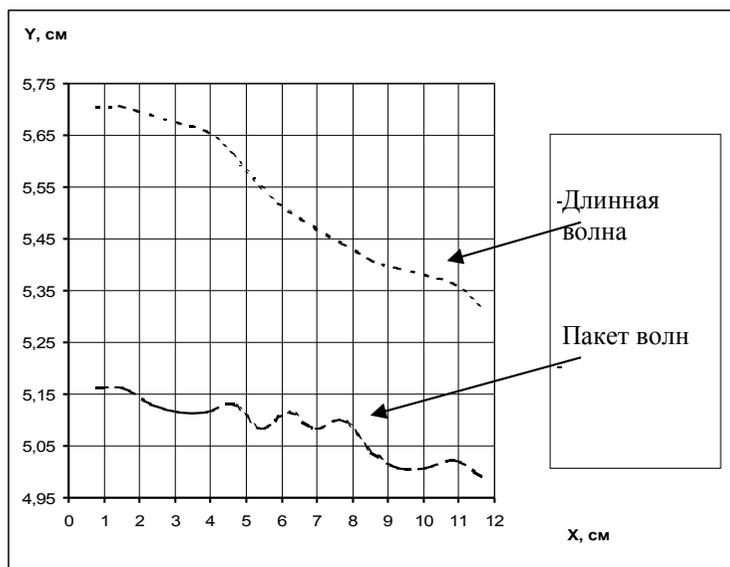


Рис. 5.31 Волны, возникшие в результате открытия заслонки.

В работе [90] показано, что длинные волны возникают при импульсном возбуждении пакета коротких волн и переносят импульс всей системы. Период длинных волн равен 0.11c и близок времени открытия заслонки. На рисунке показана поверхность воды на рабочем участке в моменты времени, когда там проходила длинная волна и цуг волн, возникшие при открытии заслонки.

Скорость потока в канале постепенно росла со временем. Когда на рабочем участке скорость потока достигла величины 25 см/с в момент времени $t = 0.45\text{ с}$, на поверхности воды обнаружена новая волна длиной $\lambda = 5.2\text{ см}$, показанная на

следующем рисунке для нескольких моментов времени. Гребень волны не смещался вдоль оси x в течение нескольких секунд, что возможно в том случае, если фазовая скорость волны, бегущей вверх по потоку, равна по модулю скорости самого потока.

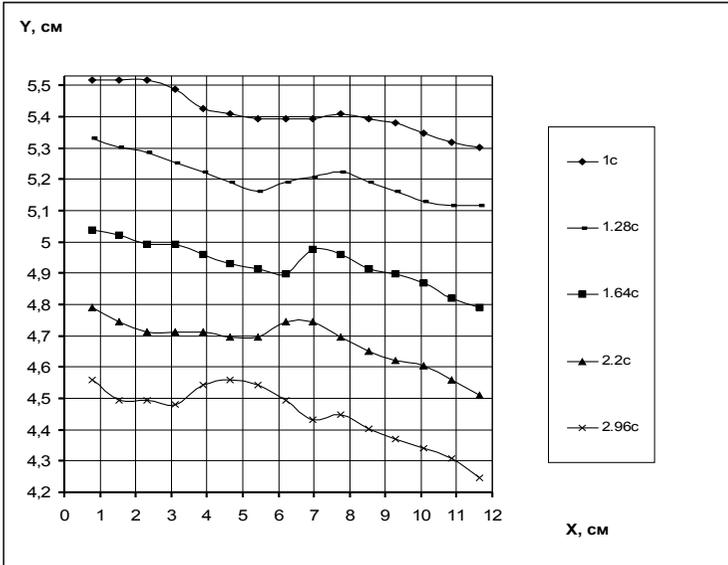


Рис. 5.32 Почти неподвижные волны на поверхности потока

Положение гребня волны не меняется от $t = 1$ с до $t = 1.64$ с. Смещение гребня вверх по потоку происходит при подходе гребня длинной волны малой амплитуды ($\lambda = 140$ см, $a = 0.2$ см) для моментов времени $t = 2.2 - 2.96$ с. Крутизна стационарной волны не превышает значение 0.06 для данного числа Фруда $Fr = 0.5$.

Полученные данные показали, что параметры волн с неподвижными гребнями, обнаруженные нами на нестационарном потоке, возникающем после прорыва плотины, соответствуют дисперсионному соотношению линейной задачи. Из приведенных на рисунке данных следует, что форма волны меняется со временем, отражая изменения параметров нестационарного потока. Увеличение амплитуды и длины волны обусловлено ростом числа Фруда и продольного градиента скорости. Параметры волн удовлетворяют соотношениям, полученным для неподвижных волн на стационарном потоке.

Под неподвижной волной обнаружен отрыв вихрей (диполей) и интенсивный разрыв дна. Ниже приведена последовательность кадров видеозаписи, позволяющая наблюдать процесс отрыва вихрей.

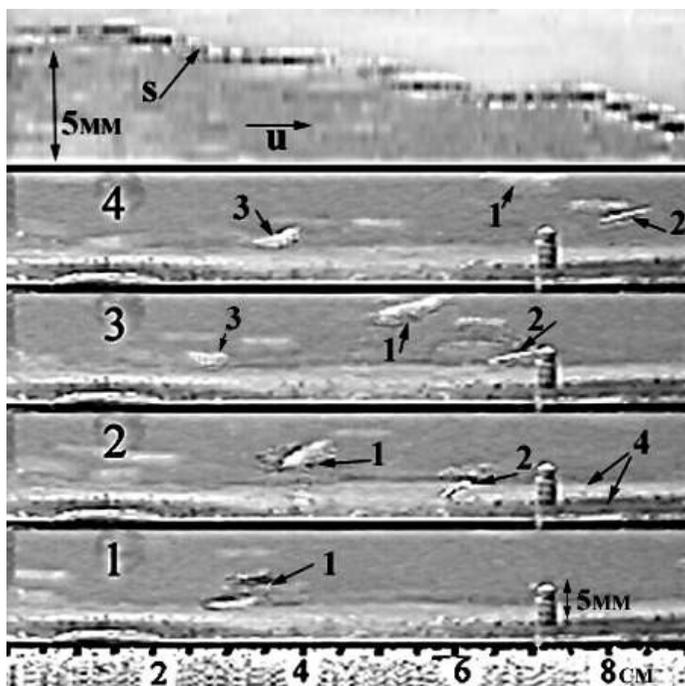


Рис. 5.33. Придонный слой потока (кадры 1 – 4) и поверхность воды (верхний кадр) с неподвижной волной. 1, 3 – диполи под передним склоном первой волны, 2 – диполи под передним склоном второй волны, 4 – дно, s – поверхность воды.

На поверхности воды видны 2 гребня неподвижной волны. Под передними склонами волн в зоне замедления потока отрываются диполи. На координате $x = 3$ см отрыв виден на кадре 1 и 4. На координате $x = 6$ см отрыв виден на кадре 2. За указанный промежуток времени средняя скорость и градиенты скорости течения не изменились в пределах погрешности измерения. Это позволяет использовать результаты исследования процесса отрыва вихрей в стационарном потоке для анализа эксперимента.

Видеозапись позволила определить параметры потока: $u_0 = 4.5$ см·с⁻¹, вертикальный градиент скорости течения $u_y = 130$ с⁻¹ в слое $h_b = 0.14$ см. Радиус вихря составляет 0.06 см. По полученным данным можно определить период отрыва вихрей T и расстояния между вихрями s : $T = 0.15$ с и $s = 0.4$ см. Период вылета вихрей соответствует видеозаписи: 3 кадра по 0.04 с плюс время экспозиции кадра 0.022 с. Расстояние между двумя диполями можно оценить по следующему кадру видеозаписи. Экспериментальные и расчетные значения практически совпадают. Такое совпадение дает основание полагать, что предложенный физический механизм правильно описывает наблюдаемое явление.

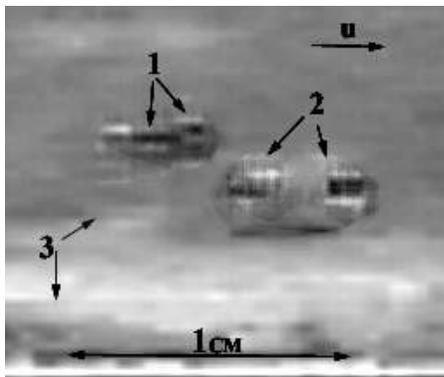


Рис. 5.34. Две пары цилиндрических вихрей, вращающихся в противоположном направлении. 1, 2 – пары вихрей, 3 – дно

Эксперименты показали, что размыв дна происходил под передним склоном неподвижных волн. Таким образом, размыв дна в водохранилище будет определяться параметрами волн с неподвижными гребнями. Длина волн задает размер участков интенсивного размыва. Крутизна волн определяет продольный градиент скорости на этих участках и интенсивность самого размыва, так как частота вылета вихрей пропорциональна этой величине, а расстояние между вихрями – обратно пропорционально. Очень хорошее соответствие расчетов экспериментальным значениям позволяет рекомендовать предложенную модель для прогноза деформации дна канала нестационарными потоками, параметры которых остаются неизменными за время периода вылета вихрей.

§9 ВОЛНА В СУХОМ РУСЛЕ ПРИ ПРОРЫВЕ ПЛОТИНЫ

При прорыве плотины или сильном наводнении в сухом русле возникает очень опасный поток, смывающий все на своем пути. Головная часть потока имеет форму волны с очень крутым передним фронтом, который часто называют "стеной воды". Наблюдения таких потоков в натуральных условиях показали, что в головной части волны крутятся и всплывают крупные куски пород и обломки скал [91], [92].

Исследованию этого явления посвящено большое количество экспериментальных работ. В работе [93] исследовано перемещение наносов волной и скорость распространения фронта волны. Оказалось, что основная часть грунта переносится в голове волны, а скорость фронта постепенно уменьшается вне зависимости от того, была вода в русле до прорыва плотины или нет. Исследования физических процессов в головной части волны до сих пор не было.

Впервые задачу о течении идеальной жидкости в сухом русле при прорыве плотины рассмотрел Риттер в 1892 г. С помощью метода характеристик решалась задача о распространении одномерной волны. Для скорости перемещения фронта волны получено следующее выражение:

$$C_{\phi} = 2\sqrt{gh_0} \quad (5.11)$$

Здесь h_0 – начальная глубина в водохранилище. Форма поверхности идеальной жидкости показана на рисунке.



Рис. 5.35 Форма поверхности воды при прорыве плотины

Для реальной жидкости головная часть волны имеет крутой фронт. В ряде экспериментальных работ [94] и натуральных наблюдений [95] установлено, что реальная скорость перемещения головы волны меньше значения, рассчитанного по (5.11). Исследование процессов в головной части волны впервые проведено на кафедре физики моря и вод суши физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

Эксперименты проводились в прямом горизонтальном канале длиной 3.5 м, шириной 20 см с прозрачными стенками. Резервуар, отделенный от канала заслонкой, заполнялся водой. После резкого открытия заслонки (время подъема около 0.04 с) возникал поток, который снимался на видеокамеру.

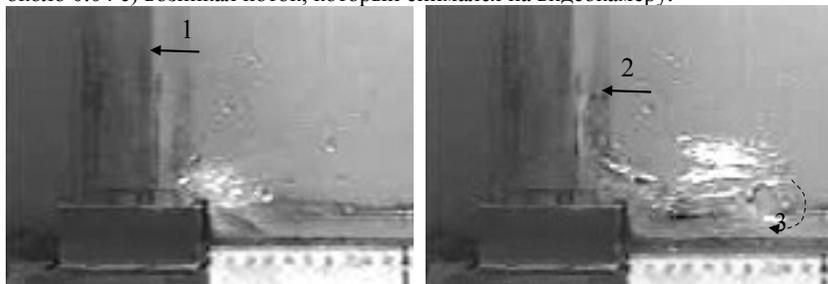


Рис. 5.36 Открытие заслонки. Два кадра, сделанных через 0.04 с. 1 – резервуар, 2 – положение нижнего края заслонки после подъема.

Уровень воды в резервуаре составлял $h_0 = 17$ см. Заслонка поднималась на 7 см. Эти кадры получены неподвижной камерой. Голова потока представляет собой сложную картину, напоминающую слоистый пирог из вихрей. На правом кадре хорошо видны три слоя вихрей и большой вихрь на дне перед этой структурой. Вихрь имеет горизонтальную ось и вращается по часовой стрелке.

Образование вихря начинается под заслонкой. Ниже приведена серия последовательных кадров, позволяющая проследить образование вихрей у дна канала. Эта серия кадров сделана камерой, которая движется вместе с вихрем с той же скоростью. Под заслонкой струйки воды поднимаются вверх, а затем, под действием силы тяжести опускаются вниз, формируя крупный вихрь с горизонтальной осью, направленной вдоль поперечной оси канала. На последнем кадре видно, что вихрь имеет вытянутый по горизонтали контур и два центра. Это позволяет предположить, что сформировалась пара вихрей. Вихрь задерживает

движение потока воды. На последнем кадре видно, что глубина потока над вихрем увеличилась.

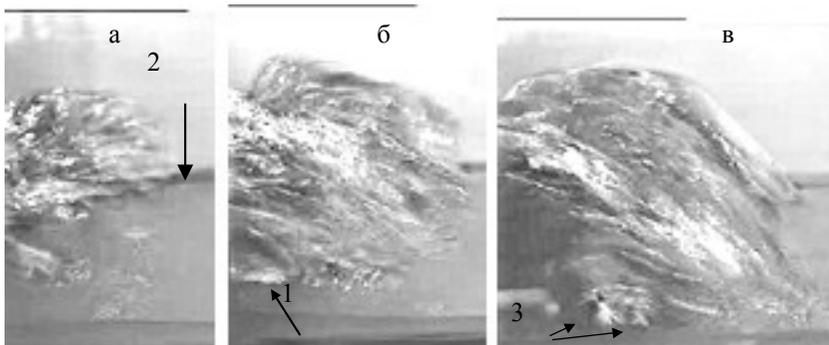


Рис. 5.37 Образование вихря на дне у заслонки. 1 – вихрь, 2 – дно, 3 – два центра вихря.

Пара вихрей, образовавшаяся у дна, поднимается вверх, достигает поверхности воды и оказывается частично в воздухе. Этот момент запечатлен на кадре (г) следующего рисунка.

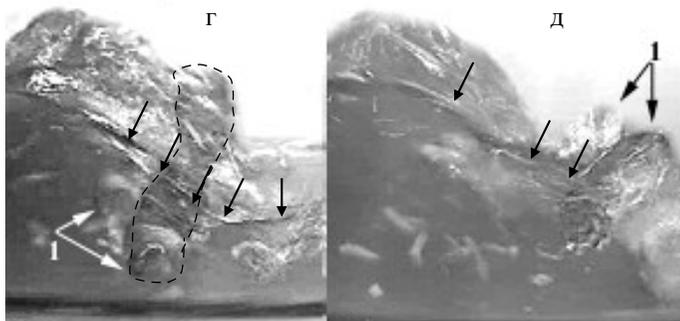


Рис.5.38 Подъем центральной части пары вихрей в потоке (а) и выброс вихрей в воздух (б). 1 – вихри. Стрелками показана поверхность воды в потоке у передней стенки канала.

В главе 2 было получено выражение для силы, действующей на единицу поверхности вихря со стороны окружающей жидкости. Если ось r направлена от центра вихря, то эта сила равна:

$$\rho_{\text{вих}} \left(\frac{du}{dt} \right)_r = \rho_{\text{ож}} V_{\text{ож}} \frac{dV_{\text{ож}}}{dr} \quad (5.12)$$

Скорость в окружающей жидкости убывает вдоль оси r , поэтому сила, действующая на вихрь со стороны окружающей жидкости, направлена к центру вихря. Когда вихрь находится частично в воде и частично в воздухе на крутом склоне волны, давление на него оказывается разным со стороны воды и со стороны воздуха из-за разности плотности и различного градиента скорости в окружающей жидкости.

Ниже приведена схема, поясняющая действие градиента давления в окружающей жидкости на вихрь.



Рис. 5.39 Силы, действующие на единицу поверхности вихря со стороны воды и воздуха. Справа на кадре видеозаписи виден вихрь, вылетевший с заднего склона волны.

Будем считать, что скорость окружающей жидкости на линии тока, примыкающей к вихрю одна и та же в воде и воздухе и равна скорости вихря. Градиент скорости в окружающей вихрь жидкости приближенно можно оценить, используя выражение, учитывающее вязкость жидкости:

$$v_{\text{ок}}(r, t) = \frac{a^2 \omega}{r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \right\} \quad (5.13)$$

Расчеты показывают, что с учетом вязкости градиенты скорости в вязком слое вихря со стороны воды и воздуха отличаются друг от друга только на очень малых временах и не более, чем на 20%. Пренебрегая этой величиной, в соответствии с (5.12) получаем, что отношение сил, действующих на вихрь со стороны воды и воздуха в направлении перпендикулярном поверхности воды равно отношению плотности воды (1 г/см^3) и воздуха (0.00129 г/см^3). Отсюда следует, что сила, действующая со стороны воды на вихрь в 775 раз больше, чем со стороны воздуха. В результате вихрь получает ускорение в направлении, перпендикулярном поверхности воды, в сторону воздуха. За время прохода границы жидкости вихрь приобретает большую скорость и летит далеко вперед, как показано на следующих кадрах видеозаписи.

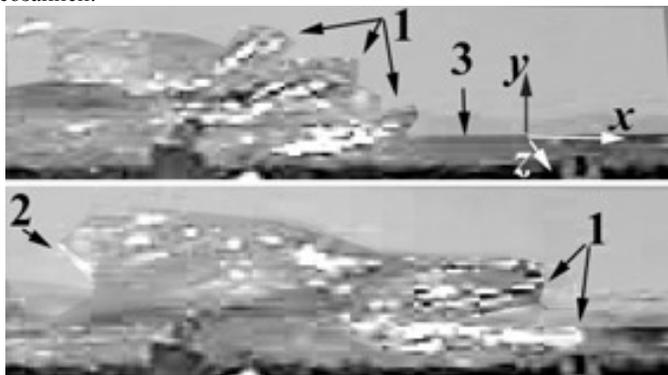


Рис. 5.40 Вылет вихрей в воздух и смещение вдоль по потоку. Снято неподвижной камерой. 1 – вихри, летящие вперед с переднего склона, 2 – вихри, летящие назад с заднего склона, 3 – дно.

На приведенных кадрах, полученных неподвижной камерой, видно, что фронт волны сместился вперед на расстояние существенно меньшее, чем летящие вихри. На крутом заднем склоне виден вихрь, вылетающий в противоположном направлении. Вихрь вылетает навстречу потоку, так как склон волны имеет противоположный знак.

Процесс образования и вылета вихрей происходит периодически, что приводит к колебаниям скорости головы потока во времени и вдоль оси x . Ниже на рисунке приведен соответствующий график.

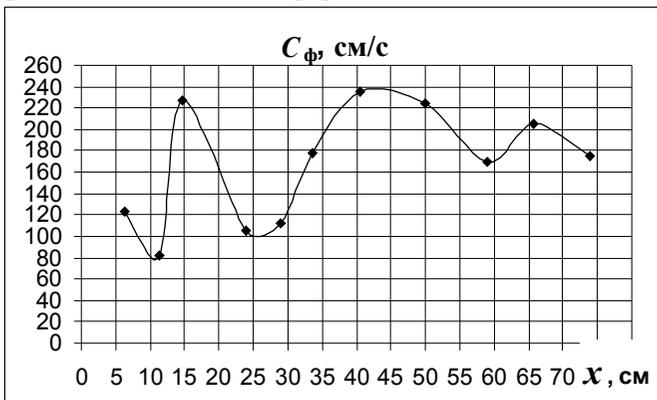


Рис. 5.41 Зависимость скорости головы потока от продольной координаты.

Периодическое колебание скорости головы потока отмечает большинство экспериментаторов. Из приведенных данных следует, что амплитуда колебаний скорости постепенно уменьшается и приближается к расчетному значению $C_{\phi} = 198$ см/с. При расчете по (5.11) за начальную высоту столба жидкости в водохранилище взята разность уровня жидкости в резервуаре и высоты подъема заслонки. Уменьшение амплитуды колебаний обусловлено тем, что крутизна склонов волны при удалении от заслонки постепенно убывает. Вихри вылетают перпендикулярно поверхности воды, имеющей малый наклон к горизонтали. В результате и скорость вихрей имеет малую горизонтальную составляющую. Вертикальный вылет вихрей в голове потока вдали от заслонки показан ниже.



Рис. 5.42 . Вертикальный вылет вихрей в голове потока вдали от заслонки.

Вихревое строение головы потока позволяет объяснить интенсивный размыв дна и перенос примеси этой структурой.