

Введение

В октябре 2009 года физический факультет отмечает юбилей – 65 лет со дня основания в составе факультета Отделения Геофизики.

Публикуемый сегодня научный сборник «Физические проблемы экологии (экологическая физика)» посвящается этому событию.

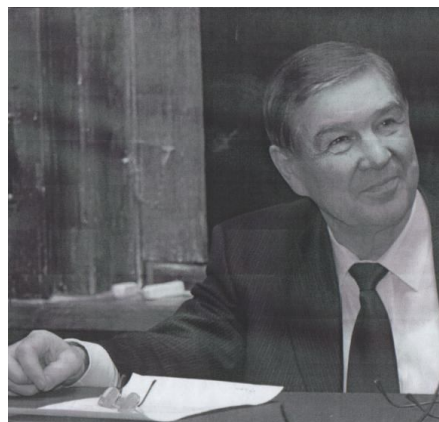
По инициативе физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова в 1997-2004 гг. были организованы и проведены четыре Всероссийские конференции по экологической физике, развернуты работы в рамках Федеральной целевой программы «Интеграция», созданы новые лаборатории и разработаны оригинальные научные приборы, проведены многочисленные геоэкологические экспедиции по исследованию физики атмосферы, океана и суши Земли, написан классический университетский учебник «Общая и экологическая геофизика», в Российской экологической академии по инициативе ученых физического факультета создана секция «Физические методы в экологии», совместно с Тверским университетом создан учебно-научный геоэкологический полигон «Волговерховье», сформированы новые учебные программы лекций и семинаров экологической направленности. Публикация серии научных трудов «Физические проблемы экологии (экологическая физика)» берет начало в объединенной программе экологических исследований физического факультета, разработанной около десяти лет назад.

В настоящем, 16 томе сборника, как и в предыдущих изданиях, представлены труды ученых Московского университета и наших коллег из других организаций, занятых решением проблем экологической физики.

Декан физического факультета МГУ, профессор
В.И.Трухин

Директор Центра магнитной томографии и спектроскопии МГУ,
Профессор физического факультета
Ю.А.Пирогов

Зав. кафедрой физического факультета
К.В.Показеев



ОТДЕЛЕНИЮ ГЕОФИЗИКИ – 65 ЛЕТ!

Развитие научных исследований и преподавания в области геофизики в Московском университете имеет богатую историю. Достаточно сказать, что научные интересы большинства первых профессоров-физиков университета находились, как правило, в сфере геофизики, а точнее в области исследований атмосферы, климата и земного магнетизма. Уже первый декан физико-математического отделения, впоследствии Ректор университета П.И. Страхов (1757-1813) главным направлением своих исследований избрал изучение атмосферного электричества и метеорологические наблюдения. А первым, кто расширил круг изучения геофизических проблем за рамки традиционных метеорологических исследований был крупнейший учёный Московского университета профессор Д.М. Перовщиков (1788-1880). Значительное место в его исследованиях занимали вопросы геомагнетизма, а также такие явления природы, как вулканизм, землетрясения, температура поверхности земного шара и глубинные процессы в океане. Ещё одной знаковой фигурой в дальнейшем развитии отечественной геофизики является выдающийся учёный Э.Е. Лейст (1852-1918) - первый организатор и руководитель специальной обсерватории при Московском университете. В короткий срок Э.Е. Лейст налаживает в Москве регулярные метеорологические наблюдения, устанавливает в обсерватории

В октябре месяце этого года исполняется 65 лет с момента образования на физическом факультете Московского университета Отделения Геофизики. В очень непростое для нашего государства время, на исходе Великой Отечественной войны было принято решение о возрождении на физическом факультете геофизической специальности, которая на целых 15 лет была изъята из учебных планов факультета. Крупнейшие советские академики-геофизики О.Ю. Шмидт, В.В. Шулейкин и член-корреспондент АН СССР, декан физического факультета МГУ А.С. Предводителев стояли у истоков создания геофизического отделения на нашем факультете.

сейсмографы, положив начало сейсмическим наблюдениям в Московском университете, организует регистрацию компонентов магнитного поля Земли. Вместе с директором парижской геомагнитной обсерватории он ведёт съёмку магнитной аномалии в Курской губернии, будучи твёрдо уверенным, что аномалия связана с залежами железных руд. Академик П.П. Лазарев продолжил исследование Курской магнитной аномалии.

Стараниями Э.Е. Лейста на физико-математическом факультете в 1906 г. были введены дисциплины по “физико-географической” специальности. Позднее к началу 20-х годов стараниями учеников Э.Е. Лейста, известными геофизиками, на физико-математическом факультете на базе бывшей кафедры физической географии и метеорологии была образована кафедра геофизики. В дальнейшем она приобрела статус Геофизического отделения, выпускавшего более двух десятков специалистов ежегодно.

Однако, для нужд развивающегося народного хозяйства такого количества специалистов- геофизиков явно не хватало. Было принято решение о преобразовании Геофизического отделения в самостоятельный факультет, а в дальнейшем в Гидрометеорологический институт. Кроме того, создаётся Геологоразведочный институт, который должен готовить специалистов-практиков. Геофизическая специальность исчезает из учебных планов физико-математического факультета. Во вновь образованных специализированных институтах зачастую не хватает специалистов, способных решать уникальные глобальные задачи геофизики, которые требуют знания фундаментальных законов практически всех основных разделов физики и математики. Такое противоположное положение дел и инициатива крупнейших учёных-геофизиков способствовали созданию в 1944 году на физическом факультете МГУ Отделения Геофизики.

В настоящее время в состав Отделения Геофизики входят четыре кафедры: кафедра физики Земли, кафедра физики атмосферы, кафедра физики моря и вод суши, кафедра компьютерных методов физики. Долгое время Отделение Геофизики и кафедру физики Земли возглавлял выдающийся учёный с мировым именем, академик В.А. Магницкий – автор ряда фундаментальных работ в области физики Земли и первого в стране учебника по этой дисциплине. Находясь у истоков современной геофизики, В.А. Магницкий одним из первых стал широко применять точные физико-математические методы и теорию твёрдого тела в науках о Земле. После академика В.А. Магницкого кафедру физики Земли, а затем и отделение возглавил декан физического факультета, профессор В. А. Трухин. В 2009 году почётную обязанность заведующего отделением Геофизики возложили на заведующего кафедрой физики атмосферы, профессора В.Е. Куницына.

В разное время на кафедрах отделения Геофизики преподавали и руководили крупнейшие учёные в области геофизики: академик О.Ю. Шмидт, заслуженный деятель науки В.Ф. Бончковский, чл.-корр. РАН профессор Л.Н. Рыкунов, академик В.В. Шулейкин, чл.-корр. М.А. Великанов. Среди выпускников отделения Геофизики такие известные в мире учёные, как: академик, директор Института физики Земли Глико А.О., академик, директор Института физики атмосферы Обухов А.М., академик, директор Института вулканологии и

сейсмологии РАН Е.И. Гордеев, чл.-корр. АН СССР Р.В. Озмидов, академик АН Украины Б.А. Нелепо, академик АН Украины В.И. Беляев.

Отделение Геофизики ежегодно оканчивает около 30 выпускников. По-разному складываются их судьбы. Кто-то идёт в науку дальше, чтобы через несколько лет вернуться с каким-то значимым научным результатом, достойным присуждения учёной степени кандидата, а потом и доктора физико-математических наук. И, как правило, диссертации, которые защищаются на Диссертационном совете при МГУ по геофизике, выполнены нашими выпускниками разных лет, выполнены на высоком научном уровне и обязательно содержат новые результаты, являющиеся очередным пусть небольшим, но вкладом в геофизику. Те выпускники, которые связывают свою дальнейшую жизнь с работой в других областях народного хозяйства, постоянно используют знания и навыки, которые они получили в процессе обучения на нашем отделении. И ещё они на всю жизнь заряжаются тем духом дружбы и порядочности, которые существуют на каждой кафедре нашего отделения и которые старшее поколение преподавателей и сотрудников передаёт более молодому, а потом и нашим студентам.

От всей души поздравляю преподавателей, сотрудников и студентов Отделения Геофизики физического факультета с этой значительной датой – 65-летием! Желаю дальнейших успехов в деле познания и раскрытия тайн нашей уникальной и такой любимой планеты Земля!

*Декан физического факультета МГУ,
заведующий кафедрой физики Земли,
профессор В.И. Трухин*

ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ И
ПРИБЛИЖЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОСТИ

В.Г. Байдулов

Учреждение Российской академии наук Институт проблем механики РАН

Модель несжимаемой жидкости широко используется для описания течений однородной и стратифицированной жидкости, в задачах распространения волн, при описании пограничных течений, а также в задачах тепловой и многокомпонентной конвекции. При этом часто приближение несжимаемости записывается в виде условия бездивергентности

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

Это условие, являющееся естественным следствием закона сохранения массы однородной изотермической жидкости в предположении, что изменения давления слабо влияют на плотность жидкости и уравнение состояния можно записать в виде

$$\rho = \rho_0 = \text{const}$$

В задачах неоднородной жидкости и тепловой конвекции условие бездивергентности, вообще говоря, должно быть дополнительно обосновано или, по крайней мере, сопровождается комментариями. Последние должны быть получены из анализа и последовательного упрощения максимально полной системы уравнений неоднородных жидкостей, следующей из наиболее общих принципов – законов сохранения, а также термодинамики. Хотя вывод таких моделей приведен в классических монографиях [1, 2] и учебных пособиях (см., например, [3]), все равно остается большой разрыв с моделями, используемыми при решении конкретных задач. При этом ряд вопросов остается освященным недостаточно подробно.

В данной работе предпринята попытка в рамках традиционного моделирования подробно проследить приближения, допускаемые при выводе уравнений гидродинамики неоднородных жидкостей, особое внимание при этом будет уделено оценке условия несжимаемости для систем с диссипацией.

1. Общие балансные соотношения механики сплошных сред.

Вывод уравнений движения в механике сплошных сред основан на представлении о балансе физических величин в выделенном объеме жидкости, который связан с фиксированными частицами жидкости ($V = V(t)$). Иначе говоря, изменение во времени величины в жидком объеме порождается производством этой величины в этом объеме и ее потоком через поверхность ($\partial V(t) = \Sigma(t)$) (см. Рис. 1)

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} dv \rho \Phi = \int_{V(t)} dv P^{(\Phi)} - \int_{\Sigma(t)} d\sigma \cdot \mathbf{J}^{(\Phi)} \quad (1.1)$$

и дифференциальной форме

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \Phi \mathbf{v} + \mathbf{J}^{(\Phi)}) = P^{(\Phi)} \quad (1.2)$$

Здесь $\mathbf{J}^{(\Phi)}$ – плотность потока Φ (тензор на единицу большего ранга, чем ранг тензора Φ), $P^{(\Phi)}$ – производство Φ в единице объема (источники). Объем среды $V(t)$, поверхность объема $\Sigma(t)$ состоит из жидких частиц и движется вместе с объемом. (значение Φ приведено для единицы массы).

При отсутствии источников ($P^{(\Phi)} = 0$) балансные соотношения называют законами сохранения.

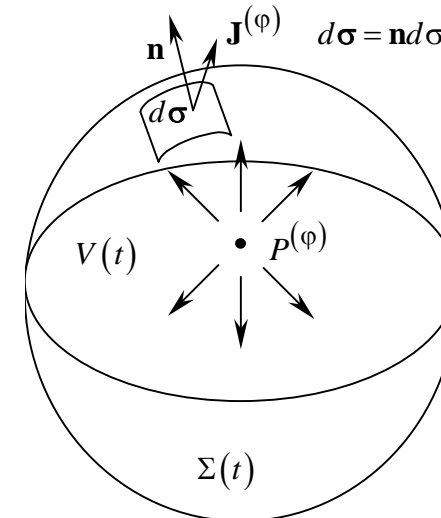


Рис. 1.

Важнейшими частными случаями общих балансных соотношений (1.2), являются:

Закон сохранения массы: $\Phi = 1, \mathbf{J}^{(\Phi)} = 0.$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1.3)$$

Закон сохранения энергии

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \text{div}(\rho e \mathbf{v} + \mathbf{J}^{(e)}) = 0 \quad (1.4')$$

или с учетом (1.3)

$$\rho \frac{de}{dt} + \text{div} \mathbf{J}^{(e)} = 0 \quad (1.4)$$

где e – плотность энергии, $\mathbf{J}^{(e)}$ – поток энергии.

Балансные соотношения для импульса (второй закон Ньютона)

Используя второй закон Ньютона, можно записать балансные соотношения для импульса в интегральной форме

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} dv \rho \mathbf{v} = \int_{V(t)} dv \rho \mathbf{f} + \oint_{\Sigma(t)} d\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} \quad (1.5)$$

где роль Φ из общих соотношений (1.1, 1.2) играет векторная величина \mathbf{v} , $P^{(\mathbf{v})} = \rho \mathbf{f}$ (\mathbf{f} – плотность массовых сил), а второе слагаемое в правой части (1.5) – плотность потока импульса имеет тензорную природу и называется тензором поверхностных напряжений $\hat{\boldsymbol{\tau}}$.

При отсутствии внешних массовых сил второй закон Ньютона переходит в закон сохранения импульса

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \tau_{\alpha i}}{\partial x_\alpha} + \rho f_i \quad \text{или} \quad \frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \Pi_{\alpha i}}{\partial x_\alpha} = \rho f_i \quad (1.6)$$

где $\Pi_{ij} = \rho v_i v_j + p \delta_{ij} - \sigma_{ij}$ – тензор потока импульса, p – давление.

Следует отметить, переход от интегральной формы балансных соотношений для импульса к дифференциальной (первое из уравнений в (1.6)), где плотность жидкости вынесена из-под знака полной производной по времени. Этот переход не требует введения дополнительных гипотез или ограничений, а является точным следствием общих балансных соотношений (1.2) и закона сохранения массы (1.3), и справедлив, в том числе и для модели, когда плотность не постоянна, а является функцией давления, температуры среды и концентрации примесей.

Уравнение производства энтропии (второе начало термодинамики)

Согласно второму началу термодинамики адиабатической системы $dS = dS_{(i)} \geq 0$, причем равенство справедливо только при протекании в системе обратимых процессов. Однако если граница объема жидкости неадиабатична, то приращение энтропии происходит как за счет протекания процессов внутри системы, так и за счет ее передачи из внешней среды $dS = dS_{(i)} + dS_{(e)}$ (Рис. 2). Причем первая часть приращения всегда

неотрицательна, а знак второй произвольный. Приращение энтропии $dS_{(e)}$ связано с обменом с внешней средой, в то время, как $dS_{(i)}$ определяет ее изменение внутри системы.

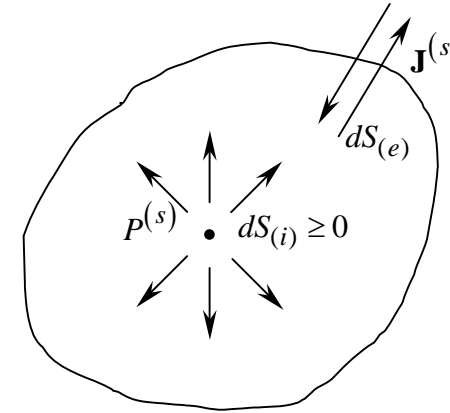


Рис. 2.

Тогда, обозначая поток энтропии через $\mathbf{J}^{(s)}$, а ее производство в единице объема через $P^{(s)}$, для энтропии единицы массы можно записать балансные соотношения вида

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \text{div}(\rho s \mathbf{v} + \mathbf{J}^{(s)}) = P^{(s)} \quad \text{или} \quad \rho \frac{ds}{dt} + \text{div} \mathbf{J}^{(s)} = P^{(s)} \quad (1.7)$$

где s – энтропия единицы массы.

Таким образом, уравнения движения состоят из закона сохранения массы (1.3), закона сохранения энергии (1.4) (недоопределен поток энергии $\mathbf{J}^{(e)}$), уравнение производства энтропии (1.7) (недоопределены поток энтропии $\mathbf{J}^{(s)}$ и производство энтропии $P^{(s)}$), а также уравнения баланса импульса – второго закона Ньютона (недоопределен тензор поверхностных напряжений $\tau_{\alpha i}$ или σ_{ij}). Чтобы определить оставшиеся величины обычно пользуются термодинамикой. Поскольку рассматриваемые процессы являются неравновесными, а многие соотношения термодинамики формулируются для равновесных систем, используют гипотезу локального термодинамического равновесия. В рамках этой гипотезы предполагается, что, несмотря на отсутствие глобального равновесия, локально (для элементарных объемов жидкости) равновесие достигается и можно применять все законы термодинамики.

Одновременно предполагается, что динамическое давление, входящее во второй закон Ньютона совпадает с термодинамическим равновесным давлением.

2. Однокомпонентная жидкость.

Под однокомпонентной жидкостью будем понимать среду, в которой отсутствуют примеси. В такой среде число независимых термодинамических переменных равняется двум, а остальные термодинамические потенциалы являются их функциями. Для определенности выберем в качестве независимых переменных энтропию и плотность жидкости.

В сплошной среде энергия, кроме кинетической и потенциальной, содержит еще внутреннюю энергию ε

$$e = \frac{v^2}{2} + U + \varepsilon \quad (2.1)$$

Внутренняя энергия является термодинамическим потенциалом, ее зависимость от других термодинамических переменных определяется термодинамическими свойствами рассматриваемой среды и является известной функцией $\varepsilon = \varepsilon(\rho, s)$ (уравнение состояния). Для однокомпонентной смеси 1-е начало термодинамики и соотношение Гиббса для элемента объема имеют вид

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{dA}{dt} = T \frac{ds}{dt} - p \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) \quad (2.2)$$

Умножая уравнения Ньютона на скорость (1.6) и поставляя получившиеся выражения для производной квадрата скорости в закон сохранения энергии с учетом (1.7), получаем уравнение баланса внутренней энергии

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left[J_\alpha^{(e)} + v_i \tau_{\alpha i} \right] = \tau_{\alpha\beta} e_{\alpha\beta} = \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \sigma_{\alpha\beta} e_{\alpha\beta} \quad (2.3)$$

где $e_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha} \right)$ – тензор скоростей деформации.

Учитывая соотношение Гиббса, получаем соотношения между потоками энтропии и тепла, тепла и энергии, а также выражение для производства энтропии

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^{(s)} &= \frac{1}{T} \mathbf{J}^{(q)}, J_i^{(q)} = J_i^{(e)} - v_\alpha \tau_{\alpha i} \\ , J_i^{(s)} &= \frac{1}{T} \left(J_i^{(e)} - v_\alpha \tau_{\alpha i} \right), \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$TP^{(s)} = -\mathbf{J}^{(s)} \nabla T + \sigma'_{\alpha\beta} e'_{\alpha\beta} + \frac{1}{3} \sigma_{\gamma\gamma} e_{ll} \quad (2.5)$$

Здесь из тензора напряжений выделена шаровая часть $\sigma_{\gamma\gamma}$.

Принята следующая терминология: потоки энергии, тепла, энтропии, тензор напряжений (характеристики среды) называют “термодинамическими потоками”, а кинематические – градиенты температур и сдвиги скорости принято называть “термодинамическими силами”.

Причинами, порождающими энтропию, являются гидродинамические потоки (2.5). Они, в свою очередь сами порождаются градиентами температуры и сдвигами скорости. Если таковые отсутствуют термодинамические потоки и производство энтропии обращаются в нуль. Приближение локального гидродинамического равновесия предполагает малую степень отклонения от равновесного состояния, что позволяет предположить линейный характер зависимости термодинамических потоков от термодинамических сил. Термодинамические силы состоят из объектов различной тензорной размерности: скаляр $e_{\gamma\gamma}$, вектор ∇T и тензор $\sigma'_{\alpha\beta}$. В изотропной среде в линейном приближении перекрестные связи отсутствуют и скалярное поле определяется только скаляром, векторное – только вектором, а тензорное – только тензором. Таким образом, получаем

$$\sigma_{\alpha\alpha} = 3\zeta' e_{\beta\beta}, \mathbf{J}^{(s)} = -\frac{\kappa}{T} \nabla T, \sigma'_{ij} = 2\eta e'_{ij} \quad (2.6)$$

где η и ζ' – коэффициенты 1-й и 2-й динамической вязкости, соответственно, κ – коэффициент теплопроводности.

Тогда в переменных \mathbf{v}, s, ρ уравнения движения принимают вид

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_i} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\zeta' - \frac{2}{3} \eta \right) \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\alpha} \right) + \rho f_i$$

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \text{div } \kappa \nabla T + \zeta' e_{\alpha\alpha}^2 + 2\eta (e'_{\alpha\alpha})^2 \quad (2.8)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div } \mathbf{v} = 0, \quad (2.9)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(s, \rho) \quad (2.10)$$

где давление и температура определяются по уравнению состояния как

$$p = \rho \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_s, T = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial s} \right)_\rho.$$

В механике неоднородных жидкостей и геофизической гидродинамике уравнения движения часто записывают в переменных \mathbf{v}, p, T , а уравнение состояния в виде, разрешенном относительно плотности

$$F(\rho, T, p) = 0 \quad \text{или} \quad \rho = \rho(T, p) \quad (2.11)$$

Вообще говоря, возможность разрешить первое из уравнений (2.11) относительно одной из переменных существует только при выполнении условий теоремы о неявной функции. Если вид зависимости первого и второго уравнений немонокотный, то существуют значения термодинамических параметров. В этом случае при критических значениях параметров нарушаются условия теоремы об обратной функции, и однозначность в сопоставлении одних параметров – другим теряется. В качестве примера рассмотрим уравнение состояния Ван-дер-Ваальса

используемое для описания термодинамики газов в широком диапазоне значений параметров

$$p = \frac{\rho RT}{1-b\rho} - a\rho^2 \approx \rho RT + (RTb - a)\rho^2 \quad (2.12)$$

Это уравнение может быть однозначно разрешено только относительно давления и температуры, зависимость же плотности от других определяется в приближении малых отклонений через решение квадратного уравнения, причем из (2.11) сразу следует существование критического значения температуры ($T_{кр} = a/bR$), когда коэффициент при старшей степени обращается в нуль.

Вообще динамика систем в окрестности критических точек обычно связана с изменениями фазового состояния вещества и требует отдельного анализа. Рассматривая значения термодинамических параметров вдали их критических значений, будем полагать, что уравнение состояния записано в форме разрешенной относительно плотности (2.11). Тогда, предполагая малыми вклады квадратичных членов скоростей деформации в динамику энтропии, запишем (2.8) в переменных давление – температура. Для этого, пользуясь уравнением состояния, выпишем производную энтропии и плотности

$$\frac{ds}{dt} = \frac{c_p}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{\alpha}{\rho} \frac{dp}{dt} \quad (2.13)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \rho \left(\alpha_p \frac{dp}{dt} - \alpha \frac{dT}{dt} \right) \quad (2.14)$$

здесь $c_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p$ – теплоемкость при постоянном давлении,

$\alpha = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ – коэффициент термического расширения, $\alpha_p = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T$ –

коэффициент изотермического сжатия.

После чего уравнения движения в переменных \mathbf{v} , p , T запишутся в виде

$$\rho = \rho(T, p) \quad (2.15)$$

$$\alpha_p \frac{dp}{dt} - \alpha \frac{dT}{dt} = -\text{div } \mathbf{v} \quad (2.16)$$

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} - \alpha T \frac{dp}{dt} = \kappa \Delta T \quad (2.17)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} + \left(\zeta + \frac{1}{3} \nu \right) \nabla \text{div } \mathbf{v} \quad (2.18)$$

Уравнения (2.16, 2.17) могут быть разрешены относительно временных производных давления и температуры

$$\left(\rho c_p \kappa T - \alpha^2 T \right) \frac{dp}{dt} = \alpha \kappa \Delta T - \rho c_p \text{div } \mathbf{v} \quad (2.19)$$

$$\left(\rho c_p \alpha_p - \alpha^2 T \right) \frac{dT}{dt} = \kappa \alpha_p \Delta T - \alpha T \text{div } \mathbf{v} \quad (2.20)$$

Из выражений (2.19, 2.20) следует, что значения плотности $\rho = \alpha^2 T / c_p \alpha_p$ отвечают стационарным точкам системы уравнений движения при стационарном поле скорости.

3. Двухкомпонентная жидкость.

В рамках модели сплошной среды течения стратифицированная жидкость рассматривается как двухкомпонентная среда (примесь, например соль, – чистая вода). Причем законы сохранения и балансные соотношения, определенные выше для модели однокомпонентной жидкости, теперь должны быть записаны, как для каждой компоненты в отдельности, так и для системы в целом. Каждая компонента среды описывается собственным набором параметров: плотностью – $\rho(n)$, скоростью – $\mathbf{V}(n)$ и т.д.

Закон сохранения массы. Пусть жидкая среда состоит из двух различных не взаимодействующих компонент, плотность которых обозначим $\rho(1)$ и $\rho(2)$, а скорости $\mathbf{V}(1)$ и $\mathbf{V}(2)$. Для каждой компоненты запишем закон сохранения массы (химические превращения одной компоненты в другую отсутствуют)

$$\frac{\partial \rho(n)}{\partial t} + \text{div} \left(\rho(n) \mathbf{V}(n) \right) = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (3.1)$$

где $\rho = \sum \rho(n)$ – суммарная плотность среды, $\mathbf{v} = \rho^{-1} \sum \rho(n) \mathbf{V}(n)$ – скорость движения центра масс. Следует отметить, что активный характер поведения примеси следует уже из определения скорости жидкости, как скорости центра масс, вследствие чего примесь не обязательно должна распространяться вместе с потоком жидкости.

Обычно динамику многокомпонентных жидкостей проводят в переменных полной плотности жидкости ρ , массовых концентраций c_n и диффузионных потоков каждой компоненты среды относительно целого $\mathbf{J}^{(c_n)}$

$$c_n = \rho(n) / \rho, \quad \mathbf{J}^{(c_n)} = \rho(n) \mathbf{w}(n), \quad \mathbf{w}(n) = \mathbf{V}(n) - \mathbf{v} \quad (3.2)$$

где $\mathbf{W}^{(n)}$ – относительная скорости n -й компоненты жидкости (диффузия одной компоненты смеси относительно другой).

Тогда законы сохранения массы для каждой компоненты жидкости переписутся в виде уравнений динамики для массовых концентраций c_n

$$\rho \frac{dc_n}{dt} = \frac{\partial \rho c_n}{\partial t} + \text{div}(\rho c_n \mathbf{v}) = -\text{div} \mathbf{J}^{(c_n)}, \quad \sum c_n = 1, \quad \sum \mathbf{J}^{(c_n)} = 0 \quad (3.3)$$

Для функций каждой компоненты жидкости, как и для всей жидкости в целом, справедливы балансные соотношения

$$\frac{\partial \rho(n) \Phi(n)}{\partial t} + \text{div}(\rho(n) \Phi(n) \mathbf{v}(n) + \mathbf{J}^{(\Phi(n))}) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \text{div}(\rho \Phi \mathbf{v} + \mathbf{J}^{(\Phi)}) = 0 \quad (3.5)$$

где $\rho \Phi = \sum \rho(n) \Phi(n)$, $\mathbf{J}^{(\Phi)} = \sum (\mathbf{J}^{(\Phi(n))} + \rho(n) \Phi(n) \mathbf{w}(n))$.

Второй закон Ньютона. В систему уравнений движения входит также второй закон Ньютона, который записывается в виде локального баланса импульса для каждой компоненты жидкости и для смеси в целом

$$\frac{\partial \rho(n) v_i(n)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\rho(n) v_i(n) v_\alpha(n) - \tau_{\alpha i}(n)) = 0 \quad (3.6)$$

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i v_\alpha}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial \tau_{\alpha i}}{\partial t} \quad (3.7)$$

где $\tau_{ij} = \sum (\tau_{ij(n)} - \rho(n) w_{i(n)} w_{j(n)})$, $n = 1, 2$.

Учет внешних массовых сил, действующих на каждую компоненту в правых частях уравнений (3.6) появляются члены $\rho(n) \mathbf{f}(n)$, а в (3.7)

$$\rho \mathbf{f} = \sum \rho(n) \mathbf{f}(n).$$

В механике стратифицированных течений обычно рассматривают динамику только смеси в целом, поэтому в дальнейшем в систему уравнений модели двухкомпонентной смеси будет включены только уравнения (3.7).

Закон сохранения энергии. Закон сохранения энергии справедлив для смеси в целом. Поскольку естественно предположить обмен энергией между

составляющими компонентами для каждой компоненты жидкости должны быть записаны балансные энергетические соотношения.

$$\frac{\partial \rho(n) e(n)}{\partial t} + \text{div}(\rho(n) e(n) \mathbf{v}(n) + \mathbf{J}^{(e_n)}) = P^{(e_n)} \quad (3.8)$$

$$\sum P^{(e_n)} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \text{div}(\rho e \mathbf{v} + \mathbf{J}^{(e)}) = 0 \quad (3.10)$$

$$\mathbf{J}^{(e)} = \sum (\mathbf{J}^{(e_n)} + \rho(n) e(n) \mathbf{w}(n)) \quad (3.11)$$

Кинетическую энергию диффузии выделяем из внутренней энергии и относим к макроскопической составляющей энергии. Тогда выражение для внутренней энергии может быть записано в виде

$$\rho \varepsilon = \rho e - \sum \rho(n) \frac{v(n)^2}{2} = \rho \left(e - \frac{v^2}{2} \right) - \frac{1}{2} \sum \rho(n) \mathbf{w}(n)^2 \quad (3.12)$$

Используя первое начало термодинамики и второй закон Ньютона, запишем

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} J_\alpha^{(q)} = \tau_{\alpha\beta} e_{\alpha\beta} - \sum \mathbf{J}^{(c_n)} \frac{d\mathbf{w}(n)}{dt} \quad (3.13)$$

где $J_i^{(q)} = J_i^{(e)} + v_\alpha \tau_{i\alpha} + \sum \frac{\rho(n)}{2} \mathbf{w}(n)^2 v_i$.

Балансное соотношение для внутренней энергии (3.13) получается из закона сохранения энергии (3.10) и уравнений баланса энергий каждой из компонент (3.8), при от пренебрежении квадратичным членом $\nabla \mathbf{w}(n)^2 / 2$ по сравнению с линейным $d\mathbf{w}(n) / dt$.

Для замыкания уравнений движения опять, как и в случае однокомпонентной жидкости, используются уравнения термодинамики, однако теперь число независимых термодинамических переменных увеличивается за счет концентраций примеси. Причем, учитывая связь между концентрациями (второе уравнение в (3.3)), число дополнительных переменных в двухкомпонентной среде оказывается равным не двум, а единице. Обычно принято следить за концентрацией соли ($c = c_1$), а концентрацию чистой воды в растворе при необходимости можно определить исходя из условия нормировки ($c_2 = 1 - c$).

Аналогичные соотношения можно привести и для диффузионных потоков. Тогда соотношение для внутренней энергии $\varepsilon = \varepsilon(s, \rho, c)$ примет вид

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = T \frac{ds}{dt} - p \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) + \mu \frac{dc}{dt} \quad (3.14)$$

где $\mu = \mu_1 - \mu_2$ – относительный химический потенциал смеси, $\mu_{(n)} = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial c_n} \right)_{s, \rho}$ – химический потенциал n -й компоненты смеси,

$T = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p} \right)_{\rho, c}$ – температура смеси, $p = \rho^2 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_{s, c}$ – давление.

В дополнение к гипотезе локального термодинамического равновесия при выводе уравнений движения двухкомпонентной смеси предполагается, что температуры компонент смеси слабо отличаются и можно ограничиться использованием единой температуры T . Также можно ограничиться использованием одного из диффузионных потоков $\mathbf{J}^{(c)} = \mathbf{J}^{(c_1)}$ и одной относительной скоростью движения компонент смеси $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)} - \mathbf{W}^{(2)} = \mathbf{V}^{(1)} - \mathbf{V}^{(2)}$.

Уравнение производства энтропии. Подставляя уравнения баланса импульса (3.7), концентрации (3.3), внутренней энергии (3.14) в общее уравнение производства энтропии (1.7) для двухкомпонентной смеси получаем связь производства энтропии с термодинамическими потоками

$$\rho \frac{ds}{dt} + \text{div} \mathbf{J}^{(s)} = P^{(s)}, T \mathbf{J}^{(s)} = \mathbf{J}^{(q)} - \mu \mathbf{J}^{(c)} \quad (3.15)$$

$$TP^{(s)} = -\mathbf{J}^{(s)} \nabla T + \sigma'_{\alpha\beta} e'_{\alpha\beta} + \frac{1}{3} \sigma_{\gamma\gamma} e_{ll} - \mathbf{J}^{(c)} \left(\nabla \mu + \frac{d\mathbf{w}}{dt} \right) \quad (3.16)$$

Ограничиваясь опять линейной связью между термодинамическими потоками и термодинамическими силами и учитывая изотропию среды, получаем выражения замыкающие систему уравнений движения

$$\sigma_{\alpha\alpha} = 3\zeta e_{\beta\beta}, \sigma'_{ij} = 2\eta e'_{ij}, \quad (3.17)$$

$$\mathbf{J}^{(c)} = -a \left(\nabla \mu + \frac{d\mathbf{w}}{dt} \right) - b \nabla T \quad (3.18)$$

$$\mathbf{J}^{(s)} = -b \left(\nabla \mu + \frac{d\mathbf{w}}{dt} \right) - \frac{B}{T} \nabla T \quad (3.19)$$

Обозначая $\kappa = B - \frac{b^2}{a} T$ и выражая поток энтропии через поток концентрации $\mathbf{J}^{(s)} = \frac{b}{a} \mathbf{J}^{(c)} - \frac{\kappa}{T} \nabla T$, получаем выражение для производства энтропии, как сумму квадратов термодинамических сил

$$TP^{(s)} = \frac{\kappa}{T} (\nabla T)^2 + 2\eta (e'_{\alpha\beta})^2 + \zeta e_{ll}^2 + \frac{1}{a} \left(\mathbf{J}^{(c)} \right)^2 \quad (3.20)$$

Учитывая условие положительной определенности производства энтропии, получаем ограничения на значения кинетических коэффициентов

$$\zeta \geq 0, \eta \geq 0, a \geq 0, \kappa \geq 0, \text{ следовательно } B \geq \frac{b^2}{a} T.$$

Система уравнений движения записанная в переменных \mathbf{V}, ρ, s, c

принимает окончательный вид после учета связи между потоком примеси $\mathbf{J}^{(c)}$ и относительной скоростью \mathbf{W} , которая следует из их определения (3.2) и соотношения нормировки на концентрацию

$$\mathbf{J}^{(c)} = \rho c (1 - c) \mathbf{w} \quad (3.21)$$

Как и в случае однокомпонентной среды, запишем уравнения движения в переменных \mathbf{V}, p, T, c , широко используемых в гидродинамике неоднородных жидкостей и океанологии. Поскольку химический потенциал смеси является функцией состояния $\mu = \mu(p, T, c)$, тогда

$$\nabla \mu = \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{p, T} \nabla c + \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{c, p} \nabla T + \left(\frac{\partial \mu}{\partial p} \right)_{T, c} \nabla p \quad (3.22)$$

и выражения для потока концентрации можно записать как

$$\mathbf{J}^{(c)} + a \frac{d\mathbf{w}}{dt} = -\rho D \left(\nabla c + \frac{k_T}{T} \nabla T + \frac{k_p}{p} \nabla p \right) \quad (3.23)$$

где D – коэффициент диффузии примеси, k_T и k_p – коэффициенты термо- и бародиффузии, соответственно, причем

$$\rho D = a \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{p, T}, \rho D \frac{k_T}{T} = b + a \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{c, p}, \rho D \frac{k_p}{p} = a \left(\frac{\partial \mu}{\partial p} \right)_{T, c}. \quad (3.24)$$

При малых перепадах температуры и давления, что имеет место во многих задачах конвекции и в задачах обтекания тел потоком неоднородной жидкости, перекрестными эффектами баро- и термодиффузии можно пренебречь, а в соотношении (3.21), связывающим поток примеси с относительной скоростью диффузии и концентрацией примеси пренебречь квадратом концентрации. Тогда

$\mathbf{w} = \mathbf{J}^{(c)} / \rho c$ и связь потока примеси с концентрацией примеси определяется из системы дифференциальных уравнений

$$\rho \frac{dc}{dt} = -\text{div} \mathbf{J}^{(c)} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{J}^{(c)} + \mathfrak{G} \frac{d\mathbf{J}^{(c)}}{dt} = -\rho D \nabla c \quad (3.26)$$

где $\mathfrak{G} = a / \rho c$ – время релаксации.

Выпишем в последнем приближении систему уравнений движения, дополнительно пренебрегая производством энтропии, поскольку его выражение определяется билинейной формой термодинамических сил. Тогда система уравнений имеет вид законов сохранения: импульса, массы, концентрации примеси и энтропии. Замыкается система уравнений уравнением состояния

$$\rho = \rho(T, p, c) \quad (3.27)$$

Выражение для уравнения сохранения импульса называется уравнением Навье-Стокса, форма которого совпадает с формой, полученной для однокомпонентной жидкости

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} + \left(\zeta + \frac{1}{3} \nu \right) \nabla \text{div} \mathbf{v} \quad (3.28)$$

Вид закона сохранения общей массы жидкости также не изменится

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \text{div} \mathbf{v} \quad (3.29)$$

Законы сохранения примеси и энтропии перепишем еще раз

$$\rho \frac{dc}{dt} = -\text{div} \mathbf{J}^{(c)} \quad (3.30)$$

$$\rho \frac{ds}{dt} = -\text{div} \mathbf{J}^{(s)} \quad (3.31)$$

В указанных приближениях потоки концентрации и энтропии примут вид

$$\mathbf{J}^{(c)} = -a \nabla \mu - b \nabla T \quad (3.32)$$

$$\mathbf{J}^{(s)} = -b \nabla \mu - B \nabla T = -\frac{\kappa}{T} \nabla T + \frac{b}{a} \mathbf{J}^{(c)} \quad (3.33)$$

где $\kappa = B - \frac{b^2}{a} T$ – коэффициент теплопроводности.

Из условия положительной определенности производства энтропии следует, что $a \geq 0$, $\kappa \geq 0$, $B \geq \frac{b^2}{a} T$.

Перейдем к переменным p, T, c в уравнении сохранения массы, для этого выпишем дифференциал плотности

$$d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_{T,c} dp + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{p,c} dT + \left(\frac{\partial \rho}{\partial c} \right)_{T,p} dc \quad (3.34)$$

Коэффициенты, стоящие при дифференциалах в правой части, известны в литературе, как коэффициенты объемного расширения (сжатия) [2]

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_{T,c} = \alpha_p \rho, \quad \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{p,c} = -\alpha_p, \quad \left(\frac{\partial \rho}{\partial c} \right)_{T,p} = \alpha_c \rho \quad (3.35)$$

где α называют коэффициентом температурного расширения, α_p и α_c – коэффициенты изотермического и солевого сжатия.

С учетом введенных обозначений, уравнение (3.29) запишется в виде

$$\alpha_p \frac{dp}{dt} - \alpha \frac{dT}{dt} + \alpha_c \frac{dc}{dt} = -\text{div} \mathbf{v} \quad (3.36)$$

Записывая выражение для градиента химического потенциала в переменных p, T, c

$$\nabla \mu = \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{p,T} \nabla c + \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{c,p} \nabla T + \left(\frac{\partial \mu}{\partial p} \right)_{T,c} \nabla p \quad (3.37)$$

и вводя обозначения

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{p,T} = \frac{1}{a} \rho D, \quad \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{c,p} = \frac{1}{a} \rho D \frac{k_T}{T} - \frac{b}{a}, \quad \left(\frac{\partial \mu}{\partial p} \right)_{T,c} = \frac{1}{a} \rho D \frac{k_p}{p} \quad (3.38)$$

где D – коэффициент диффузии примеси, k_T и k_p – коэффициенты термо- и бародиффузии, соответственно, перепишем уравнение сохранения концентрации примеси в виде

$$\frac{dc}{dt} = D \left(\Delta c + \frac{k_T}{T} \Delta T + \frac{k_p}{p} \Delta p \right) \quad (3.39)$$

Кинетические коэффициенты, введенные в (3.38), вообще говоря, являются функциями термодинамических переменных, однако в рамках принятого приближения при выводе уравнения (3.39) членами пропорциональными произведениям градиентов термодинамических переменных пренебрегалось.

Пользуясь связью между потоками энтропии и концентрации (3.33) уравнение сохранения энтропии можно записать в виде

$$\frac{ds}{dt} = \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_{T,c} \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_{p,c} \frac{dT}{dt} + \left(\frac{\partial s}{\partial c} \right)_{T,p} \frac{dc}{dt} = \frac{\kappa}{\rho T} \Delta T + \frac{b}{a} D \left(\Delta c + \frac{k_T}{T} \Delta T + \frac{k_p}{p} \Delta p \right) \quad (3.40)$$

Чтобы найти вид уравнения (3.40) в переменных p, T, c , перепишем соотношение Гиббса в тех же переменных

$$dF = d\left(Ts - \varepsilon - \frac{p}{\rho}\right) = sdt - \frac{1}{\rho}dp - \mu dc \quad (3.41)$$

Тогда имеем

$$\frac{\partial F}{\partial T} = s, \quad \frac{\partial F}{\partial p} = -\frac{1}{\rho}, \quad \frac{\partial F}{\partial c} = -\mu \quad (3.42)$$

Вычисляя и сравнивая выражения для смешанных производных, полученных из (3.42), получаем

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{T,c} = \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{p,c} = -\frac{1}{\rho} \alpha, \quad \left(\frac{\partial s}{\partial c}\right)_{p,T} = -\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_{p,c} \quad (3.43)$$

Из определения теплоемкости при постоянном давлении, находим выражение для производной от энтропии по температуре

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{p,c} = \frac{c_p}{T} \quad (3.44)$$

Тогда, используя выражения для производной по времени от концентрации, получаем

$$\frac{dT}{dt} - \frac{\alpha T}{\rho c_p} \frac{dp}{dt} = \chi \Delta T + D \left(\frac{b}{a} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{p,c} \right) \left(\Delta c + \frac{k_T}{T} \Delta T + \frac{k_p}{p} \Delta p \right) \quad (3.45)$$

где $\chi = \kappa / \rho c_p$ – коэффициент теплопроводности.

Учитывая определение производной от химического потенциала по температуре (второе уравнение в (3.38)) и выражая отношение D/a через производную от химического потенциала по концентрации (первое уравнение в (3.38)), получаем

$$\frac{dT}{dt} - \frac{\alpha T}{\rho c_p} \frac{dp}{dt} = \chi \Delta T + \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{T,p} \frac{k_T D}{c_p} \left(\Delta c + \frac{k_T}{T} \Delta T + \frac{k_p}{p} \Delta p \right) \quad (3.46)$$

Таким образом, несмотря на то, что на знаки коэффициентов k_T и k_p термодинамика ограничений не накладывает, наличие множителя k_T перед вторым слагаемым в (3.46), а также положительная определенность производной от химического потенциала по концентрации, делают коэффициент при лапласиане температуры всегда положительным.

В заключение еще раз выпишем систему уравнений движения двухкомпонентной жидкости в переменных p, T, c

$$\rho = \rho(T, p, c) \quad (3.47)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} + \left(\zeta + \frac{1}{3} \mathbf{v} \right) \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} \quad (3.48)$$

$$\alpha_p \frac{dp}{dt} - \alpha \frac{dT}{dt} + \alpha_c \frac{dc}{dt} = -\operatorname{div} \mathbf{v} \quad (3.49)$$

$$\frac{dc}{dt} = D \left(\Delta c + \frac{k_T}{T} \Delta T + \frac{k_p}{p} \Delta p \right) \quad (3.50)$$

$$\frac{dT}{dt} - \frac{\alpha T}{\rho c_p} \frac{dp}{dt} = \chi \Delta T + \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{T,p} \frac{k_T D}{c_p} \left(\Delta c + \frac{k_T}{T} \Delta T + \frac{k_p}{p} \Delta p \right) \quad (3.51)$$

4. Условие бездивергентности и модели несжимаемой жидкости.

Традиционным важным упрощением, используемым, например, в гидродинамике океана, является предположение о несжимаемости жидкости, приводящее к условию бездивергентности (соленоидальности) поля скоростей течений.

Наиболее просто физический смысл приближение несжимаемости выявляется на примере однородной идеальной двухпараметрической модели сжимаемой жидкости. Малые возмущения плотности в этом случае распространяются со скоростью звука, а относительная величина плотностных пульсаций оказывается пропорциональной отношению скорости пульсаций к (адиабатической) скорости звука. Так что несжимаемость подразумевает малость скоростей течения по сравнению со скоростью звука, которая при нормальных условиях в воде близка к $1.5 \cdot 10^3$ м/с.

Подробнее влияние условия сжимаемости на поле внутренних волн (основного элемента стратифицированных течений) можно проанализировать в рамках модели идеальной сжимаемой стратифицированной жидкости для монохроматических плоских волн малой амплитуды и в приближении Буссинеска. Дисперсионное уравнение для таких волн (акустико-гравитационных) имеет вид

$$\omega^4 - \omega^2 (N_0^2 + c_s^2 k^2) + N^2 c_s^2 k_h^2 = 0$$

$$N^2 = N_0^2 - \left(\frac{g}{c_s} \right)^2, \quad N_0^2 = g \frac{d \ln \rho_0}{dz} \quad (4.2)$$

где $\rho_0(z)$, g , c_s и z – невозмущенное распределение плотности, ускорение свободного падения, адиабатическая величина скорости звука, и вертикальная координата, отсчитываемая в направлении силы тяжести, соответственно.

Из соотношений (4.2) следует, что в то время как эффекты сжимаемости вносят существенный вклад в частоту плавучести N . Поскольку для воды отношение ускорения свободного падения к скорости звука составляет $7 \cdot 10^{-3}$ 1/с, а частота плавучести в океане не превосходит $2 \cdot 10^{-2}$ 1/с (Рис. 3), то вклад в частоту плавучести, обусловленный конечностью скорости звука, является значительным (при глубинах, меньших 50 м или больших 200 м, даже превосходящим частоту плавучести).

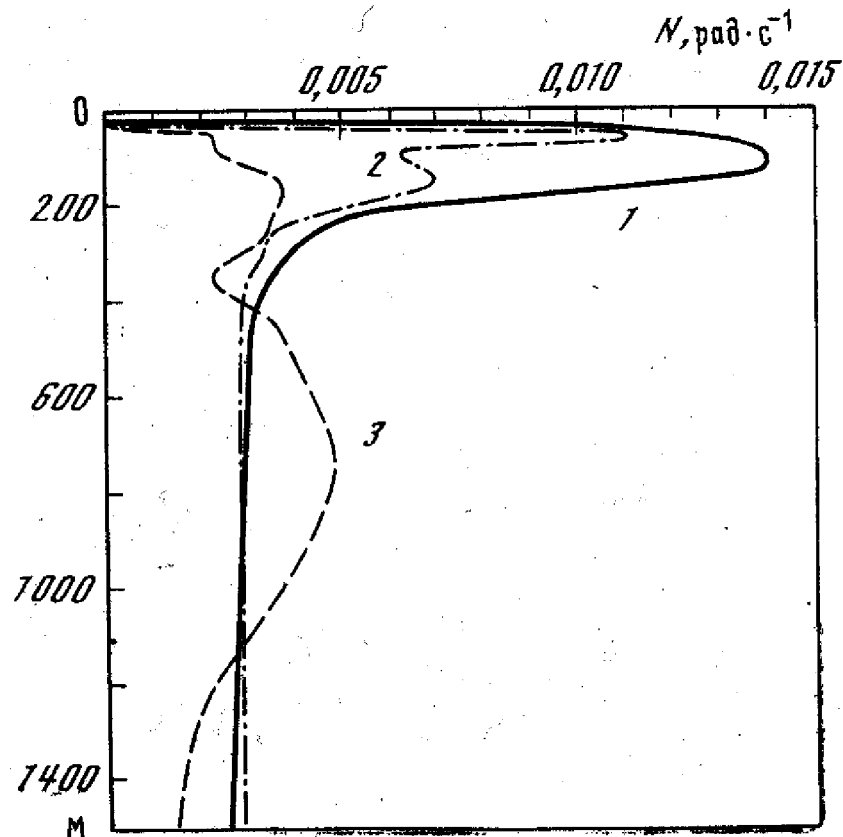


Рис. 3. Характерные вертикальные профили частоты плавучести в океане ([6]).

Учет диссипации (температуропроводности и диффузии), которая вносит большой вклад в динамику тонкой структуры океана и пограничных течений, приводит к необходимости коррекции условия несжимаемости. Для верхнего слоя океана толщиной порядка 100 м характерно изменение температуры на $\sim 10^\circ\text{C}$, что вызывает относительное изменение плотности за счет теплового расширения на $\sim 2 \cdot 10^{-3}$. В это же время относительное изменение плотности за счет изменения давления оказывается почти на порядок меньше: $\sim 4 \cdot 10^{-4}$ (отношение прироста давления к квадрату скорости звука). Таким образом, даже в приближении несжимаемости температурные изменения могут вносить вклад в уравнение сохранения массы, и поле скоростей не будет тем самым бездивергентным. В верхнем слое океана (в слое сезонного термоклина, слое скачка) изменения солёности вносят сопоставимый вклад в изменения плотности.

Предполагая несжимаемость среды, т.е. пренебрегая изменением плотности за счет изменений давления, из уравнений движения неоднородной жидкости (3.49) и (3.50) можно получить оценку для величины дивергенции скорости [4, 5]

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \alpha \chi \Delta T - \alpha_c D \Delta c$$

Однако правая часть содержит вторые производные температуры и концентрации, величина которых имеет большое значение в задачах пограничного слоя и термоконцентрационной конвекции. Поэтому, несмотря на малые значения кинетических коэффициентов, величина дивергенции скорости в несжимаемой среде для указанных типов задач должна быть существенно отлична от нуля.

Таким образом, приведенные оценки показывают, что широко используемое условие бездивергентности для описания тонкой структуры течений неоднородной жидкости нуждается, по крайней мере, в дополнительном обосновании при решении каждой конкретной задачи, а вообще говоря, в замене на условие (4.3).

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука. ГРФМЛ. 1986. 733 с.
2. Каменкович В.М. Основы динамики океана. – Л.: Гидрометеоздат. 1973. 240 с.
3. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А. Механика сплошных сред. Ч. 1. Основы и классические модели жидкостей. – М.: Наука – Физматлит. 2000. 256 с.
4. Васильев О.Ф. и др. Стратифицированные течения // Итоги науки и техники. Гидромеханика. Т.8, М., 1975. С. 74 – 131.
5. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Групповой анализ частично симметризованной формы системы уравнений свободной термоконцентрационной конвекции // Препринт ИПМ РАН №539, 1994, 40 с.
6. Океанология. Физика океана Т.1 Гидрофизика океана под ред. В.М. Каменковича, А.С. Мониной – М.: Наука, 1978, 455 с.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ
РАДИОАКТИВНОГО ЦЕЗИЯ, КАЛЬЦИЯ И СТРОНЦИЯ ПРИ ГОРЕНИИ

РАДИОАКТИВНОГО ГРАФИТА

Н.М. Барбин, Д.И. Терентьев, С.Г. Алексеев.

Уральский институт ГПС МЧС России

В ядерной энергетике России имеются ряд энергоблоков с реакторами, в которых в качестве активной зоны и отражателя используется графит.

Графит горит гетерогенно. При температурах до 200...250 °С в графите под воздействием проникающей радиации искажается структура кристаллической решетки, и вследствие этого накапливается скрытая энергия (эффект Вигнера). Если эта энергия регулярно не рассеивается путем отжига (повышения температуры), то она может накапливаться до определенной точки и затем внезапно выделяться с резким повышением температуры, которая может привести к пожару [1].

Радиоактивный графит содержит различные радионуклиды, такие как тритий, ^{35}Cl , ^{14}C , продукты деления (^{134}Cs , ^{90}Sr , ^{41}Ca) [2].

Радиоактивные элементы либо остаются с негорючей частью, либо испаряются в зависимости от степени их летучести. Газообразные радиоактивные элементы конденсируются на более крупные частицы. Вынесенные субмикрометровые частицы легко вдыхаются в легкие. Они могут также откладываться на поверхность водоемов и в продовольственные культуры.

В данной работе исследовалось испарение и конденсация радиоактивных элементов при горении радиоактивного графита методом термодинамического моделирования.

Термодинамическое моделирование (ТДМ) заключается в термодинамическом анализе равновесного состояния систем в целом (полный термодинамический анализ). Здесь под термодинамическими системами понимаются условно выделенные материальные области, взаимодействие которых с окружающей средой сводится к обмену теплом и работой. Использование ТДМ позволяет количественно моделировать и прогнозировать состав и свойства сложных гетерогенных, многоэлементных, мультифазных систем в широком диапазоне температур и давлений с учетом химических и фазовых превращений [3-5]. Расчет термодинамического равновесия произвольных систем (определение всех равновесных параметров, термодинамических свойств, химического и фазового состава) осуществляется максимизации энтропии системы при учете всех потенциально возможных в равновесии индивидуальных веществ q . Расчетные методы развиты на основе вариационных принципов термодинамики [6]:

1. Из всех допустимых значений молей M_q индивидуальных веществ в термодинамической системе те из них, которые минимизируют термодинамический потенциал системы, соответствуют равновесным значениям;

2. Из всех допустимых значений энергии U_i вносимой каждым независимым компонентом (атомом), те из них, которые максимизируют суммарный вклад энергии отдельных атомов в систему, соответствуют равновесным значениям.

Составными частями системы являются все возможные и существующие вещества в различных агрегатных состояниях, образующиеся из элементов, включенных в состав изучаемой системы. Компонентами термодинамической системы называют вещества, минимально необходимые для составления данной системы. Число компонентов равняется числу веществ, присутствующих в системе, минус число связывающих эти вещества независимых реакций.

При ТДМ конденсированными индивидуальными веществами принимаются соединения с кратным числом образующих их атомов. Вещества с дробными стехиометрическими коэффициентами считаются растворами. В состав конденсированных фаз входят соединения в твердом (кристаллическом или аморфном) и жидком состояниях. Индивидуальные вещества, имеющие одинаковую химическую формулу, но входящие в различные фазы, считаются различающимися составными веществами. Составными частями газовой фазы являются молекулы, радикалы, атомы, ионы и электронный газ.

Экстенсивными термодинамическими параметрами системы, т.е. пропорциональными количеству или массе вещества в системе, являются объем V , энтропия S , внутренняя энергия U , энтальпия H , энергия Гельмгольца F ($F = U - TS$), энергия Гиббса G ($G = H - TS$); интенсивными термодинамическими параметрами, т.е. не зависящими от количества или массы системы, являются давление P , термодинамическая температура T , концентрация, молярные и удельные термодинамические величины.

Для того, чтобы представить в явном виде любую термодинамическую систему следует задать два независимых параметра из числа V, S, U, H, P, T, F, G и полный исходный химический состав системы. При этом каждая пара независимых параметров будет определять характеристическую функцию - «функцию состояния термодинамической системы соответствующих термодинамических параметров, характеризующуюся тем, что посредством этой функции и производных ее по этим параметрам могут быть выражены в явном виде все термодинамические свойства системы» [3].

Критерием достижения системой равновесного состояния является экстремум ее характеристической функции. При независимых параметрах P и T характеристической функцией является свободная энергия Гиббса G , а минимум этой энергии системы (G_{\min}) является критерием достижения равновесного состояния; при параметрах U и V для изолированной системы характеристической функцией является энтропия S , а максимум энтропии системы S_{\max} является критерием достижения равновесного состояния.

Одной из наиболее эффективных программ, реализующих такие расчеты, является программный комплекс TERRA [3-5].

При создании алгоритма расчета в данном программном комплексе приняты следующие допущения математической модели [3]

- рассматриваются закрытые и изолированные термодинамические системы, в которых границы непроницаемы для обмена веществом, теплом и работой с окружающей средой;

- анализируются системы в состоянии внешнего и внутреннего

термодинамического равновесия (полного или локального);

- считается, что исследуемая система является гетерогенной, состоящей из нескольких однородных частей (фаз), отделенных видимыми границами;
- присутствие газовой фазы в системе обязательно;
- все газообразные индивидуальные вещества (атомы, молекулы, атомарные и молекулярные ионы, электронный газ) входят в состав одной газовой фазы;
- газовая фаза описывается уравнением состояния идеального газа;
- поверхностные эффекты на границе раздела фаз не учитываются, растворимость газов в конденсированных (жидких и твердых) фазах отсутствует; конденсированные вещества могут отсутствовать;
- конденсированные вещества образуют однокомпонентные несмешивающиеся фазы либо включаются в состав идеальных конденсированных растворов;
- индивидуальные вещества, имеющие одинаковую химическую формулу, но входящие в различные фазы, считаются разными компонентами;
- вещества с одинаковой химической формулой, находящиеся в различных полиморфных модификациях, кристаллическом или жидком состоянии, рассматриваются как один компонент, у которого изменение свойств происходит скачкообразно при температурах превращений;
- объем конденсированных компонентов пренебрежимо мал. Равновесие подобных систем в соответствии со вторым законом термодинамики характеризуется максимумом энтропии относительно термодинамических степеней свободы, к числу которых относятся концентрации компонентов равновесной смеси (M_i , моль/кг), температура T и давление P :

$$S = \sum_{i=1}^K [S_i^0(T) - R_0 \ln \frac{R_0 T}{V} M_i] \cdot M_i + \sum_{r=1}^R S_r^0(T) M_r + \sum_{N, m=1}^{Nm} [S_m^0(T) - R_0 \ln \left(\frac{M_m}{M_{Nm}} \right)] \cdot M_m \Rightarrow S_{\max}$$

где $M_i, M_r, M_m, S_i^0, S_r^0, S_m^0$ - число молей и стандартная энтропия (при температуре T и давлении 0,1 МПа) в газовой (i), конденсированной (r) фазах и в растворе (m) соответственно; K, R, N - количество газообразных, конденсированных компонентов и растворов в термодинамической системе, соответственно; Nm - количество вещества в m -том конденсированном растворе; V - объем; R_0 - универсальная газовая постоянная.

Удельный объем V , как и внутренняя энергия U при этом остаются независимыми переменными, так как условия равновесия системы относительно окружающей среды могут быть выражены с помощью равенств:

$$dV = 0 \text{ и } dU = 0 \text{ или } V = \text{const и } U = \text{const.}$$

На область допустимых значений переменных при установлении химического и фазового равновесия путем достижения максимума энтропии накладываются следующие дополнительные ограничения.

1. Постоянство полной внутренней энергии системы при равновесии:

$$U - \sum_{i=1}^K U_i M_i - \sum_{r=1}^R U_r M_r - \sum_{N, m=1}^{Nm} U_{Nm} M_{Nm} = 0,$$

где U_i, U_r, U_{Nm} - полная внутренняя энергия конденсированных веществ, отнесенная к одному молю и включающая в себя энтальпию образования:

$$U = \int_{T_0}^T C_{V\varepsilon} dT + \Delta H_f^0(T_0)$$

Здесь $\varepsilon = i, r, m$

2. Сохранение массы всех химических элементов:

$$-b_j + \sum_{i=1}^K v_{ji} M_i + \sum_{r=1}^R v_{jr} M_r + \sum_N \sum_{m=1}^{Nm} v_{jNm} M_{Nm} = 0$$

где b_j - молярное содержание j -го химического элемента в системе; v_{ji}, v_{jr}, v_{jNm} - числа атомов j -го элемента в газообразных, конденсированных компонентах системы и растворе, соответственно.

3. Закон сохранения заряда:

$$\sum_{i=1}^K q_{ei} M_i = 0$$

где q_{ei} - кратность ионизации i -го компонента (для электронного газа $q_{ei} = -1$).

4. Уравнение состояния смеси идеальных газов:

$$pV - R_0 T \sum_{i=1}^K M_i = 0$$

где p - давление.

Параметры равновесия термодинамической системы определяются решением математической задачи о нахождении экстремума с учетом всех ограничений с использованием функции Лагранжа [3]. Для вычислений используют метод последовательных приближений Ньютона, который обеспечивает высокую скорость сходимости результатов на конечных стадиях итерационного процесса.

Программный комплекс TERRA предусматривает следующие возможности:

- задание условий равновесия термодинамической системы с окружающей средой любой парой значений термодинамических параметров из числа следующих шести величин: P (давление), V (удельный объем), T (температура), S (энтропия), H (энтальпия), U (внутренняя энергия);
- проведение расчета равновесного состояния термодинамической системы произвольного элементного состава;
- включение в число ожидаемых компонентов равновесного состава любых индивидуальных веществ за счет изменения только исходных данных;
- определение равновесного фазового состава системы без предварительного указания термодинамически допустимых состояний.

Таким образом, для определения конкретных параметров состояния системы необходимо задать две ее характеристики (например: P и T ; V и T ; H и P и т.д.), массовые содержания химических элементов в рабочем теле, список потенциально возможных в равновесии индивидуальных веществ с их термодинамическими функциями - энтропией и энтальпией.

В программном комплексе TERRA предусмотрена также возможность учета некоторых неидеальностей: исключение из числа компонентов равновесия любых индивидуальных веществ; возможность назначать (фиксировать) концентрации одного или нескольких веществ с последующим расчетом равновесия по оставшейся части системы; рассмотрение неидеальных конденсированных растворов путем задания избыточной энергии Гиббса; учет собственного объема, занимаемого конденсированными веществами.

Расчеты состава фаз и характеристик равновесия проводятся с использованием справочной базы данных по свойствам индивидуальных веществ ИВТАНТЕРМО. База данных является составной частью программного комплекса. Основу информации в базе данных составляют термодинамические, теплофизические и термохимические свойства индивидуальных веществ, систематизированные в Институте высоких температур РАН [7], Национальном бюро стандартов США, опубликованные в ряде справочников, а также рассчитанные в Московском государственном техническом университете по молекулярным, калориметрическим и спектроскопическим данным. База данных сделана открытой для пользователей и допускает расширение и корректировку информации.

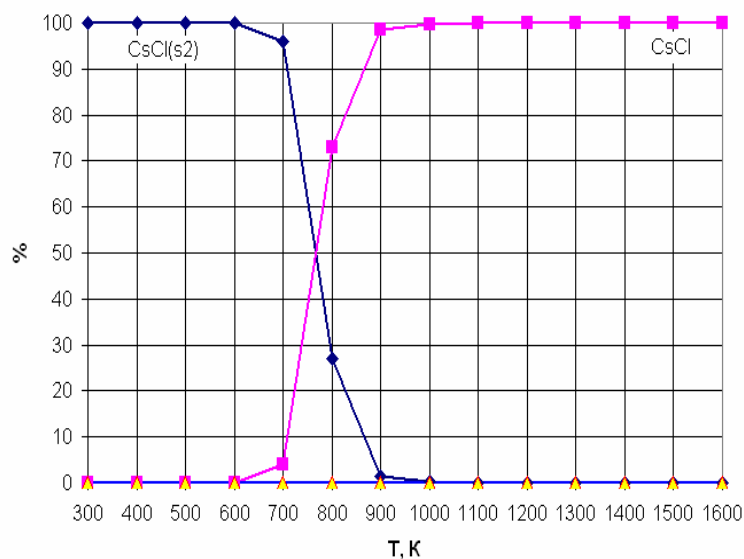


Рис. 1. Распределение цезия по фазам

При температуре 300-700К примерно 100% цезия находится в виде конденсированного CsCl, повышение температуры до 900-1400К ведет к 100% переходу хлорида цезия в газовую фазу.

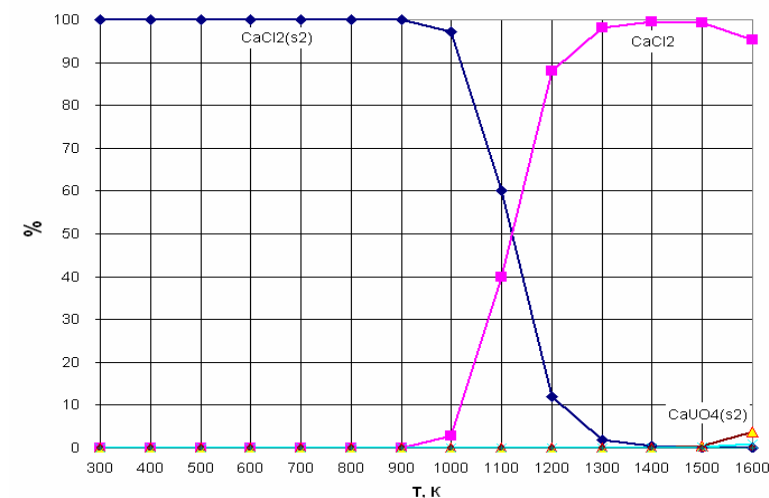


Рис. 2. Распределение кальция по фазам

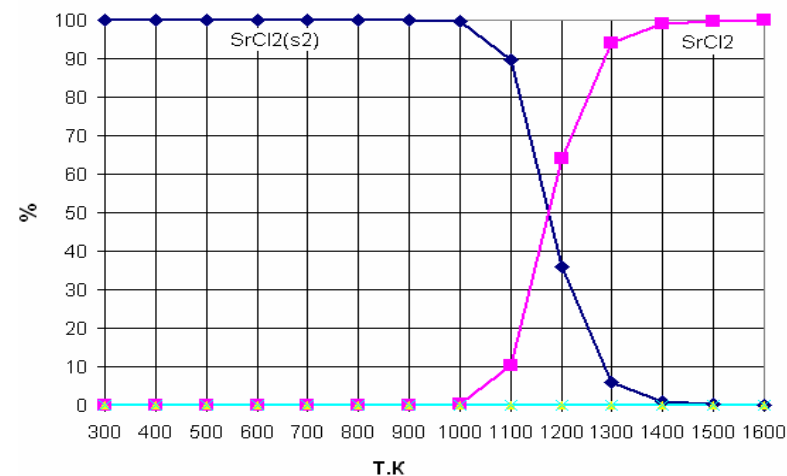


Рис. 3. Распределение стронция по фазам

Распределение кальция и стронция по фазам приведено на рис.2 и 3. При температуре 300-1000К примерно 100% кальция и стронция находится в виде конденсированного CaCl_2 и SrCl_2 , повышение температуры до 1300К ведет к переходу хлоридов в газовую фазу.

Литература

1. А.К. Микеев Противопожарная защита АЭС. М: Энергоатомиздат, 1990. 432 с.
2. Н.М. Барбин, А.В. Пешков, М.П. Дальков, Д.И. Терентьев, С.Г. Алексеев. Оценка поведения радионуклидов при горении радиоактивного графита // Сб. мат. II Всеросс. конф. «Безопасность критических инфраструктур и территорий». Екатеринбург: УрО РАН, 2008. с.67.
3. Н. А. Ватолин, Г.К. Моисеев, Б.Г. Трусов. Термодинамическое моделирование в высокотемпературных неорганических системах. М.: Металлургия, 1994. 352с.
4. Г.К. Моисеев, Г.П. Вяткин, Н.М. Барбин. Применение термодинамического моделирования для изучения взаимодействия с участием ионных расплавов. Челябинск: издательство ЮУрГУ 2002. 166с.
5. А.А. Пупышев. Термодинамическое моделирование термохимических процессов. Екатеринбург. УГТУ. 2007.
6. В.Е. Алемасов, А.Ф. Дрегалин, А.П. Тишин. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания.
7. Л.В. Гурвич, И.В. Вейц, В.А. Медведев. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание. М.: Наука, 1982

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРА СИГНАЛ/ШУМ В КОРОТКОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ РАДИОВОЛН

Белов С.Ю.

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Проблема измерения параметра сигнал/шум β и учёта энергетических потерь при взаимодействии сигнала с некоторой поверхностью важна во многих областях физики: оптики, акустики, геофизики. Рассмотрим радиофизический случай распространения дециметровых (коротковолновых) радиоволн в канале с двумя рассеивающими границами — Земля и Ионосфера.

Параметр β возвращённого, частично рассеянного ионосферного сигнала представляет особый интерес как важная характеристика “возмущённости”, “мутности” статистически неоднородной ионосферной плазмы, показатель надёжности работы ионосферных каналов связи, в том числе и диагностических. Оперативная и надёжная оценка параметра β имеет общезначимый и экологический интерес, конкретизация в настоящей работе осуществлена для ионосферного случая.

Потребность в изучении указанной задачи возникает, во-первых, при использовании дециметровых линий дальней многоскачковой радиосвязи, когда

земная поверхность может вносить существенный вклад в энергетические и информационные потери; во-вторых, при дистанционной диагностике свойств среды с помощью методов, использующих дециметровые радиоволны, когда на трассе происходит промежуточное отражение с частичным рассеянием от земной поверхности, что представляет интерес для геологоразведочных исследований. В обоих случаях объект — “шероховатая”, т. е. статистически неровная земная поверхность, моделируемая некоторым эффективным дифракционным экраном, что аналогично понятию ионосферного случайного экрана, когда действие на возвращённый сигнал статистически неоднородной ионосферы заменяется действием некоторого эффективного дифракционного модулирующего экрана [2, 8].

В понятие шероховатости наряду со случайной геометрией крупномасштабного (по сравнению с длиной дециметровой волны) земного рельефа (искусственные сооружения, волнистость моря) может входить также статистическая пространственная неоднородность комплексных диэлектрических свойств поверхностного и подповерхностного слоёв Земли [5]. Таким образом, отражение дециметровых радиоволн от Земли сопровождается также и частичным рассеянием.

В полном объёме определение свойств исследуемой среды по характеристикам отражённого сигнала относится к классу обратных задач. В нашем случае “неоднородности” дифракционной картины есть результат последовательного рассеяния на неоднородностях земного и ионосферного экранов. Эти данные могут использоваться при экспериментальной проверке моделей, например, при решении обратных задач.

При дистанционной диагностике в качестве параметра, характеризующего рассеивающую способность земной поверхности, используется статистический параметр рассеяния $\beta_{\text{зем}}$ в дециметровом диапазоне радиоволн [6].

Идея метода определения $\beta_{\text{зем}}$ заключается в том, что располагая синхронной информацией о волне, отражённой от ионосферы (однократное отражение), и о волне, отражённой от ионосферы и земли (двукратное отражение), при известной вероятностной структуре сигналов и известных закономерностях рассеяния на ионосферном и земном рассеивающих “экранах” возможно извлекать информацию о параметре рассеивающей способности земной поверхности.

При отражении от “шероховатой” поверхности наряду с регулярным (зеркальным) $E_0(t)$ присутствует рассеянный сигнал $E_p(t)$, обычно характеризуемый нормальным законом распределения. Поэтому в фиксированной точке приёма (линейная антенна) поле отражённого сигнала $E(t)$ в скалярном приближении можно представить в виде:

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0(t) + E_p(t) = E_{01} \cdot e^{i(\omega_0 t - \varphi_0(t))} + r(t) \cdot e^{i(\omega_0 t - \psi(t))} = \\ &= E(t) \cdot e^{i\omega_0 t} = [E_c(t) + i \cdot E_s(t)] \cdot e^{i\omega_0 t} = \\ &= [R(t) \cdot \cos \Phi(t) + i \cdot R(t) \cdot \sin \Phi(t)] \cdot e^{i\omega_0 t} = \\ &= R(t) \cdot e^{i(\omega_0 t - \Phi(t))}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varphi_0(t)$, $\gamma(t)$, $\psi(t)$, $E_m(t)$, $R(t)$, $\Phi(t)$ — медленные на периоде $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0}$

случайные процессы; $E_{01} = \text{Const}$; $E_c(t) = R(t) \cdot \cos \Phi(t)$ и $E_s(t) = R(t) \cdot \sin \Phi(t)$ — низкочастотные квадратурные компоненты, далее обозначаемые как $E_m(t)$, $m=c,s$; $E(t) = E_c(t) + i \cdot E_s(t)$ — комплексный вектор модуляции экрана.

Параметр рассеяния определяется отношением:

$$\beta_k^2 = \frac{\text{мощность зеркальной компоненты}}{\text{мощность рассеянной компоненты}} = \frac{E_{00}^2}{2 \cdot E_p^2}. \quad (2)$$

Здесь и ниже черта “—” означает статистическое усреднение. $E_c(t) = R(t) \cdot \cos \Phi(t)$ и $E_s(t) = R(t) \cdot \sin \Phi(t)$ — низкочастотные квадратуры ионосферного сигнала, $R(t)$ — огибающая, $\Phi(t)$ — суммарная фаза.

При этом индекс $K = E4, R2, R4$ означает экспериментально регистрируемые первичные случайные процессы и соответствующий метод их регистрации: $E4$ — когерентный; $R2, R4$ — некогерентные амплитудные.

В зависимости от вероятностных свойств параметров сигнала (1) справедливы различные модели статистической структуры отражённого сигнала.

Экспериментальные исследования показали, что в частотном спектре узкополосного сигнала (1) из-за наличия регулярного дрейфа и случайных изменений в ионосферной плазме имеют место регулярные и случайные смещения доплеровской частоты, которые приводят к нормальному закону распределения рассеянной компоненты $E_p(t)$ и равномерному распределению фаз x ($x = \varphi_0, \psi$ и Φ):

$W(x) = \frac{1}{2 \cdot \pi}$ при $x \in [-\pi; \pi]$. Такая модель сигнала — модель Райса со смещённым

спектром или РС-модель — достаточно хорошо описывает статистику отражений первой кратности [3]. Здесь и ниже рассматриваются единичные отражённые сигналы — одна мода, одна магнитоионная компонента.

Для РС-модели известны законы распределения плотностей вероятностей $W(x)$ процессов однократного отражения (на это указывает индекс “1”) $E_1(t)$; $E_{1m}(t)$, $m=c,s$; $R_1(t)$; $\Phi_1(t)$:

$$W(E_1) = W(E_{1m}) = \frac{1}{(2 \cdot \pi)^{\frac{3}{2}} \cdot \sigma_{p1}} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} \exp \left\{ - \left(\frac{E_{1m} - E_{01} \cdot \cos \theta}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{p1}} \right)^2 \right\} \cdot d\theta, \quad m=c,s; \quad (3)$$

$$W(R_1) = \frac{R_1}{\sigma_{p1}^2} \cdot \exp \left(- \frac{R_1^2 + E_{01}^2}{2 \cdot \sigma_{p1}^2} \right) \cdot I_0 \left(\frac{R_1 \cdot E_{01}}{\sigma_{p1}^2} \right); \quad (4)$$

$$W(\Phi_1) = \frac{1}{2 \cdot \pi}, \quad \Phi_1 \in [-\pi; \pi]; \quad (5)$$

где $\sigma_{p1} = \sqrt{E_{p1}^2}$; а $I_\nu(x)$ — функция Бесселя ν -го порядка от чисто мнимого аргумента.

Для описанной модели можно получить следующие методы определения параметра сигнал/шум

$$\beta^2 = \frac{E_{01}^2}{2 \cdot \sigma_{p1}^2}$$

на основе соотношений моментов однократных сигналов $E_{1m}(t)$, $m=c,s$ или $R_1(t)$:

а) Стандартная методика определения β по младшим моментам огибающей $R_1(t)$ [1]:

$$\frac{\overline{R_1^2}}{(\overline{R_1})^2} = f(\beta_{R2}) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(1 + \beta_{R2}^2) \cdot \exp(\beta_{R2}^2)}{[(1 + \beta_{R2}^2) \cdot I_0(\beta_{R2}^2/2) + \beta_{R2}^2 \cdot I_1(\beta_{R2}^2/2)]^2}. \quad (6a)$$

Из (6a) вытекает условие применимости этого метода — выполнение неравенства:

$$1 < \frac{\overline{R_1^2}}{(\overline{R_1})^2} \leq \frac{4}{\pi}. \quad (7a)$$

б) Альтернативой выражению (6a) является соотношение, получаемое для эксцесса распределения квадратурных компонент $E_{1m}(t)$, $m=c,s$ [3] принятого сигнала (1) когерентным методом:

$$\frac{\overline{E_{1m}^4}}{(\overline{E_{1m}^2})^2} = \gamma(\beta_{E4}) + 3 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\beta_{E4}^4}{(1 + \beta_{E4}^2)^2} + 3; \quad m=c,s. \quad (6b)$$

Аналогичное (7a) условие применимости данного метода имеет вид:

$$\frac{3}{2} < \frac{\overline{E_{1m}^4}}{(\overline{E_{1m}^2})^2} \leq 3; \quad m=c,s. \quad (7b)$$

в) В случае если по каким-либо причинам (отсутствуют регистрации $E_{1m}(t)$, $m=c,s$; нарушаются условия (7a),(7b) невозможно использовать когерентный метод (6b) или стандартный (6a), то параметр β предлагается определять на основе соотношения старших моментов огибающей сигнала $R_1(t)$, а именно — по эксцессу распределения огибающей:

$$\frac{\overline{R_1^4}}{(\overline{R_1^2})^2} = \gamma_{R4}(\beta_{R4}) + 3 = 2 - \frac{\beta_{R4}^4}{(1 + \beta_{R4}^2)^2} \quad (6в)$$

при условии:

$$1 < \frac{\overline{R_1^4}}{(\overline{R_1^2})^2} \leq 2. \quad (7в)$$

Рассматривая относительные погрешности, допускаемые при вычислении β_k , обусловленные видом функциональных зависимостей $f(\beta)$, $\gamma(\beta)$ [4] и $\gamma_{R4}(\beta)$, можно получить аналитические выражения относительных погрешностей:

$$\mathcal{E}_{R2}^*(\beta) = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{[(1+\beta^2) \cdot I_0(\beta^2/2) + \beta^2 \cdot I_1(\beta^2/2)]^3}{\beta^2 \cdot \exp(\beta^2) \cdot I_1(\beta^2/2)}; \quad (8a)$$

$$\mathcal{E}_{E4}^*(\beta) = \frac{(1+\beta^2)^3}{6 \cdot \beta^4}; \quad (8б)$$

$$\mathcal{E}_{R4}^*(\beta) = \frac{(1+\beta^2)^3}{4 \cdot \beta^4}. \quad (8в)$$

На рисунке 1 представлены графики (сплошные линии) поведения аналитических (относительных) погрешностей $\mathcal{E}_K^*(\beta)$ для указанных методик $K = R2, R4, E4$ (8a), (8в), (8б) (именно за счёт функциональных зависимостей f, γ и γ_{R4}) без учёта статистических ошибок в диапазоне реально наблюдаемых значений параметра β . Пунктиром изображено распределение экспериментально наблюдаемых значений β_{E4} (слой F2, 3 — 12 МГц, 8.00 — 22.00 LT, единичный сигнал [6]). Из (8б) и (8в) видно, что $\mathcal{E}_{E4}^* = \frac{2}{3} \cdot \mathcal{E}_{R4}^*$ — одного порядка и существенно превосходят по точности измерения по стандартной R2-методике [8]. В итоге, анализ аналитических погрешностей оценки параметра сигнал/шум β позволил рекомендовать использование метода R4 (8в) вместо стандартного R2 (8a) в условиях отсутствия возможности использования когерентных измерений E4 (8б).

При этом достаточно высокая аналитическая (относительная) точность оценки параметра β_k может быть достигнута с помощью некогерентной аппаратуры, используя выражение (8в) метода R4. Естественно, что за когерентной методикой E4 остаётся возможность оптимизации статистической ошибки путём соответствующей специальной цифровой обработки ионосферного сигнала.

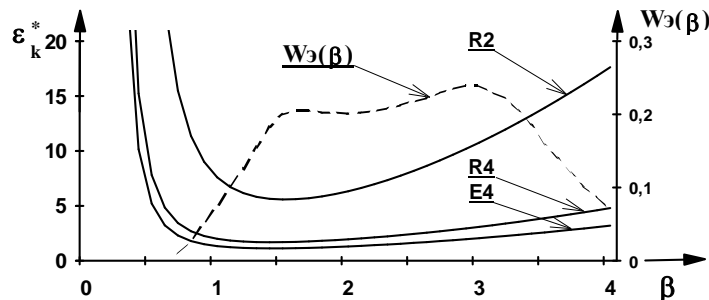


Рис. 1. Графики зависимостей относительных погрешностей $\mathcal{E}_K^*(\beta)$, $K = R2, R4, E4$ (сплошные линии) и экспериментальное распределение $W_\beta(\beta)$ (пунктир) (слой F2, 3 – 12 МГц, единичный сигнал).

Для отражений кратности выше первой ($n > 1$) стандартные методы в вариантах (8a), (8б) и (8в) не применимы, поскольку статистика сигнала кратности $n > 1$ не описывается РС-моделью (3) — (5). Для этого случая предложен и экспериментально опробован другой подход, основанный на статистической мультипликативной модели кратных отражений (СМ-модель) [6, 7].

Согласно положениям СМ-модели комплексная амплитуда поля $E_2(t)$ радиосигнала, двукратно отражённого от ионосферного и однократно от земного экранов, у поверхности земли может быть представлена в виде вероятностного мультипликативного соотношения:

$$E_2(t) = \frac{E_{11}(t) \cdot E_{1зем.}(t) \cdot E_{12}(t)}{A^2}, \quad (9)$$

где A — нормировочная константа (амплитуда плоской волны), а $E_{11}(t), E_{1зем.}(t), E_{12}(t)$ — комплексные амплитуды однократно отражённых случайных полей на j -ом скачке ($j=1, \text{“зем.”}, 2; E_1(t) \equiv E_{11}(t)$) при падении на соответствующий экран пробной волны: $A \cdot \exp(i \cdot \vec{k} \cdot \vec{r} - i \cdot \omega_0 \cdot t)$. Эти амплитуды в вероятностном смысле адекватны функциям модуляции соответствующих случайных дифракционных экранов. В используемых обозначениях первый индекс указывает, что данная величина относится к одному скачку, а второй — порядковый номер скачка при кратном отражении (рис. 2).

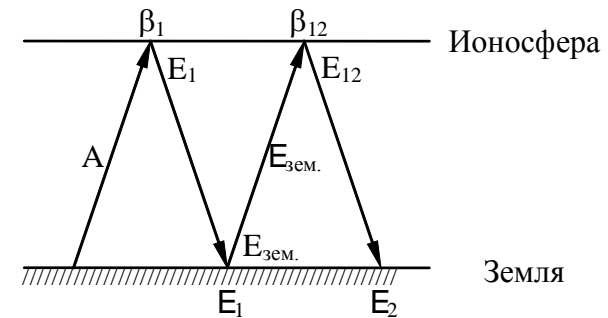


Рис. 2. Схема формирования кратных отражений.

При известных статистиках и независимости процессов $E_{1j}(t)$ (а следовательно, квадратур $E_{1jm}(t)$, $m=c,s$ и огибающих $R_{1j}(t)$, $j=1, \text{“зем.”}, 2$) СМ-модель позволяет определять статистические характеристики процессов $E_{2m}(t); R_2(t); \Phi_2(t)$ для двукратно отражённых сигналов. Очевидно, что моменты огибающих $R_{nj}(t)$ и квадратурных компонент $E_{njm}(t)$ ($n=1,2; j=1, \text{“зем.”}, 2; m=c,s$) подчиняются соотношениям (10a) – (10б):

$$\overline{R_2^n} = \frac{\overline{R_{11}^n} \cdot \overline{R_{1зем.}^n} \cdot \overline{R_{12}^n}}{A^2}; \quad (10a)$$

$$\overline{E_{2m}^n} = \frac{\overline{E_{11m}^n} \cdot \overline{E_{13em.m}^n} \cdot \overline{E_{12m}^n}}{A^2}; \quad m=c,s; \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (10б)$$

В результате, регистрируя флуктуации полей $E_1(t)$ и $E_2(t)$ и предполагая, что в условиях вертикального зондирования области формирования отражений различной кратности статистически эквивалентны ($\beta_{11}=\beta_{12}=\beta_1$), а к “шероховатому” земному экрану применима РС-модель (есть основания считать, что структура декаметрового радиосигнала, однократно рассеянного одной лишь земной поверхностью, также гауссового типа [5]), становится возможным извлекать искомый параметр рассеивающей способности земной поверхности $\beta_{зем}$ на основе соотношений:

а) по младшим моментам огибающих:

$$f(\beta_{зем.R2}) = \frac{\overline{R_2^2}}{(\overline{R_2})^2} \bigg/ \left[\frac{\overline{R_1^2}}{(\overline{R_1})^2} \right]^2; \quad (11а)$$

б) по квадратурам:

$$\gamma(\beta_{зем.E4}) + 3 = \frac{\overline{E_{2m}^4}}{(\overline{E_{2m}^2})^2} \bigg/ \left[\frac{\overline{E_{1m}^4}}{(\overline{E_{1m}^2})^2} \right]^2; \quad m=c,s; \quad (11б)$$

в) по старшим моментам огибающих:

$$\gamma_{R4}(\beta_{зем.R4}) + 3 = \frac{\overline{R_2^4}}{(\overline{R_2^2})^2} \bigg/ \left[\frac{\overline{R_1^4}}{(\overline{R_1^2})^2} \right]^2. \quad (11в)$$

Подчеркнём, что определение параметра $\beta_{зем.k}$ из (11а) – (11в) возможно только в том случае, когда правые части выражений (11а) – (11в) удовлетворяют неравенствам (7а) – (7в) соответственно. В случае (11б) можно использовать либо $m=c$, либо $m=s$, т.е. одну из квадратурных компонент, ибо они статистически эквивалентны.

Предложенные методики дистанционного определения рассеивающей способности земной поверхности представляют интерес в связи с практическим отсутствием данных о $\beta_{зем}$ в декаметровом радиодиапазоне. Итак, зная, как влияет ионосфера на радиоволну, в данной модели можно выделить влияние “шероховатой” земной поверхности на отражённый радиосигнал.

Литература

1. Альперт Я.Л. Распространение радиоволн в ионосфере. - М.: Изд-во АН СССР. 1967 г. - 480 стр.
2. Белов С.Ю. Дистанционная диагностика рассеивающей способности земной поверхности в декаметровом диапазоне радиоволн. // XVI Международный симпозиум с элементами научной школы для молодежи "Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы". 12-15 октября 2009 г., Томск.
3. Вологдин А.Г., Миркотан С.Ф., Савельев С.М. Прямые исследования распределения поля ионосферного отражения. // Геомагн. и аэронаом. 1972 г. Том 12. № 2. Стр. 226 - 229.

4. Вологдин А.Г., Журавлёв С.В., Миркотан С.Ф. О погрешностях методов определения параметра сигнал/шум ионосферного сигнала. // Радиотехника. 1982 г. Том. 37. № 6. Стр. 81 - 83.
5. Зубкович С. Г. Статистические характеристики радиосигналов, отражённых от земной поверхности. М., Изд-во “Советское радио”, 1968 г., 224 стр.
6. Миркотан С. Ф., Журавлёв С. В., Косовцов Ю. Н. Экспериментальное исследование мультипликативной модели кратных ионосферных отражений. // Радиотехника, 1983 г., № 4, стр. 74 – 76.
7. Миркотан С. Ф., Белов С. Ю., Захаров В. И. Дистанционная диагностика рассеивающей способности “шероховатой” земной поверхности в коротковолновом диапазоне радиоволн. // “Радиотехника и электроника”, 1999 г., том 44, № 10, с. 1190-1194..
8. Миркотан С. Ф., Белов С. Ю. О параметре возмущённости неоднородной флуктуирующей ионосферной плазмы. // “Радиотехника и электроника”, 1998 г., М., том 43, № 11, РАН, стр. 1382 – 1384.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА НА ИЗМЕНЕНИЕ ТЕПЛОЗАПАСА ВОДОЕМА, ЕГО ЭНЕРГООБМЕН С АТМОСФЕРОЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ВЕСЕННЕГО ТЕРМОБРА В НОЧНОЕ ВРЕМЯ

Блохина * Н.С., Орданович ** А.Е.

*МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический факультет

**МГУ им. М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет

Особенности прогресса пресных и слабосоленых водоемов весной связан с возникновением в них термобара, который представляет собой фронтальный раздел с температурой максимальной плотности воды. Для пресных водоемов – это 4°C. В этой области поверхностные воды опускаются до дна [9-10], возбуждая специфическую конвективную ячейку, принуждая двигаться прибрежную теплую воду к термобару, т.е. перемещаться в сторону открытой воды. Опускание воды в области термобара вызывает вторичную конвекцию в основной глубоководной толще воды водоема. В результате поверхностные холодные (температура меньше 4°C) воды центральной части водоема движутся к термобару, нагреваются до температуры максимальной плотности и возвращаются в нижний слой центральной части водоема, что способствует интенсификации нагрева и накоплению тепла. Процесс заканчивается, когда термобар достигает центра водоема и вся вода нагревается до температуры, более чем 4°C. Следует отметить, что основным в процессе нагрева водоема является радиационный поток тепла. Потоки тепла, возникающие на границе раздела водоем-атмосфера за счет контактного теплообмена Q_T и испарения Q_L (в зависимости от метеорологических условий) могут способствовать, как нагреву поверхностных вод, так и ее охлаждению. Потоки тепла за счет длинноволнового излучения, Q

всегда направлены на охлаждение водоема. Кроме того, во время развития весеннего термобара наблюдается значительная разница температур между прогретыми прибрежными водами и холодными глубинными. Это так же влияет на направление и интенсивность потоков тепла Q_L , Q_T , и интенсивность потока Q_I .

Заметим, что перемещение термобара к центру водоема в период весеннего прогрева водоема складывается из перемещения в дневное время (направленное от берега) и в ночное (направленное к берегу). Наибольший практический интерес представляет среднесуточное движение, которое и определяет время жизни термобара и суммарный теплозапас водоема. Значительное влияние на эти процессы оказывает изменение радиационных потоков тепла, температуры и влажности воздуха, как суточного, так большего масштабов.

Исследование перемещения термобара и энергообмен между водоемом и атмосферой в дневное время при различных метеорологических условиях проводилось в работах [1-5] и др.. Настоящая работа посвящена изучению влияния температуры и влажности воздуха в ночное время на энергообмен на границе раздела водоем-атмосфера, изменение теплозапаса водоема и перемещение весеннего термобара.

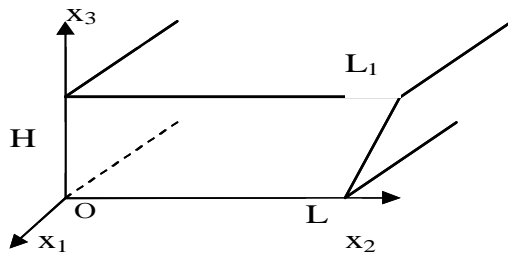


Рис.1. H- глубина водоема, L и L₁- ширина водоема по дну и поверхности соответственно

Для моделирования весеннего термического бара в водоеме с наклонным дном используется математическая модель, разработанная авторами и описанная в [1-3]. Решается система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска и уравнение теплопроводности. Учитываются аномальные свойства воды. Уравнение состояния воды в районе температуры максимальной плотности (4°C) записывается в виде:

$$\rho(T) = \rho_0(4^\circ C) - \rho_0(4^\circ C)\gamma(T - 4^\circ C)^2.$$

Здесь T – температура и ρ – плотность воды; ρ_0 – плотность воды при 4°C; ρ_1 – отклонение плотности воды от ее максимального значения; $\gamma = 0,000075 \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$.

Задача решается в системе координат Ox_1 , Ox_2 , Ox_3 в половине водоема, симметричного относительно оси Ox_3 (Рис.1). За начало отсчета принят левый нижний угол. Ось Ox_1 направлена вдоль термобара и вдоль этой оси движение однородно. Ось Ox_3 направлена вертикально вверх. Система уравнений Навье-

Стокса и теплопроводности преобразована соответственно методике выделения крупномасштабных структур в турбулентной среде [7]. Решается плоская задача, что позволяет введение функция тока ψ :

$$U_2 = \frac{\partial \psi}{\partial x_3}, \quad U_3 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_2} \quad (1)$$

В переменных функции тока ψ и вихря φ система уравнений имеет вид (в безразмерном виде):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} \right) - 2(T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right) \quad (3)$$

$$\Delta \psi = \varphi. \quad (4)$$

Здесь $\mu = \nu_T / H \sqrt{gH}$ – безразмерный коэффициент обмена, T_4 – безразмерное значение температуры максимальной плотности пресной воды. При введении безразмерных переменных приняты: масштаб размеров - $L_m = H$ - глубина водоема;

скорости - $V_m = \sqrt{gH}$; времени - $t = \sqrt{(H/g)}$; масштаб коэффициента

турбулентной вязкости $\nu_m = H \sqrt{gH}$; температуры - $T_m = 1/\sqrt{\gamma}$;

Для замыкания системы уравнений и вычисления коэффициента турбулентной

вязкости ν_T используется известное соотношение $\nu_T = C\varepsilon^{1/3} H^{4/3}$. Скорость диссипации турбулентной энергии ε находится из уравнения баланса турбулентной энергии. После необходимых выкладок, в безразмерном виде, уравнение замыкания имеет вид:

$$\mu^2 = \left(\frac{\nu_T}{H \sqrt{gH}} \right)^2 = \frac{C^3}{s} \int_s \left[4 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2 \partial x_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right)^2 - (T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right] ds \quad (5),$$

где s – площадь области решения задачи. Коэффициент C подбирается экспериментально. Вопрос выбора коэффициента C подробно обсуждается в [6].

Граничные условия записываются следующим образом:

На дне водоема и правой наклонной боковой границе - условия прилипания и непроницаемости для скорости и отсутствия потока тепла соответственно имеют вид:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (6)$$

где n – нормаль к наклонной границе.

На левой границе области задаются условие симметрии для всех переменных.

На верхней границе для скоростей задается условие свободной границы:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_2} = 0, \quad \varphi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} = 0 \quad (7)$$

Кроме того, задается поток тепла на верхней границе:

$$-\mu \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q \quad (8)$$

Здесь $Q = Q_T + Q_L + Q_I$, в безразмерном виде задается соотношениями:

для явного тепла:

$$Q_T = \rho_a c_p C_T (T - T_{air}) V / Q^b; \quad (9)$$

для скрытого тепла:

$$Q_L = LC_q (q - q_{air}) V / Q^b; \quad (10)$$

и для длинноволнового излучения (выхолаживание):

$$Q_I = \delta \sigma (273,15 + T)^4 / Q^b \quad (11)$$

В качестве масштабов потоков принята величина $Q^b = \sqrt{\gamma / c_o \rho_o \sqrt{gH}}$. Здесь ρ_a плотность воздуха; V – скорость ветра на высоте 10 м над поверхностью воды; c_p и c_o – теплоемкость воздуха и воды при постоянном давлении; C_T и C_q – коэффициенты Стентона и Дальтона для переноса тепла и влаги; L – скрытая теплота парообразования; T_{air} и q_{air} – температура и удельная влажность воздуха; T и q – температура поверхности воды и удельная влажность вблизи ее поверхности; $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ вт/(м}^2 \times \text{К}^4)$; $\delta = 0,95$.

Выражение для скрытого потока тепла в зависимости от температуры подстилающей поверхности T может быть записано с учетом относительной влажности воздуха f и зависимости насыщающей влажности $\Phi(T_{air})$ от температуры воздуха в виде (см. работу [5]):

$$Q_L = LC_q (q - q_{air}) V / Q^b = ((1 - f) \Phi(T_{air}) + \frac{\partial \Phi}{\partial T} (T - T_{air})) V / Q^b \quad (12)$$

Расчет теплозапаса TZ – «суммы тепла», содержащегося в воде – проводили по формуле:

$$TZ = c_o \iint_{x_2, x_3} \rho(x_2, x_3) * T(x_2, x_3) dx_2 dx_3,$$

где интегрирование проводится по всей области изменений координат x_2, x_3 .

Задача решалась численно. Система уравнений (2)-(4), граничные условия (6)-(8) и уравнение замыкания (5) записывались в конечно-разностном виде с использованием центральных разностей для аппроксимации пространственных и односторонних для временных производных. Использовалась явная конечно-разностная схема. Уравнение Пуассона решалось методом последовательной верхней релаксации [8]. Расчеты проводились на сетке 26x52. Шаг сетки по вертикали равнялся 0,4 м, а по горизонтали – 20 метров.

Рассматривалось движение жидкости в водоеме с наклонным дном глубиной $H=10$ м и шириной $L_l=940$ м (половина водоема) (Рис 1). Расчеты для ночного времени проводились в течение 7,5 часов. Считалось, что в это время радиационный поток тепла (нагрев за счет Солнца) отсутствовал, а выхолаживание осуществлялось за счет длинноволнового излучения с поверхности водоема Q_L . Потоки явного Q_T и скрытого Q_L тепла в зависимости от метеоусловий могли, как усилить выхолаживание поверхностных вод, так ослабить его.

Температура T_{air} и относительная влажность f воздуха задавались постоянными по времени и акватории водоема. Рассматривались варианты, при которых температура T_{air} изменялась от 0 до 16°C (с шагом 2°C), относительная влажность принималась равной $f=40, 60$ и 80%. Расчеты проводились при скорости ветра $V=2$ м/с. Как показали наши исследования [4], малые значения скоростей ветра мало влияют на динамику возникновения и развития термобара.

В результате расчетов для различных значений температуры и относительной влажности воздуха в ночное время были получены:

- поля распределения температуры T и функции тока ψ ;
- оценены потоки длинноволнового излучения Q_L , явного Q_T и скрытого Q_I потоков тепла на границе раздела водоем-атмосфера;
- оценены изменение теплового баланса водоема и
- местоположение термобара.

Расчеты проводились при задании начальных распределений поля температуры и функции тока, представленных на Рис.2(а), полученные в предварительных расчетах. В начальный момент времени термобар в водоеме существовал и располагался вдали от берега. Из рисунка видно, что термобар (изотерма 4°C) разделяет водоем на области, охваченные вихрями противоложного направления вращения с опусканием воды ко дну в районе термобара.

Отметим, что на всех рисунках температура воды T и воздуха T_{air} обозначена в °C, а результаты моделирования представлены через 7,5 часов расчетов в ночное время. Положительные значения потоков Q_L, Q_T, Q_I на рисунках соответствуют оттоку тепла с поверхности воды, т.е. ее охлаждению, а отрицательное значение – нагреву. На Рис.4-6 по оси абсцисс отложено расстояние от центра дна (берега водоема) по его поверхности.

На Рис. 2(б) представлено поле распределения температуры для $T_{air}=8^\circ\text{C}$ и $f=60\%$. Видно, что расположение термобара изменилось. По дну водоема изотерма 4°C сместилась примерно на 60-80 м, а по поверхности – на 140 - 160 м (в зависимости от метеорологической ситуации). Скорость перемещения термобара по поверхности водоема составляет 0,5-0,6 см/с, а по дну - 0,2-0,3 см/с. Данные натурных измерений показывают, что среднесуточная скорость распространения термобара лежит в пределах 0,2 до 1,2 см/с, т.е. она имеет тот же порядок, что скорости его ночного перемещения к берегу, полученного в наших расчетах.

Как показывают наши предыдущие расчеты, в ночное время термобар перемещается с большей скоростью, чем днем. Однако в целом, из-за большего времени прогрева водоема в дневной период, по сравнению с ночным, в течение суток наблюдается перемещение термобара к центру водоема. Отметим, что если термобар располагается ближе к берегу, то ночное выхолаживание может его разрушить. Дальнейший дневной прогрев водоема снова приведет к его возникновению.

Были проведены оценки изменения теплозапаса TZ водоема за ночное время для различных значений температур и относительной влажности воздуха. На Рис.3 приведены графики изменения теплозапаса водоема относительно начального значения (перед началом расчета в ночное время) в процентах %. Наибольшее остывание водоема происходит при низкой температуре атмосферы и маленькой влажности воздуха. Теплозапас водоема уменьшается в ночное время

от 3.35% (при высоких температурах воздуха) до 4% (при низких температурах). Уменьшение влажности воздуха также способствует уменьшению теплозапаса водоема за ночное время.

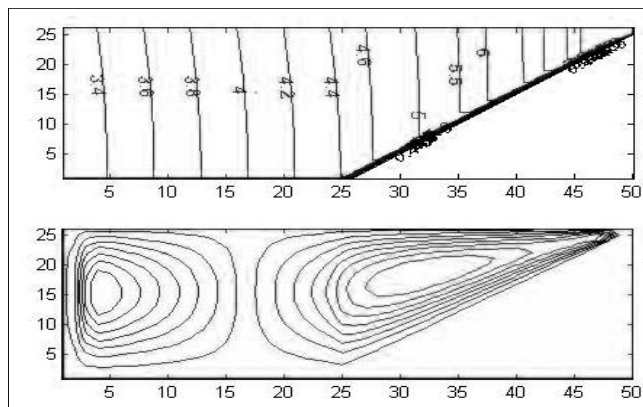


Рис.2а. Поля распределения температуры T (верхний рисунок) и функции тока ψ , заданные в начальный момент времени.

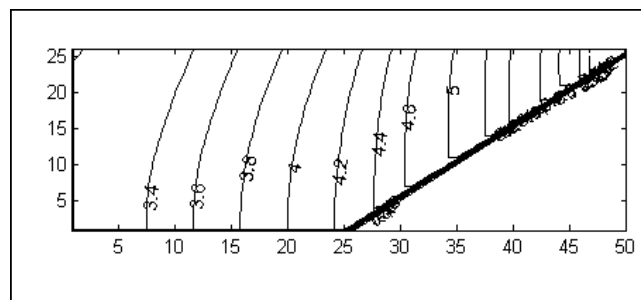


Рис.2б. Поле распределения температуры T . На рисунках по осям координат отложены номера точек расчетной области.

Ниже приведены оценки потоков тепла Q_L , Q_T , Q_I на границе раздела водоем-атмосфера для определения вклада каждого из них в изменение теплового баланса водоема и местоположения термобара.

Распределение явного потока тепла по поверхности водоема к концу ночи для различных значений температуры воздуха и относительной влажности $f=60\%$ представлены на Рис.4. Прямой зависимости явного потока тепла Q_T от относительной влажности воздуха f нет. Для значений $f=40\%$, 60% , 80% и одинаковой температуре распределение потоков практически совпадают. Однако для различных значений f и одной и той же температуре воздуха значения все же незначительно отличаются, так как при разных значениях f существенно изменяется суммарный поток тепла, а, следовательно, и температура поверхностных вод.

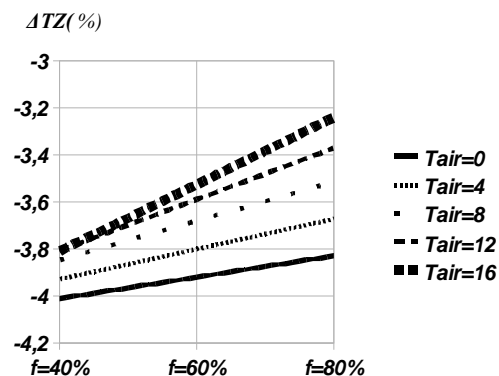


Рис.3. Отклонение теплозапаса ΔTZ в водоеме в ночное время от начального значения (начало ночи) в %.

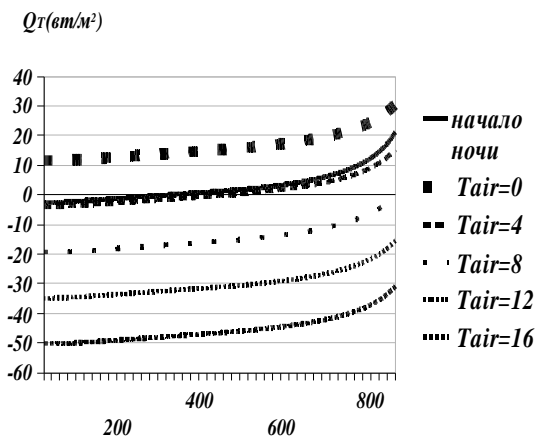


Рис. 4. Распределение явного потока тепла Q_T для $f=60\%$ в зависимости от температуры воздуха.

Это и приводит к изменению перепада температуры вода-воздух и незначительному изменению значения потока Q_T . Как видно из Рис.4 дополнительный нагрев за счет Q_T всей поверхности водоема в ночное время происходит при высоких температурах воздуха. В нашем случае при температуре большей 8°C . При определенных соотношениях влажности, температуры воздуха и воды поток Q_T может изменять свое направление, нагревая глубоководную часть водоема и охлаждая прибрежную область или весь водоем. Потоки тепла существенно различаются для прибрежной зоны и центральной части водоема. Их значения могут отличаться на 40%. В глубоководной части водоема поток явного

тепла изменяется незначительно, в отличие от прибрежной области, где наблюдается более резкое его изменение.

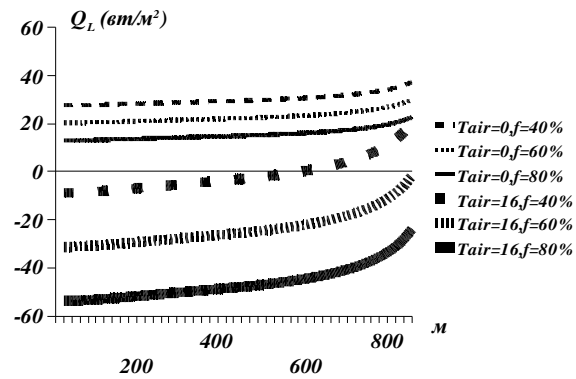


Рис.5. Распределение скрытого потока тепла Q_L в зависимости от температуры T_{air} и относительной влажности воздуха f .

Большую роль в энергообмене между атмосферой и водоемом играет скрытый поток тепла Q_L , который зависит как от перепада температуры вода-воздух, так и от влажности воздуха (12). На Рис.5 представлены зависимости потоков Q_L по акватории водоема для температуры $T_{air}=0$ и 16°C при относительной влажности воздуха $f=40\%$, 60% и 80% . В зависимости от температуры и относительной влажности воздуха поток Q_L может способствовать как дополнительному нагреву поверхностных вод, так и ее охлаждению. При температурах воздуха, меньших 4°C , скрытый поток тепла всегда способствует охлаждению водоема. При более высоких температурах воздуха потоки скрытого тепла справа и слева от термобара могут менять знаки. Чем выше температура воздуха

и его влажность, тем большая акватория водоема получает дополнительное тепло. В прибрежной зоне потоки скрытого тепла при температурах воздуха меньших 12°C положительны при любой влажности, т.е. существенно охлаждают поверхность за счет испарения. Особенно это проявляется при малой влажности воздуха. Происходит это потому, что прибрежная вода интенсивно нагревается и увеличивающееся испарение действует как отрицательная обратная связь, препятствуя перегреву воды в мелководной прибрежной зоне. В глубоководной части водоема потоки скрытого тепла Q_L существенно зависят от влажности воздуха. При низких температурах воздуха испарение дает значительный охлаждающий эффект, тем больший, чем ниже влажность атмосферы («сухой воздух»). При относительной влажности $f=40\%$

охлаждение за счет испарения сопоставимо с охлаждением за счет потока явного тепла Q_T . Увеличение влажности до 80% уменьшает поток тепла Q_L . При повышении температуры воздуха влияние испарения (или конденсации) существенно увеличивается. Так при температурах воздуха 16°C и значительной влажности (80%) (Рис.5) интенсивно происходит процесс конденсации. В этом

случае поток Q_L направлен на нагрев водоема и по своему значению может достигать до $20\text{-}30\%$ от радиационного балансового потока Q_R , заданного нами при моделировании возникновения, развития и перемещения термобара днем (~ 200 Вт/м²). В целом, суммарный поток скрытого и явного тепла может достигать до 50% от значения Q_R .

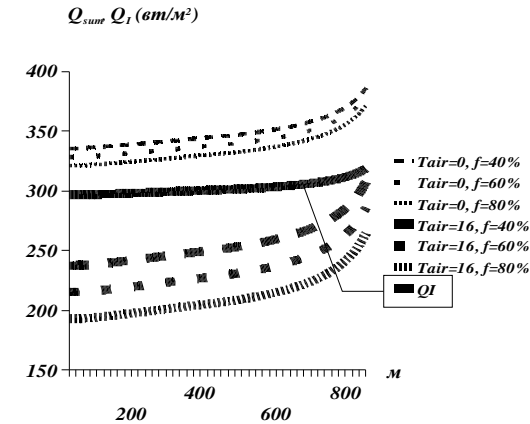


Рис.6. Распределение суммарного потока тепла Q_{SUM} в зависимости от температуры и относительной влажности воздуха и длинноволнового излучения Q_I при $T_{air}=8^\circ\text{C}$ и $f=60\%$ (жирная кривая).

Третьим и основным энергетическим потоком, существенно влияющим на энергообмен на границе раздела атмосфера-водоем в ночное время, является поток длинноволнового излучения Q_I . На Рис.6 представлено его изменение по акватории водоема для $T_{air}=8^\circ\text{C}$ и $f=60\%$ (жирная кривая). При всех заданных метеорологических параметрах изменение длинноволнового излучения незначительно отличаются от этой кривой, так как оно зависит лишь от температуры подстилающей поверхности (11) и всегда способствует охлаждению водоема. При этом значение Q_I на порядок величины больше явного и скрытого потоков тепла и играет основную роль в изменении теплозапаса водоема ночью. На Рис.6 представлены также графики изменения суммарного потока тепла $Q_{SUM}=Q_T+Q_L+Q_I$ для низких и высоких температур воздуха. При высоких температурах воздуха и влажности атмосферы поток тепла с поверхности воды, приводящей к ее охлаждению, может в глубоководной части водоема уменьшиться на треть по сравнению с потоком Q_I за счет потоков явного Q_T и скрытого Q_L тепла, способствующих при этих условиях нагреву воды. В это же время в прибрежной области значения суммарного потока, направленного в атмосферу увеличивается и приближается к потоку Q_I , что увеличивает охлаждение этой части водоема. При малых температурах воздуха потоки Q_L и Q_T всегда способствуют охлаждению поверхностных вод, что приводит к увеличению Q_{SUM} по сравнению с длинноволновым излучением и большему охлаждению водных масс.

Таким образом, математическое моделирование позволило, оценить вклад различных потоков тепла на границе раздела водоем-атмосфера и оценить их вклад в изменение теплозапаса водоема и перемещение термобара в ночное время.

Работа выполнена при финансировании РФФИ (гранты № 08-05-00574-а).

Литература

1. Блохина Н.С., Савельева О.С., Орданович А.Е. Математическое моделирование весеннего термобара. Физические проблемы экологии (экологическая физика), т.4, изд-во Физического фак-та МГУ, Москва, 1999, с.54-61.
2. Блохина Н.С., Орданович А.Е., Савельева О.С. Модель возникновения и развития весеннего термобара. Водные ресурсы, 2001, т.28, № 2, с.224-228.
3. Блохина Н.С., Овчинникова А.В., Орданович А.Е. Математическое моделирование весеннего термобара в неглубоком водоеме. Вестник Московского университета. Серия 3, Физика. Астрономия, 2002, № 2, с.60-66.
4. Блохина Н.С., Соловьев Д.А. Влияние ветра на динамику развития термобара в период весеннего прогрева водоема. Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия, 2006, № 3, с. 59-63.
5. Блохина Н.С., Орданович А.Е., Особенности энергообмена между атмосферой и водоемом в период развития весеннего термобара, Сб. науч. трудов «Физические проблемы экологии (экологическая физика), изд-во Физического фак-та МГУ, Москва, 2008, №15, с.9-19.
6. Т.Б. Глуховская, А.Е. Орданович. О турбулентной конвекции в плоском горизонтальном слое. Механика жидкости и газа, 1993, №6, с.49-56.
7. Ковалев В.А., Орданович А.Е. Физико-математическая модель турбулентного горизонтального стратифицированного потока с учетом когерентных структур. //Препринт Московский Университет, 1981.
8. Роч П. Вычислительная гидродинамика. изд-во «Мир», Москва, 1980, 616 с.
9. Тихомиров А.И. О термическом баре в Якимварском заливе Ладожского озера, Изв. Всесоюзного географического общества, 1959, т.91, №5, с. 424-438.
10. Тихомиров А.И. Термика крупных озер. Л.: Наука, 1982. 232 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ГИС-ТЕХНОЛОГИЙ В ИССЛЕДОВАНИЯХ ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КОМПЛЕКСОВ

Богданова М.С., Литвиненко А.В., Литвинова И.А.

Учреждение Российской Академии наук Институт водных проблем Севера

КарНЦ РАН, г. Петрозаводск

В настоящее время накоплены большие объемы информации по водным ресурсам и их использованию. Их обработка и анализ в ручном режиме требует огромных затрат времени и сил, при этом возможны субъективные ошибки. Поэтому повсеместно разрабатываются современные методы обработки данных с использованием компьютерных технологий. Одним их наиболее перспективных

для такого рода работ является создание географических информационных систем (ГИС).

Учреждением Российской Академии наук Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН (ИВПС КарНЦ РАН) была выполнена работа по созданию ГИС «Водные ресурсы Республики Карелия и их использование».

Основной целью работы было создание специализированной геоинформационной системы, обеспечивающей процессы формирования, ведения и представления данных по использованию водных ресурсов Республики Карелия (РК) для хозяйственных нужд, включающей:

- систематизацию существующей информации о водных ресурсах и водных объектах;
- обеспечение официальной информацией о водных объектах всех субъектов водных отношений;
- объективную оценку состояния водных объектов по качественным и количественным показателям;
- анализ водопотребления и водоотведения и т.д.

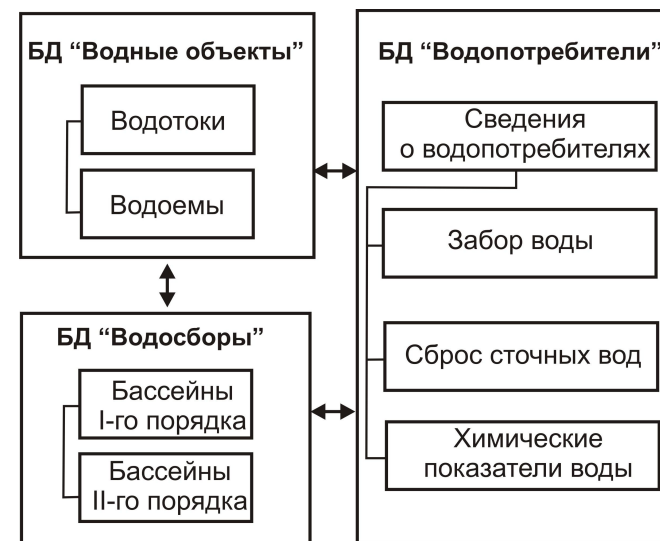


Рис.1. Структура ГИС «Водные ресурсы Республики Карелия и их использование».

Работа выполнена по современным цифровым картам масштабов 1 : 1 000 000 и имеющимся в ИВПС базах данных по водным объектам и водопользователям. Также были использованы данные реестра водных объектов РК, созданного в ИВПС, и соответствующей географической информационной системы на основе электронной картографической основы масштаба 1:1 000 000. Эти

результаты представлены как в электронном виде, так и опубликованы в форме «Каталога озер и рек Карелии» (2001). Кроме «Каталога...» для характеристики водных объектов использовались материалы «Гидрологической изученности...» (1965), а также базы данных по «Водопользователям РК» и «Гидротехническим сооружениям» ИВПС. В качестве программных средств ГИС использовалось лицензионная MapInfo 9,5 и Access.

В ходе проделанной работы были сформированы цифровые картографические базы данных: «Водосборные бассейны», «Водоемы», «Водотоки», «Водопотребители» содержащие картографическую и атрибутивную информацию (Рис. 1).

База «Водосборные бассейны» содержит информацию по 5 водосборным бассейнам 1 порядка: Белое море, Каспийское море, Ботнический залив, Онежской озеро, Ладожское озеро, а также по 19 водосборным бассейнам 2 порядка (например, р. Шуя, р. Водла и др.).

Для водных объектов слоев «Водоемы» и «Водотоки» была разработана система уникальных кодов, которая позволила идентифицировать 3524 озера и 2069 рек на карте масштаба 1:1000000.

Код озера составляется из: двух заглавных букв «ОЗ» + двух заглавных букв названия водосборного бассейна 1 порядка (Белое море — «БМ», Каспийское море — «КМ», Ботнический залив — «БЗ», Онежской озеро — «ОН», Ладожское озеро — «ЛА») + код водосборного бассейна 2 порядка (от 01 до 19) + трехзначное число (от 001 до n) (Рис. 2).

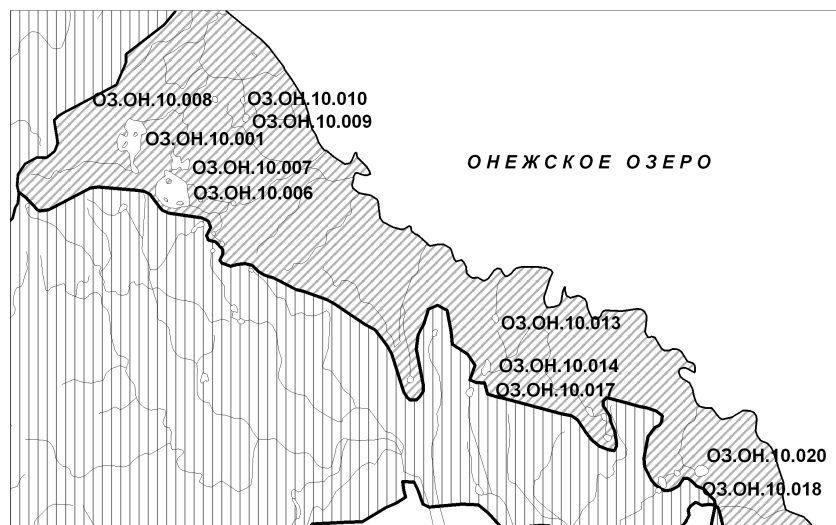


Рис. 2. Озера бассейна от истока Свири до устья протоки №1401.

Код реки составляется из: одной заглавной буквы «Р» + двух заглавных букв названия водосборного бассейна 1 порядка (Белое море — «БМ», Каспийское море — «КМ», Ботнический залив — «БЗ», Онежской озеро — «ОН», Ладожское

озеро — «ЛА») + код водосборного бассейна 2 порядка (от 01 до 19) + две цифры (от 01 до n) главной реки + две цифры (от 01 до n) приток 1-го порядка + и т. д. если есть еще притоки. Нумерация рек внутри водосбора производилась с севера на юг и с запада на восток. Нумерация притоков — от истока к устью и вокруг озера по часовой стрелке от главной реки (Рис. 3).

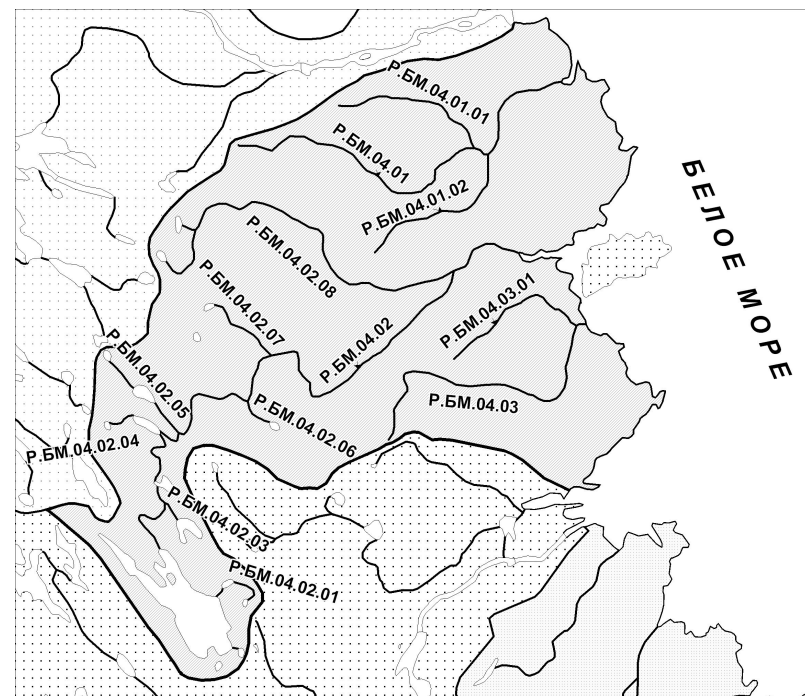


Рис. 3. Реки бассейна от устья Кемы до ББК.

Структура таблиц по водным объектам включает информацию о кадастровом номере, морфометрии (площади озера, длине береговой линии, глубине, длине реки и т.п.), водоохранных зонах, прибрежных защитных полосах и категориях рыбохозяйственной значимости.

База данных «Водопользователи» состоит из четырех таблиц: «Сведения о водопользователях», «Забор воды», «Сброс сточных вод», «Химические показатели воды». Для осуществления связи между таблицами была разработана система индексных полей — код района, код поселения, код водного объекта. Каждому водопользователю для идентификации был присвоен уникальный семизначный код, который складывается из кода района, кода поселения и номера водопотребителя.

Основная таблица этой базы данных «Сведения о водопотребителях» содержит информацию о водопользователе: название, размещении (район, поселение), специализацию (отрасль и суботрасль экономики), источнике

водоснабжения, водоподводящих сетях, а также о бассейне (первого и второго порядка), к которому относится источник водоснабжения.

Таблица «Забор воды» включает в себя тематические данные по забору воды из природных источников и других водоподводящих сетей, цели использования воды (хозяйственно-питьевые, промышленные, рыбохозяйственные, сельскохозяйственные и прочие нужды), информацию о передаче воды (чистой и после использования), а также ее потерях.

Таблица «Сброс сточных вод» содержит данные о: приемнике сточных вод (водный объект, выгреб, рельеф), водном бассейне приемника (первого и второго порядка), районе выпуска (для крупных озер), количестве сброшенной воды, качестве очистки, количестве переданной воды (чужих стоков по сети, дренажных вод), мощности очистных сооружений, оборотном и повторном водопотреблении.



Рис. 4. Система запросов.

Таблица «Химические показатели воды» содержит информацию о наличии и количестве в воде взвешенных частиц, нефти, БПК и других химических показателей.

База данных «Водопользователи» формируется для отдельного года, в настоящее время созданы базы по 2002, 2003, 2005 и 2007 гг., что дает возможность анализировать динамику водопотребления, делать прогнозы развития водного хозяйства и т.д.

Для удобной работы с ГИС разработана система запросов (рис. 4), которая позволяет оперативно получать необходимую информацию, находить нужные выборки данных за отдельный год или в динамике по годам, создавать отчеты и тематические карты (Рис. 5).

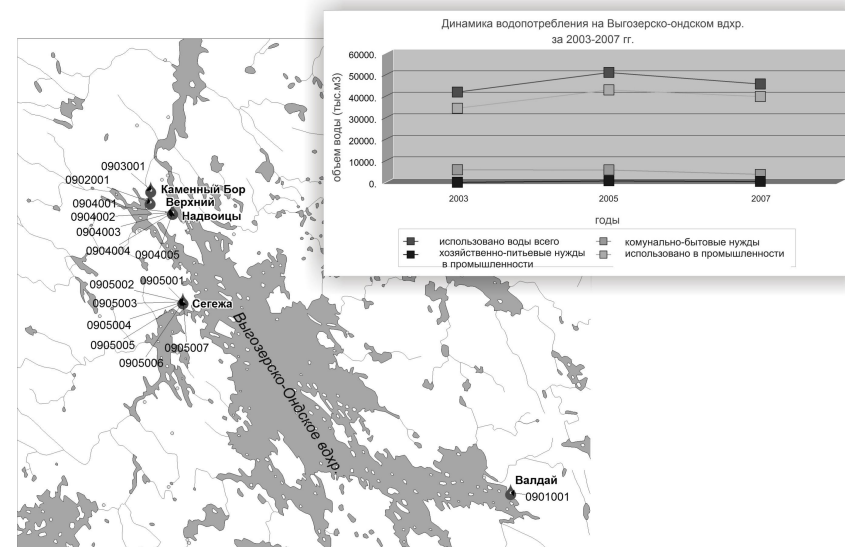


Рис. 5. Отчет по запросу «Водопотребление из Выгозерско-Ондского водохранилища».

ГИС «Водные ресурсы Республики Карелия и их использование» может быть использована в работе министерств, ведомств и других организация связанных с вопросами учета, рационального использования и охраны водных ресурсов.

Литература

Атлас «Карелия. Северная часть». Масштаб 1:100 000. 2005
 Атлас «Карелия. Центральная часть». Масштаб 1:100 000. 2005
 Атлас «Карелия. Южная часть». Масштаб 1:100 000. 2004
 Каталог озер и рек Карелии / Под ред. Н.Н. Филатова и А.В. Литвиненко. Петрозаводск, 2001. 290 с.
 Общегеографический региональный атлас «Республика Карелия». Масштаб 1:200 000. 2002.
 Ресурсы поверхностных вод СССР. Гидрологическая изученность. Т. 2. Карелия и Северо-Запад. Л., 1965. 700 с.