# ДИСТАНЦИОННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И СОЛЕНОСТИ МОРСКОЙ ВОДЫ МЕТОДАМИ ЛАЗЕРНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

Т.А. Доленко $^1$ , С.А. Буриков $^1$ , С.А. Доленко $^2$ , И.Г. Персианцев $^2$ , А.Р. Сабиров $^{1,3}$ , В.В. Фадеев $^1$ 

 $^1$ Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

 $^2$ НИИ ядерной физики имени Д.В. Скобельцына МГУ имени М.В. Ломоносова

 $^3$ Институт элементоорганических соединений имени A.H. Несмеянова PAH

#### Введение

Развитие новых, экспрессных и дистанционных методов определения ключевых параметров морских вод — температуры (T) и солёности (S) — в последние годы приобретает особое значение. Это связано с тем, что солёность и температура в значительной степени определяют энерго- и массоперенос в пограничных слоях океана и, как следствие, циркуляцию океанических вод. Необходимость в совершенствовании методов и средств мониторинга солёности и температуры в глобальных масштабах вытекает из наблюдаемых в последние годы тенденций сокращения ледового покрова в полярных широтах, связываемых с потеплением климата. Вызываемое усиленным таянием льдов распреснение поверхностного слоя океана может дать толчок перестройке существующей системы океанических течений и послужить причиной значительных изменений климата не только в приполярных областях, но и в планетарных масштабах.

Очевидно, что прежде всего необходимы экспрессные, дистанционные методы определения Т и S, которые обеспечивают получение информации в режиме реального времени. В определённой степени такими свойствами обладает широко распространённый в океанологии неконтактный радиометрический метод определения солёности или температуры поверхностного слоя морской воды [1, 2]. Метод измерения солёности морской воды с помощью радиометров, основанный на зависимости поглощающей способности водной поверхности от концентрации солей, позволяет определять S с точностью не лучше, чем десятые доли практических единиц солёности (practical Salinity units — psu) [3]. Точность определения температуры водной поверхности с помощью радиометрического метода в настоящее время составляет 1°С [4, 5]. Ошибки в определении Т и S радиометрическим методом обусловлены необходимостью выделения малых изменений теплового излучения за счёт изменения Т и S на фоне интенсивного изменения сигнала, связанного с неоднородностью поверхности. Также следует учитывать влияние погодных условий на поглощение излучения приповерхностным слоем воды. Методы лазерной спектроскопии лишены большинства из этих недостатков. Использование спектроскопии комбинационного рассеяния (КР) света позволяет дистанционно (с помощью лидара или световода) в режиме реального времени получать информацию о параметрах не только приповерхностного слоя воды, но и глубинных слоев.

Спектроскопия КР света может быть использована для определения параметров воды благодаря чувствительности спектров КР воды к типу и концентрации растворенных в ней солей и температуре воды [6–10]. Влияние температуры и растворенных солей на форму и положение валентной полосы КР воды было обнаружено Дж. Волрафеном [6, 7], а затем подробно изучено многими группами [8–10]. При повышении температуры воды и/или концентрации в ней солей возрастает интенсивность высокочастотной области полосы, интенсивность низкочастотной области уменьшается. При этом полоса сужается и сдвигается в сторону высоких частот.

Метод определения температуры морской воды, основанный на зависимости формы и положения валентной полосы КР воды от температуры, был разработан авторами [11, 12]. Использование зависимости соотношения интенсивностей высоко- и низкочастотной областей валентной полосы воды от температуры позволило авторам этих работ получить точность определения температуры 0.5°C в лабораторных и 2°C в полевых условиях.

В [13] для определения температуры воды проводилось разложение валентной полосы КР воды на контуры формы Гаусса или Фойгта. Использовалась линейная область зависимости интенсивности двух компонент — высоко- и низкочастотной — от температуры. Точность определения температуры составляла 1°С [13]. Аналогичным образом определялась температура воды в [14] и солёность морской воды в работе [15].

Авторы данной работы показали, что по валентной полосе КР воды температура и солёность могут быть измерены одновременно [16, 17]. Точность определения Т и S с помощью трёхчастотного метода составляла 0.7°С и 1.0 рѕи (в лаборатории) и 1.1°С и 1.4 рѕи в полевых условиях. Использование искусственных нейронных сетей (ИНС) позволило уменьшить погрешность определения температуры и солёности в лабораторных условиях до 0.5°С и 0.7 рѕи, соответственно [18, 19].

Во всех перечисленных выше методах определения Т и S одним из источников ошибок является присутствие в морской воде растворённого органического вещества (РОВ): поглощение света этим компонентом природных вод вносит свой вклад в формирование сигнала в радиометрическом методе, внося погрешность в результат; полоса поглощения РОВ, простирающаяся от УФ до красной границы видимого диапазона, искажает полосу KP воды, вследствие дисперсии коэффициента поглощения РОВ, а широкая полоса флуоресценции РОВ, занимающая диапазон от 400 до 600 нм (по уровню 0.1 от интенсивности в максимуме полосы) создаёт диспергирующий пьедестал под полосой КР воды, также приводящий к искажению её формы. Процедура учёта ошибок, связанных с присутствием в воде РОВ, весьма сложна вследствие значительной изменчивости его концентрации [20] и до настоящего времени не была развита должным образом. В данной работе предпринята, по-видимому, первая попытка разработать такую процедуру применительно к методу определения Т и S, использующему полосу КР воды. При этом мы отказались от стандартного подхода, в котором источник ошибок определяется независимыми методами и вводится в протокол определения основных параметров (в нашем случае, Т и S) в качестве априорной информации. В нашем подходе флуоресценция РОВ (источник ошибок) учитывалась автоматически, в процессе решения обратной задачи определения Т и S, с использованием предложенной в работе технологии. Задача решалась с привлечением искусственных нейронных сетей (ИНС), которые обладают высокой устойчивостью к шумам [21]. Поэтому целесообразно было рассматривать полосу флуоресценции РОВ как шум — пьедестал, искажающий в той или иной степени форму низкочастотной области валентной полосы КР воды (рис. 1). Для оптимального применения ИНС проводилась предобработка входных данных — использовались различные алгоритмы компрессии данных, которые обеспечили успешное решение поставленной задачи.

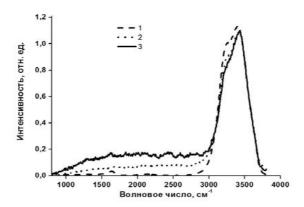


Рис. 1. Панорамные спектры оптического отклика растворов на возбуждающее излучение с длиной волны 488 нм. 1 —  $25^{\circ}$ C, 0 рsu, 0 мг/л; 2 —  $25^{\circ}$ C, 45 psu, 175 мг/л; 3 —  $25^{\circ}$ C, 45 psu, 350 мг/л. По оси абсцисс — волновое число стоксовой отстройки от линии возбуждающего излучения. Спектр содержит полосу КР воды (максимум на 3440 см $^{-1}$ ) и полосу флуоресценции РОВ.

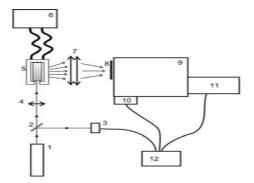


Рис. 2. Схема экспериментальной установки: 1 — аргоновый (488 HM),лазер 2 — светоделительная пластинка. 3 — измеритель мощности лазерного излучения, 4 — фокусирующая линза, 5 — термостабилизированная кювета, 6 — система термостабилизации, 7 — система светосбора, 8 — фильтр. 9 — монохроматор, 10 — ФЭУ, 11 — CCD-камера, 12 — компьютер.

# Эксперимент

В процессе решения задачи определения Т и S с учётом флуоресценции РОВ с помощью ИНС использовался подход *от эксперимента* [18]. В этом подходе — обучении нейронной сети непосредственно на экспериментальных кривых — учитываются все взаимодействия между компонентами растворов, существующие в реальных растворах; сеть тренируется на реальных аппаратурных шумах, что повышает точность определения параметров при предъявлении ИНС экспериментальных спектров.

Для решения поставленной задачи был получен массив экспериментальных спектров водных растворов с изменяющимися параметрами (температура, солёность, концентрация РОВ). Растворы были приготовлены из дважды дистиллированной воды, морской соли и речного гумусового вещества. Температура изменялась от 0 до 35°C (с шагом 5°C), солёность — в диапазоне 0–45 рѕи (с шагом 5 единиц), концентрация гумусового вещества — от 0 до 350 мг/л.

Схема КР-спектрометра представлена на рис. 2. Спектры были измерены в области 800–4000 см<sup>-1</sup> с практическим разрешением 2 см<sup>-1</sup>. Мощность аргонового лазера, используемого для возбуждения сигнала КР, составляла 500 мВт на длине волны 488 нм. Система термостабилизации позволяла измерять и поддерживать температуру образцов с точностью 0.1°С. Спектры были нормированы на мощность лазера и время накопления сигнала.

На рис. 1 представлены панорамные спектры оптического отклика растворов в спектральной области 800–3800 см<sup>-1</sup> стоксовых отстроек от линии возбуждающего излучения, в широком диапазоне изменения температуры, солёности и концентрации РОВ. Для регистрации спектров использовался фотоэлектронный умножитель (ФЭУ), пристыкованный к двойному монохроматору, работающему в режиме сканирования. Качество этих спектров не столь высоко как качество спектров, снятых ССD-камерой (см., например, рис.3), и они не использовались для тренировки ИНС.

Помимо валентной полосы (2220–3870 см<sup>-1</sup>, 1024 канала-признака, рис. 3) регистрировалась также низкочастотная область спектров КР растворов (800–1800 см<sup>-1</sup>, 1024 признака). В указанной области находятся полосы деформационных (волновое число максимума деформационной полосы 1660 см<sup>-1</sup>) колебаний воды, которые тоже зависят от температуры, солёности и РОВ, а также собственные полосы КР таких анионов, как NO<sup>3-</sup>, SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>, PO<sub>4</sub><sup>3-</sup>, HCO<sub>3</sub>-. Предполагалось, что эти дополнительные идентификационные признаки обеспечат более точное определение солёности. Флуоресценция РОВ при решении поставленной задачи рассматривалась как шум.

# Методы

В работе [19] по таким же наборам экспериментальных данных определялись Т и S воды в присутствии POB с помощью прямого применения ИНС. Наилучшие результаты были получены для нейросетевой архитектуры персептрона с тремя скрытыми слоями. При использовании только валентной полосы КР воды наилучшая точность (средняя абсолютная ошибка (САО)) определения температуры и солёности составляла 1.2°С и 1.5 рѕи, соответственно. Использование одновременно и валентной полосы, и низкочастотной области спектра позволило уменьшить погрешность определения температуры до 0.8°С, а солёности —

до 1.1 psu. Напомним, что максимальные значения CAO, при которых метод представляет интерес для практических приложений, составляют 1°C и 1 psu [4, 5].

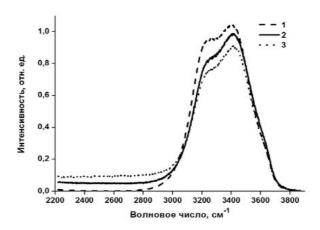


Рис. 3. Валентные полосы КР воды, измеренные с помощью ССD-камеры: 1 — 0°C, 25 psu, 0 мг/л; 2 — 25°C, 15 psu, 175 мг/л; 3 — 15°C, 45 psu, 350 мг/л.

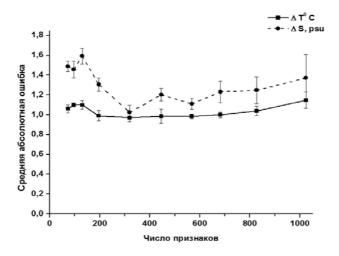


Рис. 4. Зависимость средней абсолютной ошибки определения T и S от числа признаков, отобранных с помощью HCOP- $\Gamma$ A.

Целью настоящей работы было достижение такого же (или лучшего) результата при использовании только валентной полосы. Это является важным на практике, так как регистрация низкочастотных полос спектра КР требует более сложного и, следовательно, более дорогого экспериментального оборудования.

Достигнуть указанной цели планировалось с помощью компрессии — уменьшения исходной размерности входных данных (1024 признака — спектральных канала), для чего использовались различные методы отбора существенных входных признаков.

- 1) Кросс-корреляция. Были рассчитаны абсолютные значения коэффициентов кросс-корреляции (КК) между всеми входными признаками, с одной стороны, и выходными признаками, с другой. В дальнейшем при решении задачи для тренировки ИНС использовались только те входные признаки, абсолютные значения КК которых превышали установленный порог (0.3). Основной недостаток данного метода заключается в том, что линейная корреляция учитывает только линейные соотношения между переменными, пропуская существенные входные признаки, которые нелинейным образом влияют на выходные переменные.
- 2) Кросс-энтропия. Были рассчитаны коэффициенты кросс-энтропии (КЭ) каждого из входных признаков с выходными. В дальнейшем при решении задачи для тренировки ИНС использовались только те признаки, значения коэффициентов кросс-энтропии которых превышали заданный порог (0.2). Хотя КЭ может учитывать нелинейные соотношения, точность расчёта невелика для небольшого числа примеров, получаемых в эксперименте.
- 3) ИНС с общей регрессией (HCOP, [22]) с поправочными коэффициентами для показателя сглаживания для всех входных признаков (как было реализовано в программном пакете NeuroShell 2) [23]. Для тренировки ИНС использовались только те входные признаки, поправочные коэффициенты для которых превышали установленный порог (0.5). Поскольку существует очевидная взаимосвязь между входными признаками, а поправочные коэффициенты определяются с помощью генетических алгоритмов (ГА), набор коэффициентов, определяемых при однократном запуске алгоритма, подвержен сильному влиянию случайных факторов. По этой причине процедура повторялась рекуррентно несколько раз, при этом каждый новый её запуск позволял получить более узкий набор существенных признаков. Каждый из последовательно полученных наборов использовался при решении задачи. Зависимость САО при определении Т и S от числа выбранных таким образом признаков представлена на рис. 4.
- 4) Агрегация по признакам (каналам). Наиболее простой метод выделения признаков это агрегация смежных спектральных каналов, что одновременно с уменьшением числа входных признаков снижает уровень шума. Сложение интенсивностей в заданном числе смежных каналов соответствует снижению спектрального разрешения прибора, делая установку проще и дешевле.

Рассматриваемые задачи решались при агрегации 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 каналов, давая соответственно 512, 256, 128, 64, 32, 16, 8 агрегированных признаков. Зависимость САО при определении Т и S от двоичного логарифма числа выделенных таким образом признаков представлена на рис. 5.

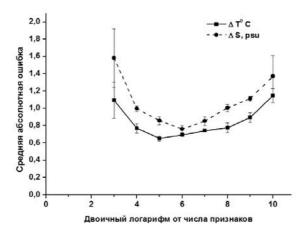


Рис. 5. Зависимость средней абсолютной ошибки определения T и S от двоичного логарифма числа признаков, выделенных с помощью агрегации смежных каналов.

#### Результаты

Наилучшие результаты, полученные в настоящей работе для разных методов сжатия входных данных, приведены в Таб.. Представленные значения — это средние абсолютные ошибки, полученные на экзаменационном наборе (состоящем из примеров, не входящих в тестовый и тренировочный наборы).

Таб. Средние абсолютные ошибки определения T и S на экзаменационном наборе для разных методов отбора существенных входных признаков.

Метод отбора признаков	Число входных признаков	ΔT,°C	ΔS, psu
Нет	1024	$1.15 \pm 0.08$	$1.37 \pm 0.24$
Кросс-корреляция	375	$0.92 \pm 0.06$	$1.18 \pm 0.09$
Кросс-энтропия	694	$0.91 \pm 0.05$	$1.15 \pm 0.07$
НСОР-ГА	319	$0.97 \pm 0.04$	$1.02 \pm 0.07$
Агрегация по признакам	64	$0.69 \pm 0.02$	$0.76 \pm 0.04$

#### Выволы

В данной работе предложены и апробированы новые, основанные на технике искусственных нейронных сетей, подходы, обеспечивающие снижение связанных с флуоресценцией РОВ ошибок определения температуры и солёности морской воды с помощью валентной полосы КР воды.

Выполнено сравнение различных методов отбора существенных входных признаков при нейросетевом решении обратной задачи определения температуры

и солёности морской воды по валентной полосе КР воды с учётом флуоресценции растворенного органического вещества в широком диапазоне концентраций.

Наилучшие результаты были получены при агрегации 16 смежных спектральных каналов, дающей 64 входных признака. Это соответствует необходимому практическому спектральному разрешению 32 см<sup>-1</sup>, что легко достижимо для недорогого спектрального оборудования.

Значения средней абсолютной ошибки, полученные на экзаменационном наборе для компрессии посредством агрегации по каналам, составили  $0.69\pm0.02^{\circ}$ С и  $0.76\pm0.04$  практической единицы солёности.

Предложенная технология практически полностью учитывает влияние РОВ в случае, когда зондирование осуществляется через приёмо-передающий оптоволоконный кабель и аналитический объём составляет единицы кубических сантиметров, локализованных в районе выходного торца кабеля (этот режим зондирования может быть определён как «дистанционный контактный»: при современном качестве оптических волокон длина кабеля, следовательно, дистанция между спектрометром и зондируемым объёмом может достигать сотен метров).

В случае дистанционного неконтактного (лидарного) зондирования через поверхность воды толщина слоя среды, из которого принимается сигнал или толщина приповерхностного слоя воды, на который заглублён зондируемый объём, может достигать десятков метров. И тогда, наряду с флуоресценцией, будет проявляться спектрально-диспергирующее поглощение РОВ как источник погрешности в определении температуры и солёности по спектру КР воды. Дальнейшее развитие изложенной в данной статье нейросетевой технологии для такого варианта зондирования будет связано с учётом и этого источника ошибок.

**Благодарности.** Данная работа была выполнена при поддержке грантов РФФИ №11-05-01160-а и 12-01-00958-а. Все вычисления с использованием НС были выполнены с помощью программного пакета NeuroShell 2 [23].

# Литература

- Font J., Camps A., Borges A., Martin-Neira M., Boutin J., Reul N., Kerr Y., Hahne A., Mecklenburg S. SMOS: The challenging measurement of Sea Surface Salinity from Space. *Proc. IEEE*, 2010, v. 98 (5), pp. 649–665.
- 2. Turiel A., Nieves V., Garcia-Ladona E., Font J., Rio M.H., Larnicol G. The multi-fractal Structure of Satellite Sea Surface Temperature maps can be used To obtain global maps of Streamlines. *Ocean Sci.*, 2009, v., pp. 447–460.
- 3. Boutin J., Waldteufel P., Martin N., Caudal G., Dinnat E. Surface Salinity retrieved from SMOS measurements over The global ocean: Imprecisions due To Sea Surface roughness and Temperature uncertainties. *J. Atmos. Ocean. Technol.*, 2004, v. 21, pp. 1432–1447.
- Eugenio F., Marcello J., Hernandez-Guerra A., Rovaris E. Methodology To obtain accurate Sea Surface Temperature from locally received NOAA-14 data in The Canary-Azores-Gibraltar area. Scientia Marina, 2001, v. 65 (1), pp. 127–137.
- Garcia-Santos V., Valor E., Caselles V. Determination of Temperature by remote Sensing. J. of Mediterranean Meteorology & Climatology, 2010, v. 7, pp. 67–74.

- 6. Walrafen G.E. Raman Spectral Studies of Water Structure. *J. Chem. Phys.*, 1964, v. 40, pp. 3249–3256.
- Walrafen G.E. Raman Spectral Studies of The Effects of Temperature on Water and Electrolyte Solutions. J. Chem. Phys., 1966, v. 44, pp. 1546–1558.
- 8. Sherer J., Go M., Kint S. Raman Spectra and Structure of water from -10 To 90°C. J. Phys. Chem., 1974, v. 78 (13), pp. 1304–1313.
- 9. Terpstra P., Combes D., Zwick A. Effect of Salts on dynamics of water: A Raman Spectroscopy Study. *J. Chem. Phys.*, 1990, v. 92 (1), pp. 65–70.
- Dolenko T.A., Churina I.V., Fadeev V.V., Glushkov S.M. Valence band of liquid water Raman Scattering: Some peculiarities and applications in The diagnostics of water media. *J. of Raman Spectroscopy*, 2000, v. 31 (8–9), pp. 863–870.
- 11. Chang C.H., Young L.A. Seawater Temperature Measurement from Raman Spectra. *Avco Everett Research Laboratory, Inc., Interim Technical report*, 1972.
- 12. Leonard D., Chang C., Yang L. Remote measurement of fluid Temperature by Raman Scattered radiation, 1974, U.S. Patent 3.986.775, Class 356-75.
- 13. Karl J., Ottmann M., Hein D. Measuring water Temperatures by means of linear Raman Spectroscopy. In: *Proc. of The 9<sup>th</sup> International Symposium on Application of Laser Techniques To Fluid Mechanics*, 1998, v. II, pp. 23.2.1–23.2.8.
- 14. Becucci M., Cavalieri S., Eramo R., Fini L., Materazzi M. Raman Spectroscopy for water Temperature Sensing. *Laser Physics*, 1999, v. 9 (1), pp. 422–425.
- 15. Furic K., Ciglenecki I., Cosovic B. Raman Spectroscopic Study of Sodium chloride water Solutions. *J. Mol. Str.*, 2000, v. 550–551, pp. 225–234.
- 16. Беккиев А.Ю., Гоголинская Т.А., Фадеев В.В. Одновременное определение температуры и солёности морской воды методом лазерной КР спектроскопии. *Докл. АН СССР*, 1983, т. 271, №4, с. 849–853.
- 17. Burikov S.A., Churina I.V., Dolenko S.A., Dolenko T.A., Fadeev V.V. New approaches To determination of Temperature and Salinity of Seawater by laser Raman Spectroscopy. In: 3<sup>nd</sup> EARSeL Workshop on Remote Sensing of The Coastal Zone, 2003, pp. 298–305.
- Gerdova I.V., Churina I.V., Dolenko S.A., Dolenko T.A., Fadeev V.V., Persiant-sev I.G. New Opportunities in Solution of Inverse Problems in Laser Spectroscopy Due To Application of Artificial Neural Networks. In: *Proc. SPIE*, 2002, v. 4749, pp. 157–166.
- Dolenko T.A., Burikov S.A., Sabirov A.R., Fadeev V.V. Remote determination of Temperature and Salinity in consideration of dissolved organic matter in natural waters using laser Spectroscopy. In: 5<sup>th</sup> EARSeL Workshop on Coastal Zones, 2011, v. 10 (2), pp. 159–165.
- 20. Горшкова О.М., Пацаева С.В., Федосеева Е.В., Шубина Д.М., Южаков В.И. Флуоресценция растворённого органического вещества природной воды. *Вода:* химия и экология, 2009, №11, с. 31–39.
- Mohamad H.Hassoun. Fundamentals of Artificial Neural Networks. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1995.
- 22. Specht D. A General Regression Neural Network. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1991, v. 2 (6), 568–576.
- 23. NeuroShell 2, http://www.wardsystems.com/neuroshell2.asp.

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ВЫХОЛАЖИВАНИЕ НАД ПРИБРЕЖНЫМИ ПОДВОДНЫМИ СКЛОНАМИ ЮГО-ВОСТОЧНОЙ БАЛТИКИ В ОСЕННИЙ ПЕРИОД ПО ДАННЫМ СПЕКТРОРАДИОМЕТРОВ MODIS

Е.Е. Есюкова $^{1}$ , И.П. Чубаренко $^{1}$ , Е.С. Гурова $^{1}$ , Н.Б.Степанова $^{2}$   $^{1}$ АО ИО РАН, Лаборатория прибрежных систем, г. Калининград  $^{2}$ ИО РАН, г. Москва

На основе анализа данных спектрорадиометров MODIS на ИСЗ Aqua, полученных в октябре-ноябре 2002-2009 гг., исследуются особенности профилей температуры поверхности моря (ТПМ) в период осеннего выхолаживания над прибрежными подводными склонами (ППС) юго-восточной части Балтийского моря. Делается попытка установить связь между характеристиками профиля температуры поверхности моря (ТПМ) по мере приближения к берегу в бассейне с наклонным дном и величиной интегрального массо- и теплообмена между глубокой и прибрежной частью. Рассматриваются частные теоретические решения в отсутствие горизонтального обмена и при квазистационарном обмене и проводится их сравнение с видом реальных профилей ТПМ, построенных по данным спектрорадиометров MODIS. Оценки показывают, что при быстром осеннем выхолаживании вод над ППС возникающие градиенты температуры воды по горизонтали могут обеспечивать сезонное сползание холодных/плотных вод по ППС (каскадинг) с довольно высокими скоростями – до 8-20 см/с у бровки шельфа. По виду графиков реальных профилей ТПМ, полученных по данным спектрорадиометров, можно установить с большой степенью достоверности положение точек выхола пикноклина на склон.

# **ВВЕДЕНИЕ**

Теплообмен между океаном и атмосферой, вызывающий неоднородность прогрева вод - естественное условие для природных водоёмов Земли. Соответствующие изменения температуры/плотности воды в значительной мере определяет её динамику в любом пространственно-временном масштабе; примерами могут служить глобальная термохалинная циркуляция океана, сезонное сползание холодных/плотных вод по ППС, дневная/ночная конвекция («термический сифон») в мелководных заливах и т.п. Описание этой динамики и оценка величин результирующего тепло- и массоопереноса является сложной задачей, поскольку, как правило, и внешние потоки тепла/плавучести неоднородны по пространству и переменны во времени, и поле глубин сложное, и влияние более динамически активных факторов (ветра, приливов) перекрывает небольшой по величине термический сигнал [1].

Тем не менее, оценка величины горизонтального транспорта по сложившемуся (результирующему) полю температуры воды возможна — в первую очередь, в тех случаях, когда возникающие градиенты температуры воды по горизонтали более-менее постоянны и «долгоживущи». Именно такая задача возникает при рассмотрении движения вод, формирующегося в результате дифференциального прибрежного прогрева/охлаждения над ППС. Рост (или падение) температуры

воды по мере приближения к берегу обеспечивает небольшой, но (квази)постоянный градиент плотности, что вызывает медленное движение вод обменного характера между открытой и прибрежной областями. Важно, что формирование разности температуры воды над дном переменной глубины происходит за короткое время  $\tau \sim (D^2/B)^{1/3}$ , составляющее единицы-десятки минут при глубинах Dпорядка единиц-десятков метров при обычных величинах потока плавучести  $B{\sim}10^{-1}$  $^{6}$   $\text{m}^{2}/\text{c}^{3}$ . Развитие же обмена по горизонтали происходит гораздо медленнее, так что на, скажем, суточный ход условий теплообмена успевает откликнуться динамика вод только ближайших к берегу единиц километров. На масштабах же десятков километров - ясно прослеживается дифференциальное сезонное выхолаживание (прогрев). В любом варианте - прогрева или охлаждения по мере приближения к берегу – профиль температуры воды на поверхности складывается в результате совместного действия «быстрого», обеспеченного локальным дестабилизирующим потоком плавучести В, обмена по вертикали и «медленного» интегрального горизонтального транспорта, малочувствительного к особенностям батиметрии бассейна и локального распределения потоков тепла через поверхность.

Цель данной работы — путём анализа данных спектрорадиометров MODIS на ИСЗ Аqua для Балтийского моря выявить характеристики профиля температуры поверхности моря (ТПМ) над прибрежными подводными склонами (ППС) (от берега в глубокую часть моря) в условиях осеннего выхолаживания, когда интенсивная вертикальная конвекция обеспечивает (практически) изотермию верхнего слоя (~30-40 м) по вертикали, а над мелководьями и подводными склонами формируются градиенты температуры/плотности воды по горизонтали. Основной мотивацией и (ещё далёкой) целью исследований является создание метода оценки величины водообмена между шельфом и открытым морем по картине ТПМ над подводными склонами при сезонном осенне-зимнем выхолаживании.

# РАЙОН ИССЛЕДОВАНИЙ

Район исследований охватывает российский сектор в юго-восточной части Балтийского моря - побережье Калининградской области у Самбийского полуострова, Куршской и Вислинской кос(ы) (рис. 1). Данную акваторию характеризует сложный и крайне изменчивый гидродинамический режим [2], который обусловлен сложным рельефом дна, конфигурацией береговой линии, ветровым режимом, особенностями общей циркуляции Балтики, стоком крупных рек, таких как Висла и Неман. Повсеместно вдоль берегов имеются пологие прибрежные области с глубинами до 20-25 м, испытывающие воздействие штормовых волн и представляющие собой наклонные поверхности, преимущественно выровненные и осложненные лишь небольшими подводными валами и грядами, которые постепенно переходят в субгоризонтальные подводные плато, расположенные на глубинах 30-60 м, осложненные местами небольшими банками, уступами и холмами. Характерной чертой прибрежных мелководий, плато и склонов впадин в юго-восточной части Балтийского моря, включающей Гданьскую впадину, являются подводные террасы и уступы высотой до 10 м, часто представляющие собой остатки древних берегов [2; 3].



Рис. 1. Район исследования. Показаны створы над склонами, вдоль которых производилась выборка данных ТПМ со спутниковых снимков.

## ДАННЫЕ

Космическое дистанционное зондирование определенно предоставляет новые возможности для исследования динамики прибрежных вод [4, 5]. Современные спутниковые спектрорадиометры осуществляют съемку в видимой и инфракрасной (ИК) частях электромагнитного спектра.

В таблице 1 приведены основные сведения о спутниковых данных спектрорадиометра MODIS, использованных для анализа. Мы остановимся на результатах анализа снимков, полученных над ЮВ частью Балтийского моря 07.11.2002 г., 13.10.2004 г., 30.10.2005 г., 03.11.2009 г.

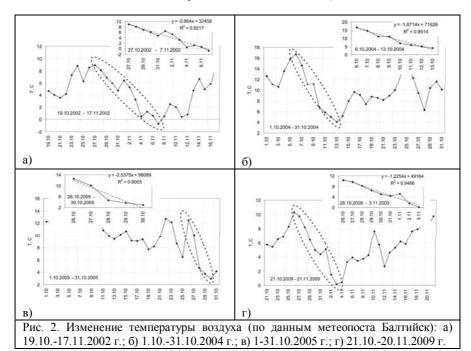
Таблица 1. Сведения о спутниковых данных, использованных для анализа

№	Дата	MODIS		
		спутник	время, UTC	
1	07.11.2002	Aqua	11:20	
2	13.10.2004	Aqua	11:10	
3	30.10.2005	Aqua	11:20	
4	03.11.2009	Aqua	11:20	

Оригинальные спутниковые данные MODIS уровня обработки L1A были получены из архива LAADS (Level 1 and Atmosphere Archive and Distribution System). Дальнейшая обработка производилась в программном обеспечении Seadas 6.2 и включала в себя атмосферную коррекцию по алгоритму MUMM [6] и расчет ряда геофизических продуктов, а именно карт распределений температуры поверхности моря (ТПМ) [7]. Горизонтальные профили ТПМ над ППС в Юго-Восточной Балтике построены с использованием программных продуктов VISAT 4.9, Excel.

В осенний период (октябрь-ноябрь) большая часть акватории Юго-Восточной Балтики покрыта облаками, и ситуации резкого похолодания нечасто сопровождаются необходимыми спутниковыми данными. Для анализа были выбраны снимки, соответствующие датам, приходящимся на конец временного интервала резкого снижения температуры воздуха (со скоростью 0.86-2.54 град/сут (рис. 2 а-г) и, соответственно, резкого выхолаживания воды над ППС. На вставках (рис. 2 а-г) указаны температурные и временные диапазоны и скорости понижения температуры воздуха: а) с 8.94°С до минус 0.7°С за период 27.10.-7.11.2002 г. (достовер-

ность аппроксимации 0.92); б) с  $16.75^{\circ}$ С до  $4.05^{\circ}$ С за период 6.10.-13.10.2004 г. (0.95); в) с  $12.47^{\circ}$ С до  $2.93^{\circ}$ С за период 26.10.-30.10.2005 г. (0.9); г) с  $10.3^{\circ}$ С до  $0.15^{\circ}$ С за период 26.10.-3.11.2009 г. (0.95). Использованы данные метеопоста Балтийск (Калининградская обл., Балтийское море, архивы погоды для Балтийской косы по данным наблюдений научной станции АО ИО РАН).



Распределения ТПМ в исследуемом регионе по спутниковым данным MODIS на 7.11.2002 г., 13.10.2004 г., 30.10.2005 г., 3.11.2009.г. приведены на рисунке 3 (а-г). С этих снимков производилась выборка профилей ТПМ (от берега в море) вдоль створов, указанных на рис. 1; анализировалась их форма и характеристики, проводилось сопоставление с локальной батиметрией, с профилями над другими склонами и профилями над этим же склоном на других снимках. За основу информации о батиметрии ЮВ части Балтийского моря взяты следующие данные карт: электронная карта донных (субаквальных) ландшафтов в масштабе 1:500000 [8], батиметрическая карта масштаба 1:500000 [9] и данные Института Балтийского моря (Варнемюнде, Германия) [10].

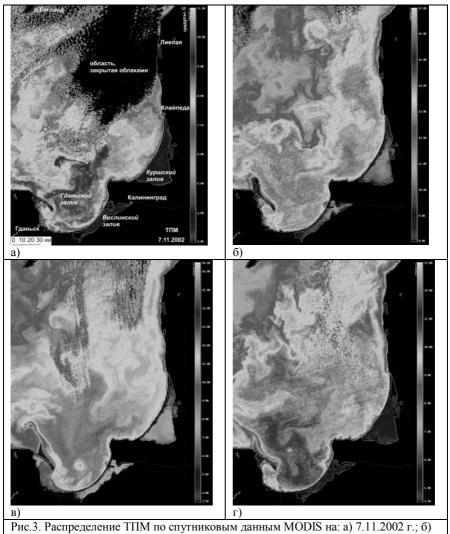


Рис.3. Распределение ТПМ по спутниковым данным MODIS на: а) 7.11.2002 г.; б) 13.10.2004 г.; в) 30.10.2005 г.; г) 03.11.2009 г.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 4 представлен вид реальных профилей ТПМ вдоль створов, указанных на рис. 1, полученных по данным спектрорадиометров MODIS.

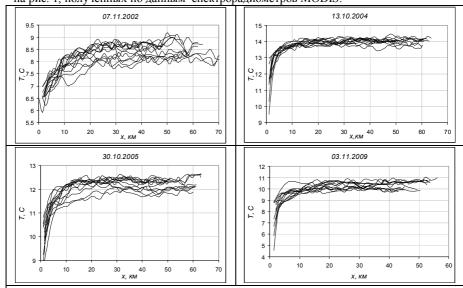


Рис. 4. Реальные горизонтальные профили ТПМ при осеннем выхолаживании над ППС в ЮВБ, полученные по данным спектрорадиометров MODIS (даты указаны в поле рисунка).

На каждом горизонтальном профиле ТПМ выделялись характерные элементы (рис. 5): т.1 — начало склона, т.2 — конец склона (или - точка перегиба, определяемая глубиной выхода пикноклина на подводный склон; от точки 2 по мере удаления от берега ТПМ над глубокой водой практически не меняется, см. рис. 4). Дале проводилось обезразмеривание величины изменения ТПМ над ППС: над глубокой водой вычислялось среднее значение Tcp (рис. 5), рассчитывалось отношение Ti/Tcp и  $\Delta xi/\Delta x_{cклона}$ , где i — текущее значение характеристики над склоном, и строилась зависимость  $T/T_{cp} = f(\Delta x/\Delta x_{cклона})$  (например, см. рис. 6 а-г).

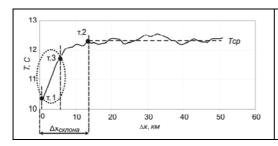
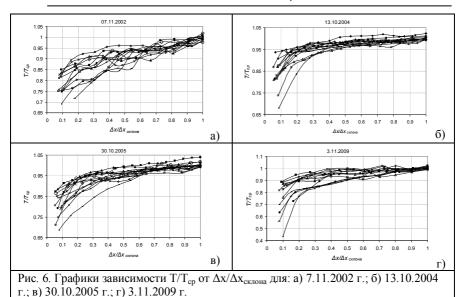


Рис.5. Профили ТПМ при осеннем выхолаживании над прибрежным подводным склоном, общий вид:  $\Delta x_{\text{склона}} - длина$  склона; т.1 — начало склона, т.2 — конец склона, определяемый выходом пикноклина на подводный склон; Тср — средняя ТПМ в глубокой части; т.1-т.3 — участок линейного роста ТПМ.



Полученные семейства кривых изменения температуры с расстоянием от берега аппроксимировались линейными, логарифмическими и степенными функциями. Оказалось, что практически над всеми видами склонов (крутыми, пологими, нерегулярными и т.д., табл. 2) при осеннем выхолаживании на кривых профилей ТПМ в прибрежной части склона присутствует линейный участок (см. рис. 5: т.1-т.3 — участок линейного роста ТПМ) протяжённостью от 20% до 70% длины склона. Оценить, над каким именно видом склонов преимущественно чётко выявляется такой линейный участок и при каких именно внешних условиях - пока не представляется возможным, но анализ результатов однозначно показывает, что такой участок присутствует в разные периоды времени над всеми склонами. На рис. 7 приведены примеры профилей ТПМ вместе с соответствующими профилями глубин.

Таблица 2. Уклоны дна ППС в районе исследований

	Уклон, ·10 <sup>-3</sup>		
	Сред.	Макс.	Мин.
северное побережье Самбийского п-ва (3 профиля)	2.72-3.33	3.51	0.02
побережье Куршской косы, российский сектор (4 профиля)	0.99-1.4	3.36	0.16
мыс Таран (1 профиль)	4.24	4.25	1.83
западное побережье Самбийского п-ва (5 профилей)	2.53-4.24	5.38	0.11
побережье Вислинской косы (российский сектор) (3 профиля)	1.97-3.09	5.39	1.11

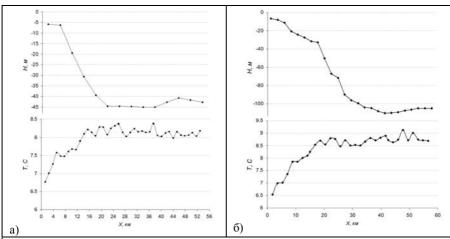


Рис. 7. Профили ТПМ над соответствующими профилями батиметрии (7.11.2002.г): а) северное побережье Самбийского п-ва (глубина до 45 м); б) у побережья Вислинской косы (глубина до 110 м). Пикноклин в этот период времени располагался на глубине около 35 м.

Оценка величины конвективной составляющей водообмена по профилю ТПМ проводилась через оценку размера «прибрежной ячейки» и величину  $\Delta T$  ( $\Delta T$  — разность температур (ТПМ) между точками 1 и 2, где т.1 — начало склона, т.2 — конец склона, определяемый глубиной выхода на него пикноклина, или точкой перегиба на графике горизонтального профиля ТПМ, см. рис.5). По величине  $\Delta T$  рассчитывался характерный масштаб общего перепада плотности между глубокой и мелкой частью  $\Delta \rho/\rho_o$ , масштаб скорости над концом ППС u, расход на бровке шельфа Q (именно расход над концом склона характеризует «взаимодействие между глубокой и мелкой частями»). Анализ показал, что форма реальных профилей ТПМ, полученных по данным спектрорадиометров MODIS (рис. 4), хорошо перекликается и с различными вариантами теоретически предсказываемых случаев (в отсутствие горизонтального обмена, при квазистационарном обмене) (рис. 8), и с результатами численного моделирования горизонтального водообмена над ППС [11, 12], (рис. 9).

Оценки показали, что при *быстром* осеннем выхолаживании воды над ППС возникающие градиенты температуры воды по горизонтали могут обеспечивать сезонное сползание холодных/плотных вод по ППС (каскадинг) с довольно высокими скоростями, достигающими десятков см/с у бровки шельфа. Скорости над концом склонов довольно высокие (8-20 см/с), но сравнимы с известными значениями. Так для Байкала [14] приводится порядок скоростей 8-10 см/с и чуть выше, а в ранее опубликованных работах [11, 12] на основании проведённых численных расчётов получены максимальные скорости 5-7 см/с. Полученные значения расходов (1.2-4.8 м²/с) сравнимы с расходами (на единицу длины берега) 2.6-6.0 м²/с [11,

12]. Расходы на концах склонов имеют порядок, схожий с наблюдаемым (например, [15] в Женевском озере - 0.4-1 м<sup>2</sup>/с, и полученным на Байкале [14] –  $5 \text{ m}^2$ /с).

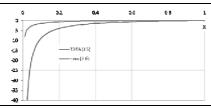


Рис. 8. Вид безразмерных функций, профиля представляющих форму температуры воды по горизонтали по мере приближения К берегу: отсутствие горизонтального обмена (красным) и при квазистационарном (синим). Очевидно, обмене реальные профили по мере развития ложиться обмена должны промежутке между ними.

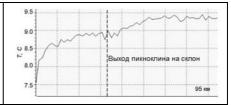


Рис. 9. Пример типичного вида профилей, полученных методами численного моделирования (период 1.09.-30.10.2005 г.) на трёхмерной численной модели МІКЕЗ-FlowModel (DHI Water&Environment, [13]) вдоль створа над ППС у побережья Куршской косы (рис.1) на 10.10.2005 г.

Анализ проводился при поддержке грантов РФФИ № 10-05-00540, 10-05-00472, 11-05-00674, 12-05-90820-мол\_рф\_нр, 12-05-90807-мол\_рф\_нр. Права интеллектуальной собственности на оригинальные данные MODIS принадлежат Американскому аэрокосмическому агентству NASA.

# Литература

- 1. Чубаренко И.П. Горизонтальная конвекция над подводными склонами. Калининград, Терра Балтика, 2010. 256 с.
- 2. Добровольский А.Д., Залогин Б.С. Моря СССР. М.: Изд-во МГУ, 1982. 192 с.
- 3. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Том 3 Балтийское море. Вып. 1. Гидрометеорологические условия. СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. 450 с.
- Гурова Е.С., Иванов А.Ю. Особенности проявления гидродинамических структур в юго-восточной части Балтийского моря по данным спектрорадиометров MODIS и космической радиолокации // Исследования Земли из Космоса, 2011, №4. с. 41-54.
- 5. Gurova E., Chubarenko B. Remote sensing observations of coastal sub-mesoscale eddies in te South-Eastern Baltic // Oceanologia, 54 (4), 2012 (в печати)
- Ruddick K.G., Ovidio F., Rijkeboer M. Atmospheric correction of SeaWiFS imagery for turbid coastal and inland waters // Appl. Opt. 2000. V. 39. № 6. P. 897– 912.
- Brown O.B., Minnett P.J. MODIS infrared sea surface temperature algorithm theoretical basis document, Ver 2.0. 1999. (http://modis.gsfc.nasa.gov/data/atbd/ atbd mod25.pdf).

- Sivkov V., Dorokhov D., Ulyanova M. Submerged holocene wave-cut cliffs in the South-eastern part of the Baltic Sea: reinterpretation based on recent bathymetrical data // J. Harff et al. (eds.) The Baltic Sea Basin. DOI 10.1007/978-3-642-17220-5\_10, Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2011. pp. 203 - 217.
- Gelumbauskaitė, L. Ž., 1998. Bathymetric Map of the Central Baltic Sea. Scale 1:500 000. LGT Series of Marine Geological Maps / SGU Series Ba, 54, Vilnius– Uppsala. 2 sheets.
- 10. http://www.io-warnemuende.de
- Чубаренко И.П., Есюкова Е.Е. Каскадинг в прибрежной зоне озера при суточных колебаниях условий теплообмена // Естественные и технические науки. 2008. №4. С. 206–212.
- 12. Есюкова Е.Е., Чубаренко И.П. Анализ результатов численного моделирования горизонтального водообмена над прибрежным склоном в Юго-Восточной Балтике при осеннем выхолаживании // Физические проблемы экологии (экологическая физика): Сб. научн. трудов. Под ред. В.И. Трухина, Ю.А. Пирогова, К.Н. Показеева.- М.: МАКС Пресс, 2011. № 18. C129-135.
- 13. http://www.dhi.dk/
- Wüest A., Ravens T.M., Granin N.G. et al. Cold intrusions in Lake Baikal: Direct observational evidence for deep\_water renewal // Limnol. Oceanogr. 2005. V. 50. № 1. P. 184–196.
- Fer I., Lemnin U., Thorpe S.A. Winter cascading of cold water in Lake Geneva // J. Geophys. Res. 2002. V. 107. P. 2236–2569.

УДК 551.465.62 + 519.246.8 + 504.064.2

# ВНУТРИГОДОВЫЕ И МЕЖГОДОВЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ

# АРАВИЙСКОГО МОРЯ

© 2012 г. А. Н. Жуков, Н. Е. Лебедев\*, А. А. Сизов

Морской гидрофизический институт НАН Украины, г. Севастополь

\* E-mail: nick leb@mail.ru

На основе данных альтиметрических измерений, выполненных в период 1993-2008 гг., анализируются изменения уровня Аравийского моря на межсезонных и межгодовых масштабах. Показано, что хотя осредненный рельеф его поверхности в целом хорошо согласуется с климатической схемой течений Аравийского моря, но имеют место некоторые расхождения, связанные с существованием группы мезомасштабных вихрей.

*Ключевые слова*: муссон Аравийского моря; уровень моря; спутниковая альтиметрия; внутригодовая и межгодовая изменчивость.

Изменения атмосферной циркуляции приводят к значительным возмущениям водной среды и релаксации уровенной поверхности Аравийского моря [1]. Направление ветра над Индийским океаном к северу от 10°S меняется дважды в год. В период летнего муссона (май-сентябрь) господствуют юго-западные ветры, в период зимнего муссона (ноябрь-март) - северо-восточные. Причем в период летнего муссона скорость ветра значительно выше, чем в период зимнего. Апрель и октябрь являются переходными месяцами, когда скорость ветра мала [2, 3].

До недавнего времени основные представления о полях уровня и течений Аравийского моря формировались на основе данных контактных измерений и численного моделирования [3, 4, 5]. За последние 50 лет было осуществлено несколько крупных проектов по изучению течений в Индийском океане, в рамках которых проводились длительные серии инструментальных наблюдений: International Indian Ocean Expedition (IIOE), Indian Ocean Experiment (INDEX), а также исследования в рамках проекта World Ocean Circulation Experiment (WOCE) [6].

Вместе с тем, высокая сезонная изменчивость и недостаток данных измерений на масштабах десятилетий приводят к тому, что даже в климатических схемах циркуляции верхнего слоя северной части Индийского океана существуют заметные различия [3, 6, 7]. Существенное влияние на появление части таких различий оказывает динамика мезомасштабных вихрей [6, 8].

С развитием спутниковой альтиметрии появилась возможность с высоким пространственно-временным разрешением получать данные об уровне морской поверхности, который является одним из основных индикаторов термодинамических процессов, протекающих в толще океана [9, 10]. К настоящему времени накоплен достаточно большой объем данных спутниковых измерений аномалий уровня моря (SLA), позволяющий не только уточнить схему циркуляции в верхнем слое Аравийского моря, но и проанализировать её изменчивость на разных временных масштабах.

Целью настоящей работы является анализ внутригодовой и межгодовой изменчивости уровня Аравийского моря на основе данных спутниковой альтиметрии за 16 лет ее наблюдений в 1993-2008 гг.

Данные альтиметрических измерений позволяют восстанавливать динамический уровень моря, который в интегральном виде содержит информацию о стратификации всей толщи морской воды. Наклоны уровня морской поверхности позволяют определять направление и скорость поверхностных геострофических течений [9]. Конечные результаты альтиметрических измерений уровня морской поверхности можно представить в форме отклонений от геоида поверхности, описав, таким образом, ее динамическую топографию.

Геоид определяется как эквипотенциальная поверхность земного поля тяжести, приблизительно совпадающая со средним уровнем вод Мирового океана в невозмущённом состоянии и условно продолженная под материками. Проблема восстановления динамической топографии связана с тем, что точное описание геоида в настоящее время отсутствует. Для решения этой проблемы вместо геоида используется некий средний многолетний уровень, построенный по данным спутниковых альтиметрических измерений, а отклонение от этого уровня (аномалия уровня) считается аналогом динамической топографии.

В настоящей работе в качестве исходной информации для изучения изменчивости уровня Аравийского моря за период с января 1993 по декабрь 2008 гг. использовались комбинированные средненедельные альтиметрические данные спутников Jason-1, 2, TOPEX/Poseidon (T/P), ENVISAT, GEOSAT Follow-On (GFO), ERS-1/2 и Geosat (<a href="http://www.aviso.oceanobs.com/en/data/index.html">http://www.aviso.oceanobs.com/en/data/index.html</a>). Данные об аномалиях уровня морской поверхности осреднены за 1 месяц в узлы неравномерной сетки с шагом по долготе 1/3° и с переменным шагом по широте от 1/3° на экваторе до 0.05° - на широте 82°. Способ гридирования данных описан в [11]. При создании массивов в исходные альтиметрические данные были введены традиционные для таких измерений поправки [12, 13].

Для анализа была выбрана часть акватории Индийского океана в пределах близких к использованным в [7] - 5.0-30.5° с.ш., 43.0-77.0° в.д. При этом были учтены результаты анализа внутригодовой и межгодовой изменчивости атмосферного давления и температуры воды, полученные в [14]. Значения годового хода, среднелетних, среднезимних и среднегодовых величин исследуемых параметров рассчитывались по стандартным процедурам. Для более подробного анализа исследуемая акватория была разбита на четыре части, для которых, как и для всей акватории в целом, рассчитывались средние по пространству характеристики. Разбиение на четыре квадранта: северо-запад (СЗ), северо-восток (СВ), юго-запад (ЮЗ) и юговосток (ЮВ) было выполнено с границами между севером и югом по 15°N, между западом и востоком - по 63°E.

## Сезонная изменчивость

Район исследований характеризуется сложной системой течений, которая существенно меняется в зависимости от сезона. Сложная динамика верхнего слоя Аравийского моря отражается в вариациях его уровня. На рис. 1 представлены средние за период 1993-2008 гг. пространственные распределения SLA, построенные для зимнего и летнего сезонов. Характерной особенностью представленных распреде-

лений является то, что там, где в летний сезон имеют место положительные аномалии уровня, в зимний сезон они имеют отрицательные значения, и наоборот.

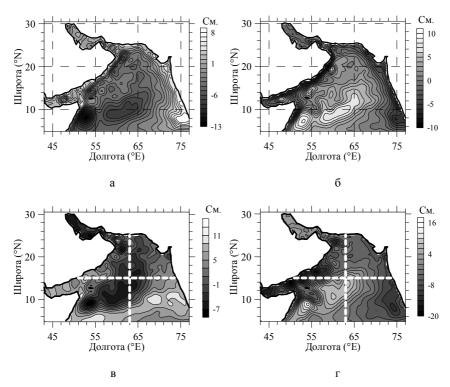


Рис. 1. Средние за 1993-2008 гг. поля SLA Аравийского моря в периоды зимнего (а) и летнего (б) муссонов, а также аналогичные поля для марта (в) и сентября (г). На двух последних полях пунктиром показаны квадранты акватории моря.

Вдоль всей сухопутной границы Аравийского моря в летний период наблюдается полоса отрицательных аномалий уровня морской поверхности, сменяющихся в зимний период положительными аномалиями. Сравнивая аномалии уровня у западного и восточного побережий, видим, что у восточного побережья они меняются в более широких пределах и охватывают значительно более широкую полосу, чем у западного.

Годовой ход уровня моря (SSH) показан на рис. 2 для четырех прибрежных пунктов наблюдений - Рас-Таннура (Саудовская Аравия, 26.7°N, 50.2°E, 1980-2000 гг.), Карачи (Пакистан, 24.8°N, 67.0°E, 1958-1984 гг.), Мумбаи и Коччи (Кочин) (Индия, 18.9°N, 72.8°E, 1878-1993 гг. и 9.97°N, 76.3°E, 1939-2006 гг.). Он был рассчитан по данным Permanent Service for Mean Sea Level (PSMSL) (http://www.psmsl.org/).

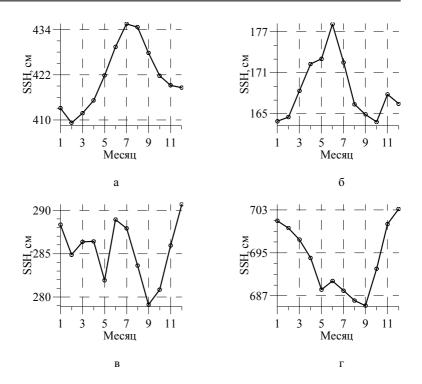


Рис. 2. Годовой ход SSH в Рас-Таннура (а), Карачи (б), Мумбаи (в) и Коччи (г) по данным стационарных наблюдений.

Из рис. 2 видно, что в двух пунктах наблюдений (Карачи, Рас-Таннура) - наблюдается хорошо выраженный годовой ход уровня моря. Средняя амплитуда годового хода для Карачи составляет ~16 см, максимальные значения наблюдаются в июне, минимальные - в октябре. Средняя амплитуда годового хода для Рас-Таннура значительно больше и составляет 26.5 см, максимальные значения наблюдаются в июле, минимальные - в феврале. В Мумбаи уровень моря в течение года меняется в заметно более узких пределах, чем в двух других пунктах. Годовой ход в явно выраженном виде здесь не наблюдается.

Географически Мумбаи ближе к области формирования зимнего муссонного течения (WMC), чем к более мощному летнему муссонному течению (SMC). Поэтому зимний максимум уровня в Мумбаи на ~2 см больше летнего. Соответственно, в расположенном значительно севернее Карачи уже летний максимум на ~10 см больше зимнего. Обращает на себя внимание повышение уровня моря в Мумбаи в марте-апреле. Наконец, в наиболее близко расположенном к истоку WMC Коччи уже зимний максимум уровня моря на ~13 см больше летнего. При этом признаков локального повышения уровня моря в марте-апреле на рис. 2г не наблюдается.

Заканчивая анализ средних распределений аномалий уровня, построенных для зимнего и летнего сезонов, отметим, что в Персидском заливе они меняются в пределах нескольких сантиметров. Положительные значения аномалий уровня имеют место в зимний период. В Красном море диапазон их изменений несколько шире. Как и в Персидском заливе, положительные значения аномалий уровня наблюдаются в период зимнего муссона.

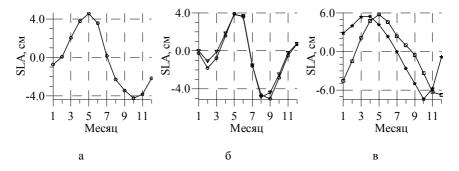


Рис. 3. Годовой ход SLA, осредненный по всей акватории Аравийского моря (а), и по его квадрантам - СЗ (круги), СВ (треугольники) (б), ЮЗ (квадраты), ЮВ (звезды) (в).

Аналогичным образом можно показать наличие особенностей сезонной изменчивость в изменениях SLA, рассчитанных для больших участков исследуемого региона. На рис. З представлены внутригодовые изменения среднемесячных значений SLA, рассчитанные для всего Аравийского моря и его отдельных квадрантов. Видно, что годовой ход аномалий уровня в северной части Аравийского моря выражен заметно слабее, чем в южной. При этом в северной части изменения аномалий в западном и восточном квадрантах практически совпадают. Амплитуда годового хода в северной части составляет 9 см, в южной - 13 см. Следует добавить, что в южной части внутригодовой ход аномалий в восточном квадранте на 1-2 месяца опережает изменения в западном квадранте.

Сравнивая рис. 1 и 3, можно заметить, что зимой в юго-восточном квадранте преобладают положительные аномалии уровня как результат циклонической завихренности моря в целом. Максимум SLA в этом квадранте приходится на март завершающую фазу зимнего муссона. В остальных квадрантах действуют те же причины, но с запаздыванием относительно юго-восточного квадранта на 1-2 месяца в зависимости от соотношения площадей и величин положительных и отрицательных SLA.

С этим же связана и другая особенность пространственной динамики годового хода SLA. Анализ средних за 1993-2008 гг. полей SLA на каждый месяц показал, что в прибрежной зоне смена положительных (зимних) значений SLA на отрицательные (летние) начинается еще в январе с северо-западного квадранта, с Персидского залива. Практически одновременно область положительных аномалий SLA на ЮВ начинает расширяться и смещаться на запад и далее к центру моря, в июне

занимая ее полностью. А с июля-августа этот же процесс развивается в обратном направлении.

#### Межгодовая изменчивость

Для количественной оценки межгодовой изменчивости аномалий уровня моря в течение одного сезона рассчитывался ряд статистических характеристик как для всего Аравийского моря, так и для отдельных областей. Исследования межгодовой изменчивости начнем с анализа среднеквадратических отклонений среднемесячных значений аномалий уровня от среднего многолетнего для данного месяца значения. Результаты расчетов среднеквадратических отклонений (СКО), показывающие, насколько значительно меняются среднемесячные величины аномалий уровня за анализируемый период, представлены на рис. 4.

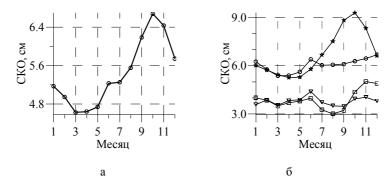


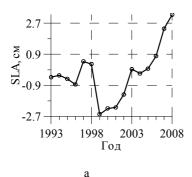
Рис. 4. Средние по пространству значения СКО аномалий уровня Аравийского моря на каждый месяц года за все время наблюдений (1993-2008 гг.) (а) - по всей акватории; (б) - по отдельным квадрантам: СЗ (круги), СВ (треугольники), ЮЗ (квадраты), ЮВ (звезды).

В восточной части Аравийского моря среднемесячные значения аномалий уровня, определенные для одного и того же месяца в разные годы, близки между собой. Значения СКО лежат в пределах от 3 см до 5 см. В западной части разброс выше примерно в полтора-два раза. Возможно, это связано с присутствием в западной части Аравийского моря нескольких крупных вихрей (например, большой Сомалийский вихрь), небольшие вариации сроков и места возникновения которых должны приводить к росту разброса аномалий уровня, определенных для одного и того же месяца в фиксированной точке. Наиболее высокий разброс среднемесячных значений имеет место в ЮЗ квадранте, где в сентябре и октябре СКО около 9 см.

Межгодовая изменчивость аномалий уровня, осредненных по всей акватории Аравийского моря, представлена на рис. 5. Можно отметить начавшийся в 1999 г. почти монотонный рост среднегодовых значений аномалий уровня морской поверхности. За период с 1999 г. по 2008 г. осредненные по акватории Аравийского моря среднегодовые значения аномалий уровня выросли более чем на 5 см. Однако от-

носительно короткий период альтиметрических измерений SLA не позволяет сделать определенные выводы о долгосрочных тенденциях их изменений.

Вместе с тем, можно использовать указанные выше ряды стационарных наблюдений. На рис. 6 приведены результаты их обработки ФСС с периодом от 12 до 30 лет в зависимости от длины ряда. Для трех более длинных рядов в Карачи, Мумбаи и Коччи НЧ-составляющая их изменчивости на отрезке 50-х - 80-х гг. демонстрирует тенденцию к снижению уровня моря на ~8, 5 и 4 см соответственно. Более короткий ряд в Рас-Таннура за 1980-99 гг., напротив, демонстрирует рост SSH на ~4 см. Та же тенденция характерна и для ряда в Коччи на отрезке 1985-2007 гг. - рост на ~6 см.



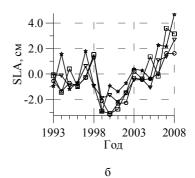


Рис. 5. Среднегодовые значения SLA, осредненные по всей акватории Аравийского моря (а), и по его квадрантам (б) - СЗ (круги), СВ (треугольники), ЮЗ (квадраты), ЮВ (звезды).

При интерпретации рис. 5, 6 можно использовать результаты [14], где было показано существование ~60-летнего цикла для полей нескольких параметров Аравийского моря. Наличие этого цикла в межгодовой изменчивости уровня моря показано на рис. 7 с помощью наиболее длинных рядов наблюдений SSH для разных районов Индийского океана. На этом рисунке показаны НЧ-составляющие рядов среднегодовых значений уровня моря по данным PSMSL для Мумбаи и Калькутты (Индия, 18.9° с.ш., 72.8° в.д., 1878-1993 гг., 116 лет и 22.6° с.ш., 88.3° в.д., 1932-1999 гг., 68 лет), Легаспи (Филиппины, 13.2° с.ш., 123.8° в.д., 1947-2008 гг., 62 года), Сиднея и Фремантла (Австралия, 33.9° ю.ш., 151.2° в.д., 1886-2008 гг., 123 года и 32.1° ю.ш., 115.7° в.д., 1915-2008 гг., 94 года).

Все кривые на рис. 7 в общих чертах представляют собой разной длины фрагменты колебаний с периодами ~60-80 лет. При этом наблюдаются существенные фазовые различия в этих сигналах. Так, кривые для Мумбаи и Калькутты между собой находятся в противофазе. Вместе с тем, изменения уровня моря в Калькутте близки по фазе к Легаспи, а в Мумбаи к Фремантлу (запад Австралии). Кривая для Сиднея (восток Австралии) находится по фазе в промежуточном положении относительно этих двух пар пунктов наблюдений.

Обобщение результатов, полученных для большей части региона Индийского океана [14, 15] показало, что ~60-летнее колебание входит в число основных доминант в спектрах большинства исследованных сигналов. На нисходящей ветви этого цикла с конца 50-х до начала 90-х гг. скорость ветра в период летнего муссона снижалась. Соответственно снижался и объем поступления вод в Аравийское море за счет Сомалийского течения. После достижения в начале 90-х годов пика положительного полупериода цикла процесс пошел в обратном направлении.

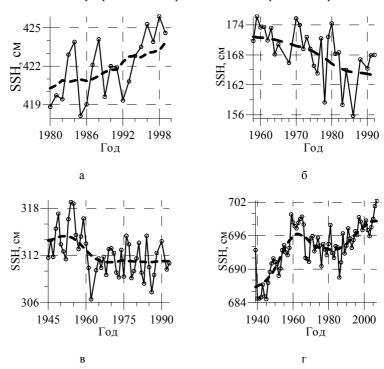


Рис. 6. Среднегодовые значения SSH в Рас-Таннура (а), Карачи (б), Мумбаи (в) и Коччи (г) по данным стационарных наблюдений. Пунктиром показана НЧ-составляющая этих рядов после обработки ФСС.

При этом, однако, необходимо учитывать как недостаточную длину самих исследованных рядов, так и характерное для таких рядов постоянное наличие групп разномасштабных колебаний [16]. Это существенно затрудняет в данном случае точную временную привязку выделяемых междекадных колебаний. Кроме того, постоянно наблюдаются различия в амплитудах и фазах этого колебания для разных станций наблюдений по всем исследованным параметрам. Последнее частично может быть связано с разницей в длине исходных рядов, их временных границах и в периоде использованных ФСС. Однако и при равенстве всех этих величин

для части станций разница в амплитудах и фазах НЧ-составляющих рядов их наблюдений сохраняется, т.е. данное явление имеет объективный характер.

Можно предположить, что такие особенности ритмодинамики исследованных временных рядов, связаны и во многом являются следствием существования общепланетарного поля ортогональных стоячих и бегущих тепловых и других параметрических волн и изменений, происходящих в нем на межгодовых масштабах в зависимости от фаз доминирующих циклов [17].

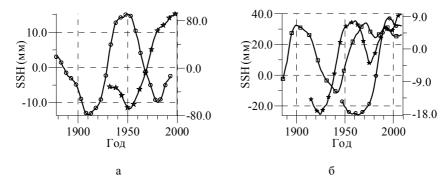


Рис. 7. НЧ составляющие рядов среднегодовых значений SSH по данным PSMSL для Мумбаи (круги, левая ось Y) и Калькутты (звезды, правая ось Y) (а), Легаспи (круги, левая ось Y), Сиднея (квадраты, правая ось Y) и Фремантла (звезды, правая ось Y) (б).

Представленный в настоящей работе анализ альтиметрических данных показал, что существующие климатические схемы течений Аравийского моря в целом хорошо согласуются с рельефом его поверхности. Однако некоторые их детали, связанные с существованием выявленных по данным альтиметрических измерений группы ранее не описанных мезомасштабных вихрей и струйных течений, нуждаются в уточнении. Рельеф поверхности Аравийского моря как в период летнего, так и в период зимнего сезонов оказался значительно более сложным, чем это следует из существующих климатических схем поверхностных течений.

Наиболее заметные расхождения имеют место в центральной части Аравийского моря, где в зимний период наблюдается обширная область отрицательных значений аномалии уровня моря (до -7 см). В летний период в этой области знак аномалий уровня меняется, и наблюдаются положительные значения, достигающие 8 см. На всей акватории Аравийского моря наблюдается хорошо выраженный годовой ход аномалий уровня морской поверхности. В южной части моря годовой ход выражен значительно сильнее, чем в северной.

# Литература

- 1. Бышев В.И., Нейман В.Г., Серых И.В., Щербинин А.Д. О роли муссонного фактора в изменчивости течений Индийского океана // Метеорология и гидрология. 2007. № 3. С. 54-68.
- 2. Hellerman, S., Rosenstein, M. Normal monthly wind stress over the world ocean with error estimates // Journal of Physical Oceanography. 1983. 13. P. 1093-1104.
- 3. Нейман В.Г., Бурков В.А., Щербинин А.Д. Динамика вод Индийского океана. М.: Научный Мир, 1997. 232 с.
- 4. Murtugudde R., Busalacchi A.J. Interannual variability of the dynamics and thermodynamics of the tropical Indian ocean // J. Climate. 1999. V. 12. P. 2300-2326.
- 5. Дианский Н.А., Залесный В.Б., Мошонкин С.Н., Русаков А.С. Моделирование муссонной циркуляции Индийского океана с высоким пространственным разрешением // Океанология. 2006. Т. 46. № 5. С. 650-671.
- 6. Schott, F.A., Julian P. McCreary Jr. The monsoon circulation of the Indian Ocean // Progress in Oceanography. 2001. 51. P. 1-123.
- 7. Shankar D., Vinayachandran P.N., Unnikrishnan A.S. The monsoon currents in the north Indian Ocean // Progress in Oceanography. 2002. 52. P. 63-120.
- 8. Bruce, J.G., Johnson D.R., Kindle J.C. Evidence for eddy formation in the eastern Arabian Sea during the northeast monsoon // J. Geophys. Res. 1994. 99 (C4). P. 7651-7664. (doi: 10.1029/94-JC00035)
- 9. Коротаев Г.К., Еремеев В.Н. Введение в оперативную океанографию Черного моря. Севастополь: ЭКОСИ Гидрофизика, 2006. 382 с.
- 10. Rio M.-H., Hernandez F. A mean dynamic topography computed over the world ocean from altimetry, in situ measurements, and a geoid model  $/\!/$  J. of Geophys. Res. 2004. V. 109. C12032. (doi: 10.1029/2003JC002226)
- 11. Ducet N., P.Y. Le Traon, G. Reverdin Global high-resolution mapping of ocean circulation from the combination of T/P and ERS-1/2 # J. Geophys. Res. 2000. 105. P. 19,477-19,498.
- 12. Le Traon P.Y., F. Ogor ERS-1/2 orbit improvement using T/P: The 2 cm challenge // J. Geophys. Res. 1998. 103. P. 8045-8057.
- 13. Dorandeu J., P.Y. Le Traon Effects of global mean pressure variations on sea level changes from T/P//J. Atmos. Oceanic Technol. 1999. 16. P. 1279-1283.
- 14. Eremeev V.N., Jukov A.N., Lebedev N.E., Piontkovski S.A., Sizov A.A. Interannual fluctuations of the atmospheric pressure, sea surface temperature, and chlorophyll-a of the Arabian Sea // International Journal of Oceans and Oceanography. 2012. V. 6. № 2. P. 83-93.
- 15. Жуков А.Н., Латушкин А.А., Пустовойтенко В.В., Сизов А.А. Межгодовые колебания поля атмосферного давления северной части Индийского океана в период 1985-2007 г.г. В кн.: Физические проблемы экологии (экологическая физика). М.: Физический факультет МГУ, 2010, № 17, С. 155-164. [Сб.].
- 16. Еремеев В.Н., Жуков А.Н., Сизов А.А. Исследование особенностей ритмодинамики межгодовой изменчивости гидрометеорологических и гидрологических процессов в прибрежных зонах // Доклады РАН. 2006. Т. 409, № 2. С. 524-527.
- 17. Еремеев В.Н., Жуков А.Н., Сизов А.А. Исследование волновых свойств пространственной изменчивости температуры поверхности Атлантики на межгодовых масштабах // Исследование Земли из космоса. 2012. № 3. С. 12-23.

# О ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ШИРИНЫ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ МОРСКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

Запевалов А.С. $^{1}$ , Пустовойтенко В.В. $^{1}$ , Показеев К.В. $^{2}$ 

<sup>1</sup>Морской гидрофизический институт НАН Украины,

Различия в подходах при построении функций распределения волновой энергии требует разработки критериев для их сравнения между собой и для сравнения с данными натурных измерений. В качестве критерия близости функций углового распределении предложено использовать безразмерный параметр — спектральный показатель трехмерности волнового поля.

#### Введение

Одной из основных характеристик морской поверхности, знание которой необходимо для анализа и правильной интерпретации данных дистанционного зондирования океана является функция углового распределения волновой энергии. Её определение осуществляется несколькими способами: путём многоточечных измерений струнными волнографическими датчиками [1, 2], и с помощью волнографических буёв типа «heavy-pitch-roll», позволяющих регистрировать возвышение поверхности и две ортогональные компоненты её уклонов [3, 4]. Значительно менее распространены способы, в которых используется стереофотосъёмка [5].

Для описания азимутального распределения энергии поверхностных волн разными авторами используются разные модели, поэтому возникает необходимость их сравнения. Поскольку в подавляющем большинстве моделей ширина углового распределения определяется одним параметром, описывающим изменения ширины функции углового распределения в зависимости от частоты (волнового числа), процедура сравнения также должна сводиться к определению одного параметра. Один из возможных вариантов такой процедуры описан в работах [6, 7]. В настоящей работе предложен новый критерий для сравнения моделей функции углового распределения волновой энергии, ориентированный на анализ радиосигналов, отраженных от морской поверхности.

# Основные модели функции углового распределения волновой энергии

При анализе полей морских поверхностных волн чаще других используются три модели функции углового распределения, получившие развитие в работах [8-10] соответственно:

$$\Theta_{1}(\omega,\alpha) = \begin{cases} N_{1}\cos^{n}\alpha; & |\alpha - \alpha_{0}| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0; & |\alpha - \alpha_{0}| \leq \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$
 (1)

 $<sup>^{2}</sup>$ Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

$$\Theta_2(\omega, \alpha) = N_2 \cos^{2s} \left( \frac{(\alpha - \alpha_0)}{2} \right),$$
 (2)

$$\Theta_3(\omega,\alpha) = N_3 \sec h^2 \left[ \beta \left( \alpha - \alpha_0 \right) \right], \tag{3}$$

где  $\omega$  – циклическая частота;  $\alpha$  – азимутальный угол;  $N_i$  – нормировочные коэффициенты;  $\alpha_0$  – генеральное направление распространения волн;  $n, s, \beta$  – безразмерные параметры, определяющие ширину углового распределения. Указанные модели являются унимодальными, и каждая описывается двумя параметрами, нормировочные коэффициенты определяются из условия

$$\int_{-\pi}^{\pi} \Theta_i(\omega, \alpha) d\alpha = 1.$$
 (4)

Согласно существующим представлениям, наиболее узким угловое распределение является на частоте пика  $\omega_m$  волнового спектра и расширяется с ростом частоты. Несмотря на достаточно большое количество экспериментальных исследований, в настоящее время нет единой точки зрения на параметризацию углового распределения. Согласно одной из них, сформулированной в работе [10], где предложена модель (3), угловое распределение можно описать, используя одну переменную – безразмерную частоту,

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_{m}} \,. \tag{5}$$

Параметр  $\beta$  в модели (3) аппроксимирует выражение,

$$\beta = \begin{cases} 2.44 \left(\frac{\Omega}{0.95}\right) & npu \quad \Omega \le 1.6 \\ 1.24 & npu \quad \Omega > 1.6 \end{cases}$$
 (6)

При построении аппроксимации (6) в распоряжении авторов работы имелись данные измерений, полученные только при  $\Omega \le 1.6$ . Было сделано предположение о том, что на более высоких частотах параметр  $\beta$  является константой. Позднее в работе [5] справедливость данного предположение была проверена экспериментально в натурных условиях, для чего использовались данных стереофотосъемки взволнованной поверхности. Было получено, что в области частотных масштабов  $\Omega > 1.6$  угловое

распределение не остается постоянным, а продолжает расширяться с ростом частоты. При этом изменение параметра  $\beta$  можно описать выражением,  $\beta = 10^{\mu}$ , где

$$\mu = -0.4 + 0.8393 \exp(-0.567 \ln(\Omega^2)). \tag{7}$$

Несколько отличающиеся результаты, были получены в результате анализа данных измерений, полученных в ходе международного эксперимента JONSWAP [9]. Было установлено, что скорость расширения углового распределения, которая в модели (2) определяется параметром s, зависит от стадии развития волнового поля. Стадию развития принято описывать с помощью безразмерного параметра, получившего название обратного возраста волн

$$\varsigma = \frac{W_{10}}{C_0} \,. \tag{8}$$

где  $W_{10}$  — скорость ветра на высоте 10 м;  $C_0$  — фазовая скорость доминантных волн.

Для области частот, лежащей выше частоты спектрального пика,

$$s = \begin{cases} 6.97(\Omega)^{4.06} & npu \ \Omega \le 1.05 \\ 9.77(\Omega)^{\mu} & npu \ \Omega \ge 1.05 \end{cases}$$
 (9)

где зависимость от обратного возраста волн описывается выражением

$$\mu = -2.33 - 1.45(\varsigma - 1.17). \tag{10}$$

Параметризация получена при обратном возрасте волн  $1 \le \zeta \le 1.8$ .

Зависимость на масштабе доминантных волн ширины углового распределения от возраста волн ранее также была отмечена в работе [8], в которой была предложена параметризация для модели (2) в форме,

$$s = \begin{cases} s_m \Omega^5 & npu \quad \Omega < 1 \\ s_m \Omega^{-2.5} & npu \quad \Omega \ge 1 \end{cases}$$
(11)

где  $s_m$  значение параметра S на частоте пика в спектре возвышения поверхности,

$$s_m = 11.5 \,\varsigma^{-2.5} \,. \tag{12}$$

Измерения проводились на стадиях развития волнения, которые соответствовали обратному возрасту волн в диапазоне  $0.6 \le \varsigma \le 1.2$  .

Рассмотренные выше модели функции  $\Theta(\omega,\alpha)$  построены для области масштабов, близких к масштабу доминантных волн. Как правило, диапазон их применения ограничен сверху частотами (3-5)  $\omega_m$ . Данные об азимутальном распределении волновой энергии на масштабах гравитационно-капиллярных волн крайне немногочисленны, как и немногочисленны описывающие его модели. В основном для оценки частотно-угловых характеристик коротких поверхностных волн используется информация о компонентах уклонов морской поверхности [11]

# Процедуры сравнения моделей

Примем, что генеральное направление распространения волн в трёх моделях совпадает. В этом случае обычно применяется следующая процедура сравнения (см., например, [7]). Вводится нормированная безразмерная функция углового распределения  $\Theta_N(\omega,\alpha) = \Theta(\omega,\alpha)/\Theta(\omega,\alpha_0)$ , которая на основном направлении распространения волн удовлетворяет условию  $\Theta_N(\omega,\alpha_0) = 1$ . С помощью функции  $\Theta_N(\omega,\alpha)$  определяется параметр  $\alpha_{\Theta}$ ,

$$\left(\alpha_{\Theta}(\omega)\right)^{-1} = \int_{-\pi}^{\pi} \Theta_{N}(\omega, \alpha) d\alpha , \qquad (13)$$

характеризующий ширину углового распределения. Параметр  $\alpha_\Theta$  имеет размерность [  $pa \partial^{-1}$  ] .

Параметр  $\alpha_{\Theta}$  связан с параметрами трех указанных выше основных моделей функции углового распределения (1)-(3) соотношениями [7],

$$\alpha_{\Theta} = \frac{\Gamma(n/2+1)}{\sqrt{\pi}\Gamma(n/2+1/2)},\tag{14}$$

$$\alpha_{\Theta} = \frac{\Gamma(s+1)}{2\sqrt{\pi}\Gamma(s+1/2)},\tag{15}$$

$$\alpha_{\Theta} = \frac{\beta}{2} \coth(\pi \, \beta). \tag{16}$$

Чем выше значение параметра  $\alpha_{\Theta}$ , тем более узконаправленным является волновое поле. Из выражения (13) следует, что значение  $(\alpha_{\Theta}(\omega))^{-1}$  соответствует углу,

в котором распространяется волновая энергия, если функция  $\Theta_N(\omega,\alpha)$  заменена прямоугольным окном с той же площадью.

В настоящей работе, предлагается использовать иную характеристику, определяющую близость разных моделей  $\Theta(\omega,\alpha)$ . Для приложений, связанных с рассеянием электромагнитного излучения морской поверхностью, целесообразно использовать параметр, характеризующий ширину углового распределения волновой энергии, аналогичный интегральному показателю трёхмерности, введенному Лонге-Хиггинсом [12]

$$\gamma_S(\omega) = \sqrt{\frac{\psi_c(\omega)}{\psi_u(\omega)}} \,, \tag{17}$$

где  $\psi_u$  и  $\psi_c$  – спектры уклонов морской поверхности, определённые в направлении ветра и в ортогональном направлении. Параметр  $\gamma_S(\omega)$  является спектральным показателем трёхмерности. В области частот, где угловое распределение является узконаправленным, параметр  $\gamma_S(\omega)$  близок к нулю, в области частот, где угловое распределение приближается к изотропному, параметр  $\gamma_S(\omega)$  приближается к единице.

Для гравитационных волн на глубокой воде, удовлетворяющих дисперсионному уравнению,

$$\omega^2 = g k \,, \tag{18}$$

частотные спектры уклонов  $\psi_u(\omega)$  и  $\psi_c(\omega)$  связаны с частотно-угловым спектром  $\chi(\omega,\alpha)$  соотношениями,

$$\psi_u(\omega) = \frac{\omega^4}{g^2} \int_{-\pi}^{\pi} \chi(\omega, \alpha) \cos^2(\alpha) d\alpha , \qquad (19)$$

$$\psi_c(\omega) = \frac{\omega^4}{g^2} \int_{-\pi}^{\pi} \chi(\omega, \alpha) \sin^2(\alpha) d\alpha . \tag{20}$$

Отсюда не трудно показать, что спектральный показатель трехмерности  $\gamma_S(\omega)$  связан с функцией углового распределения  $\Theta(\omega,\alpha)$  соотношением,

$$\gamma_S(\omega) = \sqrt{\frac{\int \Theta(\omega, \alpha) \sin^2 \alpha \, d\alpha}{\int \Theta(\omega, \alpha) \cos^2 \alpha \, d\alpha}} \quad . \tag{21}$$

Применение безразмерного параметра  $\gamma_S(\omega)$  при сопоставлении моделей функции углового распределения имеет ряд преимуществ по сравнению с использованием параметра  $\alpha_\Theta$ . Во-первых, в отличие от параметра  $\alpha_\Theta$  параметр  $\gamma_S(\omega)$  может быть независимо определён по тем же данным измерений, которые используются при расчёте функции  $\Theta(\omega,\alpha)$ . В случае использования волнографических буёв типа «heavy-pitch-roll» уклоны в двух ортогональных направлениях определяются непосредственно, и являются теми параметрами, по которым рассчитывается функция  $\Theta(\omega,\alpha)$ . Если для определения функции  $\Theta(\omega,\alpha)$  используется массив разнесённых по пространству волнографических датчиков, уклоны морской поверхности можно определить по данным измерений возвышения поверхности в трёх не лежащих на одной прямой точках.

Вторым достоинством использования спектрального показателя трёхмерности  $\gamma_S(\omega)$  является то обстоятельство, что он может непосредственно использоваться в расчётах рассеяния радиоволн морской поверхностью. В частности, параметр  $\gamma_S(\omega)$  соответствует соотношению рассеянных назад радиосигналов при наклонном зондировании вдоль и поперёк направления ветра.

Можно также добавить, что возможность независимого определения параметра  $\gamma_S(\omega)$  и его расчет по функции углового распределения волновой энергии позволяет оценить корректность использования той или иной модели  $\Theta_n$ .

В рамках одной модели функции углового распределения величина параметра  $\gamma_S(\omega)$  однозначно связана с параметром A. Оценим, как будут различаться значения параметра  $\gamma_S(\omega)$ , если использовать разные типы моделей функции углового распределения. Результаты расчетов  $\gamma_S^{(n)}(\omega)$ , для ситуаций, в которых функция углового распределения описывается тремя представленными выше моделями, приведены на рис. 1. Здесь n=1,2,3 – номера моделей согласно (1)-(3).

Видно, что значения параметров  $\gamma_S^{(1)}$  и  $\gamma_S^{(2)}$ , при одних и тех же значениях параметра  $\alpha_\Theta$ , достаточно близки. Наибольшие расхождения между параметрами  $\gamma_S^{(1)}$  и  $\gamma_S^{(2)}$  и параметром  $\gamma_S^{(3)}$  наблюдаются в области, где угловое распределение является узконаправленным. Во всей рассматриваемой области изменения параметра  $\alpha_\Theta$  выполняется неравенство,

$$\gamma_{\rm S}^{(1)} < \gamma_{\rm S}^{(2)} < \gamma_{\rm S}^{(3)}$$
 (22)

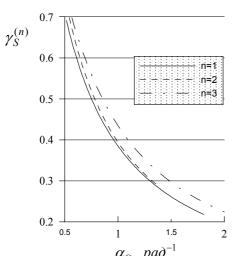


Рис. 1. Зависимости спектрального показателя трёхмерности  $\gamma_S^{(n)}$  от параметра  $\alpha_\Theta$  .

 $\alpha_{\Theta}$ ,  $pao^{-1}$  В приложениях, связанных с дистанционным радиозондированием морской поверхности с аэро- и космических аппаратов, наибольший интерес представляет информация о пространственном распределении энергии коротких поверхностных волн [13, 14]. Эту информацию можно получить, решая обратную задачу, т.е. восстанавливая функции углового распределения по данным *in situ* измерений коэффициента трехмерности уклонов морской [15, 16].

#### Выволы

Определение частотно-угловых характеристик поля морских поверхностных волн остается актуальной и, не смотря на большое число работ в этой области, до конца не решенной проблемой. Использование различных подходов при построении функций распределения волновой энергии требует разработки критериев для их сравнения между собой и для сравнения с данными натурных измерений. Этим требованиям удовлетворяет предложенная в настоящей работе параметризация с помощью спектрального коэффициента трехмерности волнового поля.

## Литература

- 1. *Ефимов В.В.* Динамика волновых процессов в пограничных слоях атмосферы и океана. Киев: Наукова думка, 1981. 255 с.
- 2. Запевалов А.С. Об оценке функции углового распределения энергии морских доминантных волн // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана. 1995, № 6, С. 835-841.
- 3. Longuett-Higgins M.S., Cartwrighte D.E., Smith N.D. Observation of the directional spectrum of sea waves using the motions of the floating buoy // Pro. Conf. Ocean Wave Spectra. Englewood Cliffs. N. Y.: Prentice Hall, 1963. P. 111-132.

- 4. *Mitsuyasu H., Tasai F., Suhara T., Mizuno S., Ohkuso M., Honda I., Rikiishi K.* Observations of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy // J. Physical Octanogr. − 1975. − Vol. 5, № 4. − P. 750-758.
- 5. Banner M.L., Young I.R. Modeling spectral dissipation in the evolution of wind waves. Part I: Assessment of existing model performance // J. Phys. Oceanogr. 1994. Vol. 24. P. 1550-1571.
- 6. *Babanin, A.V., Soloviev, Yu.P.* Parameterization of the width of angular distribution of the wind wave energy at limited fetches, Izvestia, Atmospheric and Oceanic Physics. 1987. Vol. 23. P. 645-651.
- 7. Babanin A.V., Soloviev Yu.P. Variability of directional spectra of wind-generated waves, studied by means of wave staff arrays // Mar. Freshwater Res. 1998. –Vol. 49. P. 89-101.
- 8. Mitsuyasu H., Kuo Y.-Y.,Musuda.A. On the dispersion relation of random gravity waves Pt. 2. An experiment // J. Fluid Mach. 1979. Vol. 92. P. 731-749.
- 9. Hasselmann D.E., Dunckel M., Ewing J.A. Directional wave spectra observed during JONSWAP 1973 // J. Physical Oceanogr. 1980. Vol. 10, № 8. P. 1264-1280.
- 10. Donelan M.A., Hamilton J., Hui W.H. Directional spectra of wind-generated waves // Philos. Trans. Roy. Soc. 1985. A315. P. 509-562.
- 11. Запевалов А.С. Натурные исследования анизотропии уклонов морской поверхности на масштабах коротких гравитационных и гравитационно-капиллярных волн // Исследования Земли из космоса. 2000, №3. С. 21-25.
- 12. Лонге-Хиггинс М.С. Статистический анализ случайной движущейся поверхности // Пер. с англ: В кн.: Ветровые волны, М.: Иностранная литература, 1962. С. 125- 218.
- 13. Пустовойтенко В.В., Показеев К.В., Запевалов А.С. Отечественные космические радиолокационные системы мониторинга морских акваторий. Радиолокационные станции бокового обзора // «Физические проблемы экологии (Экологическая физика)» М.: Физический факультет МГУ. 2010, № 17. С. 318-332.
- 14. Пустовойтенко В.В., Запевалов А.С. Оперативная океанография: Спутниковая альтиметрия Современное состояние, перспективы и проблемы // Серия Современные проблемы океанологии, Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ-Гидрофизика» 2012. Вып. № 11. 218 с.
- 15. *Христофоров Г.Н., Запевалов А.С., Бабий М.В.* Статистические характеристики уклонов морской поверхности при разных скоростях ветра // Океанология. -1992.- Том 32, вып. 3. С. 452-459.
- 16. *Христофоров Г.Н., Запевалов А.С., Бабий М.В.* Измерения параметров шероховатости морской поверхности при переходе от штиля к ветровому волнению // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. -1992. Том 28, № 4. С. 424-431.

# ВЛИЯНИЕ АПВЕЛЛИНГА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СОСТАВА ВОДЫ В ВОЛХОВСКОЙ ГУБЕ

Иванова И.Н., Самолюбов Б.И., Будников А.А., Барбанова Е.С., Барбанов Н.Ф., Жаворонков А.В., Шлычков Д.С.

Представлены результаты натурных исследований развития апвеллинга в Волховской губе Ладожского озера. Выявлены этапы полного цикла эволюции апвеллинга и сопутствующие преобразования распределений скорости течения, температуры воды и концентраций примесей. Установлено, что развитие обнаруженного апвеллинга в заливе способствовало росту концентрации хлорофилла - а. Получено выражение для оценки концентрации хлорофилла-а по мутности и температуре воды.

#### Введение

Восходящие вверх по наклонному дну стратифицированные течения глубинных вод (апвеллинги) давно и интенсивно изучаются для решения фундаментальных и прикладных и, прежде всего, экологических проблем. Результаты изучения таких процессов в озерах и морях свидетельствуют о необходимости применения комплексного подхода в этих исследованиях для учета одновременных преобразований распределений параметров течений и состава воды.[1, 2, 5, 10, 11]. Результаты таких работ представлены в данной статье. В измерениях применялись зонды RCM 9 LW (Aanderaa Instruments) и CTD90M (Sea-Sun), для регистрации профилей параметров течения и состава воды, включая концентрацию хлорофилла-а. Цель работы выявление закономерностей преобразований распределений скорости течения и концентраций примесей при развитии апвеллинга в Волховской губе оз. Ладожского [2, 6].

# Распределения скорости, температуры и концентраций примесей

Профили скорости течения U и изменения плотности воды с глубиной бо относительно минимального значения на вертикали, расположенной центре восточной части Волховской губы, дают представление о типичных распределениях этих параметров, которые регистрировались на срочной станции длительностью 24 ч. Кривая U(z) – теоретическая по [8]. Отрицательный знак скорости соответствует течению из открытого озера в залив. Это типичное в Ладожском озере для

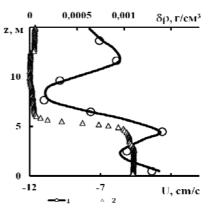


Рис. 1. Характерные профили скорости течения U(z)-1 и изменения плотности воды с глубиной  $\delta\rho(z)-2$  (15 - 17 . 08.2012, Волховская губа).

первой половины августа явление затока озерных вод в губу, которое может сопровождаться подтоплением береговой зоны. На фоне затока имеет место апвеллинг в виде холодного придонного течения, восходящего по наклонному дну под термоклином. В обнаруженную систему течений, наряду с апвеллингом, входят струя над термоклином и приповерхностное течение[1, 9].

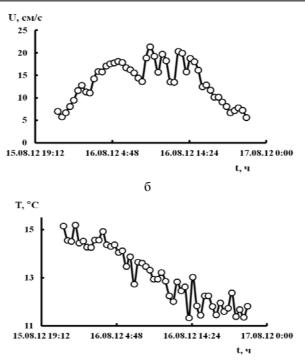


Рис.2. Распределения во времени осредненных по всей глубине значений а — скорости течения U; и б - температуры воды Т (15 - 17 . 08.2012, Волховская губа оз. Ладожского).

Изменения скорости струи во времени свидетельствуют о ее волновой природе, связанной с влиянием внутренних сейш на течение.

Числа Ричардсона для придонного потока (апвеллинга)

$$Ri_{_{\!\!u}}=g\overline{\Delta\rho}z_{_{\!\!u}}\Big/
ho\overline{U}^2$$
 и струи 
$$Ri_{_{\!\!\Delta}}=g\overline{\Delta\rho_j}\Delta z_j\Big/
ho\overline{U_j}^2\;,$$

составляющие 1,3 и 10, существенно превышают критическое значение (0,25). Таким образом, потоки, образующие систему стратифицированных течений, гидродинамически устойчивы. Здесь g — ускорение свободного падения,  $z_u$  — толщина потока,  $\overline{\Delta \rho}$  - разность плотностей вод в потоке и над ним,  $\overline{U}$  - скорость течения, средняя по вертикали;  $\overline{\Delta \rho_j}$  - разность плотностей вод в струе и над ней,  $\Delta z_j$  и  $\overline{U}_j$  - толщина и средняя скорость струи.

Средняя по глубине скорость течения в ходе суточной серии зондирований всей водной толщи возрастает от 6 до 20 см/с, достигая максимума в середине

периода измерений, а затем снижается до значения, близкого к начальному. Это, по-видимому, соответствует полному циклу апвеллинга сгонно-нагонной природы. На фоне этого изменения существуют колебания с периодом около 6 ч., который относится к периодам основных мод внутренних сейш губы и озера.

На распределении средней температуры, которое в целом имеет спадающий характер, существуют 2 зоны локальной стабилизации в начале и в конце серии зондирований (в ночной период с 22 ч. 15.08.2012 на 16.08.2012 г. и в интервале, включающем практически весь световой дневной день и вечер до 21ч.30мин. 16.08.2012 г.).

На первую из этих зон приходится область роста скорости течения, а на вторую — участок ее снижения. Естественно предположить, что именно усиление апвеллинга способствует снижению средней температуры (см. также рис. 5).

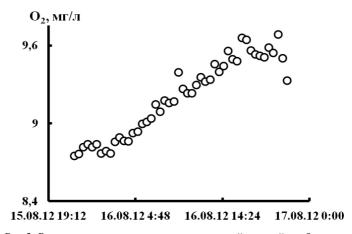
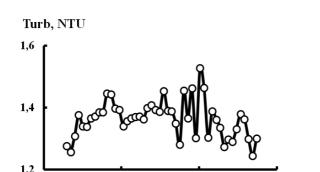


Рис. 3. Распределение во времени осредненной по всей глубине концентрации растворенного кислорода (15 - 17 . 08.2012, Волховская губа оз. Ладожского).

Увеличение концентрации растворенного кислорода (преимущественно в светлое время суток) связано с выделением  $O_2$  при фотосинтезе в ходе продуцирования фитопланктона. Кроме того подъем термоклина, обычный при усилении апвеллинга, также повышает биопродуктивность за счет приближения биомассы к поверхности воды и увеличения получаемого ею светового потока.

Распределение мутности воды (рис. 4. а), представленное в международных нефелометрических единицах NTU, по общему ходу, подобно распределению скорости течения (рис. 2 а). Такое подобие объясняется известной для взвесенесущих потоков пропорциональностью концентрации мельчайших взвесей и скорости течения. Отмеченная связь со скоростью отсутствует для концентрации хлорофил

15.08.12 19:12



16.08.12 4:48

а

б

16.08.12 14:24

17.08.12 0:00 **t. ч** 

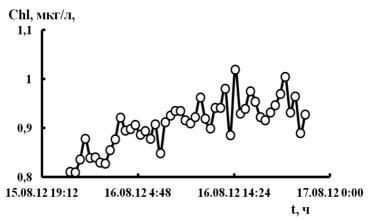


Рис. 4. Распределения во времени осредненных по всей глубине значений а – мутности воды Turb (в NTU); и б - концентрации хлорофиллаа Chl (15 - 17 . 08.2012, Волховская губа оз. Ладожского).

ла-а (рис. 4 б), изменение которой характеризуется положительным трендом на всем протяжении серии зондирований, аналогично удельному содержанию растворенного кислорода (рис. 3) [3, 4, 7, 9].

Согласно зависимости скорости течения и температуры воды (рис. 5), рост U и T при относительно низких температурах  $T=11-13^{\circ}C$  связан с усилением апвеллинга в условиях дневного прогрева поверхностных вод. При спаде скорости, когда  $T>14^{\circ}C$ , увеличение температуры обусловлено не только прогревом поверхностных вод, но и снижением интенсивности охлаждения вод за счет апвеллинга.

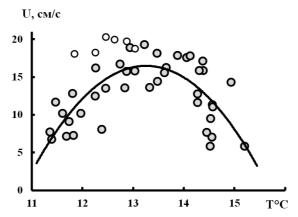


Рис. 5. Зависимость осредненной по всей глубине скорости течения U от температуры воды T, осредненной таким же образом (15 - 17 . 08.2012, Волховская губа оз. Ладожского).

Анализ связи значений мутности воды со скоростью течения показал, что пропорциональность этих величин для тонкодисперсной взвеси соблюдается, но нуждается в уточнении, которое, по-видимому, связано с необходимостью учета

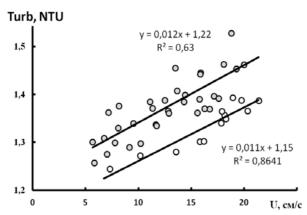


Рис. 5. Зависимость мутности воды Turb (в NTU), осредненной по всей глубине, от скорости течения U, осредненной таким же образом (15 - 17 . 08.2012, Волховская губа оз. Ладожского).

особенностей спектра размеров частиц и их элементного состава. На представленной зависимости мутности от скорости (рис. 6) приведены две прямые. Верхняя соответствует 73% значений, а нижняя - остальным 27%. Это разделение и разброс точек относительно линейных зависимостей объясняется, прежде всего, указанными факторами. Кроме того, разброс может быть связан с тем, что рассматрива-

ются величины, осредненные по всей глубине, а не по толщине каждого из потоков, образующих систему течений.

Поиск возможностей оценки концентрации хлорофилла-а по мутности воды показал, что эти величины пропорциональны с точностью до коэффициента, зависящего от температуры воды. Соответствующее выражение концентрации хлорофилла-а имеет вид

$$Chl - a = Turb_{nd}/((T/T_c) + 0.8)$$
,

где  $Turb_{rd} = Turb / 1NTU$  - безразмерное значение мутности,  $T_c=18.5$ °C.

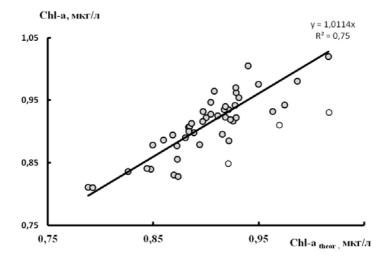


Рис. 6. Сопоставление измеренных и теоретических значений концентрации хлорофилла-а Chl (15 - 17 . 08.2012, Волховская губа).

Проверка этого выражения свидетельствует о том, что оно обеспечивает неплохое соответствие измеренных и теоретических значений концентрации хлорофилла-а.

#### Заключение

- 1. Выявлены этапы полного цикла развития апвеллинга сгонно-нагонной природы и сопутствующие преобразования распределений скорости течения, температуры и концентраций примесей.
- 2. Установлено, что развитие обнаруженного апвеллинга в заливе способствовало росту концентрации хлорофилла а.
- 3. Получено выражение для оценки концентрации хлорофилла-а по мутности и температуре воды.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (11-05-01146).

## Литература

- 1. Авилкин И.А., Самолюбов Б.И., Иванова И.Н., Будников А.А., Барбанова Е.С. Эволюция структур полей течений и концентраций примесей в Волховской губе Ладожского озера. Физические проблемы экологии. М.: МАКС ПРЕСС. 2011. № 18. С. 15–20.
- 2. Астраханцев Г.П., Мениуткин В.В., Петрова Н.А. Руховец Л.А. Моделирование экосистем больших стратифицированных озер. Наука. СПб. 2003. 362 с.
- 3. Бреховских В.Ф., Кременецкая Е.Р. Гидрофизические факторы формирования кислородного режима водоемов // Водные ресурсы, 2000. Т. 27, № 4, С. 445-448.
- 4. Даценко Ю. С. Эвтрофирование водохранилищ. М.: ГЕОС, 2007, 252 с.
- 5. Голенко М. Н.. Структурные особенности апвеллинга в Юго-Восточной Балтики // Вестник Российского государственного университета им. И. Канта. 2009. Вып. 1. С. 35—42.
- 6. Науменко М.А., Авинский В.А., Барбашова М.А. и др. Современное экологическое состояние Волховской губы Ладожского озера // Экол. химия. 2000. Т. 9. Вып. 2. С. 90-105.
- 7. Перекальский В. М., Кременецкая Е. Р. Математическое моделирование термогидродинамического и кислородного режимов водоема // Метеорология и гидрология. 2007. №6. С. 60-72.
- 8. Самолюбов Б. И. Плотностные течения и диффузия примесей. М.: Изд. ЛКИ. (УРСС). 2007. 352 с.
- 9. Самолюбов Б.И. Влияние систем стратифицированных течений на распределение кислорода и фосфора. Физические проблемы экологии. М.: МАКС ПРЕСС. 2010. № 17. С. 376 381.
- 10.  $\it R.W. Garvine \, A \, Simple \, model \, of \, coastal \, upwelling \, dynamics // \, Journ. Phys. Oceanogr.1971/ V. 1. P.169 179.$
- 11. *Lorke A., Peeters F.*, *Wuest A.* Shear-induced convective mixing in bottom boundary layers on slopes // Limnol. Oceanogr. 2005. 50(5). P. 1612–1619.

# АНАЛИЗ СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕСУРСОВ

С.Г. Игнатьев 1, С.В. Киселева2

 $^{1}$ ФГУП «ЦАГИ имени профессора Н.Е.Жуковского»,

<sup>2</sup>Географический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова

#### Введение

Осуществление проектов возобновляемой энергетики – помимо решения технологических и технических задач - выдвигает проблемы оценки ресурсов различных возобновляемых источников энергии. Очевидно, что при этом с одной стороны необходимы обширные и адекватные массивы данных, с другой стороны, обоснованные методы расчета. В работе проведен подробный анализ двух исторически сложившихся направлений исследований в области оценки ветроэнергетического потенциала: подход метеорологов и ветроэнергетиков. Показано несоответствие методов получения и обработки данных, принятых в метеорологии, потребностям ветроэнергетики. В настоящее время многие фирмы-поставщики оборудования для ветростанций проводят мониторинг свойств ветра в местах предполагаемого размещения своих ветроэлектрических установок. С этой целью строятся специальные мачты высотой до 100 м и на нескольких уровнях производятся подробные измерения скорости ветра. Новая организация измерений скорости ветра создает предпосылки для создания ветроэнергетического кадастра на более высоком уровне и диктует необходимость тщательного анализа традиционных методов обработки измерений скорости ветра. В работе проведен анализ применяемых в настоящее время методов обработки результатов ветромониторинга и показана неправомерность использования средних значений скорости ветра на малых интервалах для определения мощности воздушной струи.

## 1. Организация измерений скорости ветра на метеорологических станциях

Главными недостатками проводимых измерений скорости ветра на метеостанциях являются:

- 1) непостоянство и недостаточность высоты установки флюгера;
- 2) затененность флюгера различными объектами.

В XX веке на российский метеостанциях предпринимались следующие попытки преодолеть перечисленные недостатки измерений: массовое внедрение на метеостанциях флюгера Вильда с тяжелой доской, а затем чашечных анемометров, позволяющих проводить более точные измерения; новый регламент измерений (единые синхронные сроки измерений 8 раз в сутки); введение правил обустройства метеостанций (постоянство окружающего ландшафта и отсутствие затеняющих препятствий). Кроме того, была создана сеть аэрологических станций, проводящих измерения на значительной высоте (до 1000 м). В то же время в силу природных свойств ветра (непостоянство и зависимость от высоты) и невозможности переориентировать измерения на нужды ветроэнергетики, попытки разработать ветроэнергетический кадастр на основе данных метеостанций «обречены на неудачу и впредь, поскольку недостатки заключаются не в мелочах, а в самой основе существующей метеорологической сети. Нужно не исправлять, а создавать удовлетворительный кадастр на новых основах и принципах. ... высотные же данные также неудовлетворительны вследствие применения шаропилотных наблюдений, которые обладают недостаточной точностью, прерывистостью и выборочностью» [1].

Специалисты в области ветроэнергетики хорошо осознавали недостаточность данных метеорологических станций для необходимого знания свойств ветра как источника энергии. Не отрицая ценности этих данных, они организовывали более подробные измерения скорости ветра, подчеркивали необходимость создания более точных приборов для таких измерений [2]. Помимо анализа энергетических свойств ветра важной задачей являлись поиски наиболее эффективных способов использования энергии ветра. Так, до сего времени существенным является вопрос принципов определения расчетной скорости ветра, при которой ВЭУ достигает номинальной мощности. Т.е. вопрос наиболее рационального и полного использования энергии ветра.

# 2. Исследование свойств ветра специалистами в области ветроэнергетики

Здесь следует обозначить, какие «требования к данным» существует у ветроэнергетики. Уже в первой половине XX века четко обозначились следующие теоретические задачи ветроэнергетики, решение которых опирается на характеристики ветра:

- 1. Расчет производительности ветроустановки в заданном диапазоне скоростей ветра за определенный промежуток времени (сутки, сезон, год, период окупаемости, все время эксплуатации до полного исчерпания ресурса).
- 2. Расчет времени работы и простоя ветроустановки из-за наличия или отсутствия ветра необходимой скорости.
- 3. Время работы и производительность ветроустановки на проектной мошности.

Поэтому расчетные характеристики скорости ветра, которые требуются при оценке эффективности использования ветродвигателей, следующие:

- •Как долго в условиях переменных скоростей ветра осуществляется режим работы ветродвигателя с номинальной мощностью.
- •Каково время работы ветродвигателя в режиме мощности, меньше номинальной: в этом случае текущая мощность и, в общем случае, число оборотов ветроколеса изменяются во времени. Если это время составляет значительную долю от общего рабочего времени и вырабатываемый объем энергии значителен, то непростая задача рационального агрегатирования ветродвигателя и рабочей машины актуальна.
  - •Время затишья.
- •Динамические характеристики ветра: его мгновенные отклонения от кратковременного среднего значения.
- •Для проектирования ветроэлектрических систем, занимающих большие территории, необходимо знать одновременные характеристики ветра для этих территорий.

Еще в работе [3] было показано, что знание средней скорости ветра совершенно недостаточно. Необходимо знать, как часто возникают скорости ветра различной величины. Т.е. возникает задача получения и использования в расчетах

«повторяемостью скоростей ветра называют суммарное число часов  $p_t$  за год или месяц, в течение которого в каком либо определенном пункте наблюдалась одина-ковая скорость ветра. Относительная повторяемость  $\overline{p}_t$  - суммарное число часов за год или месяц, выражаемое в процентах от общего времени, в течение которого в каком либо определенном пункте наблюдалась одинаковая скорость ветра» [4].

такой величины, как повторяемость скорости ветра. По определению Фатеева,

Если задана энергетическая характеристика  $W(V_{\infty})$ , то энергия (в случае воздушной струи) или производительность ветродвигателя на сетке дискретных значений скорости ветра  $V_i$  определяется суммированием элементарных энергий на кажлом разряде скорости.

$$Q = \sum_{i=1}^{n} W(V_i) p_t(V_i)$$
 или  $Q = T \sum_{i=1}^{n} W(V_i) \overline{p}_t(V_i)$ 

Этот метод расчета производительности ветродвигателя опирался на функции повторяемости ветра, которые были реализованы в прошлом. Когда в процессе проектирования ветродвигателя вплотную стал вопрос о производстве электроэнергии с их помощью, актуальным стало определение того, сколько ветроустановка будет производить энергии в будущем. Один из методов расчета годовой производительности ветроэнергетических установок был предложен Е. М. Фатеевым [5]; им был введен в рассмотрение коэффициент использования уста-

новленной мощности  $K_{ucn}$  :

$$K_{ucn} = \frac{Q}{TW_P},$$

где T – время, по которому рассчитана величина Q ;  $TW_p$  – объем энергии при работе с мощностью  $W_p$  . Коэффициент  $K_{ucn}$  имеет следующий физический смысл:

если в течение времени T скорость ветра была  $V_{\infty} > V_{P}$ , то  $K_{ucn} = 1$  (ветровая обстановка обеспечивает полное использование установленной мощности);

если в течение рассматриваемого промежутка времени  $V_{\infty} < V_{\min}$ , то  $K_{ucn} = 0$  (ветровая обстановка такова, что полезная мощность не вырабатывается). Если  $0 < K_{ucn} < 1$ , то его величина количественно характеризует поступившую от ветра и воспринятую установленной рабочей машиной энергию. Зависимость  $K_{ucn}(V_{cp})$  близка к линейной, поэтому по полученной формуле годовая производительность ветроустановок получалась почти линейно зависящей от ве-

личины среднегодовой скорости ветра  $V_{cp}$ . На основе универсальности зависимости  $K_{ucn}(V_{cp})$  расчет производительности ветроустановки за время T сводится к применению следующей простой формулы:

$$Q = T W_p K_{ucn}(V_{cp}).$$

Этот метод определения годовой производительности ветроэнергетических установок в инженерной практике применяется до сих пор.

# 3 Поиски аналитической функции, аппроксимирующей плотность распределения скорости ветра

Другое направление оценки будущей производительности ветродвигателей было связано с поиском закона, определяющего распределение скоростей ветра. М.М.Поморцевым, Гулленом, М.Е.Подтягиным, К.С. Емцовым, Г.А. Гриневичем, Р.Д.Гудричем, М.В.Колодиным были предложены ряд различных функций – аналитических или табулированных, – которые, по мнению авторов, являлись универсальными и аппроксимировали распределение скоростей ветра.

В настоящее время в Западной Европе принята разработанная в Дании лабораторией «Рисо» (Risø National Laboratory for Sustainable Energy Technical University of Denmark) методика, которая «является общепризнанным стандартом определения ветроэнергетического потенциала (ВЭП) и подбора оптимальных мест возведения ВЭУ». Эта методика была апробирована в конце 80-х – начале 90-х годов XX века при подготовке атласа ветров Западной Европы. Она же была использована и при разработке «Атласа ветров России» [6].

Согласно методике «Рисо» ветроэнергетический потенциал местности характеризуется величиной среднегодовой удельной мощности  $W_{y\partial}$ . Отличительной особенностью методики является то, что «функция распределения, или повторяемости, ветра по скоростям» представляется двухпараметрической формулой Вейбулла:

$$p_B(V_{\infty}) = (k/A)(V_{\infty}/A)^{k-1} \exp(-(V_{\infty}/A)^k)$$

Параметры A и k для каждой метеостанции определяются в результате статистической обработки результатов многолетних измерений скорости ветра. Методика содержит инженерные алгоритмы введения поправок к параметрам A и k распределения Вейбулла, которые отражают влияние высоты H и параметра шероховатости поверхности  $z_0$ . Влияние высоты моделируется с помощью логарифмического закона. Основными элементами шероховатости являются растительность, различные строения и тип почвы, рельеф местности, для которых характерны свои значения параметра  $z_0$ .

Искомая величина среднегодовой удельной мощности  $W_{y\partial}$  определяется с использованием функции Вейбулла. Среднегодовая производительность

ветроэнергетической установки (ВЭУ) с характеристикой  $W(V_{\infty})$  и энергия воздушной струи  $\Theta_s$  с площадью поперечного сечения S определяются с использованием аппроксимации Вейбулла по формулам:

$$Q = T_G \int_0^\infty W(V_\infty) p_B(V_\infty) dV_\infty \ \, \vartheta_S = \frac{\rho}{2} T_G S \int_0^\infty V_\infty^3 p_B(V_\infty) dV_\infty$$

В «Атласе ветров России» [6] на основе той же аппроксимации приводятся алгоритмы решения следующих двух задач:

- 1. Определение кпд использования ветроустановки на заданной местности. Искомый кпд определяется как отношение среднегодовой производительности к среднегодовой энергии воздушной струи с площадью поперечного сечения S, которая равна площади, ометаемой ветропреобразователем рассматриваемой ВЭУ.
- 2. Выбор такой ветроустановки среди имеющегося рыночного разнообразия, которая на рассматриваемой местности дает наибольшую годовую производительность. Решение задачи сводится к вычислению и сравнению годовой производительности нескольких ВЭУ с различными характеристиками  $W(V_{\infty})$  на рассматриваемой местности.

В 2008 году издательство «Атмограф» выпустило «Национальный кадастр ветроэнергетических ресурсов» под редакцией В.Г. Николаева [7]. В этом издании существенно более подробно, чем в «Атласе...», рассмотрено влияние пространственных и сезонных факторов на «функцию плотности распределения скоростям». результате сделан принципиальный «...универсальной и единой функции распределения ветра по скоростям для всех сезонов года и регионов России не существует, и для каждого региона определение этой функции требует индивидуального подхода, учитывающего местные ветроклиматические условия, свойства рельефа и подстилающей поверхности в регионе, закрытость метеорологической станции и флюгера (анемометра) и пр.». Однако, в этой же работе опять предлагается при расчетных исследованиях использовать табулированные функции Гринцевича, разработка которых проведена для всех регионов России и четырех сезонов года. Таким образом, сохраняется тот же подход, что и в других работах по аппроксимации повторяемости.

Нам же представляется вполне доказанным вывод, приведенный выше [7], и еще ранее сформулированный М.Е. Подтягиным, который в работе [8] писал: «Нет никаких сомнений, что не только кривая Гаусса не может служить общим законом повторяемости ветров, универсальной кривой распределения скоростей ветров, но и что вообще такого общего закона, такой универсальной кривой (безусловно, «скошенной») нельзя создать без недопустимого искажения действительности». Сделанный нами анализ полностью подтверждает этот вывод. В качестве иллюстрации противоречивости общепринятых современных (в частности, европейских) методов оценки энергетических характеристик ветра приведем следующую цепочку рассуждений.

В «Атласе...» [6] постулируется, что экспериментальные данные измерений скорости ветра на российских метеостанциях аппроксимируются формулой Вейбулла со значениями параметра  $0.8 \le k \le 2.1$ . В частных случаях, когда k=1  $_{\mbox{\scriptsize H}}$  k=2 , средняя скорость ветра  $V_{\mbox{\scriptsize $\mathcal{P}$}}$  , средняя мощность воздушной струи с единичной площадью поперечного сечения  $W_{cp}$  , функция плотности вероятно- $_{
m ctu}$   $p(V_{\infty})$  и функция распределения для случайной величины «мощность»  $F_{\scriptscriptstyle W}(V_{\scriptscriptstyle \infty})$  выражаются через элементарные функции следующим образом:

> Для случайной величины « скорость ветра  $V_{\infty}$  » Экспоненциальный закон k = 1закон Релея

k = 2

$$p(V_{\infty}) = (1/A)EXP(-(V_{\infty}/A))$$

$$p(V_{\infty}) = (2V_{\infty}/A^{2})EXP(-(V_{\infty}/A)^{2})$$

$$V_{cp} = A$$

$$V_{cp} = 0.5\sqrt{\pi}A$$

Для случайной величины «мощность  $W(V_{\infty})$ »

$$F_{W}(W) = 1 - EXP((-1/A)(W/(\rho/2))^{1/3})$$

$$F_W(W) = 1 - EXP((-1/A^2)(W/(\rho/2))^{2/3})$$

$$W_{cp} = 0.5\rho *6A^3 = 6*[0.5\rho V_{cp}^3]$$

 $V_{cp} = A$ 

$$W_{cp} = 0.5 \rho * 0.75 \sqrt{\pi} \frac{\rho}{2} A^3 = (6/\pi)[0.5 \rho V_{cp}^3]$$

Формулы для средней мощности  $W_{cp} = W_{y\partial}$  содержат сомножитель  $W^* = 0,5 \, \rho \, V_{cp}^3$  . Этот сомножитель – мощность струи с единичной площадью поперечного сечения, которая движется со скоростью  $V_{cp}$  . Из приведенных формул видно, что значение мощности  $W_{y\partial}$  существенно (в разы) отличается от величины  $\boldsymbol{W}^*$  . Из этого следует, что для оценки ветроэнергетических ресурсов знание только величины средней скорости ветра совершенно недостаточно и что влияние вида функции плотности вероятности на величину средней мощности

существенно. При этом величины  $W_{cp}$  при значении параметра k=1 и k=2 и одинаковом значении средней скорости ветра отличаются почти в два раза.

Очевидно, что обнаруженные в ходе представленного выше анализа существующих методов расчета элементов ветропотенциала неточности и противоречия необходимо устранить при создании методики обработки измерений скорости ветра.

# 4. Анализ первичных данных метеостанций, их структуры, погрешности определения и длительности измерений

При подготовке новой методики обработки данных метеостанций были приняты следующие положения:

- 1. В качестве циклического промежутка времени, когда обеспечивается повторяемость обуславливающих ветер причин, принят отрезок времени в 1 год.
- 2. Обычные 1460 измерений в год рассматриваются как дискретные данные о состоявшейся реализации случайной функции  $V_{\infty}(t)$ . По этим данным определяются ежегодная функция плотности вероятности  $p(V_{\infty})$ , и по ней ежегодные значения среднегодовой скорости ветра  $V_{cp.zoo.}$ , энергетическая характеристика  $\mathcal{P}_p$  состоявшейся реализации в рассматриваемом году функции  $V_{\infty}(t)$ .
- 3. Искомые величины определяются непосредственно по гистограммам, без подбора их аппроксимации с помощью аналитической функции.
- 4. Измеренные значения скорости ветра случайная величина  $V_{\infty}(t)$ . Введение предположения, что измеренные значения скорости ветра случайная величина, не только формально позволяет использовать вычислительные методы теории вероятностей и математической статистики, но и накладывает обязательство выполнять основные положения этой теории. Это означает, что каждое измеренное значение скорости ветра является результатом такого случайного явления, как оно понимается в теории вероятностей и математической статистике.
- 5. Определим годовой ветроэнергетический потенциал  $\mathcal{G}_g$  как энергию воздушной струи с единичной площадью поперечного сечения, приняв за основу годовую функцию плотности вероятности  $p_V(V_\infty) = p_G(V_\infty)$  и годовое время  $T = T_G = 8760$  часов:

$$\partial_G = T_G \frac{\rho}{2} \int_0^{V_{\text{max}}} V_{\infty}^3 p_G(V_{\infty}) dV_{\infty}$$

Тогда методически новый подход к обработке данных метеостанций можно сформулировать следующим образом:

Вначале выделяются циклические промежутки времени длительностью T, для которых обеспечивается повторяемость условий. Такими циклами могут быть год или месяц, для которых цикличность определяется цикличностью поступления на планету солнечной энергии. Если ставится цель определить среднеме-

сячные характеристики ветра, то необходимо обрабатывать многолетние значения скорости в одноименных месяцах.

Как известно, движение воздуха подчиняется законам механики сплошной среды. Поэтому, в каждом таком промежутке времени измеренные значения скорости ветра рассматриваются как дискретные значения однозначной непрерывной ограниченной функции  $V_{\infty}(t)$ . Считаем, что в следующем циклическом промежутке времени со сходными условиями функция  $V_{\infty}(t)$  отличается от предыдущей как новая реализация случайной функции.

Для каждой реализации функции  $V_{\infty}(t)$  по алгоритмам математической статистики определяем аналог функции плотности вероятности  $P_V(V_{\infty})$  . По ней определяем для отрезка времени T следующие характеристики функции  $V_{\infty}(t)$ .

Среднюю скорость ветра: 
$$V_{cp} = \int\limits_{0}^{V_{\rm max}} V_{\infty} p_V(V_{\infty}) \, dV_{\infty}$$

Ветроэнергетический потенциал: 
$$\label{eq:T} \Im_T = T \frac{\rho}{2} \int\limits_0^{V_{\rm max}} V_\infty^3 p_V(V_\infty) \, dV_\infty$$

Эти интегралы теоретически дают точные значения характеристик состоявшейся реализации случайней функции  $V_{\infty}(t)$ . В то же время они, как производные (следствие) случайной функции  $V_{\infty}(t)$ , являются непрерывными случайными величинами с ограниченной областью изменения. Таким образом, рассматриваемое количество циклических промежутков времени даст выборку случайных величин  $\Theta_T$  и  $V_{cp}$ . Для этих выборок необходимо подтвердить выполнение основного положения теории вероятностей — свойство стабилизации частоты. Далее, методами математической статистики для случайных величин  $\Theta_T$  и  $V_{cp}$  можно определять свои функции распределения и плотности вероятности, свои математические ожидания и свои среднеквадратичные отклонения. По этим функциям и числовым характеристикам можно определять достоверность искомых интегралов энергии. Такой подход позволяет выполнить основные положения теории вероятностей для случайных чисел  $\Theta_T$ .

Для апробации предложенного метода (идеологии) в качестве «полигона» исследований был выбран о.Сахалин. Выбор данных метеостанций о. Сахалин и островов Курильской гряды для изучения свойств ветроэнергетического потенциала не случаен. По данным метеостанций Сахалина, значения средней скорости ветра изменяются в пределах 2 < V < 9 м/с. Такое изменение скорости ветра соответствует ее изменению на всем земном шаре. Поэтому можно предположить, что выявленные на этих данных свойства ветропотенциала в основном будут соответствовать его свойствам и на всех остальных территориях. Кроме

того, размер выборок был весьма существенным (от 10-17 лет до 25-29 лет непрерывных измерений). В качестве источников исходной информации были использованы климатические справочники, содержащие результаты измерений за отдельные годы [9]. Была проведена оцифровка исходных и создание трафарета пересчета данных в соответствии со следующей пошаговой стратегией.

Согласно правилам математической статистики, прогнозируемый диапазон изменения скорости ветра разбит на разряды, границы которых показаны в левом столбце. Основным содержанием таблиц (см. Таблица 1) является число случаев n, когда измеренное значение скорости ветра попадает в тот или иной разряд. Каждый столбец таблицы соответствует одному году измерений при четырех измерениях в сутки. В нижней строке таблицы показано число N измерений в рассматриваемом году.

Таблица 1 – Пример таблицы структурированных данных. Метеостанция № 4. Пос. Кайган.  $N_G$ =11 лет

Таблица 4.1

	T GOVING											
Год	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960	$\Sigma N_g$
разряд	ЧИСЛО ИЗМЕРЕНИЙ В ГОДУ п											l 8
0-2	207	187	269	276	279	225	187	133	203	159	173	2298
2-4	274	251	289	207	188	139	148	188	187	165	288	2324
4-6	257	286	239	268	244	324	234	285	337	316	279	3069
6-8	266	293	264	223	253	242	195	303	274	311	218	2842
8-10	196	170	185	203	179	166	217	202	222	232	186	2158
10-12	122	127	103	148	113	108	147	172	126	137	124	1427
12-14	47	57	51	57	77	57	91	68	49	45	59	658
14-16	43	47	33	13	22	21	37	37	13	19	27	312
16-18	9	19	14	31	48	72	77	41	33	48	65	457
18-21	17	16	11	15	39	60	68	26	14	25	34	325
21-25	10	4	3	13	5	20	21	3	2	2	4	87
25-29	7	3	2	6	6	8	17	1		1	5	56
29-35	3		1		5	14	13	1			2	39
35-40	2				2	3	11					18
> 40						1	1					2
За год N	1460	1460	1464	1460	1460	1460	1464	1460	1460	1460	1464	16072

Представленные в таблице 1 данные позволяют для каждого года определить:

1) Значение функции плотности вероятности в каждом разряде:

$$p = \frac{n}{\Delta V * N}.$$

2) После вычисления значений p в каждом разряде, получаются исходные данные для построения годовой гистограммы функции плотности вероятности  $p(V_{\infty})$ . По найденной функции плотности вероятности можно уже определять искомые для ветроэнергетики величины и функции.

Среднегодовая скорость ветра определяется суммированием по разрядам:

$$V_{cp} = \sum_{i} v_{i} p_{i} \Delta V$$

где:  $v_i$  - среднее значение скорости на i-ом разряде; i - номер разряда с ненулевым числом измерений n.

Полученные в результате такой обработки функции  $p_V(V_\infty)$ являются случайными функциями, поскольку они являются следствием годовых реализаций случайных функций  $V_\infty(t)$ .

В правом столбце  $\sum N_G$  таблицы 1 показано суммарное значение числа измерений скорости ветра за число лет  $N_G$ , попавшее в соответствующий разряд. По этим данным определяется многолетняя функция плотности вероятности. Она характеризует многолетнюю функцию  $V_{\infty}(t)$ .

При анализе влияния формы функции плотности вероятности на величину ветроэнергетического потенциала мы будем использовать так же эту функцию в относительных величинах, которые определяются по следующим формулам:

$$\overline{p} = \frac{p}{p_{\text{max}}}, \qquad u = \frac{V_{\infty}}{V_{\text{max}}}.$$

Значение годового ветроэнергетического потенциала определяется следующей суммой:

$$\partial_{p} = \frac{\rho}{2} T_{G} \sum_{i} v_{i}^{3} p_{i} \Delta V.$$

здесь  $T_G$ =8760 – число часов в году,  $\rho$ =1,225 кг/м<sup>3</sup> – плотность воздуха.

По многолетней функции плотности вероятности многолетняя энергия воздушной струи единичной площади определяется следующей формулой:

$$\partial_{N_G} = N_G \frac{\rho}{2} T_G \sum_i v_i^3 p_i \Delta V.$$

Математическое среднее значение этой энергии по периоду времени  $N_G$  будем определять путем деления многолетней энергии на число лет  $N_G$ .:

$$\Theta_{cp} = \Theta_{N_G} / N_G$$
.

Для более детального исследования свойств ветроэнергетического потенциала мы будем определять следующий интеграл:

$$\partial_{V} = \frac{\rho}{2} T_{G} \int_{0}^{V_{R}} V_{\infty}^{3} p(V_{\infty}) dV_{\infty} \approx \frac{\rho}{2} T_{G} \sum_{i}^{R_{V}} v_{i}^{3} p_{i} \Delta V_{i},$$

здесь  $V_R$  - большее значение скорости на разряде;  $R_V$  - номер разряда со скоростью  $V_R$ ; i - порядковый номер разряда скорости.

Энергия  $\mathcal{O}_V$  — вклад в ветроэнергетический потенциал скоростей ветра, изменяющихся в диапазоне  $0 < V_\infty < V_R$ .

Определенные по годовой функции  $p(V_{\infty})$  величины  $V_{cp}$  и  $\mathcal{G}_p$ , как уже отмечалось, будут характеризовать состоявшуюся реализацию случайной по годам функции  $V_{\infty}(t)$ . Величина  $V_{cp}$  является ее математическим средним значением, а величина  $\mathcal{G}_p$  является математическим средним значением интеграла на годовом отрезке времени от функции  $\frac{\mathcal{C}}{2}V_{\infty}^3$ . Как следствие случайной функции  $V_{\infty}(t)$  вели-

чины  $V_{cp}$  и  $\mathcal{G}_p$  будуг случайными по годам величинами.

# 5. О методике обработки измерений скорости ветра при мониторинге его свойств в местах установки ВЭУ

Современная методика обработки и представления результатов измерений скорости ветра в местах предполагаемой установки ВЭУ базируется на представлениях о свойствах ветра, которые сформированы на основе экспериментальных исследований этих свойств. На рис. 1 показан график изменения скорости ветра по времени, когда измерения скорости проведены с шагом по времени 1 с. Этот график заимствован из [10]. Из графика видно, что наряду с некоторым средним значением для рассматриваемого интервала времени, имеет место высокочастотное, пульсирующее изменение скорости ветра. В [10] такое изменение скорости ветра предлагается характеризовать следующим образом.

Выделяют мгновенное значение скорости, которое показывает прибор — измеритель скорости, и кратковременное среднее значение. Это кратковременное значение определяется как среднее значение на заранее оговоренном промежутке времени. Продолжительность этого промежутка времени должна быть больше, чем характерное время пульсаций в турбулентности. Считается, что этот промежуток времени может быть не более одного часа. По соглашению в прикладной ветроэнергетике, при измерениях скорости ветра с шагом по времени 1 с, этот отрезок времени принимается равным  $\Delta t = 10 \ muh$ .

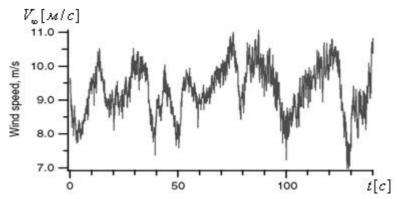


Рис. 1. Изменение скорости ветра по времени.

Турбулентный ветер в системе координат, связанной с поверхностью земли, имеет все три составляющих. Однако в ветроэнергетике извлекаемая из воздушного потока энергия определяется по одному, продольному направлению, вдоль которого среднее значение скорости значительно превышает по величине

перпендикулярные к этому направлению составляющие. При этом, т.к. ветроустановки имеют устройства установки «на ветер», на эту продольную составляющую, то изменения скорости ветра в плоскости, параллельной поверхности земли, не имеет существенного значения. В то же время изменение этой скорости по высоте существенно и является предметом исследования.

В соответствии с описанными представлениями, на кратковременном отрезке времени  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ , который является относительно малой частью всего времени T исследования свойств скорости ветра, продольная составляющая скорости ветра на заданной высоте представляется в следующем виде

$$V_{\infty}(t) = V_{icp} + \Delta V_{i}(t)$$
 , где

 $V_{\infty}(t)$ мгновенное значение скорости ветра,

 $V_{icp} = const-\,$  среднее для отрезка времени  $\,\Delta t_i = t_i - t_{i-1}\,$  значение скорости ветра,

 $\Delta V_i(t)$  — приращение скорости ветра относительно среднего значения.

Среднее значение скорости ветра на отрезке времени  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$  определяется следующим интегралом

$$V_{icp} = \frac{1}{\Delta t_i} \int_{t_{i-1}}^{t_i} V_{\infty}(t) dt$$

Это кратковременное среднее значение скорости ветра используется для определения среднего значения скорости ветра  $V_{cp}$  и среднего значения мощности  $W_{cp}$  воздушной струи с единичной площадью поперечного сечения на большом промежутке времени T .

Среднее значение скорости  $\ V_{cp}$  на промежутке времени T , который содержит N одинаковых отрезков времени  $\Delta t_i$  , вычисляется через сумму кратковременных средних значений

$$V_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} V_{icp}$$

Для определения мощности  $W_{cp}$  предполагается, что скорости  $V_{icp}$  являются случайными величинами и для них по алгоритму математической статистики вначале определяется функция плотности вероятности  $p\left(V_{\infty}\right)$ . В соответ-

ствии с современными представлениями функцию плотности вероятности  $p(V_{\infty})$  аппроксимируют функцией с полубесконечной областью определения  $0\!<\!V_{\infty}\!<\!\infty$ . Поэтому среднее значение мощности определяется интегралом с бесконечным верхним пределом

$$W_{cp} = \frac{\rho}{2} \int_{0}^{\infty} V_{\infty}^{3} p(V_{\infty}) dV_{\infty}$$

Отметим сразу, что с точки зрения расчета средней скорости ветра такая методика представления результатов измерений скорости ветра вполне приемлема. По представленным в таком виде данным среднее значение скорости ветра  $V_{cp}$  на большом промежутке времени T определяется точно. Это видно при следующих преобразованиях точного выражения для средней скорости ветра при одинаковых величинах  $\Delta t_i$ .

$$V_{cp} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} V_{\infty}(t) dt = \frac{1}{T} \left[ \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta t_{i}}{\Delta t_{i}} \int_{t_{i-1}}^{t_{i}} V_{\infty}(t) dt \right] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} V_{icp}$$

Рассмотрим теперь, к чему приводит применение такой методики при определении среднего значения мощности воздушной струи с единичной площадью поперечного сечения.

Точно среднее значение искомой мощности на кратковременном отрезке  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$  определяется интегралом

$$W_{icpT} = \frac{\rho}{2\Delta t_i} \int_{t_{i-1}}^{t_i} V_{\infty}^3(t) dt$$

А согласно предлагаемой методике на этом отрезке времени мощность воздушной струи постоянна и равна

$$W_{icp} = 0.5 \rho V_{icp}^3$$

Сравним эти величины, учитывая, что

$$V_{\infty}^{3}(t) = \left[V_{icp} + \Delta V_{i}(t)\right]^{3} = V_{icp}^{3} + 3V_{icp}^{2} \Delta V_{i}(t) + 3V_{icp} \Delta V_{i}^{2}(t) + \Delta V_{i}^{3}(t) = V_{icp}^{3} + 3V_{icp}^{2} \Delta V_{i}(t) + \Delta V_{i}^{2}(t) \left[2V_{icp} + V_{\infty}(t)\right].$$

Заметим, что в этом выражении

$$\Delta V_i^2(t) \Big[ 2V_{icp} + V_\infty(t) \Big] > 0 \qquad \qquad \int\limits_{\text{т.к.}}^{t_i} \Delta V_i(t) \, dt = 0$$
 поэтому

$$W_{icpT} = \frac{\rho}{2\Delta t_i} \int_{t_{i-1}}^{t_i} V_{\infty}^3(t) dt = \frac{\rho}{2} V_{icp}^3 \left[ 1 + \frac{1}{\Delta t_i} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Delta \overline{V}_i^2(t) [2 + \overline{V}_{\infty}(t)] dt \right]$$

$$\Delta \overline{V}_i^2(t) = \Delta V_i^2(t)/V_{icp} \quad \text{if} \quad \overline{V}_\infty(t) = \overline{V}_\infty(t)/V_{icp} \ .$$

Из полученной формулы видно, что точное значение мощности  $W_{icpT}$  всегда больше значения  $W_{icp}=0,5\,\rho V_{icp}^3$ , которое следует из предлагаемой методики представления результатов измерений скорости ветра. О порядке ошибки можно составить представление при анализе нижеприведенных примеров применения этой методики.

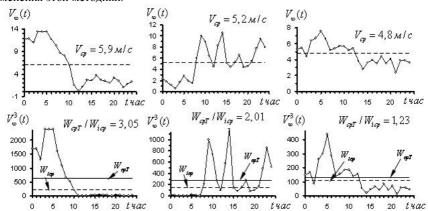


Рис. 2 . Изменение скорости ветра  $V_{\infty}(t)$  и  $V_{\infty}^{3}(t)$  для различных значений  $V_{\rm cp}$  На рис. 2 показано изменение скорости ветра  $V_{\infty}(t)$  и её куба  $V_{\infty}^{3}(t)$  в течение суток для трех случаев изменения этой скорости. Измерения скорости ветра проводились с шагом по времени 1час. На графиках функций  $V_{\infty}^{3}(t)$  показаны величины отношения рассчитанных сравниваемыми методами мощностей. Из графиков видно, что отношение мощностей  $W_{cpT}/W_{icp}$  в рассматриваемых случаях

изменяется в очень широких пределах. Это означает, что определение суточного значения мощности воздушной струи по величине среднесуточной скорости ветра, строго говоря, недопустимо, т.к. может привести к значительным ошибкам в определении этой мощности.

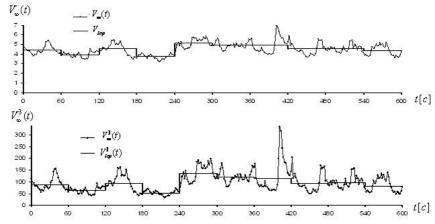


Рис. 3. Результаты осреднения скорости ветра за интервал времени 10мин.

интеграла от куба скорости ветра от значения  $V_{icp}^3$  на кратковременных отрезках не бросается в глаза. Лишь при внимательном рассмотрении графика  $V_{\infty}^{\ 3}(t)$  можно предположить существование различий сравниваемых величин на отрезке времени  $360\ c \le t \le 420\ c$ . Действительная погрешность в величине средней мощности воздушной струи на кратковременных отрезках, которая является результатом применения рассматриваемой методики, показана на рис. 4. Из этого графика тоже видно, что определённые по среднему значению скорости средние значения мощности воздушной струи меньше точных значений во всех кратковременных отрезках времени.

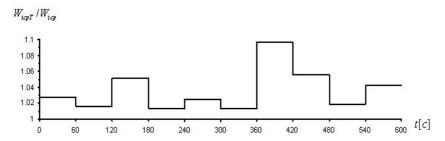


Рис. 4 . Сравнение рассчитанных по среднему значению скорости и точных значений мощности воздушной струи

Таким образом, проведенное исследование показало, что применение при мониторинге свойств ветра методики, когда мощность воздушной струи определяется через средние значения скорости ветра на кратковременных отрезках, приводит к неверному, значительно уменьшенному значению мощности воздушной струи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ; проект № 12-08-01076.

## Литература

- 1. Константинов В.А. К вопросу о методике ветроэнергетического кадастра//Изв. ЭНИН им. Г.М. Кржижановского, Изд-во АН СССР, т.V. 1938.
- 2. Красовский Н.В. Ветроэнергетические ресурсы СССР и перспективы их использования//Ветроэнергетические ресурсы, т І, ч. 3, 1935.
- 3. Келлер М.В. О методах подсчета энергии ветра и ее использовании//Труды ЦАГИ, вып.57,1930.
- 4. Фатеев Е.М. Ветродвигатели и их применение в сельском хозяйстве. М.: ашгиз.1957.
- 5. Фатеев Е.М. Методика определения параметров ветроэнергетических расчетов ветросиловых установок. М.: Изд-во АН ССР 1957.
- 6. Старков А.Н., Ландберг Л., Безруких П. П., Борисенко М. М. Атлас ветров России. М.: Изд. «Можайск-Терра», 2000.
- 7. Николаев В.Г., Ганага С.В., Кудряшов Ю.И. Национальный кадастр ветроэнерге-тических ресурсов России и методические основы их определения. М.: «Атмограф» 2008.
- 8. Подтягин М.Е. Математический анализ измерений ветра//Геофизика, т.V, вып.1, 1935.
  - 9. Справочник по климату СССР. Ч III. Ветер. Сахалин. 1966 г.
- 10. Manwell J. F., McGowan J. G., Rogers A. L. Wind energy explained: theory, design and application. Second edition. 2009. 689 p.

# ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ ВЗВЕШИВАНИЯ И ПЕРЕНОСА ОСАДОЧНОГО МАТЕРИАЛА

А.В. Килесо<sup>а</sup>, Н.М. Кащенко<sup>а</sup>, В.А. Гриценко<sup>b</sup>

<sup>а</sup>Балтийский федеральный университет им. И.Канта

### Введение

Придонные плотностные или гравитационные течения в Мировом океане представляют собой потоки более плотной воды, распространяющиеся вблизи дна [6,13,14]. Благодаря активному взаимодействию таких течений с донными осадками и взвешенным в воде материалом они играют важную роль в процессах седиментогенеза Мирового океана [5,24]. Так, например, по данным экспедиций в Балтийском море [16] в Борнхольмской впадине отчетливо прослеживается система каналов, образованная в результате эрозионной деятельности придонных гравитационных течений. Кроме того, по данным [15] во время штормов на мелководье образуются насыщенные взвесью большие объемы воды, которые распространяются в виде гравитационных потоков на большие расстояния вглубь моря. Такого рода эрозионная деятельность наблюдается и при распространении антарктической донной воды [4], в районе Фареро-Шетландского канала [21] и др. Однако говорить о полноте понимания механизмов взвешивания, переноса и осаждения осадочного материала не приходится. Вместе с тем актуальность данного класса задач очевидна.

Целью данной работы является описание простой, но физически полной модели процессов вовлечения, переноса и переотложения материала донных осадков придонными гравитационными течениями, встроенной в XZ-модель [2,3] стратифицированных по плотности течений.

#### Модель

В качестве базовой для моделирования процесса распространения гравитационного течения вдоль склона дна была выбрана XZ-модель [2,3] такого рода течений. Однако из-за используемых в этой модели условий скольжения и непротекания жидкости на линии дна данная модель не разрешала вязкого взаимодействия жидкости с дном, что не позволяло ее использовать для исследования эрозионно-аккумулятивной деятельности. Ранее в [10] был предложен один из вариантов явного учета вязкого прилипания на дне при помощи дополнительной подмодели, встраиваемой в базовую XZ-модель на вложенной сетке. Этот способ позволил без значительного увеличения размеров расчетной сетки дополнить базовую модель возможностью учета вязкого прилипания жидкости на твердом дне и соответствующего механизма порождения завихренности на линии дна. Заметим, что как было показано в работе [2], простое обнуление горизонтальной скорости на линии дна может приводить к физически противоречивым результатам в расчетах.

Базовая XZ-модель динамики стратифицированных по плотности течений имеет следующую систему уравнений [2,3]:

<sup>&</sup>lt;sup>b</sup>Атлантическое отделение Института океанологии РАН

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \nu_T \, \Delta \omega \,, \quad \frac{d\rho}{dt} = D_T \, \Delta \rho \,, \quad \Delta \psi = \omega \,, \quad \frac{dc}{dt} = D_T \, \Delta c \,, \label{eq:delta_total_problem}$$

где  $\omega$  – завихренность,  $\psi$  – функция тока,  $\partial \psi / \partial z = u$ ,  $\partial \psi / \partial x = -w$ , u и w, соответственно, горизонтальная и вертикальная компоненты скорости течения, g=982 см/с²,  $\rho_0$  – плотность пресной воды, а  $\rho$  – соленой,  $v_T$ = $v_0$ +c  $v_{3\Phi}$ ,  $D_T$ = $(Sc)^{-1}v_T$ - коэффициенты турбулентных вязкости и диффузии, Sc=2,  $v_{3\Phi} = \sqrt{Re} \cdot v_0$ ,  $Re=u_0h_0/v_0$ , при t=0 -  $v_{3\Phi}=0$ ; C - трассер водной массы течения,  $d/dt = \partial/\partial t + u \partial/\partial x + w \partial/\partial z$ 

Конечно-разностные уравнения использованной в работе модели построены на сетках 2001x501 ( $\Delta x=\Delta z=0.05$ ) по явной схеме с направленными разностями. Значения характерных масштабов расчетных течений в данной работе были ориентированы на лабораторные течения и лежали в диапазонах:  $\Delta \rho_0$  - от 0.0005 до 0.001 г/см $^3$ ,  $h_0$  - от 1 до 10 см,  $u_0$  - от 1 до 10 см/с,  $v_{3\Phi}$  - от 0.3 до 2.0 см $^2$ /с.

Уравнения модели, явно разрешающей вязкое прилипание жидкости на дне и формирование на нем вязкого пограничного слоя, строились по классической схеме [18]:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_T \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x},$$

где  $\, U \,$  - горизонтальная компонента скорости на нижнем слое базовой модели плотностного течения, а все остальные переменные имеют тот же смысл что и выше.

На рис. 1 представлены результаты расчета распределений значений избыточной плотности для одной из фазы эволюции течения.

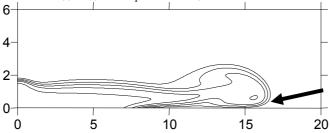


Рис. 1. Распределения значений изолиний избыточной плотности  $\sigma=(\rho-\rho_0)/\Delta\rho_0$ . Значения изолиний избыточной плотности пробегают последовательно сверху вниз значения  $\sigma$  от 0.09 до 0.42 с шагом 0.11. Стрелочкой отмечено положение вершины головной части течения, расположенной заметно выше линии дна. Характерные параметры:  $\Delta\rho_0=0.001~\mathrm{r/cm^3}~u_0=3~\mathrm{cm/c},~v_{9\varphi\varphi}=10^{-1}~\mathrm{cm^2/c},~h_0=6~\mathrm{cm},~\mathrm{уклон}$  дна равен  $7^{\mathrm{O}},~\mathrm{сетка}$  2001x501.

Отчетливо видно, что явный учет вязкого прилипания на дне «приподнял» вершину головы течения примерно на 1/5 толщины потока, что и наблюдается в лабораторных экспериментах [8,25].

#### Взаимодействие с донными осадками

При исследовании динамически активных зон в придонных гравитационных течениях в [9] было показано, что в головной части течения наблюдается резкое возрастание касательных напряжений в придонной области. Анализ ранее выполненных расчетных течений [1,9,10,20] показал наличие в этой части течения областей неустойчивости, в том числе - конвективной природы. Эти результаты позволяют предполагать, что именно в головной части течения происходят самые динамически активные процессы, которые могу способствовать вовлечению осадочного материала в тело течения и его дальнейшего переноса.

Моделирование механизма процессов поведения взвешенного материала донных осадков придонным течениям происходило по следующей схеме. Предполагалось, что на дне находится некоторое количество осадочного материала, идентифицируемого при помощи пассивной примеси (трассера). На первом этапе разработки процедуры описания процесса ресузпензии донных осадков предполагалось также, что концентрация взвеси достаточно мала (например, меньше  $10^{-5}$  г/см<sup>3</sup>, как в нефелоидных слоях Мирового океана) и не оказывается влияния на плотность воды и динамику основного течения, т.е., первоначально, взвесь не имеет отрицательной плавучести. После акта отрыва от дна осадочный материал переходил во взвешенное состояние, причем общее количество взвешенного и оставшегося на дне материала остается неизменным и определяется начальными условиями эксперимента. Множество влекомых осадков на этом этапе не учитывалось.

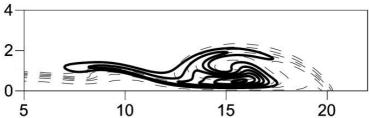


Рис. 2. Распределения значений изолиний избыточной плотности (пунктирная линия) и трассера (жирная линия), который идентифицирует взвешенный материал. Значения изолиний избыточной плотности пробегают последовательно сверху вниз значения  $\sigma$  от 0.1 до 0.85 с шагом 0.15. Значения изолиний трассера пробегают значения от 0.00012 до 0.00036 с шагом 0.00002. Характерные параметры:  $\Delta \rho_0$ =0.001 г/см³  $u_0$ =3 см/с,  $v_{3\varphi\varphi}$ = $10^{-1}$  см²/с,  $h_0$ =6 см, уклон дна равен  $7^{\rm O}$ , сетка 2001x501.

Основное предположение об акте отрыва осадочного материала со дна (или акте ресузпезии) заключалось в том, что осадочный материал отрывается от дна и начинает свое движение при превышении значения модуля придонного каса-

тельного напряжения  $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial \tau}$  некоторого критического значения  $\mathcal E$  . Здесь  $\mu$  -

вязкость жидкости. При  $\tau > \mathcal{E}$  на первый расчетный слой над линией дна, в области выполнения данного условия, «подавался» некоторое количество (объем) взвеси (трассера), который таким образом захватывался течением и переносился им в дальнейшем.

На рис. 2. представлено распределение взвешенного материала при распространении гравитационного течения по дну модельного пространства.

Из-за высоких значений градиентов скорости в головной части течения происходит основной захват осадочного материала, с дальнейшим его переносом вместе с течением. Часть этой взвеси срывается с тыльной части головы течения и остается неподвижной во взвешенном состоянии, что приводит к формированию «кометного» хвоста, хорошо наблюдаемого в лабораторных экспериментах [7].

Рассчитанный уровень трассера на дне (рис.3), после прохождения придонного гравитационного течения, свидетельствует о равномерности скорости захвата донного материала на всем участке движения. Данное обстоятельство вполне соответствует квазистационарному характеру распространения придонных гравитационных течений в океане [11].

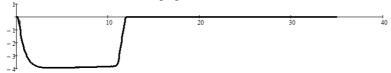


Рис. 3. График распределения трассера на линии дна во время прохождения расчетного течения. По вертикальной оси отложено количество трассера в безразмерном виде (нулевое значение соответствует начальному уровню), по горизонтальной оси – расстояние от створа модельного пространства.

### Модель тяжелой взвеси

Очевидно, что для полного понимания динамики взвеси необходимо было дополнить описанную выше модель учетом воздействия на взвесь силы тяжести, т.е. сделать ее тяжелее воды и тонущей в водной массе придонного течения, безусловно, влияющей на динамику самого потока [6,7]. Движение взвеси рассматривается в рамках движения плотностного потока, в котором разность плотности достигалась за счет наличия взвешенного материала. Такой подход позволил рассматривать однофазное поле плотности.

Уравнение движения стратифицированной по плотности жидкости с учетом сделанных предположений приняли следующий вид:

$$\rho_{_0}\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho_{_0}}\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_T\Delta u, \ \rho_{_0}\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_{_0}}\frac{\partial p}{\partial z} - g(\rho - \rho_0) + \mu_T\Delta w, \ \frac{d\rho}{dt} = D_T\Delta\rho,$$

 $ho=
ho_0+\sigma+c$  , где ho- плотность жидкости с взвесью,  $ho_0$  - плотность пресной воды,  $\sigma$  - соленостная добавка, а c - добавка за счет собственно взвеси. а все остальные переменные имеют тот же смысл что и выше.

Для верификации данной модели была рассчитана задача движения маленького «шарика» (облака) взвеси [23,26]. На рис. 4 представлены результаты

расчета движения (оседания на дно) «облака» взвеси в покоящейся фоновой жидкости.

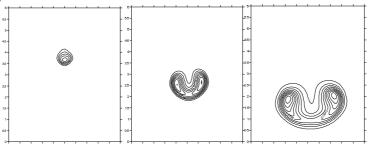


Рис. 4. Распределения значений изолиний трассера, идентифицирующего взвешенный материал, для трех моментов времени в покоящейся фоновой жидкости. Значения изолиний пробегают значения от 0.005 до 0.11 с шагом 0.005 (левый рисунок), от 0.001 до 0.018 с шагом 0.001 (центральный рисунок), от 0.0005 до 0.0095 с шагом 0.0005 (правый рисунок).

Анализ расчетных данных показал, что процесс движения «облака» взвеси имеет вихревой характер, с интенсивным перемешиванием на своих границах с фоновой жидкостью. Общая картина эволюции расчетных полей хорошо согласуется, на качественно уровне, с результатами лабораторных экспериментов в работах [19,22].

В случае, когда фоновая жидкость представляет собой сдвиговое течение (рис.5), облако взвеси постепенно смешается по течению.

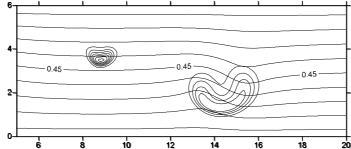


Рис. 5. Распределения значений изолиний трассера, идентифицирующего взвешенный материал, для двух моментов времени в сдвиговое течение и распределения значений функции тока (горизонтальные линии). Значения изолиний трассера пробегают значения от 0.005 до 0.07 с шагом 0.005 (для «облака» слева), от 0.0005 до 0.0095 с шагом 0.0005 (для «облака» справа). Значения изолиний функции тока пробегают значения сверху вниз от 0.95 до 0 с шагом 0.05.

Проделанный анализ всего объема расчетных данных показал адекватность и физическую непротиворечивость предложенной модели взвешивания со дна осадочного материала и его последующего переноса придонным гравитационным течением.

#### Выводы

В работе предложена двумерная численная модель распространения придонного гравитационного течения, включающая в себя явное разрешение вязкого механизма взаимодействия жидкости с дном и процесса взвешивания со дна и последующего переноса осадочного материала.

Предложенный способ дополнения базовой XZ-модели распространения придонных гравитационных течений механизмом вязкого взаимодействия жидкости с дном при помощи встроенной под-модели и простой моделью поведения взвешенного материала позволил значительно расширить возможность использования данной модели в анализе и интерпретации данных о седиментологических процессах на склонах дна. Полученные картины эволюции распределений взвешенного материала при прохождении придонного гравитационного течения позволили определить динамику переноса взвеси, а также оценить изменение количества трассера или осадочного материала на дне. Предложенная модель динамики тяжелой взвеси показала удовлетворительную работоспособность и физическую корректность выбранного подхода. Ее использование в рамках основной модели позволит более корректно изучить процессы вовлечения, переноса и переотложения донных осадков придонными гравитационными течениями. Очевидны также пути дальнейшего развития данного подхода - учет осаждения материала на дно и различий крупности частниц взвеси.

## Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект 10-05-00472а.

## Литература

- 1. Гриценко В.А., Чубаренко И.П. Об особенностях структуры фронтальной зоны придонных гравитационных течений // Океанология. 2010. № 1. С. 26-32.
- 2. Гриценко В.А., Юрова А.А. О распространении придонного гравитационного течения по кругому склону дна // Океанология. 1997. Т. 37. № 1. С. 44-49.
- 3. Гриценко В.А., Юрова А.А. Об основных фазах отрыва придонного гравитационного течения от склона дна // Океанология. 1999. Т. 39. №2. С. 187-191.
- 4. Емельянов Е.М. Осадконакопление и придонные течения в юго-западной части Атлантического океана // Геология и полезные ископаемые Мирового океана, 2009, №2, с. 5-37
- 5. Емельянов Е.М., Гриценко В.А. Придонные течения в центральной Балтике по геологическим данным // Океанология. 1999. Т. 39. № 5. С. 776-786.
- 6. Жмур В.В., Сапов Д.А., Нечаев И.Д., Рыжаков М.В., Григорьева Ю.В. Интенсивные гравитационные течения в придонном слое океана // Изв. АН. Сер. физическая. 2002. Т. 66. № 12. С. 1721–1726.
- 7. Завьялов И.Н., Жмур В.В. Интенсивные взвесенесущие потоки в продонном слое океана на наклонном дне // Труды МФТИ, 2010, т.2, №3, с. 158-167
- 8. Зацепин А.Г., Гриценко В.А., Кременецкий В.В., Поярков С.Г., Строганов О.Ю. Лабораторное и численное исследование процесса распространения плотностных течений по склону дна // Океанология. 2005. Т. 45. № 1. С. 5-15.
- 9. Килесо А.В., Гриценко В.А. Многофакторность расчетного условия на дне для численных моделей придонных плотностных течений // Физические проблемы экологии (Экологическая физика):Сборник научных трудов/ Под ред. В.И. Трухина, Ю.А. Пирогова, К.В. Показеева. Москва, 2012, № 18, с. 165-171

- 10. Килесо А.В., Гриценко В.А. Численная модель вдольсклонового плотностного течения с вложенной моделью расчета вязкого пограничного слоя // Физические проблемы экологии (экологическая физика). М., Макс-пресс. 2010. Т. 17. С. 181-185.
- 11. Пыркин Ю.Г., Самолюбов Б.И. Преобразование тонкой структуры натурного придонного стратифицированного течения вдоль оси его формирования // Океанология. 1980. Т.20. №1. С.40-49
- 12. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: МИР. 1980. 616 с.
- 13. Самолюбов Б.И. Плотностные течения и диффузия примесей. М.: Из-во ЛКИ, 2007. 352 с.
- 14. Самолюбов Б.И. Придонные стратифицированные течения. М.: Научный мир, 1999. 464 с.
- 15. Свиридов Н.И Статистический анализ эрозионно-аккумулятивных процессов в готладской впадине Балтийского моря // Океанология, 2003, т.43, №6, с. 935-947
- 16. Сивков В.В., Свиридов Н.И. О связи эрозионно-аккумулятивных форм донного рельефа и придонных течений в Борнхольмской впадине Балтийского моря // Океанология, 1994, т. 34, №2, с. 294-298
- 17. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: МИР. 1977. 431 с.
- 18. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1974. 711 с.
- 19. Gensheimer R. Dynamics of particle clouds in ambient currents with application to open-water sediment disposal. Massachusetts institute of technology, 2010
- 20. Gritsenko V.A., Kileso A.V., Kortishko V.V., Shishova A.V. The specific features of the entrainment and mixing processes in the downslope density currents // International Conference "Fluxes and Structures in Fluids: Physics of Geospheres 2009". Selected Papers. Ed. Yuli D. Chashechkin, Vasily G. Baydulov. IPM RAS. M. 2010. P. 159-168.
- 21. Johnson G. C., Sanford T. B. Secondary circulation in the Faroe Bank channel outflow // J. Phys. Oceanogr., 22,927–933
- 22. Noh Y. Sedimentation of a particle cloud across a density interface // Fluid Dynamics Research, 27 (2000), 129-142
- 23. Scorer R. S. Experiments on convection of isolated masses of buoyant fluid // Journal of Fluid Mechanics, 1957, 2, 583-594
- 24. Simpson J.E. Gravity currents in the environment and the laboratory. England. ELLIS HORWOOD LTD. 1987. 244 p.
- 25. Thomas L.P., Dalziel S.B., Marino B.M. The structure of the head of an inertial gravity current determined by particle-tracking velocimetry // Experiments in Fluids, 34, 2003, p. 708–716
- 26. Woodward B. The motion in and around isolated thermals // Quarterly journal of the royal meteorological society, 1959, 85(364), 144-151

#### КОГЕРЕНТНЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ

#### А В Кистович

ФГУП Всероссийский Научно-Исследовательский Институт Физико-Технических и Радиотехнических Измерений Конвективные явления в жидкости являются объектом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований. В естественных и лабораторных условиях наблюдаются разнообразные типы конвективных структур, среди которых выделяются когерентные структуры, определение характеристик которых даёт важную информацию об общих свойствах конвективных течений. К подобным структурам относятся течения, возникающие в режимах валиковой конвекции от плоского горизонтального источника тепла [1], системы горизонтальных конвективных ячеек, формирующихся около вертикального плоского источника в стратифицированной жидкости [2]. Ярким примером когерентных структур является система пространственно-периодических струй, всплывающих от горизонтального линейного источника тепла в среде с солевой стратификацией [3].

В данной работе делается попытка описания таких свойств упомянутых структур, которые не зависят от конкретного реализуемого режима конвекции.

Наблюдаемые экспериментально [1-3] конвективные структуры условно разбиваются на две группы: структуры с одномерной и двумерной симметриями. Они требуют отдельного рассмотрения. Ниже приводится анализ свойств одномерных структур.

Одномерные структуры.

Сначала рассматривается бесконечная конвективная структура, периодически повторяющая себя в одном направлении. К подобным типам структур относятся горизонтальные валы в жидкости со слабой зависимостью вязкости от температуры [1], конвективные ячейки, возникающие у нагретой стенки в стратифицированной жидкости [2], всплывающие струи от горизонтального нагретого цилиндра [3]. Схематическое изображение такой структуры приведено на рис. 1.

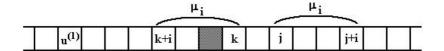


Рис. 1. Одномерная структура.

Каждый квадрат изображенной структуры обозначает отдельную конвективную ячейку, которая называется элементарной ячейкой в том случае, когда ее нельзя разбить на две или более, периодически повторяющиеся структурные единицы, которыми посредством трансляции можно плотно заполнить всю область конвекции.

Считается, что элементарные ячейки неотличимы друг от друга, обладают собственной внутренней энергией  $u^{(1)}$  и могут взаимодействовать между собой.

Пусть  $\varepsilon^{(1)}$  обозначает *полную энергию взаимодействия* элементарной ячейки со всеми остальными ячейками бесконечной структуры. Символом  $\mu_i$  обозначается коэффициент взаимодействия между j-той и j+i-той ячейками, где j – произвольное число. Смысл коэффициента взаимодействия определяется величи-

ной  $\mu_i \varepsilon^{(1)}$  , которая описывает величину энергии взаимодействия между j -той и j+i -той ячейками.

Величина  $w^{(1)}$ , обозначающая полную энергию элементарной ячейки в одномерной структуре, определяется как сумма ее внутренней энергии и энергии взаимодействия со всеми остальными ячейками

$$w^{(1)} = u^{(1)} + \varepsilon^{(1)} \tag{1}$$

С другой стороны, использование понятия коэффициента взаимодействия  $\mu_i$  позволяет определить полную энергию соотношением

$$w^{(1)} = u^{(1)} + 2\varepsilon^{(1)} \sum_{i=1}^{\infty} \mu_i$$
 (2)

Тогда из (1) и (2) с необходимостью следует

$$2\sum_{i=1}^{\infty}\mu_{i}\equiv1\tag{3}$$

Полученное выражение является одним из фундаментальных соотношений одномерной конвективной структуры.

Изучаемую структуру можно рассматривать и иным способом, разбив ее на систему периодически повторяющихся *s -ячеек*, как это показано на рис. 2.

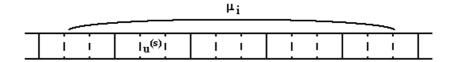


Рис. 2. Разбиение на *s* -ячейки.

Каждая s-ячейка состоит из s элементарных ячеек, попарно граничащих друг с другом. Если забыть о внутренней структуре s-ячейки, то полученная картина внешне ничем не отличается от изображенной на рис.1. При этом ясно, что внутренняя энергия s-ячейки  $u^{(s)}$  и ее полная энергия взаимодействия  $\varepsilon^{(s)}$  с остальными s-ячейками отличается от соответствующих характеристик элементарной ячейки. В то же время существуют величины, одинаковые для обеих структур — это коэффициенты взаимодействия  $\mu_i$ .

Энергия взаимодействия между m-той и m+n-той s-ячейками можно определить, просуммировав взаимодействия между составляющими их элементарными ячейками

$$\mu_n \varepsilon^{(s)} = \varepsilon^{(1)} \sum_{j=0}^{s-1} \sum_{i=0}^{s-1} \mu_{ns+j-i}$$
(4)

В то же время полная энергия  $w^{(s)}$  s -ячейки в структуре определяется соотношением

$$w^{(s)} = sw^{(1)} - \varepsilon^{(1)} \sum_{i=1}^{s-1} (s-i)\mu_i$$
 (5)

которое представляет собой результат суммирования полных энергий s элементарных ячеек, входящих в состав s-ячейки, минус дважды учтенные при суммировании внутренние взаимодействия.

Нетрудно проверить, что при этом выполняется соотношение

$$w^{(s)} = u^{(s)} + \varepsilon^{(s)} \tag{6}$$

где  $u^{(s)} = su^{(1)} + \varepsilon^{(1)} \sum_{i=1}^{s-1} (s-i) \mu_i$  — внутренняя энергия s -ячейки.

Основное предположение состоит в том, что как полная энергия, так и энергия взаимодействия исследуемой когерентной структуры, перенормируемы, то есть выполняются соотношения

$$w^{(s)} = \lambda_s w^{(1)}, \quad \varepsilon^{(s)} = \lambda_s \varepsilon^{(1)} \tag{7}$$

где  $\lambda_s$  – коэффициент перенормировки.

Подстановка (7) в (4) и (5) преобразует их к виду

$$\lambda_s \mu_n = \sum_{j=0}^{s-1} \sum_{i=0}^{s-1} \mu_{ns+j-i}, \quad \lambda_s = s - \frac{\alpha}{1+\alpha} \sum_{i=1}^{s-1} (s-i)\mu_i$$
 (8)

$$s = 1, 2, ...; n = 1, 2, ...; \lambda_1 \equiv 1$$

где  $\alpha = \varepsilon^{(1)}/u^{(1)}$ .

Исключение из (8) коэффициента перенормировки  $\lambda_s$  с учетом соотношения

$$\sum_{i=0}^{s-1} \sum_{i=0}^{s-1} \mu_{ns+j-i} \equiv \sum_{i=1}^{s-1} (s-i) (\mu_{ns+i} + \mu_{ns-i}) + s \mu_{ns}$$

порождает основную систему уравнений взаимодействия одномерной системы

$$s(1+\alpha)(\mu_n - \mu_{ns}) = \sum_{i=1}^{s-1} (s-i)[(1+\alpha)(\mu_{ns+i} + \mu_{ns-i}) + \alpha\mu_n\mu_i]$$

$$s = 1, 2, ...; n = 1, 2, ...;$$
(9)

которую необходимо дополнить уравнением нормировки (3).

Система уравнений (9) определяет совместность системы (8).

Решение поставленной задачи имеет вид:

Пусть имеется набор коэффициентов перенормировки

$$\lambda_1 \equiv 1, \lambda_2, \lambda_3, ..., \lambda_N, ..., \lambda_s, ..., \lambda_s, ...$$

причем, если s – простое число, то  $\lambda_s$  выбирается произвольно. Если же

$$s = \prod_{i=1}^{m(s)} \sigma_i$$
 — составное число, где  $\sigma_i$  — простые числа,  $m(s)$  — число простых

делителей s, то коэффициенты перенормировки удовлетворяют условию:

$$\lambda_s = \prod_{i=1}^{m(s)} \lambda_i$$
 (то есть  $\lambda_4 = \lambda_2^2$  ,  $\lambda_6 = \lambda_2 \lambda_3$  и т.д.). Тогда коэффициенты взаимо-

действия  $\mu_i$  определяются соотношениями

$$\mu_1 = 1 - \frac{\lambda_2}{2}, \quad \mu_2 = -\frac{1}{2} + \lambda_2 - \frac{\lambda_3}{2}, ..., \quad \mu_k = -\frac{\lambda_{k-1}}{2} + \lambda_k - \frac{\lambda_{k+1}}{2}$$
 (10)

Если наложить дополнительные условия, следующие из физического смысла коэффициентов  $\mu_i$  ,  $\lambda_i$  , а именно,

$$\mu_i > \mu_j, \quad j > i; \quad \lambda_j > \lambda_i, \quad j > i; \quad \mu_i, \lambda_i > 0, \quad \forall i;$$
 (11)

то всем необходимым условиям удовлетворяет решение

$$\lambda_n = n^{\alpha}, \qquad \mu_n = -\frac{\lambda_{n-1}}{2} + \lambda_n - \frac{\lambda_{n+1}}{2} = -\frac{(n-1)^{\alpha}}{2} + n^{\alpha} - \frac{(n+1)^{\alpha}}{2}$$
 (12)

для любого  $\alpha$  из интервала (0,1).

Любой натурный или лабораторный эксперимент проводится в конечных объёмах пространства с конечными размерами и конечным количеством конвективных ячеек. Применительно к изложенному подходу этот факт налагает требование достаточно быстрого спадания коэффициентов взаимодействия  $\mu_n$  при увеличении индекса n, в том случае кода проводятся сравнения с экспериментальными результатами. Это обеспечивает, в определённой мере, адекватное описание состояния внутренних ячеек конвективной структуры, но не устраняет краевых эффектов, связанных с конечными размерами области конвекции.

На рис. 3 представлены относительные погрешности оценки энергии взаимодействия ячейки в структуре конечных размеров по сравнению с бесконечной идеальной структурой.

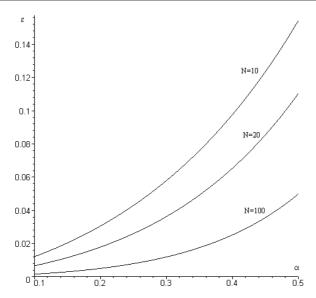


Рис. 3. Относительная погрешность  $\varepsilon(\alpha, N)$ .

Величина погрешности вычисляется по формуле

$$\varepsilon(\alpha, N) = 1 - 2\sum_{i=1}^{N} \mu_i(\alpha)$$
(13)

где  $\alpha$  — параметр, определяющий набор коэффициентов взаимодействия, 2N+1 — число ячеек в конвективной структуре. Выбор нечётного числа ячеек слабо влияет на полученный результат, но упрощает запись погрешности  $\varepsilon(\alpha,N)$ .

Результат, представленный на рис. 3, показывает, что при небольшом числе ячеек в экспериментально наблюдаемой структуре, необходимо, при попытке теоретического описания, ограничить возможную величину параметра  $\alpha$  пределами  $(0,\approx 0.5)$ .

Состояние конвективной структуры рассматривается в квазистационарном пределе, то есть считается, что в некоторой временной окрестности выбранного момента t наблюдения конвективной структуры, её характеристики (распределения полей скорости, температуры, давления, плотности и т.д.) меняются слабо. Обозначим символом W энергию, запасённую в структуре. В случае конечного числа N ячеек эта энергия определяется соотношением

$$W(\alpha, N) = N u_N^{(1)}(\alpha) + \varepsilon_N^{(1)}(\alpha) \sum_{i=1}^N (N - i) \mu_i(\alpha)$$
(14)

Здесь  $u_N^{(1)}(\alpha)$  — внутренняя энергия ячейки,  $\varepsilon_N^{(1)}(\alpha)$  — полная энергия взаимодействия ячейки в структуре. Строго говоря, в соотношении (14) не учтены краевые эффекты, связанные с конечными размерами, что определяет единую энергию  $\varepsilon_N^{(1)}(\alpha)$  для любой конвективной ячейки. По этой причине выражение (14), безусловно, является приближённым.

Полная энергия конвективной структуры определяется соотношением

$$W = \int_{V} \left( c_{v} \Delta T + \rho \mathbf{v}^{2} / 2 + p + gz (\beta \Delta S - \alpha \Delta T) \right) dV$$
 (15)

Здесь  $\Delta T$ ,  $\Delta S$  — поля возмущений температуры и солености;  $\rho$  — плотность среды;  $\mathbf{v}$  — поле скорости; p — давление, за вычетом гидростатической части; g — гравитационное ускорение, направленное против оси z;  $\alpha$ ,  $\beta$  — коэффициенты температурного расширения и солевого вклада в плотность соответственно;  $c_v$  — теплоёмкость при постоянном объёме; V — объём, занимаемый конвективной структурой.

При отсутствии конвекции  $\Delta T = \Delta S = p = {f v} = 0$  , ячеек нет, как нет и взаимодействия между ними. По этой причине величина  $\int\limits_V c_{_V} \Delta T \, dV$  соотносится с

внугренней энергией структуры, то есть

$$\int_{V} c_{\nu} \Delta T \, dV = N \, u_{N}^{(1)}(\alpha) \tag{16}$$

(Поскольку физические коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  в дальнейших выкладках не фигурируют в явном виде, их совпадение с математическими параметрами, обозначенными теми же символами не вызывает разночтения.)

Оставшаяся часть полной энергии (15) интерпретируется как полная энергия взаимолействия ячеек.

Зададимся вопросом: можно ли полную энергию конвективной некоторой структуры, описываемой параметрами ( $\alpha$ , N), приписать другой структуре с параметрами ( $\beta$ , M)?

Если это возможно, то возникает соотношение

$$W(\beta, M) = M u_M^{(1)}(\beta) + \varepsilon_M^{(1)}(\beta) \sum_{i=1}^{M} (M - i) \mu_i(\beta)$$
(17)

аналогичное выражению (14). При этом  $W(\alpha,N) \equiv W(\beta,M)$  .

Внутренние энергии этих структур также совпадают (по данному выше определению), таким образом

$$N u_N^{(1)}(\alpha) = M u_M^{(1)}(\beta)$$
 (18)

Здесь делается предположение, что при фиксированной полной энергии конвективной структуры W отношение внутренней энергии отдельной ячейки к её энергии взаимодействия со всей структурой есть постоянная величина, то есть

$$u_N^{(1)}(\alpha)/\varepsilon_N^{(1)}(\alpha) = u_M^{(1)}(\beta)/\varepsilon_M^{(1)}(\beta) = \kappa$$
(19)

Тогда на основании соотношений (14 – 19) следует условие

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (N - i) \mu_i(\alpha) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (M - i) \mu_i(\beta)$$
 (20)

определяющее возможность реализации двух однотипных, но различных по характеристикам конвективных структур при заданной полной энергии W .

Ниже, в таб.1, приведены значения коэффициентов взаимодействия, которые соответствуют структурам N=4,  $\alpha=0.145$ ; N=6,  $\alpha=0.339$ ; N=8,  $\alpha=0.430$ . Эти структуры удовлетворяют соотношению (20).

	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	
$\alpha = 0.145$	0.447	0.019	0.009	0.005	
$\alpha = 0.339$	0.368	0.039	0.019	0.011	
$\alpha = 0.430$	0.326	0.045	0.023	0.014	
Таблица 1.					

При этом видно, что структура с наибольшим количеством ячеек ( N=8 ) характеризуется повышенным взаимодействием с удалёнными ячейками, чем структура с числом ячеек N=4. Она обладает большим корреляционным радиусом, а потому более устойчива по отношению к возмущениям. Это указывает на тенденцию к разбиению конвективного течения на ячеистые структуры. Подтверждением этому являются, например, эксперименты, описанные в [3], когда от нагретого горизонтального цилиндра всплывает не "стена" тёплой жидкости, а система нагретых струй, периодически расположенных вдоль источника тепла.

В то же время, без знания критического значения энергии  $W_*$ , при превышении которого начинается конвективное движение, нельзя произвести однозначный выбор в пользу реализации той или иной структуры.

#### Литература

- 1. White D.B. The planeforms and onset of convection with a temperature-dependent viscosity//JFM, 1988, V. 191, P. 247 286.
- 2. Некрасов В.Н., Попов В.А., Чашечкин Ю.Д. Формирование периодической структуры конвективного течения при боковом нагреве стратифицированной жидкости//Изв. АН СССР. ФАО, 1976, Т. 12, № 11, С. 1191 1200.
- 3. Попов В.А., Чашечкин Ю.Д. Свободная конвекция около горизонтального цилиндра в стратифицированной жидкости//ЖТФ, 1980, Т. 50, вып. 10, С. 2189 2200.

## ИЗЛУЧЕНИЕ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В СРЕДЕ С ПЕРЕМЕННОЙ ЧАСТОТОЙ ПЛАВУЧЕСТИ

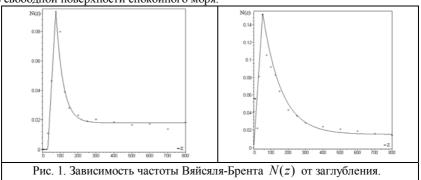
#### А.В. Кистович

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

Проблема описания волнового поля внугренних гравитационных волн в натурных условиях затруднена изменчивостью в пространстве частоты плавучести N жидкой среды. Характер этой изменчивости, проявляющийся в виде зависимости N(z) от глубины моря, варьируется от акватории к акватории. Попытка получения решения в общем случае произвольной зависимости частоты от вертикальной координаты, хотя бы в квадратурах, сразу терпит неудачу. В такой ситуации остаётся единственная возможность получения конструктивных результатов — выделение характерных и наиболее устойчивых природных распределений частоты плавучести; затем разбиение пространства на области, в которых допустима аппроксимация распределения такими функциями, которые допускали бы аналитическое интегрирование задачи; наконец, сшивка решений на границах областей разбиения.

Представленные на рис. 1 регулярно обновляемые данные [1] измерений (окружности) и их аппроксимации (сплошные кривые) показывают, что в целом ряде акваторий Мирового океана распределение частоты плавучести с хорошей степенью точности описывается выражением

$$N(z) = N_1 \mathcal{G}(z-z_1) + \\ + \mathcal{G}(z_1-z) \big[ \big( N_1 - \kappa(z-z_1) \big) \mathcal{G}(z-z_2) + \mathcal{G}(z_2-z) \big( N_\infty + N_* \exp(\lambda \, z) \big) \big]$$
 при этом  $\kappa = (N_1 - N_2)/(z_2-z_1)$  ,  $N_\infty$  ,  $N_* = (N_2 - N_\infty) \exp(-\lambda \, z_2)$  ,  $\lambda$  – положительные величины,  $\mathcal{G}(z)$  – единичная функция Хевисайда,  $z=0$  – уровень свободной поверхности спокойного моря.



В соотношение (1) для общности подхода введена величина  $N_1 \neq 0$  — значение частоты плавучести у свободной поверхности, хотя натурные наблюдения для нештилевого моря показывают хорошую перемешанность верхнего слоя, так что

П	редставленных на рисунках, сведены в тао. 1.								
		$z_1$ , $M$	$z_2$ , $M$	$N_2, c^{-1}$	$N_{\infty}, c^{-1}$	$N_*, c^{-1}$	$\kappa, m^{-1}c^{-1}$	$\lambda, m^{-1}$	
	Рис.1	-30	-75	0.094	0.018	0.50	$2.1 \cdot 10^{-3}$	$2.5 \cdot 10^{-2}$	
	Рис.2	0	-52	0.153	0.015	0.22	$3.0 \cdot 10^{-3}$	$9.3 \cdot 10^{-3}$	
	Рис.3	0	0.12	0.123	0.016	0.33	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$9.5 \cdot 10^{-3}$	
	Таблица 1.								

обычно  $N_1 = 0$ . Численные значения параметров формулы (1) для зависимостей,

Целью данной работы является определение функции Грина гармонического точечного источника, помещённого в произвольную точку несжимаемой невязкой жидкой среды, распределение частоты плавучести которой задаётся выражением (1).

Приведённые в таб. 1 данные представляют собой набор характерных параметров среды. В качестве параметров возбуждаемой волны выступают её частота  $\omega$  и характерное вертикальное смещение h жидких частиц. Соотношения, возникающие между параметрами среды и волны, порождают характерные безразмерные величины рассматриваемой задачи. В дальнейшем выражение (1) рассматривается как распределение безразмерной частоты плавучести, в котором соответствующие величины определяются соотношениями

$$z = z/h$$
,  $N_i = N_i/\omega$ ,  $\kappa = \kappa h/\omega$ ,  $\lambda = \lambda h$  (2)

При этом в левых частях соотношений (2) стоят безразмерные величины, а в правых – размерные.

Модель колебаний среды, основанная на малости возмущений плотности и давления по сравнению с их невозмущенными значениями, позволяет в линейном приближении записать уравнения движения в виде

$$\rho_0(z)\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho_0(z) = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$
(3)

Здесь  $\rho$ , p — возмущения плотности и давления;  $\mathbf{v}$  — поле скорости;  $\mathbf{g}$  — вектор гравитационного ускорения, направленный против оси z;  $\mathbf{f}$  — силовые источники. Система (3) представлена в безразмерном виде, так что имеют место соотношения

$$x = hx$$
,  $y = hy$ ,  $t = \omega t$ ,  $\rho = \rho/\rho_{00}$ ,  $\rho_0(z) = \rho_0(z)/\rho_{00}$   
 $\mathbf{v} = \mathbf{v}/h\omega$ ,  $p = \rho/\rho_{00}h^2\omega^2$ ,  $\mathbf{f} = \mathbf{f}/\rho_{00}h\omega^2$ ,  $\mathbf{g} = \mathbf{g}/h\omega^2$  (4)

где, как и в (2), в левых частях стоят безразмерные величины, а в правых – размерные.

Уравнения (3) дополняются граничными условиями

$$p\big|_{z=0} = w\big|_{z=0} - H = 0, \quad \partial p/\partial z\big|_{z=-H} = 0$$
 (5)

на свободной поверхности z=0 и твёрдом непроницаемом дне z=-H ( H уже нормирована на h ), где w — вертикальная компонента поля скорости.

Исключение из (3) возмущений плотности и поля скорости, а также учёт того, что при гармоническом характере возмущающей силы ( $\mathbf{f} \sim \exp(-it)$ ) физические поля изменяются во времени по тому же закону, приводят к уравнению для возмущения давления

$$\begin{split} & \left(N^{2}-1\right) \Delta_{\perp} \ p - \frac{\partial^{2} p}{\partial z^{2}} + \left(\frac{2NN_{z}^{\prime}}{N^{2}-1} - \frac{N^{2}}{g}\right) \frac{\partial \ p}{\partial z} = \\ & = \left(N^{2}-1\right) \nabla_{\perp} \cdot \mathbf{f} + \left(\frac{2NN_{z}^{\prime}}{N^{2}-1} - \frac{N^{2}}{g} - \frac{\partial}{\partial z}\right) \mathbf{f}_{z}, \qquad \Delta_{\perp} = \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} \end{split} \tag{6}$$

где  $N'_z = dN(z)/dz$ .

Знание решения задачи (5, 6) для возмущения давления даёт возможность на основании (3) определить поля скорости и возмущения плотности.

Согласно измерительным данным [1] по распределениям температуры, солености и потенциальной плотности в Мировом океане даже для области пикноклина вклад члена  $(N^2/g)\partial p/\partial z$  сравним с вкладом  $\partial^2 p/\partial z^2$  лишь в том случае, когда смещения в волне достигают нескольких сотен метров. Поскольку в поставленной задаче дно считается плоским (что исключает генерацию подветренных волн), а вертикальные размеры источника возмущающей силы не превышают нескольких десятков метров, членом  $(N^2/g)\partial p/\partial z$  можно пренебречь.

В связи с тем, что коэффициенты оператора, стоящего в левой части (6) зависят лишь от вертикальной координаты z, для дальнейшего исследования используются спектральные представления давления и источниковых членов в виде

$$p(x, y, z) = I(\Pi(k_x, k_y, z)), \quad \mathbf{f}(x, y, z) = I(\mathbf{F}(k_x, k_y z))$$
 (7)

где 
$$I(...) = \int_{+\infty}^{+\infty} \int_{+\infty}^{+\infty} (...) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y$$
.

Применение интегрального преобразования (7) к уравнению (6) и граничным условиям (5) формирует задачу по определению спектральной амплитуды  $\Pi(k_x,k_y,z)$ 

$$\Pi_{zz}'' - \frac{2NN_z'}{N^2 - 1}\Pi_z' + s^2(N^2 - 1)\Pi = R, \quad \Pi|_{z=0} = 0, \quad \Pi_z'|_{z=-H} = 0$$
 (8)

где 
$$s^2 = k_x^2 + k_y^2$$
,  $R = \frac{\partial F_z}{\partial z} + \left(\frac{N^2}{g} - \frac{2NN_z'}{N^2 - 1}\right) F_z - i\left(N^2 - 1\right) \left(k_x F_x + k_y F_y\right)$ .

Решение (8) начинается с исследования задачи распространения волн в среде с заданным распределением частоты плавучести (1). Вся жидкость делится на три области, с характерным поведением частоты плавучести, поиск типов распространяющихся волн проводится для каждой области в отдельности. На границах этих

областей должны выполняться условия непрерывности всех физических полей задачи. Использование уравнения Эйлера системы (3) позволяет сформулировать эти условия в виде непрерывности функций  $\Pi$  и  $\Pi_z'$  при  $z=z_1,z_2$ :

$$\Pi\big|_{z=z_1-0,\ z_2-0} = \Pi\big|_{z=\zeta_1+0,\ z_2+0}, \qquad \Pi'_z\big|_{z=z_1-0,\ z_2-0} = \Pi'_z\big|_{z=z_1+0,\ z_2+0}$$
(9)

В области 1 (  $0>z>z_1$  ) имеет место  $\,N_z'=0\,$  и уравнение (8) упрощается

$$\Pi_{zz}'' + s^2 (N_1^2 - 1)\Pi = 0 \tag{10}$$

Решение (10) имеет вид

$$\Pi_1 = A_1 F_1 + B_1 G_1, \quad F_1 = \exp(is\sqrt{N_1^2 - 1} z), \quad G_1 = \exp(-is\sqrt{N_1^2 - 1} z)$$
 (11)

где  $A_1$ ,  $B_1$  – константы,  $\text{Im }\sqrt{N_1^2-1} \geq 0$ .

В области 2 (  $z_1>z>z_2$  ) замена переменной  $\xi=\kappa\left(z-z_1\right)\!-N_1$  сводит (8) к виду

$$\Pi_{\xi\xi}'' - \frac{2\xi}{\xi^2 - 1}\Pi_{\xi}' + \frac{s^2}{\kappa^2} (\xi^2 - 1)\Pi = 0$$
 (12)

Решение (12) представимо в форме

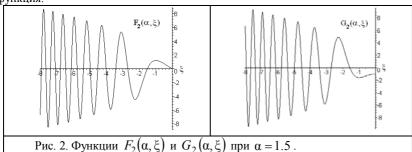
$$\Pi_2 = A_2 F_2 + B_2 G_2$$

$$F_{2} = \xi \left[ i F\left(\frac{1-i\alpha}{4}, \frac{1}{2}, i\alpha\xi^{2}\right) - (i+\alpha)F\left(\frac{5-i\alpha}{4}, \frac{3}{2}, i\alpha\xi^{2}\right) \right] \exp\left(-\frac{i\alpha\xi^{2}}{2}\right)$$

$$G_{2} = \left[ (i\alpha\xi^{2} - 1)F\left(\frac{3-i\alpha}{4}, \frac{3}{2}, i\alpha\xi^{2}\right) - -i\alpha\xi^{2}\left(1 - \frac{i\alpha}{3}\right)F\left(\frac{7-i\alpha}{4}, \frac{5}{2}, i\alpha\xi^{2}\right) \right] \exp\left(-\frac{i\alpha\xi^{2}}{2}\right)$$

$$(13)$$

где  $\alpha = s/\kappa$ ,  $A_{2,-}$   $A_{2,-}$  константы, F(a,b,z) — вырожденная гипергеометрическая функция.



Функции  $F_2$ ,  $G_2$  действительнозначны. Их характерный вид представлен на примере частного случая  $\alpha=1.5$  на рис. 2.

В области 3 (  $z_2 > z > -H$  ) замена переменной  $\xi = \exp(\lambda z)$  сводит (8) к виду

$$\Pi_{\xi\xi}'' + \left(\frac{1}{\xi} - \frac{2NN_*}{N^2 - 1}\right)\Pi_{\xi}' + \beta^2 \frac{N^2 - 1}{\xi^2} \Pi = 0, \quad N = N_{\infty} + N_*\xi, \quad \beta = s/\lambda$$
 (14)

Решение (14) представимо в виде

$$\Pi_3 = A_3 F_3 + B_3 G_3$$

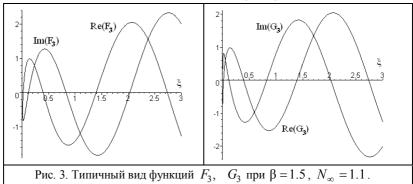
$$F_{3} = \exp(-i\beta N_{*}\xi) \xi^{i\beta\sqrt{N_{\infty}^{2}-1}} \left[ b_{+}\xi_{-}F(a_{+},b_{+},\eta) + 2a_{+}N_{*}\xi F(a_{+}+1,b_{+}+1,\eta) \right]$$
(15)

$$G_{3} = \exp(-i\beta N_{*}\xi)\xi^{-i\beta\sqrt{N_{\infty}^{2}-1}} \left[b_{-}\xi_{+}F(a_{-},b_{-},\eta) - 2a_{-}N_{*}\xi F(a_{-}+1,b_{-}+1,\eta)\right]$$

где  $A_3,~B_3$  — константы,  $\eta=2i\,\beta\,N_*\xi$ , а величины  $\xi_\pm,~a_\pm,~b_\pm$  определяются выражениями

$$\xi_{\pm} = \sqrt{N_{\infty}^2 - 1} \pm N_* \xi, \quad a_{\pm} = \frac{1}{2} + i\beta \left( N_{\infty} \pm \sqrt{N_{\infty}^2 - 1} \right), \qquad b_{\pm} = 1 \pm 2i\beta \sqrt{N_{\infty}^2 - 1} \quad (16)$$

На рис. 3 представлен типичный вид функций  $F_3$ ,  $G_3$ .



При  $\xi \to 0$ , то есть при увеличении заглубления точки наблюдения, что соответствует переходу в область с практически постоянной частотой плавучести  $N_{\infty}$ , функции  $F_3$  и  $G_3$  переходят в синусоидальные волны, бегущие в отрицательном и положительном направлениях оси z соответственно.

Полученные решения (11, 13, 15) определяют собственные типы колебаний среды при отсутствии в ней источников. Поскольку цель исследования — решение задачи излучения, в правую часть уравнения (8) вводится точечный источник, расположенный в точке  $z=z_s$ , так что (8) приобретает вид

$$\Pi_{zz}'' - \frac{2NN_z'}{N^2 - 1}\Pi_z' + s^2(N^2 - 1)\Pi = \Pi_0 \delta(z - z_s), \quad \Pi_0 = \frac{1}{N^2(z_s) - 1}$$
(17)

Пусть источник расположен в j - той области разбиения пространства задачи. В тех областях, в которых источника нет, решение определяется соответствующими формулами из набора (11, 13, 15). В области, где присутствует источник возмущений, решение ищется в форме

$$\Pi_{j} = \mathcal{G}(z - z_{s}) (A_{j} F_{j}(z) + B_{j} G_{j}(z)) + \mathcal{G}(z_{s} - z) (C_{j} F_{j}(z) + D_{j} G_{j}(z))$$
(18)

где  $F_{j}$ ,  $G_{j}$  — собственные функции j - той области,  $A_{j}$ ,  $B_{j}$ ,  $C_{j}$  и  $D_{j}$  — константы, подлежащие определению.

Условие непрерывности решения  $\Pi_i$  на уровне источника  $z=z_s$  налагает первое условие на вышеупомянутые константы:  $(A_i - C_i)F_i(z_s) + (B_i - D_i)G_i(z_s) = 0$ 

$$(A_j - C_j)F_j(z_s) + (B_j - D_j)G_j(z_s) = 0$$
(19)

Подстановка (18) в (17) удовлетворяет этому уравнению в том случае, если выполняется второе условие:  $(A_j - C_j)F_i'(z_s) + (B_j - D_j)G_j'(z_s) = \Pi_0$ 

$$(A_j - C_j)F_j'(z_s) + (B_j - D_j)G_j'(z_s) = \Pi_0$$
 (20)

где штрих означает дифференцирование.

На основании (19) и (20) решение для области, где расположен источник, представимо в форме

$$\Pi_{j} = A_{j}F_{j}(z) + B_{j}G_{j}(z) + \frac{\Pi_{0}(\vartheta(z-z_{s})F_{j}(z_{s})G_{j}(z) + \vartheta(z_{s}-z)G_{j}(z_{s})F_{j}(z))}{W(z_{s})}$$
(21)

где введено обозначение 
$$W(z_s) = F_j(z_s)G_j'(z_s) - F_j'(z_s)G_j(z_s)$$
.

В результате соотношение (21) и два выражения для спектральной амплитуды П, выбираемые из набора (11, 13, 15) для соответствующих областей пространства, в которых нет источника, определяют структуру решения уравнения (17). В этом решении присутствуют шесть неизвестных констант  $A_{1,2,3}$  и  $B_{1,2,3}$  . Подстановка решения в граничные условия (8) и в условия непрерывности (9) порождают линейную неоднородную систему алгебраических уравнений для искомых постоянных. Конкретные выражения для величин  $A_{1,2,3}$  и  $B_{1,2,3}$  зависят от местоположения точечного источника и не приводятся здесь по причине их некоторой громоздкости и наличия трех вариантов для области расположения источника возмущений.

Полученное таким образом решение представляет собой (по причине однородности граничных условий) функцию Грина задачи (8), свёртка которой с правой частью уравнения (8) даёт решение для спектральной амплитуды  $\Pi(k_x,k_y,z)$  . Применение преобразования Фурье (7) к полученному результату определяет поле давления p(x, y, z, t), порождаемое источниками возмущения.

Знание возмущений давления позволяет проинтегрировать систему (3) и определить поля скорости и плотности.

Для иллюстрации, приведем в явном виде процесс построения функции Грина поставленной задачи для случая, когда точечный источник расположен в зоне линейного роста частоты плавучести на некоторой глубине  $z_s$  :  $z_2 < z_s < z_1$  .

Решения в пространственных областях имеют вид:

$$\Pi_1 = A_1 F_1(z) + B_1 G_1(z), \qquad 0 > z > z_1$$
(22)

$$\Pi_{2} = A_{2}F_{2}(z) + B_{2}G_{2}(z) + \frac{\Pi_{0}(\mathcal{G}(z-z_{s})F_{2}(z_{s})G_{2}(z) + \mathcal{G}(z_{s}-z)G_{2}(z_{s})F_{2}(z))}{W(z_{s})}$$
(23)

$$W(z_s) = F_2(z_s)G_2(z_s) - F_2(z_s)G_2(z_s), \quad z_2 < z < z_1$$
  

$$\Pi_3 = A_3 F_3(z) + B_3 G_3(z), \quad z_2 > z > -H$$
(24)

При этом необходимо удовлетворить граничным условиям (8), которые для рассматриваемой задачи имеют вид

$$\Pi_1 \Big|_{z=0} = 0, \qquad \partial \Pi_3 / \partial z \Big|_{z=0} = 0 \tag{25}$$

а также произвести сшивки (9), которые имеют форму

$$\Pi_{1}\Big|_{z=z_{1}} = \Pi_{2}\Big|_{z=z_{1}}, \quad \partial \Pi_{1}/\partial z\Big|_{z=z_{1}} = \partial \Pi_{2}/\partial z\Big|_{z=z_{1}}$$

$$\Pi_{2}\Big|_{z=z_{2}} = \Pi_{3}\Big|_{z=z_{2}}, \quad \partial \Pi_{2}/\partial z\Big|_{z=z_{2}} = \partial \Pi_{3}/\partial z\Big|_{z=z_{2}}$$
(26)

Из первого граничного условия (25) следует

$$A_1F_1(0) + B_1G_1(0) = 0$$

что, с учетом вида функций  $F_1(z)$  и  $G_1(z)$  (11), дает первое уравнение

$$A_1 + B_1 = 0 (27)$$

которое означает, что внутренняя волна полностью отражается от свободной поверхности жидкости; давление в отраженной волне сдвигается по фазе относительно давления в падающей на  $\pi$  радиан.

Из второго граничного условия (25) получается

$$A_3F_3'(\xi) + B_3G_3'(\xi)|_{\xi = \exp(-\lambda H)} = 0$$

Отсюда, согласно (15), следует второе уравнение

$$b_{+}A_{3} \exp(-i\lambda\beta \sqrt{N_{\infty}^{2} - 1}H) F(a_{+}, b_{+}, 2i\beta N_{*} \exp(-\lambda H)) - b_{-}B_{3} \exp(i\lambda\beta \sqrt{N_{\infty}^{2} - 1}H) F(a_{-}, b_{-}, 2i\beta N_{*} \exp(-\lambda H)) = 0$$
(28)

описывающее связь между амплитудами падающей и отраженной от дна волн.

Далее необходимо произвести сшивки (26), при проведении которых полезно воспользоваться результатом  $W(z) = \alpha \left( \left( \kappa \left( z - z_1 \right) - N_1 \right)^2 - 1 \right)$ .

$$A_{1}F_{1}(z_{1}) + B_{1}G_{1}(z_{1}) - \left(A_{2}F_{2}(\xi) + B_{2}G_{2}(\xi)\right)\Big|_{\xi = -N_{1}} =$$

$$= \frac{\Pi_{0}}{\alpha\left(\left(\kappa\left(z_{s} - z_{1}\right) - N_{1}\right)^{2} - 1\right)} F_{2}(\xi)\Big|_{\xi = \kappa\left(z_{s} - z_{1}\right) - N_{1}} G_{2}(\xi)\Big|_{\xi = -N_{1}}$$
(29)

$$A_{1}F_{1}'(z_{1}) + B_{1}G_{1}'(z_{1}) - \kappa \left(A_{2}F_{2}'(\xi) + B_{2}G_{2}'(\xi)\right)\Big|_{\xi=-N_{1}} =$$

$$= \frac{\kappa \Pi_{0}}{\alpha \left(\left(\kappa \left(z_{s} - z_{1}\right) - N_{1}\right)^{2} - 1\right)} F_{2}(\xi)\Big|_{\xi=\kappa \left(z_{s} - z_{1}\right) - N_{1}} G_{2}'(\xi)\Big|_{\xi=-N_{1}}$$
(30)

$$A_{3}F_{3}(\xi) + B_{3}G_{3}(\xi)\big|_{\xi = \exp(\lambda z_{2})} - \left(A_{2}F_{2}(\xi) + B_{2}G_{2}(\xi)\right)\big|_{\xi = \kappa(z_{2} - z_{1}) - N_{1}} =$$

$$= \frac{\Pi_{0}}{\alpha((\kappa(z_{s} - z_{1}) - N_{1})^{2} - 1)} F_{2}(\xi)\big|_{\xi = \kappa(z_{2} - z_{1}) - N_{1}} G_{2}(\xi)\big|_{\xi = \kappa(z_{s} - z_{1}) - N_{1}}$$
(31)

$$\lambda \xi \left( A_{3} F_{3}'(\xi) + B_{3} G_{3}'(\xi) \right) \Big|_{\xi = \exp(\lambda z_{2})} - \kappa \left( A_{2} F_{2}'(\xi) + B_{2} G_{2}'(\xi) \right) \Big|_{\xi = \kappa (z_{2} - z_{1}) - N_{1}} =$$

$$= \frac{\kappa \Pi_{0}}{\alpha \left( \left( \kappa \left( z_{s} - z_{1} \right) - N_{1} \right)^{2} - 1 \right)} F_{2}'(\xi) \Big|_{\xi = \kappa (z_{2} - z_{1}) - N_{1}} G_{2}(\xi) \Big|_{\xi = \kappa (z_{s} - z_{1}) - N_{1}}$$
(32)

В отличие от уравнений (27, 28) соотношения (29 – 32) довольно громоздки, что, отчасти, затрудняет запись окончательного результата без использования ряда сокращений. Система (27 – 32) в матричном представлении имеет вид

ращений. Система 
$$(27-32)$$
 в матричном представлении имеет вид 
$$\begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & b_{21} & a_{22} & b_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & b_{31} & a_{32} & b_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{42} & b_{42} & a_{43} & b_{43} \\ 0 & 0 & a_{52} & b_{52} & a_{53} & b_{53} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{63} & b_{63} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ A_3 \\ B_3 \end{bmatrix} = \frac{\Pi_0}{W(z_s)} \begin{bmatrix} 0 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ 0 \end{bmatrix}$$
 введены обозначения

где введены обозначения

$$\begin{split} a_{11} &= b_{11} = 1, \ a_{21} = \exp(is\sqrt{N_1^2 - 1}z_1), \ a_{31} = is \ a_{21}, \ b_{21} = 1/a_{21}, \ b_{31} = -is \ b_{21} \\ a_{22} &= -F_2(\xi)\big|_{\xi = -N_1}, \quad b_{22} = -G_2(\xi)\big|_{\xi = -N_1} \\ a_{32} &= -\kappa \left. F_2'(\xi) \big|_{\xi = -N_1}, \quad b_{32} = -\kappa \left. G_2'(\xi) \big|_{\xi = -N_1} \\ a_{42} &= -F_2(\xi)\big|_{\xi = \kappa(z_2 - z_1) - N_1}, \quad b_{42} = -G_2(\xi)\big|_{\xi = \kappa(z_2 - z_1) - N_1} \\ a_{52} &= -\kappa \left. F_2'(\xi) \big|_{\xi = \kappa(z_2 - z_1) - N_1}, \quad b_{52} = -\kappa \left. G_2'(\xi) \big|_{\xi = \kappa(z_2 - z_1) - N_1} \right. \\ a_{43} &= F_3(\xi)\big|_{\xi = \exp(\lambda z_2)}, \quad b_{43} = G_3(\xi)\big|_{\xi = \exp(\lambda z_2)} \\ a_{53} &= \lambda \xi \left. F_3'(\xi) \big|_{\xi = \exp(\lambda z_2)}, \quad b_{53} = \lambda \xi \left. G_3'(\xi) \big|_{\xi = \exp(\lambda z_2)} \right. \\ a_{63} &= \left. F_3'(\xi) \big|_{\xi = \exp(-\lambda H)}, \quad b_{63} = \left. G_3'(\xi) \big|_{\xi = \exp(-\lambda H)} \right. \end{split}$$

$$\begin{aligned} p_2 &= F_2(\xi)\big|_{\xi=\kappa(z_s-z_1)-N_1} G_2(\xi)\big|_{\xi=-N_1} \\ p_3 &= \kappa F_2(\xi)\big|_{\xi=\kappa(z_s-z_1)-N_1} G_2'(\xi)\big|_{\xi=-N_1} \\ p_4 &= F_2(\xi)\big|_{\xi=\kappa(z_2-z_1)-N_1} G_2(\xi)\big|_{\xi=\kappa(z_s-z_1)-N_1} \\ p_5 &= \kappa F_2'(\xi)\big|_{\xi=\kappa(z_2-z_1)-N_1} G_2(\xi)\big|_{\xi=\kappa(z_s-z_1)-N_1} \end{aligned}$$

Совокупность соотношений (22 — 24) после подстановки в них решений системы (33) представляет в явном виде функцию Грина задачи (8) при помещении источника в область  $z_2 < z < z_1$ . Аналогичным образом определяется функция Грина при помещении источника в иные пространственные области задачи.

Получаемое выражение для давления p(x, y, z, t) определяет количественные характеристики процесса излучения и распространения внутренних волн в рассматриваемой среде. Качественный анализ возникающих полей возмущений основан на исследовании свойств решений уравнений (11, 13, 15).

Уравнение (11) описывает внутренние гравитационные волны, которые прямолинейно распространяются в среде с постоянной частотой плавучести, если  $N_1 > 1$ . Свойства таких волн хорошо изучены, описаны [2] и не нуждаются в пояснениях.

Для исследования свойств волн во второй области (  $z_1>z>z_2$  ) уравнению

(12) посредством преобразования  $\Pi = Q\sqrt{\xi^2 - 1}$  придается канонический вид

$$Q_{\xi\xi}'' + \left(\alpha^2(\xi^2 - 1) - \frac{2}{\xi^2 - 1} - \frac{3}{(\xi^2 - 1)^2}\right)Q = 0$$
(34)

Согласно определению ( $\xi = \kappa (z-z_1) - N_1$ ), переменная  $\xi$  меняется в пределах  $\xi \in [\xi_-, \xi_+]$ , где  $\xi_\pm = < 0$ . Анализ выражения, стоящего в скобках уравнения (34), показывает, что для всего диапазона возможных значений параметра  $\alpha$  имеется единственное действительнозначное решение  $\xi_*(\alpha) < -1$  уравнения

$$\alpha^{2}(\xi^{2}-1) - \frac{2}{(\xi^{2}-1)} - \frac{3}{(\xi^{2}-1)^{2}} = 0$$
(35)

которое делит подпространство  $\xi \in \left[\xi_{-}, \xi_{+}\right]$  на две области. В области  $\xi \in \left[\xi_{-}, \xi_{*}\right]$  имеет место волновое распространение возмущений, в то время как область  $\xi \in \left[\xi_{*}, \xi_{+}\right]$  для внутренних гравитационных волн играет роль запредельного волновода.

Если ввести обозначение  $|\alpha| = \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} \, \varphi$ , то при  $\varphi \in (0,1]$  имеет место

$$\xi_* = -\sqrt{1 + \frac{9}{2\varphi}\cos\left(\frac{\arccos(\varphi)}{3}\right)} \tag{36}$$

а при  $\varphi \in [1,\infty)$  искомая координата определяется выражением

$$\xi_* = -\sqrt{1 + \frac{9}{4\varphi} \left[ \left( \varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1} \right)^{\frac{1}{3}} + \left( \varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1} \right)^{-\frac{1}{3}} \right]}$$
 (37)

Выражения (36) и (37) гладко сшиваются.

Точка  $\xi_*$  называется точкой поворота. При переходе через неё меняется тип распространения возмущения. Точка поворота присутствует во втором слое, если  $\xi_- < \xi_*$ . В конфигурационном пространстве ей соответствует точка  $z_*^{(2)} = z_1 + \left(\xi_* - N_1\right) / |\kappa|$  (верхний индекс (2) означает принадлежность точки ко второй области).

Уравнение (14) приводится к каноническому виду заменой  $\Pi = Q \sqrt{\frac{N^2 - 1}{\xi}}$  ,

 $N=N_{\infty}+N_{*}\xi$  , так что  $\,Q\,\,$  удовлетворяет уравнению

$$Q_{\xi\xi}'' + \frac{1}{\xi^2} \left( \beta^2 \left( N^2 - 1 \right)^2 + N_{\infty}^2 - 1 - \frac{3}{4} \left( N^2 - 2N_{\infty}N + 1 \right) \right) Q = 0$$
 (38)

Что позволяет провести качественное описание поведения возмущения в третьей области (  $z_2>z>-H$  ).

Решение уравнения

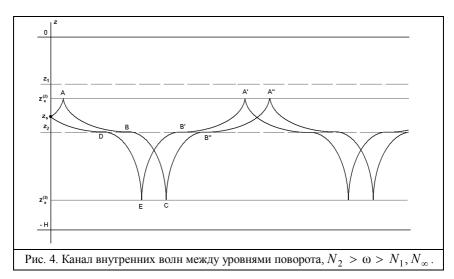
$$\beta^2 \left( N^2 - 1 \right)^2 + N_{\infty}^2 - 1 - \frac{3}{4} \left( N^2 - 2N_{\infty} N + 1 \right) = 0 \tag{39}$$

определяет точку поворота  $\xi_*$  в третьей области. Согласно определению переменной  $\xi = \exp(\lambda\,z)$  для третьей области, в конфигурационном пространстве ей соответствует точка  $z_*^{(3)} = \ln \xi_*/\lambda$ .

Наличие или отсутствие точек поворота, а также взаимное расположение точек поворота и источников возмущения определяют характер распространения возмущений в среде. Для того чтобы последовательно разобраться в этом, необходимо рассмотреть некоторые частные случаи излучения внугренних волн.

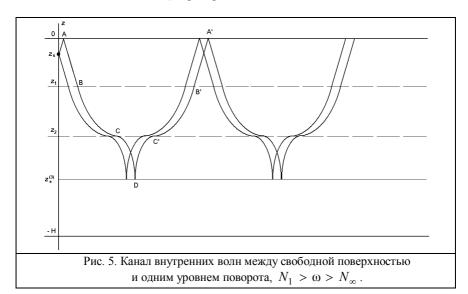
На рис. 4 представлен (в размерных величинах) случай, когда в среде имеются две точки поворота  $z_*^{(2)}$  и  $z_*^{(3)}$ . Источник, расположенный между этими точками в точке  $z_s$ , представляет собой компактную область, размеры которой существенно меньше смещений частиц, вызываемых вносимым возмущением. Колебания источника монохроматичны на частоте  $\omega$ . В такой постановке источник приближенно считается точечным, картина волн обладает цилиндрической симметрией относительно вертикальной оси, проходящей через источник. Таким образом, на рис. 4 представлено сечение картины возмущений вертикальной плоскостью. Исходящие из источника "пучки" внутренних волн в целях качественного описания будут называться лучами. Луч, излучённый в положительном направлении оси z,

распространяется в среде с убывающей частотой плавучести в направлении его движения, потому при приближении к точке A на уровне поворота  $z=z_*^{(2)}$  этот луч постепенно приобретает вертикальное направление. Отразившись от этого уровня, луч начинает движение в направлении возрастания частоты плавучести, поэтому он отклоняется к горизонтали и достигает границы второго и третьего слоёв в точке B под углом к горизонтали, меньшем угла выхода из источника. Дальнейшее движение луча происходит в третьем слое сопровождающееся спаданием частоты плавучести, так что достигнув точки C на уровне поворота  $z=z_*^{(3)}$ , луч отражается и начинает распространяться вверх. Траектория его движения C B A B C относительно вертикальной прямой. Отразившись в точке A B C относительно траектории A B C от т.д.



Луч, излученный вниз, идет по траектории  $z_s$  D E , повторяющей часть траектории A B C , затем, отразившись в точке E , он продвигается вверх по траектории E B' A' , параллельной траектории C B'' A'' первого луча, и т.д., как показано на рис. 4. При этом интенсивность движений в лучах спадает пропорционально квадратному корню из горизонтального отстояния точки наблюдения от точки излучения. Точки пересечения лучей указывают на существование интерференционных зон в картине возмущений. Представленное качественное исследование излучения от компактного источника показывает, что в данном случае в среде образуется волновой канал с границами в виде уровней поворота  $z_*^{(2)}$  и  $z_*^{(3)}$ , в котором заключена энергия внутренних волн.

Близкая картина волн, представленная на рис. 5, наблюдается в том случае, когда в среде имеется один уровень поворота  $z_*^{(3)}$ , а источник расположен в первой области пространства,  $z_s \in [z_1,0]$ .



Представленные на рис. 4 и 5 картины лучей далеко не исчерпывают все возможные варианты формирования поля внутренних волн монохроматических источников.

При немонохроматическом режиме излучения, пространство наполняется целой системой лучей, исходящих из источника. Поскольку положение в пространстве уровней поворота  $z_*^{(2)}$  и  $z_*^{(3)}$  зависит от частоты, в среде начинается формирование каустических поверхностей, вблизи которых сосредоточивается энергия внутренних волн. При этом приближенная "лучевая" картина резко усложняется и её расчет требует определённых затрат машинного времени. В то же время точные количественные характеристики и для такого случая описываются представленными выше общими соотношениями.

## Литература

- 1. http://apdrc.soest.hawaii.edu/projects/argo/.
- 2. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. М.: "Мир", 1981, 600 с.

## АНАЛИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТАХ ПО ЭКОЛОГИИ И ОХРАНЕ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

Л. А. Коваленко, О.Е. Кондратьева, В.В. Скибенко

Национальный Исследовательский Университет МЭИ

Экологическое образование студентов, нацеленное на становление экологической культуры личности и общества (т.е. предполагается последующее влияние молодых специалистов на распространение в массах экологического мышления, рационального отношение к производству продукции и природным ресурсам) является одним из аспектов идейно-культурного формирования будущих руководителей.

Необходимость проведения научных исследований в области экологии диктует поиск новых форм взаимодействия и сотрудничества преподавателей с группами студентов, изучающих дисциплину.

Так, проведение практических работ при изучении предмета на основе практикума по экологии и охране окружающей среды авторов А.Н.Федоровой и А.Н.Никольской (г.Воронеж,2000г.) [1] позволяет привлечь студентов к научным исследованиям и служит реализации целей, с одной стороны, обучения студентов, с другой — получения информации для дальнейшей научной работы студентов и преподавателей. Этими же целями обусловлено внедрение в практику преподавания лабораторных работ по биологическому контролю окружающей среды (учебное пособие под ред. О.П. Мелеховой и Е.И.Егоровой) [2].

Выполнение практических работ можно проводить с использованием материалов, представленных студентами из мест проживания, т.е. из различных районов города или области, что делает возможным проведение анализа экологической ситуации в данных районах и выявление ее связей с производственной деятельностью промышленных предприятий, объектов энергетики и предприятий сельского хозяйства. При этом, в качестве объектов исследования могут быть: почва, вода из различных водоёмов, с-х продукты, выращиваемые в районах с разной степенью антропогенной нагрузки, различные растения, в том числе ветки сосны обыкновенной, являющейся наиболее чутким биоиндикатором загрязнения окружающей среды. Помимо практических работ, представленных в практикуме указанных авторов, в процессе изучения предмета целесообразно использовать и другие, в том числе биоиндикационные методы.

Обобщение данных, полученных при изучении состояния окружающей природной среды методами биоиндикации компонентов биосферы (почвы, воды, атмосферного воздуха), позволяет интегрировать знания студентов на более высоком уровне, развивает у них творческий подход к изучению экологических проблем, способствует овладению ими практических навыков, углубляет их представления о взаимоотношениях и взаимодействии живых систем с окружающей средой, нацеливает на гармонизацию отношений природы и человека.

Так, применение ферментативного анализа при исследованиях почв в зонах промышленного производства позволяет оценить пределы толерантности

почвенных экосистем к антропогенной нагрузке, следовательно, может быть перспективным для использования при определении нормативов ПДН.

Примером таких аналитических исследований могут служить, разработанные на кафедре практические работы по оценке состояния почвенных и водных экосистем в курсе «адаптация экосистем к техногенному загрязнению».

Учитывая, что процессу деградации природных экосистем в зонах техногенного загрязнения предшествует комплекс различных реакций биосистемы, направленных на сохранения в ней гомеостаза, обусловленных способностью биоценоза к адаптации, анализируемые данные следует рассмотреть с этой точки зрения, взяв за основу концепцию о развитии стресса в экосистемах.

Так, анализ данных об изменении биологической активности подстилки и почвы сосновых насаждений в техногенных районах: ПКЗ, БАЗ, СУМЗ (Свердловская область) выявил закономерное изменение активности таких ферментов как каталаза, целлюлаза, полифенолоксидаза, сульфатредуктаза в зависимости от степени загрязнения горизонтов почвенного профиля. Указанная зависимость носит общий характер ответной реакции биоты на изменение окружающей среды (ответной реакции одной переменной на возрастающее действие другой) и при графическом изображении (рис.1) выражается как «премудрая кривая» (Ю.Н.Куражковский, 1976).



Рис.1 Графическое изображение изменения одной переменной при возрастающем действии другой

Изучение выявленных закономерностей при антропогенной трансформации почвенных экосистем на нескольких техногенных территориях Уральского региона (табл.1) позволило предположить о развитии адаптации почвенных экосистем к контаминантам, как о стресс- реакции биологической системы или о развитии «общего адаптационного синдрома, специфического по характеру ответных реакций, проявляющихся в изменении биологической активности лесной подстилки и почвы, и неспецифического по своему происхождению, т.е. действию различных по химической природе поллютантов».

На основании полученных данных предложена схема определения стресса в почвенных экосистемах (табл.2), в которой за исходную точку отсутствия стресса принята величина суммарной активности каталазы 94,7+-9,11 см $^3$   $O_2$  за 2 мин, по-

лученная на основании многолетних опытов в почвах незагрязнённых зон Свердловской области, при этом ККП ( отношение значения показателя активности каталазы в гор. А1 к сумме значений активности фермента в почвенном профиле) в них равен  $20,6\% \pm 2,15$ .

Таблица 1 Средние значения показателей суммарной активности каталазы почвенного профиля и ККП в лесных почвах сосновых насаждений техногенных территорий

Исследуемая зона	Расстояние	Характер	Суммарная	ККП %
загрязнения (ППП)*)			активность	(x±m)
Sur pasticinia (TITITI)	ника за-	_	каталазы	(A=III)
	грязнения,		(см <sup>3</sup> O <sub>2</sub> /1г за 2	
	г ризпения, км		мин) (х±m)	
ПК3	KWI	Фтор и	мин) (х=ні)	
ППП1,0 км	1,0		110,0±10,47	5,8±0,64
,		1 ' 1	, ,	
ППП 1,5км	,	поллютанты	, ,	6,6±0,81
ППП 4км	4,0		91,8±5,68	16,8±1,38
ППП 7 км	7,0		95,8±6,78	20,8±2,36
БАЗ		Фтор и		
ППП 4,0 км	4	серусодержащие	63,4±6,28	26,9±2,51
ППП 5,0км	5	поллютанты		
ППП 6,0км	6			
СУМ3		Транспортные		
Гр.ЕвропаАзия		эмиссии,		
ППП 6км	6	серосодержащие	26,4±2,14	33,7±3,87
«Магнитка»		поллютанты, соли		
ППП 2км	2	тяжёлых металлов	23,4±2,18	4,9±0,31
Условно-		Транспортные		
контрольные ППП:		эмиссии,		
26 км ПКЗ	26,0	сульфатсодержащие		
11,5 км БАЗ				20,6±2,15
24 км СУМЗ		(незначительно)	, ,	, , , -
*/ TITI			10	× 1000

\*) ППП—постоянная пробная площадь (более 10 лет исследований с1988 по 2005гг..) ПКЗ – Полевской криолитовый завод (Свердловская область);

БАЗ – Богусловский алюминиевый завод (Свердловская область);

СУМЗ – Средне - Уральский медеплавильный завод (Свердловская область).

Поскольку данные, представленные в таблице 1, получены для конкретного региона и были взяты за основу схемы развития стресса, при разработке схемы пригодной для оценки состояния почвенных экосистем других территорий необходимо было ввести дополнительный показатель — индекс каталазной активности (Индекс АК--I) почвенного профиля исследуемой пробной площади (ПП). При этом I—значение отношения суммарной активности каталазы почвенного профиля в зоне антропогенного влияния (т.е.исследуемой ПП) к показателю суммарной активности каталазы почвенного профиля контрольной (условно –контрольной) ПП [3].

Таблица 2

Схема определения стадии и фазы развития адаптационного синдрома в лесных почвах техногенных территорий по относительному показателю ККП и индексу суммарной активности каталазы в почвенном профиле лесных насаждений

Индекс АК почвен-	ККП(%)	Пределы	Стадия	Фаза стресса
ного профиля ис-		колебаний	стресса	
след. ПП ( I )		ККП		
1,0	$20,6\pm2,15$	18,4—22,8	Нет стресса	-
0.9 - 1.0	$22,8 \pm 2,18$	20,6 –24,9	I стадия	I фаза
0.8 - 0.9	$16.8 \pm 2.08$	14,7—18,9	I стадия	II фаза
1,1 – 1,3	$11,6 \pm 2,81$	6,5 –12,3	II стадия	I фаза
0.6 - 0.8	$26,9 \pm 2.61$	25,0—33,7	II стадия	II фаза
0.4 - 0.6	$33,0 \pm 3.87$	25,2—40,3	III стадия	І фаза
0.2 - 0.4	4,8 ±0.31	4,5—6,6	III стадия	II фаза

Формулы определения коэффициента каталазной активности (ККП) и индекса суммарной активности каталазы почвенного профиля (I) для исследуемых почв:

а – показатель активности каталазы в подгоризонте 01

b — показатель активности каталазы в подгоризонте 02 с — показатель активности каталазы в горизонте A1 (см $^3$ O $_2$ /1г за 2 мин)

$$I = \frac{\Sigma(\alpha + b + \sigma)}{\Sigma(\alpha_k + b_k + \sigma_k)}$$

k - контрольная пробная площадь.

При отсутствии стресса:

$$KK\Pi = 20,6\%; I = 1;$$

Для выполнения практической работы по оценке состояния почвенных экосистем в зоне сильного промышленного загрязнения использовались результаты определения активности каталазы в зоне CУM3a (табл. 1), а также опубликованные данные о накоплении в почвах тяжёлых металлов, на различном удалении от источника загрязнения [2] (табл.3).

Данные таблицы 3 использовались в работе для оценки степени загрязнения почв химическими веществами в различных зонах техногенной нагрузки по суммарному показателю Zc [6] по методике, предложенной Мотузовой Г.В. и Безугловой О.С. (2006г.)

Основными показателями, характеризующими степень загрязнения почв (согласно этому методу) является коэффициент загрязнения ( $K_3$ ) и суммарный показатель загрязнения ( Zc).

Коэффициент загрязнения (К<sub>3</sub>) — безразмерная величина, характеризующая степень загрязнения почвы каким-либо одним химическим элементом и показывающая, во сколько раз содержание элемента загрязнителя в пробе выше его предельно допустимого значения. Расчёт коэффициента загрязнения производился по формуле:

$$K_{3=}$$
 Сі/ ПДК, (1)

где Сі – содержание элемента в исследуемом образце.

О степени загрязнения почв судят сравнивая полученные результаты с данными таблицы (табл.4).

Однако следует учитывать, что техногенное загрязнение, как правило, представляет собой не один, а целый комплекс химических элементов. Их суммарное содержание, характеризующее интегральное воздействие на окружающую среду, оценивается по величине суммарного показателя загрязнения (Zc), который представляет собой сумму превышений над ПДК и рассчитывается по формуле:

 $Zc = \sum (Ci/\Pi \coprod K) - (n-1)$ 

Где Сі – содержание элемента в пробе почвы;

n - количество загрязнителей.

Таблица 3 Концентрация подвижных форм тяжёлых металлов в почвах в разных зонах нагрузки, мг/кг

3000		Импактная зона (1км)							
3000	500	1202	2,0						
1600	350	780	1,0						
1060	130	275	0,4						
440	130	125	0,2						
55	72	100	0,6						
я зона (2 км)									
2640	1840	760	14,0						
7200	1260	1520	12,8						
-	720	1150	7,6						
3200	600	380	9,7						
148	116	10	0,7						
зона (4 км)									
900	510	450	5,7						
1080	234	630	3,6						
760	160	550	2,4						
96	46	20	1,2						
41	48	5	0,2						
Фоновая территория (20 км)									
130	360	60	1,8						
138	232	100	2,4						
28	45	20	1,2						
6	23	10	0,6						
4	8	10	0,4						
1 1 4 5 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	060 1440 355 1 зона (2 км) 2640 7200 - 3200 48 3000 3000 3000 3100	600     350       060     130       140     130       140     130       155     72       1 зона (2 км)     1840       1200     1260       -     720       3200     600       48     116       30на (4 км)     160       00     510       080     234       760     160       06     46       41     48       верритория (20 км)     30       30     360       38     232       18     45       18     8	600     350     780       060     130     275       140     130     125       35     72     100       3 зона (2 км)     1840     760       200     1260     1520       -     720     1150       3200     600     380       48     116     10       3004     48     116       300     510     450       080     234     630       760     160     550       26     46     20       41     48     5       верритория (20 км)       30     360     60       38     232     100       28     45     20       36     23     10						

<sup>\*)</sup>Данные, представленные в таблице, —фрагмент таблицы №8 из монографии авторов: Воробейчик, Садыков, Фарафонтов,1994,с.162. [4]

Таким образом, задача данной работы заключается в оценке степени загрязнения почв в техногенных зонах на различном удалении от CVM3a (по табл.4), в качестве контрольной пробной площади принимается фоновая территория.

Таблица 4

Оценка степени загрязнения земель химическими веществами по суммарному показателю загрязнения Zc

Значения показателя Zc	Степень загрязнения зе-	Коэффициенты
	мель	$(K_3)$
<2	Допустимая	0
28	Слабая	0,3
832	Средняя	0,6
3264	Сильная	1,0
>64	Очень сильная	2,0

Следующим этапом данной работы является определение состояния почвенных экосистем по их биологической активности (табл.5).

Таблица 5 Активность каталазы в подгоризонтах подстилки и верхнем горизонте почвы и ККП почв в середине вегетативного периода (см $^3$  O $_2$  / 1 г абс. cvx. почвы за 2 мин.) в районе СУМЗа $^*$ 

does cyks no ibbs sa 2 mins, b panone ce 113a						
(ПП)/гор. почвен.	Импактная	Импактная	Буферная зона	Фоновая террито-		
профиля	зона,1км	зона, 2км	6км	рия,24км		
01	$9,7\pm0,35$	$15,3\pm 1,01$	$16,4\pm0,61$	26,4± 1,56		
02	$8,3\pm0,34$	12,6± 0,53	10,7± 0,47	$46,9 \pm 2,47$		
A1	2,0± 0,11	1,2± 0,06	10,6± 0,41	$20,7 \pm 1,23$		
Сумма	20.0	29,1	37,7	94,0		
ККП, %	10	4,6	28,1	21,9		
I	0.21	0.31	0.4	1		

<sup>\*)</sup> Данные, представленные в таблице, — фрагмент таблицы из монографии авторов: Коваленко Л.А.,Бабушкина Л.Г.,2003,с.103. [5].

В приведённом примере под биологической активностью принимается активность каталазы в подгоризонтах почвенного профиля (01и 02) и горизонте A1. Показатели суммарной активности каталазы, ККП, индекс активности каталазы почвенного профиля ( I ) студенты должны рассчитать самостоятельно по приведённым выше формулам.

Данные об активности фермента каталазы почв на постоянных пробных площадях в районе СУМЗа, удалённых на соответствующие расстояния (табл.5), путём сравнения со схемой определения стадии стресса (табл.2), позволяющие оценить состояние почвенных экосистем указанных территорий в совокупности с проведённой оценкой степени их загрязнения дают объективный анализ почв в техногенных зонах. Результаты проведённых расчётов оформляются в виде таблиц и графиков. При оценке степени загрязнения почв (путём определения Zc) вместо ПДК тяжёлых металлов целесообразно использовать их показатели в почвах фоновой территории, что будет более объективно для данного района.

В своих выводах по результатам данной практической работы студенты отмечают следующие:

- 1. В зонах техногенного загрязнения СУМЗа накопление тяжёлых металлов в почвах (по приведённой градации) соответствует очень сильной степени загрязнения как в импактной так и в буферной зонах.
- 2. Согласно проведённому сравнению показателей техногенного загрязнения почв и их биологической активности на разноудалённых от источника загрязнения (СУМЗа) участках, можно заключить, что почвенные экосистемы в импактной зоне находятся в состоянии стресса в 3-й его стадии (2-я фаза), тогда как в буферной зоне выявлена (по табл.2) первая фаза третьей стадии стресса».
- 3. Учитывая фактическое состояние почв (стадия истощения адаптационных механизмов экосистем к аэротехногенным поллютантам), необходимо проведение мелиоративных мероприятий на данной территории, поскольку весь биогеоценоз (сосновые насаждения) находятся в прямой зависимости от состояния почвенных экосистем.

Таким образом, практическая направленность в экологическом образовании — необходимый элемент процесса обучения, воспитания и развития личности, поскольку лежит в основе разумной эксплуатации природных ресурсов и способствует подготовке специалистов к решению вопросов природопользования.

## Литература

- 1. Федорова А.И., Никольская А.Н. Практикум по экологии и охране окружающей среды: Учеб. пособие. -Воронеж: Воронеж.гос.ун-т, 2000.
- 2.Биологический контроль окружающей среды: биоиндикация и биотестирование: учеб. пособие под ред. О.П.Мелеховой и Е.И. Егоровой.—М.: Издательский центр «Академия», 2007.— 288с.
- 3. Бабушкина Л.Г., Коваленко Л.А., Неверова О.П. Судаков В.Г. Биологическая активность компонентов агробиогеоценозов как показатель адаптации экосистем к антропогенному загрязнению. Екатеринбург:Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2008. 292с.
- 4. Воробейчик Е.Л., Садыков О.Ф., Фарафонтов М.Г. Экологическое нормирование техногенных загрязнений наземных экосистем (локальный уровень). Екатеринбург: УИФ «Наука», 1994.280с.
- 5. Коваленко Л.А., Бабушкина Л.Г. Биологическая активность почв как показатель уровня адаптации почвенных экосистем к техногенному воздействию. Екатеринбург: УрГСХА, 2003.-264 с.
- 6. Мотузова Г.В., Безуглова О.С. Экологический мониторинг почв М.: Академический Проект, 2007. 237с.

## СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СТОХАСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ОСЦИЛЛЯТОРА

## В.В. Кузнецов

В работе представлены результаты сопоставления спектральной плотности стохастических движений осциллятора с плотностью вероятности переменных, которые описывают движения осциллятора. Показано, что спектральная плотность, полученная интегральным преобразованием Фурье автокорреляционной функции, является функцией Гаусса, так что свойства спектра колебаний могут быть представлены как свойства нормального закона распределения случайных величин. Показано также, что использование "степени монохроматичности"  $\gamma$  при определении моментов функции Гаусса позволяет определять значения спектральных моментов. При этом величина  $\gamma$  может быть определена как  $\gamma = 2\sigma/x_0$ , где  $\sigma^2$  – дисперсия стохастического процесса x(t),  $x_0$  – значение переменной x, соответствующее максимуму функции Гаусса. В работе представлены примеры практического применения результатов исследований.

- 1. Ранее, в работах [1-5], было показано, что основные соотношения спектрального анализа могут быть получены непосредственно из общего решения уравнения, описывающего стохастические движения осциллятора. В связи с тем, что статистические свойства колебательного процесса связаны с вычислениями моментов энергетического спектра [10,12], представляется целесообразным рассмотреть взаимосвязь между плотностью функции распределения случайной величины, описывающей движения осциллятора, и спектральной плотностью его стохастических движений.
- 2. В работах [8-11] было показано, что непрерывная случайная функция  $\zeta(x)$  (или  $\zeta(t)$ ), где  $x \in (-\infty, \infty)$ , описывающая стохастические движения осциллятора, может быть представлена [2-5] в виде суммы конечного числа  $(N < \infty)$  колебательных процессов вида:

$$\begin{array}{ccc}
N & N \\
\zeta(x) = \sum \zeta_n(x) = \sum B_n \cos \left[k_n x + \varphi_n(x)\right]. \\
n = 1 & n = 1
\end{array} (2.1)$$

где  $\zeta_n(x)=B_n$  Cos  $[k_n\,x+\phi_n(x)]$  - стационарный колебательный процесс, описывающий движения "n – го кластера", и являющийся в соответствии с работами [2 - 5] решением уравнения движений осциллятора. Функция  $\zeta_n(x)$  – статистически стационарна, т.е. является такой, что её средние свойства не зависят от смещения начала отсчета по оси x [10] при условии, что  $x>x_0$ . При этом на любом малом, фиксированном интервале (k,k+dk) справедливо соотношение:

$$E(k) dk = \sum_{N} \{E_n(k) dk\}, \qquad (2.2)$$

где E(k) – функция, называемая суммарным энергетическим спектром, или "спектром мощности" функции  $\zeta(x)$ ;  $E_n(k)$  – энергетический спектр n – го спектрального кластера или "спектр мощности" функции  $\zeta_n(x)$ .



Рис. 1 Автокорреляционная функция с корреляционным окном Бартлетта (ряд 1) и экспоненциальным окном Кузнецова (ряд 2).

Обычно для вычислений спектра стохастических колебаний используется интегральное  $\Phi$ урье — преобразование автоковариационной функции R(u), определяемой:

а) в соответствии с экспериментальными исследованиями, как [11]:

$$R(u) = R(0)K(u) = E[\{\zeta(x) - \zeta_0\} \{\zeta(x+u) - \zeta_0\}]$$
 (2.3)

где  $\zeta_0 = E[\zeta(x)]; E[...]$  – оператор математического ожидания;

b) в соответствии со стохастическими свойствами функции  $\zeta(x)$  [5], т.е.

$$R(u) = R(0)K(u) = R*(0)E [Cos (k_n x + \phi_n(x)) Cos (k_n (x+u) + \phi_n(x+u))].$$

При этом взаимосвязь нормированной спектральной плотности S(f) (или  $S(k) = E(k)/\sigma_0^2$ , где  $\sigma_0^2 = E\left[(\zeta(x) - \zeta_0)^2\right] = D[\zeta(x)]$  — дисперсия стохастического процесса  $\zeta(x)$ ) и автокорреляционной функции K(u) определяется выражениями [11,5]:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} K(u) \exp[-i(2\pi f u)] du, \qquad (2.4)$$

$$K(u) = \int_{-\infty}^{-\infty} S(f) \exp[i(2\pi f u)] df. \qquad (2.5)$$

т.е. для стационарных стохастических колебаний осциллятора [2-6; 10,11] соотношения (2.4) и (2.5) позволяют представить эту взаимосвязь в виде:

$$R(u) = R_0 K(u) = R_0 \exp \left[-\mu \mid u \mid \right] \cos \left[2\pi f_0 u\right] = R_0 F(u) \cos \left[2\pi f_0 u\right], \quad (2.6)$$

$$S*(f) = R_0 S(f) = R_0 \{ \mu / [\mu^2 + [2\pi (f + f_0)]^2] + \mu / [\mu^2 + [2\pi (f - f_0)]^2] \}. \quad (2.7)$$

где 
$$\mu = \chi(\sigma_0) = \text{const}; \ D[\zeta(x)] = R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} E(k) \, dk = 2 \int_{0}^{\infty} E(k) \, dk = \sigma_0^2 \, .$$
 (2.8)

В соответствии с рекомендациями в [11] о целесообразности использования корреляционных окон при вычислениях "сглаженных" выборочных спектров воспользуемся экспоненциальным временным корреляционным окном Кузнецова W<sub>K</sub> (и), которое в первом приближении совпадает с корреляционным окном Бартлетта  $W_B(u)[11]$ :

$$W_{K}(u) = \exp[-\mu_{0} u] \approx 1 - \mu_{0} u = 1 - |u|/M = W_{B}(u).$$
 (2.9)

где  $W_B(u) = (1 - |u|/M) - корреляционное окно Бартлетта [11]; <math>\mu_0 = 1/M$ ;

М – размер (длительность) автокорреляционной функции, в соответствии с которой рассчитывается выборочный спектр.

В этом случае имеет место соотношение:

$$R^*(u) = W_K(u) R(u) = \exp[-\mu_0 u] \{ \exp[-\mu u] \cos(2\pi f_0 u) \} =$$
  
=  $\exp[-(\mu + \mu_0)u] \cos[2\pi f_0 u] = \exp[-(\mu^* u)] \cos[2\pi f_0 u]$ , (2.10)  
где  $\mu^* = (\mu + \mu_0)$ , т.е. использование экспоненциального окна позволяет

восстановить исходный вид спектра.

3. В соответствии с [5] общее решение неоднородного уравнения одномерных стационарных движений осциллятора:

$$\zeta''(t) + 2\eta \zeta'(t) + \omega_0^2 \zeta(t) = f^*(t), \qquad (3.1)$$

может быть представлено в виде интеграла Дюамеля (или "свертки"[11]), при условии :  $C_1 \exp(-\eta t_0) \approx 0$ ,  $C_2 \exp(-\eta t_0) \approx 0$ , т.е.[5]:

$$\zeta(t) = (1/\omega) \int\limits_{t_0}^{t} W_K(t\text{-u}) \ f^*(u) \ \text{Sin} \ [\omega \ (t\text{-u})] \ du = \int\limits_{t_0}^{t} G(u) \ du \ ; \qquad (3.2)$$
 где  $\omega^2 = (\omega_0^2 - \eta^2)$  - частота колебаний;  $W_K(t-u) = \exp[-\eta \ (t\text{-u})]$  -

-экспоненциальное временное окно;  $t \ge t_0$  ;  $t - t_0 \ge u$ ;  $C_1$ ,  $C_2 = const$  — константы решения однородного уравнения движений осциллятора;

f''(u) — функция, описывающая внешние воздействия на осциллятор.

Интеграл (3.2) является решением (3.1) и описывает стационарные колебания, представляющие собой отдельный спектральный кластер ("Гауссово облако"), спектр которого описывается соотношениями (2.4) и (2.5).

Выполним операцию разложения в ряд Маклорена функции W<sub>K</sub>(t-u) аналогич-

$$W_K(t-u) = \begin{cases} \exp[-\eta(t-u)] \approx 1 - \eta \ (t-u) = 1 - (t-u)/M_w, \text{ при } 0 \le (t-u) < M_w \\ 0 \quad , \quad \text{при } (t-u) < 0; \ (t-u) > M_w \end{cases} , \tag{3.3}$$

где  $M_w = 1/\eta$ ;  $u \in [(t-M_w), t]$ .

Функция W<sub>K</sub>(t-u) (3.3) соответствует временному окну Бартлетта и позволяет определить нижний предел интеграла Дюамеля (3.2), т.е. найти величину  $M_{\rm w} = 1/\eta$ . В этом случае:

где 
$$\, x$$
 -  $\, M_w \geq x_0 \, ; \, M_w = N \, \delta u \approx const; \, G_x(u_n) = G((x - M_w) + u_n) = G((x - M_w) + n \, \delta u);$ 

 $G(u) = \{W_K(u) f^*(u) Sin [\omega (t - u)]\}/\omega - подынтегральная функция в (3.2).$ Интеграл (3.4) можно рассматривать как "скользящее среднее" функции G(u), а сумма

$$\zeta(x) / M_w = \{ (1/N) \sum_{i=0}^{N} G((x-M_w) + n \delta u ) \}$$

$$n = 0$$
(3.5)

представляет собой "выборочное среднее", и в соответствии с «Центральной предельной теоремой » переменная ζ(x) независимо от вида распределения случайной величины  $\hat{G}_n = G(u_n)$  будет распределена по нормальному закону, т.е. плотность распределения  $f_n$  (  $\zeta$  ) случайной величины  $\zeta$  представляет собой в пределе нормальный закон распределения (описываемый функцией Гаусса):  $f_n(\zeta) = \left[1/(2\pi\sigma^2)^{1/2}\right] \exp\left\{-\left(\zeta-\zeta_0\right)^2/(2\sigma^2)\right\},$ 

$$f_n(\zeta) = [1/(2\pi\sigma^2)^{1/2}] \exp\{-(\zeta - \zeta_0)^2/(2\sigma^2)\},$$
 (3.6)

Случайная величина  $\zeta$  может интерпретироваться, например, в теории ветровых волн как вертикальное смещение поверхности воды. В этом случае

переменные :  $\zeta_x$  ;  $\zeta_{xx}$  и т.д. - также распределены по нормальному закону распределения (3.6), но с заменой  $\zeta(x)$  на  $\bar{\zeta}_x(x)$ ,  $\zeta_{xx}(x)$  и т.д. [10,12].

Приведем формулировку Центральной предельной теоремы [13]:

"Пусть случайная величина  $\zeta$  имеет среднее значение  $\eta$  и дисперсию  $\sigma^2$ .

Eсли  $\sigma^2$  конечно ( $\sigma^2 < \infty$ ), то при стремлении объема выборки ( n ) к бесконечности распределение выборочного среднего  $\zeta_{cp}$  будет стремиться к нормальному со средним  $\eta$  и дисперсией  $\sigma^2/n$ ".

Результирующий спектр может быть представлен в виде суммы спектров движений осцилляторов (2.1), т.е.:

$$R_0 S(k) = \sum_{j} R_{0j} S_j (k) = \sum_{j} R_{0j} \{ \mu_j / [\mu_j^2 + (2\pi (k + k_j))^2] + \mu_j / [\mu_j^2 + (2\pi (k - k_j))^2] \}, (3.7)$$

где  $\{R_{0i} | S_i(k)\}$  – спектр "j-го" спектрального кластера  $\{k \square (-\infty, \infty)\}; \mu$ =const.

В результате интегрирования соотношения (3.7) получим:  $R_0 = \Sigma \; R_{0j} = \sigma_0^{\; 2} = \Sigma \; \sigma_j^{\; 2} \; , \eqno(3.7)$ 

$$\int_{0}^{2} = \sum_{j} R_{0j} = \sigma_{0}^{2} = \sum_{j} \sigma_{j}^{2}, \qquad (3.8)$$

Соотношение (3.8) соответствует (2.1) и может быть представлено также в виде:  $\Sigma \ p_j = \Sigma \ {\sigma_j}^2 / \ {\sigma_0}^2 = 1, \eqno(3.9)$ 

$$\sum \mathbf{p}_{j} = \sum \sigma_{j}^{2} / \sigma_{0}^{2} = 1, \tag{3.9}$$

$$j \qquad \qquad j$$

где  $p_j = (\sigma_j^2/\sigma_0^2)$  — вероятность нахождения системы в "j - м" кластере;  $\sigma_0^2$  — дисперсия суммарного процесса;  $\sigma_j^2$  - дисперсия "j - го" кластера.

Выполним сопоставление нормированной спектральной плотности  $f_S(z)$ (2.7), являющейся функцией переменной z:

$$f_S(z) = S(z) = A_1 \{ \mu/[\mu^2 + (2\pi (z - z_0))^2] \}$$
 (4.1)

с плотностью нормального закона распределения  $f_n(x)$  случайной величины x:  $f_n(x) = \left[1/(2\pi\ \sigma^2\ )^{1/2}\ \right] \ \text{exp}\ \{\text{-}\ (x-x_0)^{\ 2}/(2\ \sigma^2\ )\}, \eqno(4.2)$ 

$$f_n(x) = [1/(2\pi \sigma^2)^{1/2}] \exp \{-(x - x_0)^2/(2\sigma^2)\},$$
 (4.2)

где  $\sigma^2 = D[x] = E[(x - x_0)^2]$  – дисперсия случайной величины x;

 $A_1$ = const;  $\mu = \gamma(\sigma)$ ;  $z = \alpha x$ ;  $\alpha = const - "размерный" множитель.$ 

Разложим в ряд Маклорена экспоненциальную функцию плотности (4.2):  $\exp\{-(x-x_0)^2/(2\sigma^2)\} = 1/\{\exp[(x-x_0)^2/(2\sigma^2)]\} \approx \{1/[1+(x-x_0)^2/(2\sigma^2)]\} =$ 

$$=\{2\sigma^2/\left[(2\sigma^2)+(x-x_0)^2\right]\}=8\pi^2\sigma^2/\{(8\pi^2\sigma^2)+\left[2\pi\left(x-x_0\right)\right]^2\}. \tag{4.3}$$
 Обозначим:  $\mu^2=8(\pi\sigma)^2$  ; (  $\mu=(8)^{1/2}\pi\sigma$  ). Из (4.2) и (4.3) получим  $f_n(x)\approx f_S(x)$ : 
$$[1/(2\pi\sigma^2)^{1/2}]\exp\{-(x-x_0)^2/(2\sigma^2)\}\approx A_1\{\mu/\{\mu^2+[2\pi\left(x-x_0\right)]^2\}\}. \tag{4.4}$$
 Здесь:  $A_1=(4\pi)^{1/2}\approx 3,54; \ \mu=(8)^{1/2}\pi\sigma=(2,8\pi)\sigma\approx 8,8\sigma$ . Учитывая, что  $x=z/\alpha$ , где  $z=\alpha x$ ;  $\alpha=\text{const}$ , из соотношения (4.4) получим: 
$$f_S(x)=(4\pi)^{1/2}\{\mu/\{\mu^2+[2\pi\left(x-x_0\right)]^2\}\}=(4\pi)^{1/2}\{\mu\alpha^2/\{(\mu\alpha)^2+[2\pi\left(z-z_0\right)]^2\}\}=\\ =(4\pi\alpha^2)^{1/2}\{\mu\alpha/\{(\mu\alpha)^2+[2\pi\left(z-z_0\right)]^2\}\}=(4\pi\alpha^2)^{1/2}\{\mu^*/\{(\mu^*)^2+[2\pi(z-z_0)]^2\}\},\text{ r.e. }\\ f_S(z)=(4\pi\alpha^2)^{1/2}\{\mu/\{(\mu^*)^2+[2\pi(z-z_0)]^2\}\}=A^*_1\{\mu^*/\{(\mu^*)^2+[2\pi(z-z_0)]^2\}\}, \text{ (4.5)}$$
 где  $A^*_1=(4\pi\alpha^2)^{1/2}$ ;  $\mu^*=\mu\alpha$ ;  $\mu=\text{const}$ .

Таким образом, плотность нормального закона распределения  $f_n(x)$  (4.4) в качестве первого приближения может быть представлена в виде спектральной плотности  $f_S(x) \approx f_n(x)$ , т.е. (при  $\alpha=1$ ;  $\mu=(8)^{1/2}$   $\pi$   $\sigma\approx 8,8$   $\sigma$ ) получим:  $[1/(2\pi \ \sigma^2)^{1/2}] \exp\{-(x-x_0)^{\ 2}/(2\ \sigma^2)\} \approx (4\ \pi)^{1/2} \{\mu/\{\mu^2+[2\pi \ (x-x_0)]^2\}\}.$ 

$$[1/(2\pi\sigma^2)^{1/2}]\exp\{-(x-x_0)^2/(2\sigma^2)\} \approx (4\pi)^{1/2}\{\mu/\{\mu^2+[2\pi(x-x_0)]^2\}\}.$$

В свою очередь спектральная плотность колебательного процесса осциллятора (4.5) описывается в рамках первого приближения функцией Гаусса (4.4). В рамках следующих приближений соотношение (4.4) может быть представлено в виде:

$$\begin{array}{l} f_n(x) = [1/(2\pi\ \sigma^2)^{1/2}] exp\{-(x-x_0)^2/(2\sigma^2)\} \approx f_{Sk}(x) = A_1\{\mu/\{\mu^2 + [2\pi(x-x_0)]^2\ \beta(x)\}\},\ (4.6) \\ \text{ г.д. } \epsilon: \mu = (8)^{1/2}\ \pi\ \sigma \approx 8.8\ \sigma;\ A_1 = (4\ \pi\ )^{1/2} \approx 3.54; \end{array}$$

 $\beta(x) = \beta_k(x) - \text{"k - oe"}$  приближение функции Гаусса, т.е.:

$$\beta(x) \approx \beta_1(x) = 1$$
;

$$\beta(x) \approx \beta_2(x) = 1 + [(x - x_0)^2 / (4\sigma^2)];$$
  

$$\beta(x) \approx \beta_3(x) = 1 + [(x - x_0)^2 / (4\sigma^2)][1 + (x - x_0)^2 / (6\sigma^2)];$$
(4.7)

$$\beta(x) \approx \beta_3(x) = 1 + [(x - x_0)^2/(4\sigma^2)][1 + (x - x_0)^2/(6\sigma^2)];$$

T.e. 
$$\lim_{k\to\infty} \{(4\,\pi\,)^{1/2} \{\mu/[\mu^2 + [2\pi\,(x - x_0)]^2\,\beta_k(x)]\}\} = [1/(2\pi\,\sigma^2)^{1/2}] \exp\{-(x - x_0)^2/(2\,\sigma^2)\}.$$

Обозначив  $(1/\alpha^2)$  =  $\beta_k(x)$ , из соотношений (4.4) и (4.5) получим спектральную плотность  $f_{Sk}(x)$  с заданным "k - м" приближением функции Гаусса:

$$\begin{split} f_{Sk}(x) &= A *_1(x) \left\{ \mu^*(x) \left/ \left\{ (\mu^*(x))^2 + \left[ 2\pi \left( x - x_0 \right) \right]^2 \right\} \right\}, \\ \text{где} \quad A *_1(x) &= (4 \, \pi / \, \beta_k(x))^{1/2}; \, \mu^*(x) = \mu / (\beta_k(x))^{1/2}; \, \left[ \mu^*(x) A *_1(x) \right] = (\mu A_1) / \beta_k(x). \end{split}$$

Таким образом, спектральная функция Кузнецова f<sub>Sk</sub> (x) в пределе совпадает с функцией Гаусса  $f_n$  (x).

При этом интегрирование равенства  $f_{S1}(x) \approx f_n(x)$  подтверждает эквивалентность энергии волнового процесса и вероятности статистического события, что позволяет "объединить" два пространства – вероятностное и энергетическое.

Заметим также, что спектральная плотность (4.5) при  $k < \infty$  не является нормированной, т.к. нормировка функции f<sub>n</sub>(x) (4.4) выполняется для суммы всех членов степенного ряда. Несоответствие нормировок может быть скорректировано, например, проведением дополнительной нормировки, соответствующей требованиям статистики, или условиям нормировки интегрального преобразования Фурье. Операция нормировки при условии:

$$\begin{array}{l} f_n(x) \approx f_S(x); \quad x \, \Box \, \Box \, (0, \, \infty); \quad A_1 = \! 2; \quad \text{будет иметь вид:} \\ \infty \qquad \qquad \infty \qquad \qquad \infty \\ \int f_n(x) \, dx = \int f_S \, (x) \, dx \approx \int A_1 \, \mu \, / \{ \mu^2 + \! [2\pi \, (x - x_0)]^2 \} \, \, dx = 1 \, , \\ -\infty \qquad \qquad -\infty \qquad \qquad -\infty \end{array} \tag{4.8}$$

Обозначив  $u = x - x_0$ , и положив  $A_1 = 1$ , найдем:

ности распределения случайной величины х.

$$\mu \int_{-\infty}^{\infty} 1/\{ \mu^2 + [2\pi (x - x_0)]^2 \} d(x-x_0) = \{ \mu/(2\pi \mu) \} \arctan (2\pi u/\mu) | = \pi/(2\pi) = 1/2,$$

что соответствует нормировке интегрального преобразования Фурье.

При анализе экспериментальных данных обычно полагают  $A_1$ =2;  $x \square \in (0, \infty)$ . Рассмотрим дополнительные условия (соотношения) равенства плотностей :

- 1. условие равенства максимальных значений нормированных плотностей:  $1/\mu = 1/(2\pi \sigma^2)^{1/2}$ , т.е. :  $\mu/\sigma = (2\pi)^{1/2} \approx 2,5$  или  $\mu \approx 2,5$   $\sigma$ . (4.9)
- 2. условие равенства "степени монохроматичности" колебаний:

$$f(x_0 + \sigma) \approx 0.5$$
  $f(x_0) = 0.5$   $[1/(2\pi \sigma^2)^{1/2}] = 1/(2\mu)$ , т.е.  $\mu/\sigma = (2\pi)^{1/2} \approx 2.5$ , (заметим, что функция  $f(x)$  имеет две точки перегиба :  $x_0 \pm \sigma$ ).

3. условие линейного приближения:  $\mu = 8^{1/2} (\pi \sigma) \approx 2, 8(\pi \sigma) \approx 8, 8 \sigma$ . (4.10) На рис.2 представлены примеры сопоставления спектральной плотности и плот-



Рис. 2. Сопоставление нормированных плотностей  $f_S(u)$  и  $f_n(u)$ . Обозначения:  $u = 2x/\sigma$  — безразмерная переменная, где  $x \in (x_0 - 3\sigma; x_0 + 3\sigma)$ .

Ряд 1. Нормированная спектральная плотность  $f_S(u)$  в соответствии

с (4.5) при условии  $\beta(x) = \beta_1(x) = 1$ ;  $\mu = 2\pi \ \sigma \approx 6.28$ ;  $A_1 = 2.5$ ;  $I \approx 1.013$ .

Ряд.2. Плотность  $f_{n}\left(u\right)$  нормального закона распределения (4.4).  $I\approx0{,}99$ 

Ряд 3. Ненормированная спектральная плотность в диапазоне  $|x-x_0| \le 3\sigma$  в соответствии с (4.6), т.е.:  $\beta_1(x)=1$ ;  $\mu=8^{1/2}$  ( $\pi$   $\sigma$ )  $\approx 8.8\sigma$  ;  $A_1=3.54$ ,  $I\approx 1.31$ .

Ряд 4. Второе приближение функции Гаусса в диапазоне  $|x-x_0| \le 3\sigma$  в соответствии с (4.6), т.е.:  $\mu \approx 8,8$   $\sigma$ ;  $A_1 = (4\pi)^{1/2} \approx 3,54$ ; I=1,094;  $\beta(x) = \beta_2(x) = 1 + (x-x_0)^2/(4\sigma^2)$  соответствует второму приближению.

Поскольку спектральная плотность  $f_S(x)$  (4.5) представляет собой в первом приближении нормальный закон распределения (4.4) случайной величины x, также

как функция Гаусса представляет собой нормированную спектральную плотность, интегральное преобразование Фурье функции Гаусса в соответствии с (2.4) - (2.5) имеет вид:

$$K(u) = [1/(2\pi\sigma^2)^{1/2}] \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ -(f - f_0)^2/(2 \sigma^2) \right] \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df \approx \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) \exp \left[ i(2\pi f u) \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} f_S (f) df =$$

$$= \int_{A_1}^{\infty} \frac{\mu}{\mu} \{ \mu^2 + [2\pi (z - z_0)]^2 \beta(z) \} \exp[i(2\pi z u)] dz \approx \exp[-\mu u] \cos(2\pi z_0 u). \quad (4.11)$$

Заметим, что основное различие функций (4.6) имеет место в диапазоне значений переменной x, превышающих границы, определяемые правилом

" 3-х сигм", (т.е. х  $\square$  (  $x_0-3\sigma$ ,  $x_0+3\sigma$ ) ), известного, как "практически реализуемый" диапазон случайной величины х ( $|x-x_0| \le 3\sigma$ ), что является следствием приближенного представления функции Гаусса в виде (4.6) и реализации фильтрации высокочастотных составляющих при вычислении автокорреляционной функции. В качестве примера напомним, что при помощи метода "скользящего среднего" может быть осуществлена фильтрация (сглаживание) высокочастотной части спектра [5].

Поскольку для плотности распределения f(x) случайной величины x, описываемой нормальным законом, имеет место соотношение:

$$f(x_0 + \sigma) / f(x_0) = 0.6 \approx 0.5$$
, (4.12)

где  $(x_0\pm\sigma)$  - точки перегиба функции f(x);  $f(x_0)$  - максимальное значение функции f(x), соотношение (4.12) дает возможность расширенного толкования "степени монохроматичности " колебаний  $\gamma$ , т.е.:  $\Delta f = (f_2 - f_0) \sim \sigma$ ;  $f_0 \sim \zeta_0$ ; (точнее  $\Delta f \sim 1, 2 \sigma$ ), что позволяет представить связь между спектральной плотности  $f_5(x)$  и плотности распределения  $f_n(x) \approx f_S(x)$  в виде [5]:

$$\Delta f / f_0 = \Delta x / x_0 = \sigma / \zeta_0 \approx \gamma / 2. \tag{4.13}$$

Отметим, что пример построения модели физического процесса, спектр которого описывается функцией Гаусса, был представлен в работе [14].

5. Результаты разделов 3 - 4 позволяют представить начальные моменты суммарного спектра колебаний  $(m_0\,,\,m_1\,,\,...,\,m_r\,,...)$  в виде:

уммарного спектра колебаний (
$$m_0$$
 ,  $m_1$  , ...,  $m_r$  ,...) в виде: 
$$\sigma_0^2 m_r = \int\limits_{-\infty}^{\infty} E(k) \ k^r \ dk \approx \int\limits_{-\infty}^{\infty} \{ \sum E_j(k) \} \ k^r \ dk = \sum \{ \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_j(k) \ k^r \ dk \}. \tag{5.1}$$
 где: 
$$\sigma_0^2 m_r = \sum \sigma_j^2 m_{rj} = \sigma_0^2 \sum p_j m_{rj} ; \ E(k) = f_S(k) ; (z = k);$$
 
$$j$$
 
$$m_{rj} - \text{"r-ый" момент "j-го" спектрального кластера, т. е.:}$$
 
$$m_r = \sum p_j \ m_{rj} ; \ p_j = \sigma_j^2 / \sigma_0^2. \tag{5.2}$$

Заметим, что оценка узкополосности спектра и других параметров кластера может быть выполнена при помощи "степени монохроматичности"  $\gamma_i$  [5]:

$$\gamma_j = \mu_j / (\pi k_{0j}) = \Delta k^* / k_{0j} = 2(\Delta k / k_{0j}).$$
 (5.3)

где  $k_{0j}$  =  $E\left[k_{j}\right]$  – волновое число максимума спектра ("j - го" кластера).

Учитывая (5.1) - (5.3), получим приближенное значение средней "степени монохроматичности " $\gamma_0$ :

$$\gamma_0 \approx \sum_{\substack{j=1}}^{M} p_j \gamma_j$$
(5.4)

Начальным моментом "r - го" порядка случайной величины  $\zeta = x$  называется величина [10 - 13]:

$$m_r = E[x^r] = \int_0^\infty x^r f_n(x) dx$$
(6.1)

где  $f_n(x)$  – плотность распределения случайной величины x, распределенной по нормальному закону распределения (4.2); т - "r - й" начальный момент.

Для процесса, состоящего из п независимых кластеров, для которых совместная плотность распределения взаимно независимых случайных величин распадается на множители [11]:

$$f_{1...n}(x_1, x_2, ..., x_n) = f_1(x_1) f_2(x_2) .... f_n(x_n)$$
 (6.2)

имеет место многомерная плотность распределения:

$$f_X(x) = \{1/[(2\pi)^{n/2} |V|^{1/2}]\} \exp\{-[x-\eta]^* V^{-1} [x-\eta]/2\}$$
(6.3)

где  $x^* = (x_1, x_2, ..., x_n); \eta^* = (\eta_1, \eta_2, ..., \eta_n)$  – векторы – строки;  $V^{-1}$  – матрица, обратная матрице ковариаций V. При этом имеет место соотношение:

$$f_{0}(\zeta) = \sum_{\substack{j=1 \ j=1}}^{N} f_{j}(\zeta) = \sum_{\substack{j=1 \ j=1}}^{N} \{ [\alpha_{j}/(2\pi \sigma_{j}^{2})^{1/2}] \exp[-(\zeta_{j} - \zeta_{0j})^{2}/2\sigma_{j}^{2}] \}, \quad (6.4)$$

 $\begin{array}{l} f_0\left(\zeta\right) = \sum\limits_{\Sigma}\alpha_j \; f_j\left(\zeta\right) = \sum\limits_{\Sigma} \left\{ \left[\alpha_j / (2\pi \; \sigma_j^{\; 2})^{1/2} \; \right] \exp[-\left(\zeta_j - \zeta_{\; 0j}\right)^2 / 2\sigma_j^{\; 2} \; \right] \right\}, \quad (6.4) \\ j = 1 \qquad \qquad j = 1 \\ \text{где } \alpha_j = p_j = \sigma_j^{\; 2} / \left(\sigma_0^{\; 2}\right)^2 \; - \text{ вероятность принадлежности случайной величины } \zeta(x) \; \text{``j} \\ - \text{му''} \; кластеру } \left(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots \alpha_n = 1\right); \; \sigma_j^{\; 2} - \text{дисперсия случайной величины } \text{в} \; \text{``j} - \text{му''} \end{array}$ м" кластере.

В соответствии с результатами раздела 4 спектральная плотность f<sub>S</sub> (z) представляет собой в первом приближении функцию Гаусса, поэтому начальные и центральные моменты спектра колебаний могут рассматриваться как моменты случайной величины распределенной по нормальному закону распределения f<sub>n</sub>(x). В этом случае центральные моменты μ<sub>2n</sub> как для случайной величины

 $(x=\zeta)$  с плотностью распределения  $f_n(x)$ , так и для спектральной плотности  $f_S(x)$  определяются в виде [13]:

(x) определяются в виде [13]: 
$$\begin{cases} \mu_{2n} = \mathrm{E}[(\zeta - \zeta_0)^{2n}] = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (\zeta - \zeta_0)^{2n} \, f_n(\zeta) \, d\zeta = (\sigma^2)^n \, (2n\text{-}1)!! \, ; \\ \mu_{2n+1} = 0, \end{cases}$$
 (6.5)

где  $\zeta_0 = m_1 = E[\zeta]$ ;  $m_i$  – начальный момент.

Для первых четырех моментов спектра колебательного процесса, состоящего из одного кластера, имеют место соотношения:

$$\begin{array}{lll} \mu_0 = m_0 = 1 \,; \\ \mu_1 = m_1 - \zeta_0 \, m_0 = m_1 - \zeta_0 = 0 \,; & m_1 = \zeta_0 \,; \\ \mu_2 = m_2 - m_1^{\,2} = \sigma^2 \,; & m_2 = \zeta_0^{\,2} + \sigma^2 \,; \end{array} \eqno(6.6)$$

$$\begin{array}{l} \mu_3 = \ m_3 - 3 \ m_1 \ m_2 + 2 m_1^{\ 3} = 0; \\ \mu_4 = \ m_4 - 4 \ m_1 \ m_3 + 6 m_1^{\ 2} \ m_2 - 3 m_1^{\ 4}; \end{array} \quad \begin{array}{l} m_3 = \zeta_{\ 0}^{\ 3} \ + \ 3 \ \zeta_{\ 0} \ \sigma^2 \ ; \\ m_4 = \zeta_{\ 0}^{\ 4} + \ 3 \ \sigma^4 + 6 \zeta_{\ 0}^{\ 2} \ \sigma^2, \end{array}$$

где : 
$$\mu_r = E\left[(\zeta - \zeta_0)^r\right]$$
 - центральный момент " $r-ro$ " порядка,  $m_r = E\left[(\zeta)^r\right]$  - начальный момент " $r-ro$ " порядка;  $\zeta_0 = E\left[\zeta\right]$ .

Моменты высших порядков определяются также в соответствии с (6.5) и (6.6). Приближенные значения начальных моментов "п - го" порядка могут быть определены соотношением:

$$m_n \approx (\zeta_0)^n, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$
 (6.7)

Для уточнения оценки значений начальных моментов т " "степенью монохроматичности" стохастического процесса  $\gamma = 2(\Delta f/f_0) \approx 2\sigma/\zeta_0$ .

В соответствии с (6.4) центральные моменты определяются соотношениями:

$$\mu_0 = 1; \ \mu_1 = 0; \ \mu_2 = \sigma^2; \ \mu_3 = 0; \ \mu_4 = 3\sigma^4;$$
 (6.8)

что позволяет определить начальные моменты в виде:

$$\begin{array}{l} m_0 = 1; \quad m_1 = \zeta_0; \\ m_2 = \zeta_0{}^2 + \sigma^2 = \zeta_0{}^2 \left[ 1 + \gamma^2 / 4 \right]; \\ m_3 = \zeta_0 \left( 3 \ \sigma^2 + \zeta_0{}^2 \right) = \zeta_0{}^3 \left[ 1 + 3 \left( \gamma^2 / 4 \right) \right]; \\ m_4 = \zeta_0{}^4 \left\{ 1 + 3 \left( \sigma^2 / \zeta_0{}^2 \right) \left[ 2 + \left( \sigma^2 / \zeta_0{}^2 \right) \right] \right\} = \zeta_0{}^4 \left\{ 1 + 3 \left( \gamma^2 / 4 \right) \left[ 2 + \left( \gamma^2 / 4 \right) \right] \right\}. \end{array}$$

Таким образом, если принять условие «узкополосности », т.е.  $\sigma^2 << \zeta_{\rm ni}^2$  , получим соотношение:

$$\begin{array}{llll} & M & M & M \\ m_n = E[k^n] \approx & \sum p_j \, k_{0j}^n \; , \; \text{или} & m_n = E[\zeta^n] \approx & \sum \alpha_j \, \zeta_{0j}^n = & \sum \alpha_j \, m_{nj} \; . \; (6.10) \\ & j = 1 & j = 1 \; j = 1 \\ \text{где} : & m_0 = 1; \, m_{1j} = & \zeta_{0j} \; ; \; m_{2j} \approx & \zeta_{0j}^2 = & m_{1j}^2 \; ; \; m_{3j} \approx & \zeta_{0j}^3 = & m_{1j}^3 \; ; \; m_{4j} \approx & \zeta_{0j}^4 = & (m_{1j})^4 \; ; \\ & \alpha_j = & p_j \; ; \; n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{array}$$

В случае, когда  $\zeta_{0j} \approx 0$ , уточнение значения m  $_{i}$  может быть выполнено при помощи "дополнительного" слагаемого  $\Delta m_r$ , например, в виде:

$$(m_r)_{och} + \Delta m_r = (m_r)_{och} + \beta *_r (\gamma) \approx \zeta_{0j}^r + \hat{\beta} *_r (\hat{\gamma}_0),$$
 (6.13)

где  $\gamma_0$  - среднее значение " степени монохроматичности" ( см. (6.15));

$$\beta^*_{\rm r}(\gamma)$$
 – функция, определяемая соотношением (6.9), например: ( ${\rm m_4})_{\rm och}$  +  $\beta^*_{\rm 4}(\gamma_0)$  = ( $\zeta_{0j}^4$ ) +  $\mu_2$  (3  $\mu_2$  -2  ${\rm m_1}^2$ ) = ( $\zeta_{0j}^4$ ) + (3  $\sigma^4$  +6 $\zeta_{0j}^2$   $\sigma^2$ ) = =  $\zeta_0^4$  {1+ (3 $\gamma^2$ /4)[2+ ( $\gamma^2$ /4)]}. (6.14)

При этом: 
$$\Delta m_4 = \beta_r (\gamma_0) = \zeta_0^4 \{(3\gamma^2/4)[2+(\gamma^2/4)]\} = (3\sigma^4+6\zeta_0^2\sigma^2).$$

В соответствии с работами [10, 12] среднее число нулей  $N_0$  функции  $\zeta(x)$  на единицу длины оси Х относительно нулевого уровня равно:

$$N_0 = (1/\pi) (m_2/m_0)^{1/2}, \tag{7.1}$$

в то время как среднее число экстремумов  $N_1$  функции  $\zeta(x)$  на единицу длины оси X (относительно нулевого уровня) равно [10, 12]:

$$N_1 = (1/\pi) (m_4/m_2)^{1/2}, \qquad (7.2)$$

причем:  $N_0/N_1 = [m_2^2/(m_0 m_4)]^{1/2}$ ;  $N_0 N_1 = \pi^{-2} (m_4/m_0)^{1/2}$ .

В соответствии с (5.1) и (5.2) получим: 
$$N_0 = [1/(\pi \sigma_0)](m_2)^{1/2} = [1/(\pi \sigma_0)](\Sigma p_j k_j^2)^{1/2}; \qquad (7.4)$$

$$N_{1} = [1/(\pi m_{2}^{1/2})] (\sum_{j} p_{j} k_{j}^{4})^{1/2};$$
 (7.5)

где  $p_j = \sigma_j^2/\sigma_0^2$ ;  $k_j$  - волновое число максимума спектра "j - го" кластера. Соотношения (5.4) и (5.5) позволяют построить простую модель отражения электромагнитных волн от стохастической системы :

$$\begin{split} W_{\text{отр}} &\approx w_0 \, N_0 + w_1 \, N_1 = (\, N \, w \,), \\ \text{где} &\quad N_0 &= (\, m_2^{-1/2} \, / (\pi \, \sigma_0 \,)), \quad N_1 = (1/\pi) \, (m_4 \, / \, m_2 \,)^{1/2} \,. \\ \mathcal{L}$$
 Для  $j$  – го кластера из  $(5.1)$  и  $(5.2)$  получим: 
$$N_{0j} &= (1/\pi) \, (m_{2j} \, / m_{0j} \,)^{1/2} = (1/\pi \, \sigma_j \,) \, (p_j \, k_j^2 \,)^{1/2} \,; \\ N_{1j} &= [1/\left(\, \pi \, m_{2j}^{-1/2} \,\right)] \, (\, p_j \, k_j^4 \,)^{1/2} \,; \end{split} \tag{7.7}$$

T.e.  $N_0 = \{N_{01}, N_{02}, ...\}$ ;  $N_1 = \{N_{11}, N_{12}, ...\}$ .

Если ввести вектор мощности отражения  $w = \{w_1, w_2,.., w_J\}$ , соответствующий отражению в области нулей, и вектор  $v = \{v_1, v_2, ..., v_J\}$ , соответствующий отражению в области экстремумов, то отраженная суммарная интенсивность световых волн определится как:

$$W = (N_0 w) + (N_1 v) = \sum_{j} [N_{0j} w_j + N_{1j} v_j].$$
 (7.8)

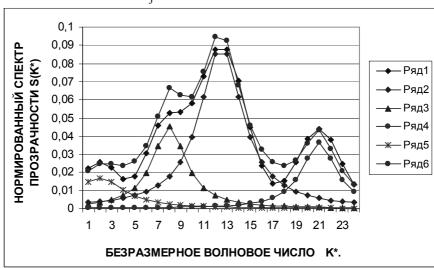


Рис. 3 Нормированный спектр осцилляций интенсивности рентгеновского излучения, прошедшего через полидисперсный образец.

### Обозначения:

Ряд 1. - S\*(k\*) - Результирующий спектр колебаний интенсивности излучения, полученный при помощи корреляционно-спектрального анализа;  $\sigma_0^2 \approx 0.954 \approx 1$ . Ряд 2. -S<sub>2</sub>\*(k\*) - Составляющая спектра с нормированным волновым числом максимума спектра k\* $_{02} = 12.5$ ;  $\gamma \approx \Delta f / f_0 \approx 5/12.5 \approx 0.4$ ;  $\sigma_2^2 \approx 0.55$ .

Ряд 3. -  $S_1*(k*)$  - Составляющая спектра с нормированным волновым числом

максимума спектра  $k^*_{01} = 8$ ;  $\gamma \approx \Delta f / f_0 \approx 4 / 8 \approx 0.5$ ;  $\sigma_1^2 \approx 0.22$ 

Ряд 4. - S<sub>3</sub>\*(k\*) - Составляющая спектра с нормированным волновым числом максимума спектра  $k_m^* = 21$ ;  $\gamma \approx \Delta f / \hat{f_0} \approx 4/21 \approx 0.19$ ;  $\sigma_3^2 \approx 0.165$ 

Ряд 5. -  $S_4*(k*)$  - Составляющая спектра с нормированным волновым числом максимума спектра  $k*_{04} = 2$ ;  $\gamma \approx \Delta f / f_0 \approx 1$ ;  $\sigma_4^2 \approx 0.085$ 

Ряд 6. -  $S^*(k^*) = S_1^*(k^*) + S_2^*(k^*) + S_3^*(k^*) + S_4^*(k^*)$  — Суммарный нормированный спектр колебаний интенсивности излучения, полученный в соответствии с формулой (2.10);

 $\sigma_0^2 \approx \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2 \approx 1,027; \ p_1 = \sigma_1^2 / \sigma_0^2 \approx \sigma_1^2; \ p_2 \approx \sigma_2^2; \ p_3 \approx \sigma_3^2; \ p_4 \approx \sigma_4^2.$ Параметры спектров представлены в обозначениях к рисунку. Спектры рассчитывались в полном соответствии с методикой вычислений, изложенной в данной работе и работах [1-5, 7] с применением экспоненциального окна Кузнецова.

8. В качестве примера рассмотрим спектр осцилляций интенсивности рентгеновского излучения в области геометрической тени при анализе структуры порошкообразного образца [6]. Нормированный спектр, представленный на рис.3, является суммарным спектром колебаний интенсивности рентгеновского излучения, состоящим из спектров 4-х спектральных кластеров, т.е. при приближенной оценке начальных моментов имеют место соотношения

$$m_n = E[k^n] \approx \frac{M}{\sum p_j k_j^n}.$$

$$j = 1$$
(8.1)

где  $p_j = \sigma_j^2 / \sigma_0^2$  – вероятность нахождения системы в " j -м" кластере.

На рис.3, суммарный спектр колебаний (S\*(k\*),Ряд 6) представляет собой сумму спектров 4-х спектральных кластеров [15].

Результаты вычислений.

```
m_2^{***}=173,125^*[1+0,04]=180,05 (\Delta m_2^*/m_2^{***}=0,01)
m_3^*=p_1 k_{01}^3+p_2 k_{02}^3+p_3 k_{03}^3+p_4 k_{04}^3=2715,635
                                                 m_3 ** = 3110.8, (\Delta m_3 / m_3 ** = 395,165/3110.8 = 0,127)
                                                 m_3 **** = 2715,635*[1+3*(0,04)] = 3041,511 \ (\Delta m_3*/m_3*** = 0,023)
          \begin{array}{lll} m_4 * & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m
                 где \Delta m_i = m_i * * - m_i * ; \Delta m_i * = m_i * * * - m_i * .
При вычислении моментов использовались соотношения (6.8): \mu_0=1; \;\; \mu_1=0; \;\; \mu_2=\sigma^2; \;\; \mu_3=0; \;\; \mu_4=3\;\sigma^4; \\ m_0=1; \;\; m_1=\zeta_{0j}\; ; \;\; m_2=\zeta_{0j}{}^2+\sigma^2=\zeta_{0j}{}^2[1+\gamma^2 \;\; /4\;]; \\ m_3=\zeta_{0j}(3\;\sigma^2+\zeta_{0j}{}^2)=\zeta_{0j}{}^3[1+3\;(\gamma^2/4)]; m_4=\zeta_{0j}{}^4\{1+3(\gamma^2/4)[2+(\gamma^2/4)]\};
                    где \gamma_{cp} = 0,4*0,55+0,5*0,22+0,19*0,165+0,085=0,445 \approx \gamma_2 = 0,4.
```

Как видно из результатов вычислений начальных моментов коррекция результатов вычислений при помощи "степени монохроматичности" позволила значительно повысить точность расчетов начальных моментов, что в свою очередь позволило оценить число "нулей" и "стационарных точек" в соответствии с [10]. При этом среднее число нулей  $N_0$  функции  $\zeta(x)$  на единицу длины оси X равно [10]:  $N_0$  = (1/ $\pi$ ) ( $m_2$  / $m_0$ ) $^{1/2}$  = (0,318) (181,77) $^{1/2}$  = 4,287. (8.2)

Среднее число "стационарных точек"  $N_1$  (максимумов и минимумов) на единицу длины равно:  $N_1 = (1/\pi) (m_4/m_2)^{1/2} = 0.318*(318)^{1/2} = 5.67.$  (8.3)

## Литература

- 1. Кузнецов В.В. Литературный обзор www.fortuneline.ru/vvk/index.html.
- 2. Кузнецов В.В., Кузнецова О.В. Моделирование активности нейронной системы в процессе интеллектуальной деятельности. Препринт. М., физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 1995, с. 62.
- 3.Кузнецов В.В., Кузнецова О.В. Спектральный анализ волновых процессов. «Проблемы физической экологии (физическая экология)», МГУ им. М.Ломоносова, М., т.2, 1997, с. 53.
- 4. Кузнецов В.В., Кузнецова О.В. Анализ стохастических процессов.— «Физическая экология (физические проблемы экологии)»,МГУ им. М.Ломоносова, М., № 4, 1999.с.167 173.
- 5. Кузнецов В.В., Кузнецова Ю.В. Анализ стохастических движений осциллятора. В сб. «Физические проблемы экологии», МГУ им.М.В. Ломоносова (М.:МАКС Пресс), № 18, М., 2012, с. 192- 206.
- 6. Кузнецова Ю.В. Исследование структурных параметров полимерных композитных систем с наночастицами методами малоуглового рентгеновского рассеяния.— Дипл. работа, Физ.ф-т МГУ им. М.В.Ломоносова, М.,2009, с. 1-24.
- 7. Кузнецов В., Ледовских И., Афонин И. Моделирование поверхностных гравитационных волн в прибрежной зоне. Тр. 2-й Международной конф. «Актуальные проблемы фундаментальных наук», т.1, ч.2, М., 1994, с. A15-A18.
- 8. Rice S.O. The mathematical analysis of random noise. Bell. Syst. Tech.J., 23 (1944), pp. 282 332; 24 (1945), pp. 46 156.
- 9. Дуб Дж.Д. Вероятностные процессы изд. ИЛ, М., 1956. (Doob J.L. Stochastic process. J. Wiley, New York, 1953).
- 10. Лонге Хиггинс М.С. Статистическая геометрия случайных поверхностей. В Сб.: Гидродинамическая неустойчивость, изд. МИР, М., 1964, с. 124 167.
- 11. Г. Дженкинс, Д. Ваттс Спектральный анализ и его приложения. т.1, изд.Мир, М., 1971, с. 316 (Jenkins G.M., Watts D.G., Spectral analysis and its applications. San Francisco, Cambridge, London, Amsterdam, 1969).
- 12. Крамер Г.К., Лидбеттер М.Л. Стационарные случайные процессы. изд. "Мир", М., 1969, 398 с.
  - 13. Д. Худсон Статистика для физиков. изд. «Мир», М., 1967, 242 с.
- 14. Кузнецов В.В., Стрекалов С.С. О резонансе волн с ветром. Труды Союзморниипроекта, вып. 34 (40), М., 1972, с. 27–33.
- 15. Кузнецов В.В., Кузнецова Ю.В. Спектральный анализ стохастических колебаний интенсивности рентгеновского излучения. В сб. «Физические проблемы экологии», МГУ им.М.В. Ломоносова (М.:МАКС Пресс), № 19, М., 2013.

# СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТОХАСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

## В.В. Кузнецов, Ю.В. Кузнецова

В работе представлены результаты исследований стационарных стохастических колебаний интенсивности рентгеновского излучения. В соответствии с рассмотренной моделью прозрачности пористого вещества колебания интенсивности рентгеновского излучения могут быть описаны в виде  $I(x)=I_0\cos(kx+\phi(x))$ , где  $\phi(x)$  — стохастическая функция, т.е. имеют место стохастические колебания интенсивности рентгеновского излучения, представляющие собой спектральный кластер (Гауссово облако) с высоким уровнем стохастичности. Спектр колебаний в первом приближении может быть представлен как спектр "белого шума". Однако, при детальном рассмотрении спектра колебаний интенсивности рентгеновского излучения обнаруживается система спектральных кластеров. В работе представлены примеры практического использования результатов исследований.

Рентгеноструктурный анализ вещества в настоящее время строится, как правило, на основе анализа монотонных изменений интенсивности рентгеновского излучения в области границы геометрической тени (см., например, [9]). В этом случае исследуемый образец выступает в роли «полупрозрачного» экрана (стенки), т.е. предполагается, что «прозрачность» вещества в области границы геометрической тени обусловлена характером взаимодействий электромагнитных волн с исследуемым образцом, в рамках которых формируется модель рассеивания рентгеновского излучения.

Целью данной работы является спектральный анализ колебаний интенсивности рентгеновского излучения, обусловленных стохастическими особенностями прозрачности порошкообразных веществ.

1. В большинстве случаев для количественной оценки дифракционных эффектов первого приближения используют модели рассеивания электромагнитного излучения рассеивающими центрами, в качестве которых могут быть: составляющие кристаллической решетки, граница геометрической тени отверстий, нелинейные формы границ взаимодействия излучения с веществом и т.д. [1,9]. При этом полученый результат исследований во многом определяется выбранной моделью дифракции рентгеновского излучения.

Учитывая, что любые отклонения волновых движений от законов геометрической оптики представляют собой дифракцию волн [1], осцилляции интенсивности прошедшего через исследуемый образец рентгеновского излучения I(s) (или  $I(q) = I(s/2\pi)$ ,  $q = s/2\pi$ ) в области геометрической тени, создаваемой образцом, могут рассматриваться как пример такой дифракции. При этом моделью интенсивности прошедшего излучения может быть соотношение:  $I(s) = I_1(s) + \epsilon \ I_2(s) + \epsilon^2 \ I_3(s) = I_1(s) + \epsilon \ I_3(s)] = I_1(s) + \epsilon \ I_2^*(s)$ , (1.1)

где: 
$$\epsilon << 1$$
 – малый параметр;  $I_2*(s) = I_2(s) + \epsilon I_3(s)$ ;

 $I_1(s)$  – составляющая интенсивности рентгеновских волн, для которой монотонные изменения интенсивности излучения в области геометрической тени обу-

словлены рассеиванием электромагнитных волн рассеивающими центрами исследуемого вещества;

- $I_2(s)$  колебания интенсивности рентгеновского излучения, связанные с неоднородной плотностью исследуемого вещества (например, стёкла или порошкообразные образцы) и описываемые соотношениями, полученными в соответствии с теорией геометрической оптики (например, при выполнении условия постоянства волновой энергии в лучевой трубке);
- $I_3$  (s) колебания интенсивности рентгеновского излучения, связанные с дифракционными (нелинейными) эффектами в области границы геометрической тени (например, при наличии диффузии энергии волн вдоль волнового фронта, или при условии обмена энергией между лучевыми трубками [8,9]).

Заметим, что поскольку разновидностей моделей отклонений волновых процессов от законов геометрической оптики, представляющих собой дифракцию волн, достаточно много, модель (1.1) является не единственным подходом к описанию дифракционных эффектов.

Рассмотрим периодическую систему отверстий. "Дифракционной решеткой можно назвать любое устройство, обеспечивающее периодическую модуляцию падающей волны по амплитуде или по фазе, или одновременно по обоим этим параметрам" [1, стр.369], т.е. описанную выше систему отверстий можно трактовать как дифракционную решетку.

Если пренебречь эффектами, связанными с взаимодействием электромагнитной волны с веществом, т.е. рассматривать интенсивность излучения в рамках линейной оптики, то упрощенная модель интенсивности электромагнитного излучения I(x), прошедшего через систему таких отверстий, определяется выражением:

$$I(x)/I_0 = \begin{cases} 1, & \text{если} & x_j * < x < (x_j * + s *) \\ 0, & \text{если} & x_j * + s * < x < x_{j+1} \end{cases}$$
 (1.2)

Здесь  $I_0$  – интенсивность электромагнитного излучения, падающего на систему отверстий;  $x_i^*$  – координата начала " i - r0" отверстия;

 $\{I(x)/\ I_0\ \}$  — безразмерная интенсивность электромагнитного излучения, прошедшего через систему отверстий; i — порядковый номер отверстия;  $s^*$  - размер отверстия;  $d^*$  - расстояние между отверстиями.

В непосредственной близости от решетки соотношение (1.2) при  $s^* = d^*$  может быть представлено в виде:

$$y(x) = [I(x)/I_0] - 1/2 = \begin{cases} 1/2, & \text{если} \quad \text{Sin} \left[\pi \ x \ / (s^*)\right] > 0 \\ 0, & \text{если} \quad \text{Sin} \left[\pi \ x \ / (s^*)\right] = 0 \\ - 1/2, & \text{если} \quad \text{Sin} \left[\pi \ x \ / (s^*)\right] < 0, \end{cases}$$
 (1.3)

где среднее значение функции  $I(x)/I_0$  равно 1/2, т.е.  $E[I(x)/I_0] = 1/2$ , E[y(x)] = 0, E[..] — оператор математического ожидания.

Соотношение (1.3) позволяет представить модель изменений плотности вещества  $\rho(x)$  в виде v(x) = -y(x), т.е.:

$$v(x) = [\rho(x)/\rho_0] - 1/2 = \begin{cases} -1/2, & \text{если} & \text{Sin} [\pi x / s^*] > 0 \\ 0, & \text{если} & \text{Sin} [\pi x / s^*] = 0 \\ 1/2, & \text{если} & \text{Sin} [\pi x / s^*] < 0, \end{cases}$$
 (1.4)

и по спектру регистрируемым детектором интенсивности излучения можно судить о структуре распределения плотности вещества.

Поскольку "суммарная интенсивность рассеивания (рентгеновского излучения) определяется исключительно количеством рассеивающей материи"[11, с.15], разложение функции у(x) (1,3)-(1.4) в ряд Фурье позволяет судить о структуре рассеивания рентгеновского излучения, и, как следствие, о структуре плотности рассеивающих центров полидисперсного вещества.

Разложим функцию  $z(u) = \hat{a} \ y(u)$  в ряд Фурье, обозначив:

$$u = \pi x / s^*; \quad s^* = d^*; \quad a = \pi/2.$$
 (1.6)

В этом случае соотношение (1.3) с учетом (1.6) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} z(u) = -\pi/4 & \text{при } -\pi < u < 0 \\ z(u) = 0 & \text{при } u = -\pi, 0, \pi, \dots \\ z(u) = \pi/4 & \text{при } 0 < u < \pi \end{cases}$$
 (1.7)

т.е. функция z(u) может быть представлена в виде тригонометрического ряда:

$$z(u) = \sum_{k=1}^{\infty} (1/(2k-1)) \sin[(2k-1)u] = k=1$$

$$= \sin(u) + (1/3) \sin(3u) + (1/5)\sin(5u) + ... + [1/(2k-1)]\sin[(2k-1)u] + ... (1.8)$$

В соответствии с (1.8) дисперсия D[z(u)] переменной z(u) определяется соотношением:

$$D[z(u)] = (1/2) [1 + 1/9 + 1/25 +...] \approx 1/2 = D [\sin (u(x))],$$
 (1.9) На рис. 1 представлена интенсивность прошедшего через отверстия излучения в соответствии с приближениями тригонометрического ряда (1.8) [12].

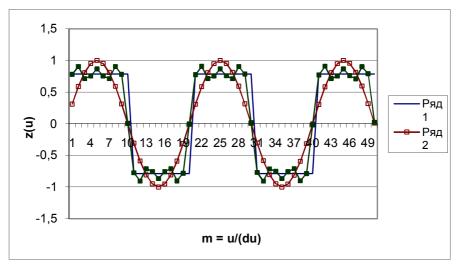


Рис.1 Интенсивность прошедшего через отверстия излучения в соответствии с приближениями тригонометрического ряда (1.8) [12]. Обозначения:

Ряд 1 - 
$$z(u)$$
, ( см.(1.7)); Ряд 2 -  $\sin(u)$ ;

Ряд 3 - 
$$\sin(u) + (1/3)\sin(3u) + (1/5)\sin(5u)$$
, (см. (1.8))

Таким образом, разложение (1.8) позволяет в рамках первого приближения представить интенсивность прошедшего через периодическую решетку излучения в виле:

$$z(u) \approx \sin[u(x)] = \sin(\pi x / s^*) = \sin(2\pi g x) = \sin(kx),$$
 (1.10) где  $g = k/(2\pi) = 1/(2s^*)$  – "частота отверстий" (плотности вещества).

Если воспользоваться гипотезой, в соответствии с которой в пространстве между образцом и экраном (регистратором излучения) «вдоль фронта» электромагнитной волны формируется поток волновой энергии (т.е. имеет место «передача волновой энергии вдоль волновых фронтов, или обмен энергией между волновыми трубками» [ 1,7-9]), то в соответствии с (1.1) имеет место приближение  $I_3$ (s). В этом случае на экране (регистраторе) будут формироваться колебания интенсивности излучения в соответствии с соотношением (1.10) с амплитудой осцилляций, зависящей от расстояния от образца до экрана и интенсивности энергообмена между лучевыми трубками.

2. Соотношение (1.10) представляет собой одномерную периодическую функцию и является моделью интенсивности прошедшего излучения только для периодических (кристаллических) образцов. В случае порошкообразных образцов и частично упорядоченных структур (например, стекол) из-за стохастичности расположения кристаллических микро – частиц, а также

из-за хаотичной упаковки этих частиц соотношение (1.10) должно обладать стохастическими свойствами. В этом случае модель (1.10) должна быть дополнена [2-5] случайной функцией — фазой  $\phi(x)$ , т.е.:

$$z^*(u(x)) \approx \sin\{\gamma x + \varphi(x)\},\tag{2.1}$$

где  $\gamma = 2\pi$  g;  $u(x) = 2\pi$  g  $x + \phi(x)$ ;  $\phi(x) - \phi$ аза, представляющая собой процесс броуновского движения (винеровский процесс), для которого [5]:

$$E[\phi(x)] = 0; m_2 = D[\phi(x)] = \sigma^2(x) \approx \sigma_0^2 x; D[\phi(x+v) - \phi(x)] = \sigma_0^2 |v|; \quad (2.2)$$

Учитывая стохастический характер разброса неоднородностей и, как следствие, соответственно стохастический характер колебаний интенсивности рассеянного излучения целесообразно для исследования структуры рассеивающих центров использовать аппарат корреляционно – спектрального анализа колебаний интенсивности излучения [2-5,10].

Автоковариационная функция R(v) колебаний (2.1) будет иметь вид [2-5]:

$$R(v) = E[\sin(\gamma x + \phi(x))\sin{\{\gamma(x+v)+\phi(x+v)\}}] = R_0 \exp[-\mu v]\cos(\gamma v) = R_0K(v), \quad (2.3)$$
 где  $v$  – величина сдвига;  $\theta(x,v) = [\phi(x+v) - \phi(x)]$  - величина изменения фазы;  $\mu = \sigma_0^{-2}/2$ .

Таким образом, для оценки частоты  $\gamma$  и, соответственно, для оценки размера зон прозрачности могут быть использованы:

- а) преобразование Фурье, если образец обладает свойствами регулярности;
- b) корреляционно-спектральный анализ, если имеют место стохастические свойства.
- 3. Обычно для расчета спектра стохастических колебаний используется интегральное Фурье преобразование автокорреляционной функции, в соответствии с которым взаимосвязь нормированной спектральной плотности S(f) и автокорреляционной функции K(u) определяется выражениями [12]:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} K(u) \exp[-i(2\pi f u)] du, \qquad (3.1)$$

$$K(u) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \exp[i(2\pi f u)] df. \qquad (3.2)$$

$$K(u) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \exp[i(2\pi f u)] df.$$
 (3.2)

Соотношения (3.1) и (3.2) позволяют найти взаимосвязь функций K(u) и S(f) в явном виде, причем для колебаний соответствующих модели (2.1) имеют место соотношения [2-5; 10]:

$$R(u) = R_0 K(u) = R_0 \exp \left[-\mu |u|\right] \cos \left[2\pi f_0 u\right] = R_0 F(u) \cos \left[2\pi f_0 u\right], \quad (3.3)$$

$$S*(f) = R_0 S(f) = R_0 \{ \mu / [\mu^2 + [2\pi (f + f_0)]^2] + \mu / [\mu^2 + [2\pi (f - f_0)]^2] \}. (3.4)$$

Для вычислений "сглаженной" функции S\*(f) ("сглаженных" выборочных спектров) обычно используются "корреляционные окна" [10]. В дальнейшем при вычислениях спектральной плотности S\*(f) воспользуемся экспоненциальным временным корреляционным окном Кузнецова [11], которое в первом приближении совпадает с корреляционным окном Бартлетта [10]:

$$W_K(u) = \exp[-\mu_0 u] \approx 1 - \mu_0 u = 1 - |u|/M = W_B(u)$$
. (3.5)

 $\mu_0 = 1/M$ , M - размер автокорреляционной функции, использованной дляполучения выборочного спектра;  $W_B(u) = 1 - |u|/M$  – корреляционное окно Бартлетта. В этом случае в соответствии с (3.3) и (3.5) получим:

$$W_K(u) K(u) = \exp[-\mu_0 u] \{ \exp[-\mu u] \cos(2\pi f_0 u) \} = \exp[-(\mu^* u)] \cos[2\pi f_0 u],$$

где  $\mu^* = (\mu + \mu_0)$ , т.е. использование экспоненциального окна позволяет, в случае необходимости, восстановить исходный вид спектра.

4. При проведении экспериментальных исследований имели место следующие параметры измерений [6, 9]:

 $s=(4\pi\sin\theta)/\lambda_0$  — независимая переменная {модуль вектора рассеивания  $(0.1 < s < 4 \text{ HM}^{-1}); (\delta s = 0.022 \text{ Å}^{-1})$ 

 $\lambda_0 = 0.1542 \text{ нм}$  - длина волны рентгеновского излучения;

 $k_0 = (2\pi) / \lambda_0$  – волновое число ( $k_0 = 40,726 \text{ нм}^{-1}$ );

 $2\theta$  – угол рассеяния (0,00123 <  $\theta$  < 0,00491, rad);

 $L^* \approx 0.35 M$  – расстояние от образца до детектора.

При вычислении спектральных параметров колебаний интенсивности рентгеновского излучения были использованы переменные [7]:

 $m = s / (\delta s) = \theta / (\delta \theta) = x / (\delta x)$  - безразмерная координата точки регистрации интенсивности излучения;

 $\delta s_{35} = (4\pi / \lambda_0) (\delta \theta) = 2k_0 (\delta \theta)$  - приращение модуля вектора рассеивания (при L\*  $\approx 0.35$ м);  $(\delta\theta) = \delta s_{35}/(2k_0) - \delta e$ зразмерная переменная (L\*  $\approx 0.35$ м);

 $\delta x_{35} = L_{35}^* (\delta \theta) = (L_{35}^* \delta s_{35} / (2k_0)) = \lambda_0 L^* \delta s_{35} / (4\pi)$  — приращение координаты точки регистрации интенсивности излучения ( $L^* \approx 0.35$ м).

 $\delta s_{08} = (0.8/35)\delta s_{35} = \eta \delta s_{35} = 0.023 \delta s_{35}$  - приращение модуля вектора рассеивания (при  $L^* \approx 0.008 \text{ м}$ ).

Здесь  $(\delta \, s); (\delta \theta); (\delta x)$  – размеры дискретности измерений. При этом величина L\* может быть принята как размер образца (L\*= 0, 008 m), если "предполагать", что детектор находится на поверхности образца, и равна значению L\* = 0,35 m, если фиксировать размеры прозрачности в соответствии с размерами изображения на экране.

5. Анализ колебаний интенсивности рассеивания рентгеновского излучения осуществлялся в рамках модели (1.1):

$$I_2^* = [I_2(s) + \varepsilon I_3(s)].$$
 (5.1)

Методом наименьших квадратов было найдено [6], что  $I_1(s) = A x^{-m}$ , где A = const;  $m \approx 2$ , что позволило отфильтровать низкочастотную часть спектра. На рис. 2 представлен фрагмент функции  $I^*_{2}(s)$ .



Рис. 2 Фрагмент регистрации стохастических колебаний интенсивности рассеивания рентгеновского излучения.

Как видно на рис.2 имеют место стохастические колебания с высоким уровнем стохастичности, которые в первом приближении могут быть интерпретированы как "белый шум". Вычисленные значения автокорреляционной функции колебаний интенсивности рассеивания

также можно рассматривать с позиций модели "белого шума", т.е.:

$$K_{1}(v) = \begin{cases} 1, & \text{rph } v = 0 \\ 0 & (|K_{1}(1)| << 0.0025), & \text{rph } |v| = 1; \\ 0 & (|K_{1}(v)| << 6*10^{-6}), & \text{rph } |v| \ge 2 \end{cases} K_{1}(v) = \begin{cases} 1, & v = 0 \\ 0, & |v| > 0, \end{cases}$$

$$(5.2)$$

В соответствии с (5.2) автоковариационная функция  $R_{II}(v)$  имеет вид:

$$\begin{cases} \sigma_{I}^{2}, & v = 0 \end{cases}$$

$$R_{II}(v) = 0$$
,  $v \neq 0$  (5.3)

т.е. спектральную плотность стохастического процесса можно определить как:  $\Gamma_1(k) = \sigma_1^2 \ \Delta, \qquad -1/(2\Delta) < k < 1/(2\Delta).$ 

При этом волновые числа (частоты)  $-1/(2\Delta) \le k < 1/(2\Delta)$  имеют одну и ту же мощность (или дисперсию). Автокорреляционная функция (5.2) подтверждает в целом представление анализируемого процесса в виде модели "белого шума". Тем не менее такой подход можно рассматривать как приближенную оценку автокорреляционной функции (и, соответственно, спектральной плотности). Более точное представление дает исследование отношения "сигнал - шум" в ограниченном "частотном" диапазоне.

В работах [2 - 5] было показано, что вычисление автокорреляционной функции при постоянной величине интервала осреднения позволяет выделить периодические составляющие автокорреляционной функции и обеспечить величину отношения [(сигнал)/(шум)]  $\beta > 1$ . В определенном смысле такая операция эквивалентна статистической фильтрации высокочастотных колебаний (например, методом "скользящего среднего").

6. На рис. 3 представлена автокорреляционная функция колебаний интенсивности рассеивания рентгеновского излучения (см. рис.1) с интервалом осреднения  $\Delta T^* = 1,1 \ {\rm \AA}^{-1}$ . Следует отметить, что форма колебаний, представленных на рис.3, больше напоминает сглаженные прямоугольные импульсы (см. рис.1), чем колебания синусоидальной формы.



Рис.3 Автокорреляционная функция колебаний интенсивности рассеивания рентгеновского излучения (du (=  $\Delta s^*$ ) = 0,022 Å<sup>-1</sup>). Интервал осреднения  $\Delta T^*$  = 1,1 Å<sup>-1</sup>.

Автокорреляционная функция колебаний получена в соответствии с рекомендациями, представленными в работах [2-5] (рекомендации для вычислений Q-спектров) при постоянном интервале осреднения ( $N_m = 50$  точек), что позволило

отфильтровать высокочастотные составляющие (метод — "скользящее среднее"). Как видно на рис. 3 область корреляционной зависимости не выходит за интервал точек  $\Delta m \in [0 - 1]$ , что позволяет использовать гармонический анализ Фурье для построения спектра в интервале точек  $\Delta m \square [1 - 40]$ .

Результаты вычислений представлены на рис. 4 в виде суммарного нормированного спектра колебаний автокорреляционной функции. При этом диагональная прямая линия (ряд 2) представляет собой суммарный нормированный спектр белого шума [10], а верхняя - "75% - я" верхняя доверительная граница белого шума (в соответствии с критерием Колмогорова - Смирнова [10]).

Как видно на рис. 4, область повышенной прозрачности находится в диапазоне (3-5) гармоник  $\approx (3,5-5,8)$ Å, т.е. спектр, представленный на рис.4, может быть представлен в виде двух частей:

- а) в интервале частот повышенной прозрачности образца, т.е. в области "информационной" части спектра  $\{m \in [0, 7]\}$  (рис.6);
- b) в интервале частот "белого шума"  $\{m \in [7, 18]\}$  (Рис.5).

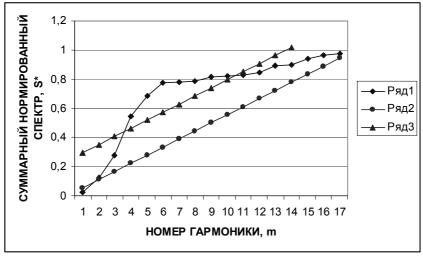


Рис.4 Суммарный нормированный спектр S\*.

Обозначения:

Ряд 1 - суммарный нормированный спектр, полученный в результате анализа измерений интенсивности дифрагированных рентгеновских лучей.

Ряд 2 - суммарный нормированный спектр идеального белого шума с независимыми значениями интенсивности гармоник [6,12].

Ряд 3. -  $S_{11}$ \* - "75% - я" верхняя доверительная граница белого шума. где  $f_1 = 1/(N\Delta) = 1,1655$  Å - основная гармоника;  $f_m = f_1$  m - "m - я" текущая гармоника ( $m \le N/2$ );  $T_m = 1/f_m = \Delta(N/m)$ .

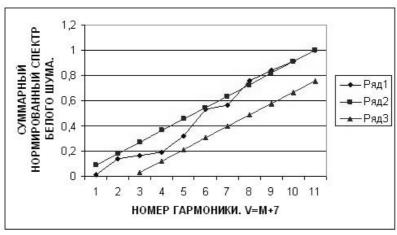


Рис. 5 Нормированная составляющая суммарного белого шума. Обозначения:

Ряд 1. - S\* - спектр колебаний интенсивности рассеянного излучения;

Ряд 2. -  $S_6$ \* - "идеальный" спектр "белого шума";

Ряд 3. -  $S_{11}$ \* - 75% - я нижняя доверительная граница белого шума;

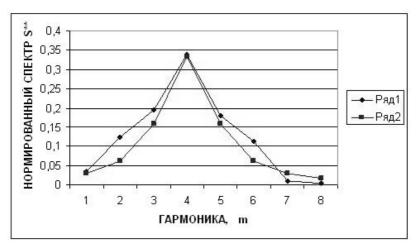


Рис.6 Нормированные спектры, полученные

а) по результатам экспериментальных измерений (ряд 1);

b) в соответствии с соотношениями (1.7) (ряд 2).

Необходимо заметить, что полученные значения "степени монохроматичности" осцилляций являются в достаточной мере приближенными из-за малой величины исследуемого массива –  $0.86 \ \text{Å}^{-1}(39 \text{ точек})$ .

7. Для более точной оценки "степени монохроматичности" воспользуемся корреляционно-спектральным анализом массива данных большего объема.

На рис.7 представлен нормированный спектр стохастических колебаний интенсивности рентгеновского излучения, прошедшего через образец.

Нижняя "75% -я доверительная граница" представлена на рис.5 в соответствии с критерием Колмогорова - Смирнова, для которого каждая четвертая точка спектра может выходить за эти границы, даже для реального спектра "белого шума".

На рис. 6 представлена составляющая спектра повышенной прозрачности исследуемого вещества. (Представленный спектр сопоставлен с теоретической спектральной плотностью (3.4) при значении  $\mu = 6$ .)

В соответствии с рис. 6 и результатами работы [ 5,6 ] может быть определена "степень монохроматичности" осцилляций у при помощи соотношений:

$$\gamma=(f_2-f_1)/f_0=\Delta f/f_0\approx \mu/(\pi f_0)=2\mu/\omega_0=2/(\omega_0\,S_{max}), \qquad (6.1)$$
 где  $S(f_2)=S(f_1)=(1/2)S(f_0)=S_{max}/2; \quad \mu_1=1/S_{max}**\approx 3$  (т.е. с учетом условия нормировки Фурье – преобразования получим:  $\mu=(2\,\mu_1)=6$ ).

Таким образом, в соответствии с рис.6 найдем:

$$\gamma \approx \Delta f / f_0 \approx 0.5$$
;  $f_0 = 4$ ;  $\mu \approx (\pi f_0 \gamma) = 3.14*4*0.5 \approx 6$ . (6.2)

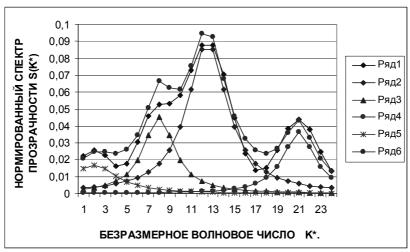


Рис. 7 Нормированный спектр осцилляций интенсивности рентгеновского излучения, прошедшего через полидисперсный образец.

Обозначения:

Ряд 1. - S\*(k\*) - Результирующий спектр колебаний интенсивности излучения, полученный при помощи корреляционно-спектрального анализа;  $\sigma_0^2 \approx 0.954 \approx 1$ .

Ряд 2. -  $S_2^*(k^*)$  - Составляющая спектра с нормированным волновым числом максимума спектра  $k^*_{02}$  = 12,5;  $\gamma \approx \Delta f / f_0 \approx 5/12,5 \approx 0,4$ ;

$$\Lambda_{02} = 11(\mu); k_{02} = (2 \pi)/\Lambda_{02} = 0.57 (\mu^{-1});$$
  $\sigma_2^2 \approx 0.55$ 

Ряд 3. -  $S_1^*(k^*)$  - Составляющая спектра с нормированным волновым числом максимума спектра  $k^*_{01}=8; \gamma\approx \Delta f/f_0\approx 4/8\approx 0.5;$ 

$$\Lambda_{01} = 17, 1(\mu); k_{01} = (2 \pi)/\Lambda_{01} = 0,368 (\mu^{-1});$$
  $\sigma_1^2 \approx 0,22$ 

Ряд 4. -  $S_3*(k^*)$  - Составляющая спектра с нормированным волновым числом максимума спектра  $k^*_m = 21$ ;  $\gamma \approx \Delta f / f_0 \approx 4/21 \approx 0,19$ ;

$$\Lambda_{03} = 6.5(\mu); k_{03} = (2 \pi)/\Lambda_{03} = 0.97 (\mu^{-1});$$
  $\sigma_3^2 \approx 0.165$ 

Ряд 5.  $S_4^*(k^*)$  - Составляющая спектра с нормированным волновым числом максимума спектра  $k^*_{04} = 2$ ;  $\gamma \approx \Delta f / f_0 \approx 1$ ;

$$k*_{04} = 2$$
;  $\Lambda_{04} = 25.8$  (µ);  $k_{04} = (2 \pi)/\Lambda_{04} = 0.243$  (µ<sup>-1</sup>);  $\sigma_4^2 \approx 0.085$ 

Ряд 6. -  $S^*(k^*) = S_1^*(k^*) + S_2^*(k^*) + S_3^*(k^*) + S_4^*(k^*) - Суммарный изопилоромий от от стору и получения изопилором и получения и пол$ 

нормированный спектр колебаний интенсивности излучения, полученный в соответствии с формулой (3.4):

в соответствии с формулой (3.4); 
$$\sigma_{00}^{\ 2} \approx \sigma_{1}^{\ 2} + \sigma_{2}^{\ 2} + \sigma_{3}^{\ 2} + \sigma_{4}^{\ 2} \approx 1,027;$$
 
$$p_{1} = \sigma_{1}^{\ 2} / \sigma_{0}^{\ 2} \approx \sigma_{1}^{\ 2} ; p_{2} = \sigma_{2}^{\ 2} ; p_{3} = \sigma_{3}^{\ 2} ; p_{4} = \sigma_{4}^{\ 2} ;$$
 
$$\text{T.e.} \qquad k_{cp} = p_{1} \, k_{01} + p_{2} \, k_{02} + p_{3} \, k_{03} + p_{4} \, k_{04} =$$

T.e.  $\begin{aligned} k_{cp} &= p_1 \; k_{01} + p_2 \; k_{02} + p_3 \; k_{03} + p_4 \; k_{04} \; = \\ &= 0.22*0.368+0.55*0.57+0.165*0.97+0.085*0.243=0.576 \; \mu^{-1} \; \; ; \; \Lambda_{cp} = 10.9 \; \mu \; . \end{aligned}$ 

Как видно на рис. 7, имеют место четыре группы спектральных составляющих (кластеров), представляющих суммарную спектральную плотность (рис.6) и (рис.7; ряд 6). При этом определение дополнительных спектральных параметров может быть выполнено на основе определения центральных и начальных спектральных моментов.

#### Литература

- 1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.- изд. 2-е, пер., М., Наука, 1973, -720с.
- 2. Кузнецов В.В. Литературный обзор www.fortuneline.ru/vvk/index.html.
- 3.Кузнецов В.В., Кузнецова О.В. -Моделирование активности нейронной системы в процессе интеллектуальной деятельности. Препринт. М., физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 1995, с. 1-62.
- 4.Кузнецов В.В., Кузнецова О.В. Анализ стохастических процессов. «Физическая экология (физические проблемы экологии)», МГУ им. М.Ломоносова, М., № 4, 1999, с. 167 173.
- 5. Кузнецов В.В., Кузнецова Ю.В. Анализ стохастических движений осциллятора.— В сб. «Физические проблемы экологии», МГУ им. М.В. Ломоносова (М.:МАКС Пресс), № 18, М., 2012, с. 192- 206.
- 6. Кузнецова Ю.В. Исследование структурных параметров полимерных композитных систем с наночастицами методами мало углового рентгеновского рассеяния. – Дипломная работа, Физ. ф-т МГУ им. М.В.Ломоносова, М., 2009, с. 1- 24.
- 7. Галенин Б.Г., Кузнецов В.В. Моделирование трансформации волн в прибрежной зоне. – Водные ресурсы, №1, 1980., с.156-165.
- 8. Галенин Б.Г., Кузнецов В.В. Математическая модель рефракции и дифракции волн на акватории порта. в кн.: «Вопросы развития и совершенствования работы морского транспорта» (Труды Союзморниипроект), ЦРИА «Морфлот», М.,1978, с.48-52.
- 9. Свергун Д.И., Фейгин Л.А. Рентгеновское и нейтронное малоугловое рассеивание. М., "Наука ", 1986, 280с.
- 10. Г.Дженкинс, Д. Ваттс Спектральный анализ и его приложения. т.1-2, изд.Мир, М., 1971, с. 316.
- 11. Кузнецрв В.В. Спектральные и статистические свойства стохастических движений осциллятора. В сб. «Физические проблемы экологии», МГУ им. М.В. Ломоносова (М.:МАКС Пресс), № 19, М., 2013.

# МНОГОЛЕТНИЕ СЕЗОННЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПРОЗРАЧНОСТИ ПОВЕРХ-НОСТНЫХ ВОД В ЧЕРНОМ МОРЕ ЗА ПЕРИОД 1923 – 2000 ГГ.

## Кукушкин А. С.

Морской гидрофизический институт НАН Украины

По данным многолетних (1923 – 2000 гг.) наблюдений глубины видимости белого диска рассмотрены основные особенности распределения относительной прозрачности в глубоководной и северо-западной шельфовой частях Черного моря. Изучена сезонная и межгодовая ее изменчивости, обусловленные изменениями гидрометеорологических условий, величины биомассы фитопланктона, а в северо-западной части моря и изменениями объема стока Дуная, Получены сезонные уравнения связи показателя ослабления направленного света и глубины видимости белого диска.

Измерения глубины видимости белого диска ( $Z_6$ ) в Черном море, характеризующие прозрачность его вод, были начаты в 1922 г. профессором Книповичем Н.М. [1] и до 1955 г. поводились эпизодически. Анализ среднегодовых значений  $Z_6$  [2, 3] показал, что до середины 80-х годов XX столетия оптическое состояние вод моря характеризовалось как квазистабильное, а в конце 80-х — начале 90-х годов прозрачность черноморских вод, особенно в глубоководной части моря, заметно уменьшилась. Такие изменения прозрачности также были подтверждены по результатам измерения показателя ослабления направленного света, систематически проводившихся с середины 70-х до середины 90-х годов [4 — 9]. При этом были получены статистические оценки сезонных изменений ПОС в прибрежных и глубинных районах моря. В работе [2] такие сезонные оценки не определялись, что ограничивало возможность использования изменчивости характеристик природных факторов для объяснения некоторых межгодовых изменений  $Z_6$  в различных районах моря.

В данной работе приводятся результаты анализа многолетней сезонной и межгодовой изменчивости глубины видимости белого диска в различных районах Черного моря и предпринимается попытка оценки совместимости результатов наблюдений  $Z_6$  и  $\Pi OC$ .

Для анализа был использован массив данных о глубине видимости белого диска из банка данных МГИ НАН Украины (6907 измерений за 1923 – 2000 гг.), в том числе 1602 измерения в глубоководной части моря и 4407 измерений в придунайском шельфовом районе.

### Результаты.

Пространственное распределение.

Распределения сезонных значений  $Z_6$ , полученных в период относительно стабильного оптического состояния моря в 1923-1986 гг., показаны на рис. 1.

В зимний период в глубоководной части моря  $Z_{\bar{0}}$  изменялось в пределах 10-20 м (рис. 1а). Повышенная прозрачность наблюдалась в центральной и юговосточной частях моря и в прикерченском районе. Пониженная прозрачность отмечена в районе Анатолийского и западного побережий. В северо-западной части

моря (СЗЧМ) пониженная прозрачность (3 - 7 м) зарегистрирована в придунайском районе. На большей части СЗЧМ  $Z_6 = 10 - 12$  м.

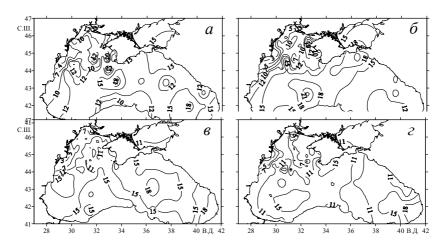


Рис. 1 — Распределение значений глубины видимости оелого диска (м) в зимнии — a, весенний — 6, летний — 6 и осенний — 2 сезоны за период 1923-1986 гг.

В весенний период прозрачность вод на большей части глубоководной области моря увеличилась по сравнению с зимним периодом (рис. 16). Понижение прозрачности было отмечено только в юго-восточной части моря. Также заметно понизилась прозрачность в СЗЧМ.

В летний период в глубоководной части моря прозрачность еще несколько повысилась, и ее распределение стало более однородным (рис. 1в). Области повышенных значений  $Z_6$  (более 15 м) были отмечены в западной и восточной частях моря. Пониженная прозрачность наблюдалась в юго-западной и юго-восточной частях моря, а также вдоль Кавказского побережья. В СЗЧМ в районах влияния рек прозрачность вод практически не изменилась, а в центральном и восточном его районах она несколько повысилась.

В осенний период прозрачность вод на большей части моря понизилась (рис. 1г). В западной его части сохранились области повышенных значений  $Z_6$ . Пониженная прозрачность наблюдалась вдоль западного побережья, к югу от Керченского пролива и вдоль Кавказского побережья на участке  $43^\circ - 44^\circ$  с.ш. В придунайском районе СЗЧМ низкая прозрачность сохранилась, а в центральном районе прозрачность уменьшилась по сравнению с летним периодом.

В 70-е годы оптические наблюдения в Черном море стали более интенсивно проводиться с помощью прозрачномеров, измеряющих показатель ослабления направленного света (ПОС,  $\epsilon$ ). Поэтому появилась необходимость их сравнения с измерениями  $Z_6$ . По данным одновременно измеренных в 1977 – 88 гг. значений  $Z_6$  и  $\epsilon$  (использовано 302 пары их значений) было получено линейное уравнение регрессии  $\epsilon$  = 3,8/  $Z_6$  – 0,05 [10], пригодное, по мнению авторов, для расчетов ПОС на длине волны 422 нм в годовом цикле во всех районах моря. В тоже время извест-

но, что на связь между  $\varepsilon$  и  $Z_6$  может влиять некоторое различие основных факторов, формирующих поле прозрачности в глубоководных и шельфовых районах моря, и их сезонная изменчивость. Результаты проведенного нами регрессионного анализа между одновременно измеренными значениями  $\varepsilon$  и  $Z_6$  в глубоководной и северо-западной частях моря в различные сезоны года приведены в табл. 1. Значения коэффициентов корреляции (0.83-0.92) для приведенных в таблице зависимостей оказались достоверными при высоких уровнях значимости (p < 0.001).

Таблица 1 -Параметры уравнений регрессии ( $\varepsilon = a/Z_6 + b$ ), связывающие показатель ослабления направленного света ( $\varepsilon$ ,  $m^{-1}$ ) и глубину видимости белого диска ( $Z_6$ , m) в глубоководной и северо-западной частях Черного моря.

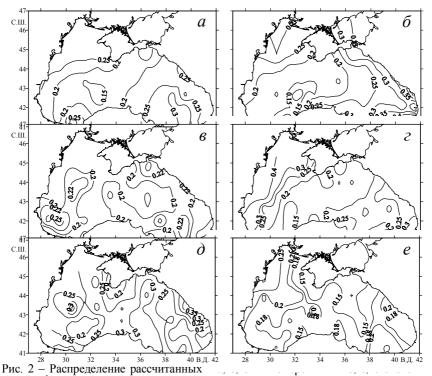
Параметр	Глубоководная часть			СЗЧМ		
	Весна	Лето	Осень	Весна	Лето	Осень
a	5,75	2,32	3,22	2,67	3,6	4,3
b	-0,16	-0,02	0,02	0,15	-0,07	-0,07
r	0,92	0,91	0,86	0,87	0,83	0,92
σ	0,06	0,06	0,09	0,04	0,15	0,11
N	141	188	210	34	86	78
Пределы изменения $Z_6$	4,5 – 24	3 – 21	3 – 20	4,5 – 14	3 – 20	3 – 11

Примечание: r – коэффициент детерминации (корреляции),  $\sigma$  - стандартная ошибка регрессии (м-1), N – количество пар  $\epsilon$  и  $Z_6$ 

Сравнение рассчитанных по сезонным уравнениям (табл. 1) и измеренных в отдельных съемках значений ПОС показало следующее. В глубоководной части моря в 80-е и 90-е годы во все сезоны года эти значения ПОС в среднем различались в пределах 5 – 20%. Более значительное их различие (более 50%) было отмечено летом в аномальном 1992 г. [2]. Такие же проведенные сравнения рассчитанных по всесезонному уравнению [10] и измеренных значений ПОС показали, что их различия в весенний и осенний периоды находились в пределах 5 – 30%, а в летний – более 40%. В СЗЧМ различие рассчитанных по сезонным уравнениям и измеренных во все сезоны и временные периоды значений ПОС находилось в пределах 10 – 30%, а для рассчитанных по всесезонному уравнению эти различия по полученным в 80-е годы данным были примерно такими же, а по полученным в 90-е годы – они несколько увеличились (в среднем находились в пределах 20 – 50%). Проведенные сравнения показали, что в среднем результаты расчетов ПОС по сезонным уравнениям были несколько ближе к измеренным его значениям по сравнению с расчетами по всесезонному уравнению.

Применимость таких расчетов с приемлемой для практики точностью оценки распределения прозрачности поверхностных вод хорошо подтверждает сравнение

сезонных распределений ПОС в глубоководной части моря, построенных по измеренным в 1978 – 1989 гг. и рассчитанным по полученным в 1923 – 1989 гг. значениям  $Z_6$  (рис. 2). В весенний (рис. 2а, б) и летний (рис. 2в, г) периоды наблюдается хорошее совпадение основных особенностей их распределений и абсолютных величин ПОС. Это свидетельствует о стабильности распределений ПОС в эти сезоны в течение достаточно длительного временного интервала. В осенний период (рис. 2д, е) отмечено некоторое различие распределений ПОС (особенно в восточной части моря). В основном оно связано с абсолютными величинами ПОС, в то время основные особенности его распределений (расположение областей повышенных и пониженных значений ПОС) достаточно хорошо совпадают.



пос (м<sup>-1</sup>) в весенний – a, b, летний – b, c и осенний – b, e сезоны в глубоководной части моря за период 1923 – 1989 гг.

Внутригодовые изменения среднемесячных значений  $Z_6$  в глубоководной части моря в течение 1923-1989 гг. показаны на рис. За. Характер таких изменений в целом описывается одновершинной кривой, что хорошо согласуется с внутригодовыми изменениями развития фитопланктона, описываемыми U-образной кривой изменения его биомассы [11]. Пониженные значения  $Z_6$  в зимне-ранневесенний период соответствуют максимальным значениям биомассы фитопланктона в фев-

рале-марте. Увеличение прозрачности в летний период совпадает с минимальными величинами биомассы фитопланктона. Во время осеннего увеличения его биомассы наблюдается понижение прозрачности.

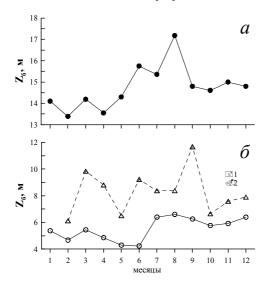


Рис. 3 — Внутригодовые изменения значений глубины видимости белого диска в глубоководной части моря — a, в придунайском (1) и центральном (2) районах СЗЧМ —  $\delta$  в течение 1923 — 1986 гг.

Характер внутригодовых изменений Z<sub>б</sub> в СЗЧМ (рис. 3б) изменился по сравнению с глубоководной частью моря. В придунайском районе эти изменения прозрачности в значительной степени были связаны с изменениями содержания взвешенного вещества, которое, в свою очередь, зависит от изменчивости объемов стока Дуная, и наблюдалось зимневесенний период. Минимальные значения Z<sub>б</sub> отмечены во время половодья в мае - июне. Для весеннего периода характерно увеличение объема стока Дуная, интенсивное развитие фитопланктона и увеличение содержания взвешенного вешества [11, 12]. В летне-осенний период прозрачность вод в районе несколько повышает-

ся, что, видимо, объясняется пониженным количеством биомассы фитопланктона в воде и уменьшением объема стока Дуная. В центральном районе СЗЧМ внутригодовая изменчивость  $Z_6$  более высокая. Повышенные его значения в марте и июне — августе совпадают с пониженной биомассой фитопланктона, а пониженные значения в мае, октябре и ноябре — с повышенной биомассой фитопланктона [11]. Также отметим, что количество наблюдений  $Z_6$  в центральном районе относительно невелико и поэтому заметное влияние на величины  $Z_6$  в отдельные месяцы, видимо, оказывает межгодовая их изменчивость.

Межгодовая изменчивость.

В глубоководной части моря в 20-е годы XX столетия среднегодовые и сезонные значения прозрачности были довольно высокими (17,4 – 20,2 м). В 30-е годы по единичным измерениям  $Z_6$  было отмечено ее понижение (весной 1938 г.  $Z_6$  равнялось 13,8 м, летом 1937 г. – 16,5 м). По результатам относительно регулярных наблюдений  $Z_6$ , проводимых в море с середины 50-х годов, можно выделить несколько временных интервалов с характерными изменениями относительной прозрачности, а также зимней температуры поверхностной воды ( $T_3$ ) и среднегодовых значений аномалии биомассы фитопланктона ( $\delta$ B) [11].

Для интервала 1956 — 1980 гг. характерна невысокая изменчивость  $Z_6$  в годовом цикле и квазипериодические изменения  $T_3$  и  $\delta B$  (рис. 4). В годы с холодными и

умеренно холодными зимами (1956, 1957, 1972, 1976) [13] среднегодовые аномалии  $\delta B$  в основном были пониженными (рис. 4г). Значения  $Z_6$  в зимне-весенний период незначительно изменялись относительно средних его значений (14,8 ± 3,6 м) (рис. 4а) и только холодной зимой в 1976 г. прозрачность заметно понизилась, а среднегодовое значение биомассы фитопланктона было более высоким по сравнению с другими годами. В летне-осенний период значения  $Z_6$  незначительно изменялись относительно их средних значений ( $16\pm2,4$  м) (рис. 4б). В годы с теплыми и умеренно-теплыми зимами (1958, 1960, 1962, 1970, 1971, 1979, 1981) величины биомассы фитопланктона были повышенными. Значения  $Z_6$  в 60-е годы в зимне-весенний период были близки к средним его значениям, а в 70-е годы они заметно понизились (11,5-13,9 м). В летне-осенний период значения  $Z_6$  незначительно изменялись относительно их средних значений. Характер изменений среднегодовых значений  $Z_6$  хорошо совпадал с такими изменениями биомассы фитопланктона.

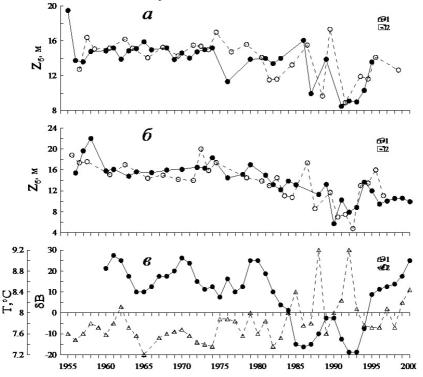


Рис. 4. — Межгодовые изменения значений глубины видимости белого диска в зимний (1) и весенний (2) — a, летний (1) и осенний (2) —  $\delta$  сезоны, средней зимней температуры (T) (1) и аномалий биомассы фитопланктона ( $\delta$ B) (2) —  $\epsilon$  в глубоководной части моря.

Временной интервал 1981 – 1994 гг. характеризовался повышенной биомассой фитопланктона, пониженной зимней температурой воды, уменьшением прозрачности воды и высокой межгодовой их изменчивостью. Минимальная прозрачность была зарегистрирована в годы с холодными зимами (1987, 1992, 1993). Более высокая прозрачность наблюдалась в 1982, 1986 и 1989 гг., когда биомасса фитопланктона была пониженной, а зимняя температура воды и воздуха были более высокими по сравнению с другими годами.

Для периода после 1994 г. было характерно уменьшение биомассы фитопланктона и ее межгодовой изменчивости и повышение  $T_3$ . В то же время относительно высокая прозрачность воды в 1995 г. (такая же, как и в начале 80-х годов) в последующие годы понизилась.

Статистические оценки сезонных изменений прозрачности в различные периоды наблюдений, представленные в табл. 2, хорошо подтверждают характер таких изменений, описанный выше.

Таблица 2 — Среднемноголетняя глубина видимости белого диска (м) в глубоководной и шельфовой частях Черного моря.

Период	Глубоководная часть				Придунайский район			
Портод	Зима	Весна	Лето	Осень	Зима	Весна	Лето	Осень
1923 – 1927 гг.	17,8 ± 1,8	20,2 ± 2,1	18,4 ± 2,1	18,0 ± 0,5	_	_	_	_
1937 – 1938 гг.	_	13,8	16,5	_	_	_	_	_
1955 — 1959 гг.	15,4 ± 2,8	14,8 ± 1,8	18,1 ± 1,5	18,0 ± 0,8	_	_	_	_
1960 – 1969 гг.	14,9 ± 0,5	15,3 ± 1,3	15,6 ± 0,5	15,1 ± 1,1	4,5 ± 1,5	4,8 ± 2,0	7,6 ± 1,7	6,0 ± 1,7
1970 – 1979 гг.	14,2 ± 1,4	15,5 ± 0,8	16,3 ± 1,2	16,4 ± 2,4	5,7 ± 1,5	5,5 ± 2,1	6,1 ± 3,1	6,3 ± 1,4
1980 1989 гг.	14,3 ± 1,0	13,9 ± 2,3	13,4 ± 0,9	13,2 ± 2,3	5,0 ± 1,4	3,9 ± 1,3	5,5 ± 1,9	6,0 ± 1,7
1990 – 1993 гг.	9,2 ± 0,8	10,8 ± 1,7	8,2 ± 1,9	6,4 ± 1,4	3,3 ± 0,4	3,0 ± 0,9	4,1 ± 1,8	3,5
1994 – 2000 гг.	13,6	13,4 ± 1,0	10,9 ± 1,5	13,4 ± 2,0	4,9 ± 1,5	4,2 ± 1,9	4,2 ± 1,0	3,2
1923 – 1989 гг.	14,6 ± 2,1	15,0 ± 2,6	16,0 ± 2,4	15,1 ± 2,8	5,1 ± 1,5	4,7 ± 1,8	6,4 ± 2,3	6,1 ± 1,5
1923 – 2000 гг.	13,8 ± 2,7	14,3 ± 2,9	14,2 ± 3,6	14,1 ± 3,6	4,8 ± 1,6	4,4 ± 1,8	5,7 ± 2,4	5,8 ± 1,8

В придунайском районе СЗЧМ, как и в глубоководной части моря, также можно выделить несколько временных интервалов с характерными межгодовыми изменениями относительной прозрачности и биомассы фитопланктона [11].

В 60 -70-е годы (кроме 1970 г.) объем стока Дуная (180 -253 км<sup>3</sup>) незначительно изменялся относительно его среднегодового объема (203 км<sup>3</sup>) (рис. 5в). В годы (1966, 1970, 1975, 1979), когда объем стока превышал среднегодовое его значение на 15 -20%, зимы были умеренно-теплыми и прозрачность воды - пониженной (рис. 5а). В годы (1964, 1972 - 1974), когда сток Дуная был заметно ниже среднего, зимы были холодными, биомасса фитопланктона низкая (рис. 5в) и прозрачность воды повышенная.

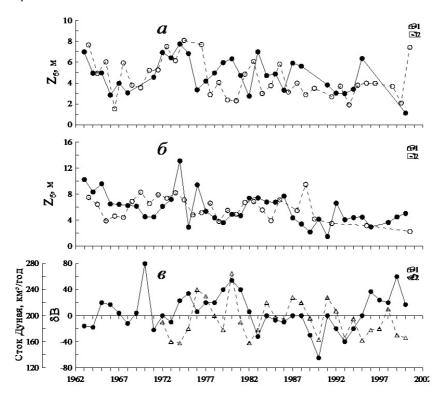


Рис. 5 — Межгодовые изменения значений глубины видимости белого диска в зимний (1) и весенний (2) — a, летний (1) и осенний (2) —  $\delta$  сезоны, среднегодового объема стока Дуная (1) и аномалий биомассы фитопланктона ( $\delta$ B) (2) —  $\epsilon$  в придунайском районе СЗЧМ.

Период 80-х – середина 90-х годов характеризовался хорошим совпадением характера межгодовой изменчивости объема стока Дуная и биомассы фитопланк-

тона. В то же время удовлетворительное соответствие характера межгодовой изменчивости этих параметров и прозрачности наблюдалось только в течение 80-х годов. При этом в годы, когда сток Дуная был высоким (1979-1982), зимы умеренно-теплыми, величины биомассы фитопланктона высокими (особенно в 1980 г.), значения  $Z_6$  в весенний, летний и осенний сезоны были ниже средних значений для этих сезонов. Повышенная прозрачность наблюдалась в 1982-1985 гг. (рис. 5a, 6), ля которых было характерным уменьшение объема стока Дуная и пониженные значения биомассы фитопланктона.

В конце 80-х годов объем годового стока Дуная начинает уменьшаться. Период с конца 80-х до середины 90-х годов характеризуется пониженным объемом его стока, сравнительно низкими значениями биомассы фитопланктона и холодными зимами в 1992, 1993 гг. При этом прозрачность во все сезоны была низкой. После 1994 г. объем стока Дуная начинает расти и в 1995 г. было зарегистрировано повышение прозрачности и пониженное значение биомассы фитопланктона. Отмеченные особенности межгодовых изменений объема стока Дуная и региональных гидрометеорологических условий в зимне-весенний сезон в этот период наблюдений, в основном определяющие изменения величин биомассы фитопланктона и прозрачности воды, в свою очередь обусловлены влиянием глобальных атмосферных процессов [14, 15]. Во второй половине 90-х годов объем стока Дуная был повышенным, величины биомассы фитопланктона — пониженные и отмечалась относительно низкая прозрачность. Сезонные ее изменения в придунайском районе СЗЧМ в различные периоды наблюдений представлены в табл. 2.

В результате проведенных исследований были рассмотрены основные особенности сезонных распределений относительной прозрачности в глубоководной и северо-западной частях Черного моря. Сравнение сезонных распределений ПОС в глубоководной части моря, построенных по измеренным в 1978-1989 гг. и рассчитанных (с помощью уравнений связи между ПОС и  $Z_6$ ) по измеренным в 1923-1989 гг. значениям  $Z_6$ , показало хорошее совпадение основных особенностей их распределений и абсолютных величин.

Сезонные и межгодовые изменения значений  $Z_6$  в период до конца 80-х годов хорошо согласовывались с такими изменениями биомассы фитопланктона, которые в свою очередь в глубоководной части моря зависели от гидрометеорологических условий, а в СЗЧМ также и от изменения объема стока Дуная.

Получены статистические оценки сезонных изменений  $Z_6$  в глубоководной и шельфовой (СЗЧМ) частях моря в различные периоды наблюдений.

## Литература

- 1. *Книпович Н.М.* Гидрологические исследования в Черном море // Труды Азово-Черноморской научно-промысловой экспедиции. – М.: ВНИИ морского рыбного хозяйства. – 1933.— Вып. 10.
- 2. *Маньковский В. И., Владимиров В. Л., Афонин Е. А. и др.* Многолетняя изменчивость прозрачности в Черном море и факторы, обусловившие ее сильное снижение в конце 80-х начале 90-х годов. Севастополь, 1996. 32с. (Препринт / НАН Украины. МГИ).
- 3. *Еремеев В.Н., Владимиров В.Л. Крашенинников Б.Н.* Долговременная изменчивость прозрачности вод Черного моря // Гидрофизические и гидрохимические исследования Черного моря. Севастополь: МГИ НАН Украины, 1992. С. 28–30.

- 4. *Маньковский В.И.* Оптическая структура вод Черного моря и закономерности ее формирования // Гидрофизические и гидрохимические исследования Черного моря. Севастополь: МГИ НАН Украины, 1992. С. 7–27.
- 5. *Кукушкин А.С. Агафонов Е.А.*, *Прохоренко Ю.А.* Распределение показателя ослабления направленного света в поверхностных прибрежных водах Черного моря // Морс. гидрофиз. журн. -2006. № 5. С. 30–43.
- 6. *Кукушкин А.С., Прохоренко Ю.А.* Изменчивость распределения прозрачности в верхнем слое пелагиали Черного моря // Оптика атмосферы и океана. 2008. T.21. № 4. C. 339–344.
- 7. *Кукушкин А.С., Белокопытов В.Н.* Сезонная изменчивость распределения прозрачности в различных динамических образованиях в глубоководных районах Черного моря // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное исследование ресурсов шельфа, Севастополь: МГИ НАН Украины, 2009. Вып. 18. С. 319–332.
- 8. *Кукушкин А. С., Прохоренко Ю. А., Шугаев А.В.* Прозрачность вод в прибрежных и глубоководных районах Черного моря // Физические проблемы экологии. М: МАКС Пресс, 2009. Т.16. С. 195–208.
- 9. *Кукушкин А. С.* Многолетние изменения прозрачности в глубоководных и шельфовых районах Черного моря // Физические проблемы экологии. М: МАКС Пресс, 2011. Т.18. С. 219–231.
- 10. *Маньковский В.И., Земляная Л.А.* Связь глубины видимости белого диска с показателем ослабления света для вод Черного моря // Комплексные океанографические исследования Черного моря. Севастополь: МГИ АН УССР, 1989. С. 82–85.
- 11. *Кривенко О.В.*, *Пархоменко А.В.* Пространственная и временная изменчивость биомассы фитопланктона в Черном море за период 1948-2001 гг.// Морск. эколог. журн.,  $2010.-T.9.-N\! ext{0.}4.-C.$  5–24.
- 12. *Кукушкин А.С., Воскресенская Е.Н., Маслова В.Н.* Особенности формирования поля прозрачности в поверхностном слое северо-западной части Черного моря в зимне-весенний период // Оптика атмосферы и океана, 2010. Т. 23. № 8. С. 730-736.
- 13. *Титов В.Б.* О связи между сезонными атмосферными условиями и параметрами гидрологической структуры вод в северо-восточной части Черного моря // Океанология, 2003. Т. 43. № 3. С.347–355.
- 14. Воскресенская Е.Н., Кукушкин А.С., Бурлакова З.П., Еремеева Л.В. О связи крупномасштабных атмосферных процессов с изменчивостью прозрачности и содержания взвешенного вещества в поверхностном слое вод северо-западной части Черного моря в зимний период // Метеорология и гидрология, 2004. № 12. С. 52–62.
- 15. Воскресенская Е.Н., Кукушкин А.С., Михайлова Н.В. Особенности изменчивости распределений прозрачности и содержания взвешенного вещества в северозападной части Черного моря в весенний период в связи с крупномасштабными процессами в системе океан атмосфера // Метеорология и гидрология, 2011. № 1. С. 64–77.

## ТОКСИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ИОНОВ СВИНЦА НА МОЛЕКУЛЫ БЕЛКА КОЛЛАГЕНА В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ

А.Д. Масленникова, И.А. Сергеева, Г.П. Петрова

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра молекулярной физики.

Современное состояние окружающей среды определяет необходимость изучения влияния патогенных факторов на биологические объекты. Автомобильные выхлопы и выбросы отходов с предприятий в больших концентрациях содержат тяжелые металлы, которые оказывают не только внешнее негативное воздействие на среду обитания человека, но и попадают внутрь организма. В данной работе исследовалось взаимодействие молекул белка коллагена I типа в водных растворах, содержащих ионы свинца, с целью выявления токсического воздействия тяжелых металлов на молекулы белка в модельных растворах.

#### Введение

Изучение физических процессов, происходящих в растворах белков, содержащих ионы тяжелых металлов (например, свинца) может дать информацию о влиянии патогенных факторов на организм. Известно, что белковые молекулы в растворах имеют тенденцию к агрегации в зависимости от их физико-химического состояния. Процессы, происходящие с белковыми макромолекулами в растворах, зависят от природы белков, их концентрации, типа растворителя, концентрации соли, показателя рН, температуры и других факторов. Процесс агрегации белков часто бывает необратимым и может являться признаком некоторых серьезных заболеваний в организме человека. Патологические изменения в структуре коллагеновых фибрилл являются причиной ряда заболеваний соединительной ткани и характеризуются поражением органов, а именно, суставов, сердца, сосудов, мышечной и кожной ткани.

Было показано экспериментально [1], что при добавлении ионов легких металлов (например, натрия) в растворы глобулярных (альбумина, гамма-глобулина) и фибриллярных (коллагена) белков их динамические параметры (коэффициент трансляционной диффузии  $D_t$ , гидродинамический радиус  $R_h$ ) не изменяются. При добавлении ионов тяжелых металлов (например, свинца, цезия), наблюдалось уменьшение коэффициента трансляционной диффузии молекул, что может быть связано с увеличением массы рассеивающих частиц. Из этого можно сделать вывод, что наличие ионов тяжелых металлов «запускает» процесс кластеризации белков в растворе.

Целью данной работы было исследование молекулярно-динамических процессов, происходящих в водных растворах молекул коллагена I типа при изменении различных параметров среды (pH, концентрация белка, ионная сила), в том числе изучение вредного воздействия ионов токсичных металлов  $(Pb^{2+})$  методом динамического рассеяния света.

#### Теория метода динамического рассеяния света

Метод динамического рассеяния света используется для изучения изменения динамических параметров молекул, таких как коэффициенты трансляционной и вращательной диффузии, а также гидродинамический радиус частиц [9]. В методе исследуется корреляционная функция флуктуаций интенсивности вызванных броуновским движением частиц. Для растворов макромолекул можно связать корреляционную функцию G(t), описывающую молекулярное движение, с коэффициентом трансляционной диффузии  $D_t$ :

$$G(t) = a \langle E^*(0)E(t) \rangle = c_0 \exp(-D_t k^2 t). \tag{1}$$

Соответствующий метод определения G(t) называется методом корреляции фотонов. При этом могут быть определены коэффициенты трансляционной диффузии частиц и их гидродинамические радиусы.

В работе [2] была получена связь между статическими и динамическими параметрами рассеяния света для растворов макромолекул. Было показано, что концентрационная зависимость коэффициента трансляционной диффузии  $D_t$  может быть представлена в виде вириального разложения по концентрации. В соответствии с этим, связь между коэффициентом  $D_t$ , массой молекулы M и характеристической вязкостью белкового раствора [ $\eta$ ] определяется уравнением:

$$D_{t} = D_{o} \{ 1 + (2BM - [\eta])c \}. \tag{2}$$

Здесь  $D_0$  — коэффициент диффузии, определяемый по формуле Стокса — Эйнштейна для сферической незаряженной частицы:

$$D_0 = \frac{kT}{6\pi\eta_0 R},\tag{3}$$

где *R* — радиус частицы.

В случае заряженных частиц коэффициент трансляционной диффузии  $D_t$  должен зависеть от концентрации макромолекул, их суммарного поверхностного заряда и ионной силы раствора.

#### Объект исследвания

Коллаген — фибриллярный белок, составляющий основу соединительной ткани организма (сухожилие, кость, хрящ, дерма и т.п.) и обеспечивающий ее прочность и эластичность [4]. Он составляет 25 - 33% общего количества белка в организме, т.е. 6% массы тела. Название "коллаген" объединяет семейство близкородственных фибриллярных белков, которые являются основным белковым элементом кожи, костей, сухожилий, хряща, кровеносных сосудов, зубов. В разных тканях преобладают разные типы коллагена, а это, в свою очередь, определяется той ролью, которую коллаген играет в конкретном органе или ткани. 95% всего коллагена в организме человека составляют коллагены І, ІІ и ІІІ типов, которые образуют очень прочные фибриллы. В данный момент описано 28 различных типов коллагена. Они отличаются друг от друга по аминокислотной последовательности, а также по степени модификации. Самый распространенный из них – коллаген І типа, входит в состав кожи, сухожилий, костей, роговицы, плаценты, артерий, печени и дентина человека [7].

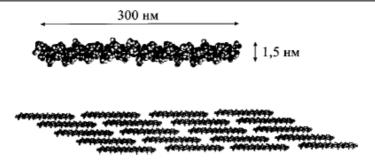


Рис. 1. Структура молекулы коллагена.

Свинец относится к группе тяжелых металлов (ионный радиус  $Pb^{2+}$  1,26 Å). Он является одним из основных патогенных факторов загрязнения атмосферы: в большом количестве присутствует в окружающей среде и попадает в организм человека с вдыхаемым воздухом, либо осаждаясь на коже. Свинец и его соединения чрезвычайно токсичны, например, попадая в организм, свинец накапливается в костях, вызывая со временем их разрушение. Предельно допустимая концентрация соединений свинца в атмосферном воздухе  $0,003~\text{мг/м}^3$  [5], в воде -  $0,03~\text{мг/м}^3$ . Превышение ПДК свинца в воздухе может приводить к снижению IQ, а также способности к обучению, поведенческим нарушениям особенно у детей [8]

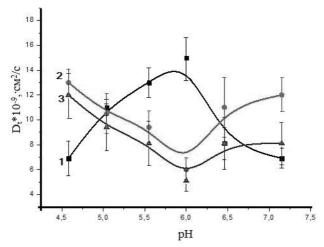


Рис. 2. pH- зависимость коэффициента трансляционной диффузии  $D_t$  коллагена (1 - 6 чистом водном растворе, с добавлением соли  $Pb(CH_3COO)_2$ :  $2- \mu=10^{-4}$  моль/л,  $3--\mu=10^{-3}$  моль/л).

Натрий — неотъемлемая часть всех биологических жидкостей человека: крови, пота, лимфы. В связи с этим, полезно изучить механизм взаимодействия молекул белка коллагена с ионами тяжелых (свинец) и легких (натрий) металлов.

## Экспериментальные результаты и обсуждение

В данной работе методом динамического рассеяния света были получены рН-зависимости коэффициента трансляционной диффузии  $D_t$  молекул коллагена в чистом водном растворе белка (концентрация белка в растворе c=0,05 мг/мл), а также в растворах с добавлением соли свинца  $Pb(CH_3COO)_2$  и натрия NaCl.

Как видно из рис. 2 в чистом водном растворе коллагена зависимость коэффициента трансляционной диффузии от рН имеет нелинейный вид близкий к параболическому с максимумом в области изоэлектрической точки белка рІ 6.0 (рис. 2 – кривая 1). При добавлении в раствор ионов свинца характер зависимости меняется - вблизи изоэлектрической точки наблюдается теперь минимум, а не максимум, как в случае чистого раствора коллагена (рис. 2 – кривые 2, 3). Вероятно, это связано со сменой характера взаимодействия молекул коллагена в водном растворе - с кулон-кулоновского на диполь-дипольное, и образованием белковых нанокластеров [2].

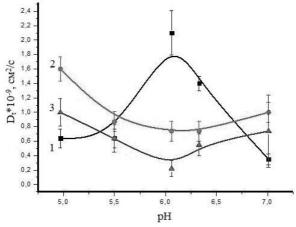


Рис. 3. pH- зависимость коэффициента трансляционной диффузии  $D_t$  коллагена (1 - в чистом водном растворе, 2 - c добавлением соли  $Pb(CH_3COO)_2$   $\mu_{Pb}=10^{-3}$  моль/л, 3 - c добавлением солей  $Pb(CH_3COO)_2$   $\mu_{Pb}=10^{-3}$  моль/л и NaCl  $\mu_{Na}=10^{-3}$  моль/л.

На рис. 2 видно что, минимум в области изоэлектрической точки белка становится глубже с ростом ионной силы раствора. Это указывает на то, что с увеличением концентрации ионов  $Pb^{2+}$  в растворе масса рассеивающих частиц также растет, что связано с усилением эффекта кластеризации. Таким образом, можно сделать вывод, что добавление в раствор соли свинца в концентрациях близких или превышающих ПДК оказывает явно выраженное токсическое воздействие на белок в водном растворе.

Также было получено, что добавление ионов натрия в водные растворы коллагена, содержащие ионы тяжелого металла ( $Pb^{2+}$ ), приводит к уменьшению коэффициента трансляционной диффузии в области изоэлектрической точки белка (рис. 3 – кривые 2, 3). Из чего можно сделать вывод, что ионы натрия усиливают эффект кластеризации молекул в водных растворах белка содержащих ионы тяжелого металла  $Pb^{2+}$ .

#### Выводы

Методом динамического рассеяния света обнаружено, что добавление соли  $Pb(CH_3COO)_2$  в водные растворы коллагена приводит к уменьшению коэффициента трансляционной диффузии в области изоэлектрической точки белка (pI 6,0), что связано с ростом массы рассеивающих частиц при образовании белковых нанокластеров. Выявлено, что с ростом концентрации ионов  $Pb^{2+}$  в водных растворах коллагена минимум на pH-зависимости коэффициента трансляционной диффузии становится глубже, что также связано с ростом рассеивающих частиц.

Показано, что добавление ионов  $\mathrm{Na}^+$  в водные растворы коллагена, содержащие ионы  $\mathrm{Pb}^{2^+}$ , приводит к уменьшению коэффициента трансляционной диффузии и усилению «эффекта кластеризации».

В результате можно сделать вывод, что наличие соли свинца  $(Pb(CH_3COO)_2)$  в водном растворе коллагена оказывает токсическое воздействие на белок, которое усиливается в присутствии в растворах ионов натрия.

## Литература

- 1. Сергеева И.А., Сокол Н.В., Иванова М.С., Петрова Г.П., Петрусевич Ю.М «Молекулярная подвижность частиц в растворах белков, содержащих ионы металлов с различными ионными радиусами» // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2009. № 4 С. 85-88.
- 2. Петрусевич Ю.М, Петрова Г.П. // Биомед. Радиоэлектроника. 2000. №3. С. 41
- 3. Д. Фрайфелдер «Физическая биохимия» // М., «Мир», 1980.
- 4. *Boot-Handford RP, Tuckwell DS.* Fibrillar collagen: the key to vertebrate evolution? A tale of molecular incest.// Bioessays. 2003 Feb;25(2):142-51.
- 5. R. K. Rajaram, J. K. Mohana Rao. Crystal structure of lead acetate trihydrate.// Zeitschrift für Kristallographie: Vol. 160, No. 3-4, pp. 225—233.
- 6. Dido Yova, Vladimir Hovhannisyan, Theodossis Theodossiou and Vladimir Gukassyan «Photochemical effects and hypericin photosensitized processes in collagen» // Journal of Biomedical Optics: Vol. 6, Issue 1, pp. 52-57.
- 7. Биохимия: Учеб. для вузов, Под ред. Е.С.Северина, 2003. 779 с.
- 8. *Малых О.Л.* Оценка риска свинцовой экспозиции для здоровья детей, проживающих в зоне влияния выбросов промышленных предприятий: Автореф. дис. канд. мед. наук. Екатеринбург, 2002.
- 9. Камминс Г., Пайк Э. «Спектроскопия оптического смешения и корреляция фотонов» // Наука, М., 1978.

## ЭКОЛОГИЧЕСКОЕ НОРМИРОВАНИЕ ДЛЯ ЛАНДШАФТНОЙ ЭКОСИСТЕМЫ Матасова О.Е., Скибенко В.В.

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Загрязнение окружающей среды в результате промышленной деятельности и увеличения доли химических веществ, используемых в сельском хозяйстве, приобрело глобальный характер.

Необходимость описания, систематизации, создания модели изменений, происходящих на Земле в результате деятельности человека, потребовала создания соответствующей теоретической базы, которая была создана как ландшафтная теория, включающая в себя различные подходы к определению и интерпретации ландшафта — экономический, культурологический (включая исторический), социальный, экологический [1].

Будем считать ландшафт как природный территориальный комплекс многоступенчатого строения, образующий характерное пространственное сочетание, обладающий генетическим и динамическим единством в той степени, которая может быть обусловлена однородным и одновозрастным геологическим фундаментом, одним типом рельефа, одинаковым климатом [2].

Санитарно – гигиеническое нормирование – наиболее разработанная область регламентации техногенного загрязнения окружающей среды. В настоящее время оно используется в качестве нормативной базы для ограничения техногенных загрязнений не только окружающей среды населенных пунктов и промышленных площадок, но и природных сообществ. Это неизбежно вызывает необходимость рассмотреть вопрос о соотношении между санитарно – гигиеническим и экологическим нормированием. Следует остановиться на двух важных моментах: достаточно ли санитарно – гигиенического нормирования для защиты природных комплексов, и в каком отношении будут находиться друг к другу две параллельно существующие системы нормирования. Расширение сферы применения санитарно – гигиенического нормирования будет некорректным.

При разработке теоретических основ санитарно-гигиенического нормирования было принято положение, по которому человек признан наиболее чувствительным компонентом биоты. Поэтому ПДК разрабатывались для защиты организма человека и не имеют цели защиты природных комплексов. Но, положение, что если «человек защищен, то, вероятно, и другие существа защищены» не имеет экспериментального обоснования. Более того имеются многочисленные факты, показывающие, что некоторые биологические виды чувствительнее к ряду токсикантов, чем человек.

Самым ярким примером могут служить растения. К настоящему времени установлены максимально - разовые и среднесуточные ПДК двенадцати загрязняющих веществ в воздухе для растений, включая древесные. ПДК установлены по наиболее чувствительному к помехам у растений процессу, а именно – фотосинтезу[3]. Эти данные представлены в таблице 1; для сравнения в этой же таблице приведены значения ПДК этих веществ для человека.

0.4

Шиклогексан

Вещество ПДК Для растительности Для человека м.р. c.c. c.c. м.р. Азота окислы 0,085 0,04 0,04 0,02 0,5 0.05 0.3 0.016 Диоксид серы 0.2 0,04 Аммиак 0.04 0.1 Бензол 0,5 0.1 0.1 0.05 0,5 0,2 Пром. 0,15 0,05 пыль, цемент Окись углерода 3,0 1.0 3,0 1.0 Сероводород 0,008 0,008 0,008 0,008 0,02 Соединения 0.005 0.02 0.003 фтора газообразные (в пересчете на фтор) Формальдегид 0,035 0,003 0,02 0,003 0.03 0.025 0.015 Хлор 0.1

Таблица 1. Сравнение ПДК для человека и для растительности

Рассчитывая комплексную нагрузку, по представленным в таблице веществам, можно увидеть, что комплексная нагрузка по среднесуточной концентрации веществ для растений почти в два раза превышает комплексную нагрузку рассчитанную для человека, а по максимально разовой концентрации – превышает больше чем в два раза.

0.2

0.2

0.4

Другой аргумент — пренебрежение эффектами кумуляции и транслокации. Многолетнее загрязнение на уровне, не превышающем в каждый из моментов времени установленных ПДК, может приводить к накоплению токсикантов в концентрациях, опасных для биоты.

Следующий аргумент касается формы нахождения загрязняющих веществ в природных средах.

Некорректность того, что «методология токсиметрического нормирования воздействия химически чистых, существующих в условиях производств веществ перенесена на разработку нормативов чистоты природных сред, неоднократно отмечалась многими авторами. Теряется химическая определенность форм нахождения токсикантов. ПДК разработаны для одних форм, действуют на организм другие формы (в смеси со многими ингредиентами выбросов).

Так, ПДК тяжелых металлов для воды получены для валовых форм, тогда как токсичны только аква — ионы (и не токсичны металлы, связанные с высокомолекулярными органическими соединениями). Поэтому при одном и том же уровне валового загрязнения наблюдается разная токсичность для гидробионтов.

Например, в экспериментах по определению ПДК для почв вносят водорастворимые формы металлов, а эффекты соотносятся с валовым содержанием, которое и принимается за дозу. В результате все ПДК для почвы многократно занижены и близки к природному фоновому уровню. (например, ПДК по Pb – 20 мг/кг, тогда как вариация фона -15 -50 мг/кг). Несоответствие экспериментальной модели определения ПДК и реальной ситуации приводит к тому, что использование ПДК создает «лишь иллюзию количественной оценки состояния среды». Отсутствует дифференциация нормативов по природно-климатическим зонам, хотя очевидно, что чувствительность биоты в разных условиях различна. Особенно ярко это проявилось для почвы: ПДК получены для наименее устойчивого типа (дерново-подзолистой) и без корректив экстраполированы на огромную территорию для всех типов. Аналогичная ситуация для водных экосистем, когда рыбохозяйственный ПДК для пресных водоемов переносят на морские и даже океанические регионы. Стоит ли удивляться парадоксальности выводов: например, ПДК для Zn (10 мкг/л) оказывается ниже средней концентрации этого элемента в Мировом океане. Таким образом, необходимо признать, что некорректно расширять область применения санитарно-гигиенического нормирования для регламентации техногенных нагрузок на экосистемы [4].

Современное эколого – гигиеническое нормирование (ЭГН) вредных веществ должно предотвращать их негативное воздействие на критические звенья экосистем, ЭГН должно предусматривать выполнение следующих обязательных условий:

- 1. Осуществление в регионе непрерывного экологического мониторинга (содержание поллютантов в природной среде, мониторинг здоровья населения, содержание макро- и микроэлементов);
  - 2. сохранение и поддержание биоразнообразия региона;
- 3. обеспечение устойчивого и сбалансированного развития агросферы путем преимущественно ее биотической регуляции.

Экологическое нормирование — это установление показателей качества окружающей среды и предельно — допустимых воздействий на нее, при соблюдении которых не происходит деградация экосистем, гарантируется сохранение биоразнообразия и природных ресурсов в целях удовлетворения потребностей нынешнего и будущих поколений, обеспечения экологической безопасности [5].

Под экологическим нормированием мы понимаем процесс разработки регламентов антропогенного воздействия на окружающую среду, соблюдение которых гарантирует нормальное функционирование экосистем.

В общем виде задача сводится к установлению таких величин техногенных нагрузок, которые не вызывают в течение неопределенно длительного периода отклонений в нормальном функционировании экосистем.

Центральная проблема экологического нормирования — вопрос о норме экосистем и критериях нормальности.

Понимание нормы позволяет сформулировать следующее наиболее общее определение: норма есть мера «хорошей» системы. Другими словами, норма — это ограничиваемая качественными переходами область состояний экосистем, которые удовлетворяют существующим представлениям человека о высоком качестве среды обитания.

Экосистема - это сложноорганизованная система, которую можно предоставить как сочетание плотноупакованных экологических ниш. При поражении одних организмов, при снижении активности их деятельности освободившиеся ниши заполняются более толерантными видами. Это ведет к сглаживанию эффекта воздействия, к снятию порогов.

Экосистемное нормирование не допускает не только патологических, но и предпатологических изменений. Цель экосистемного нормирования состоит в том, чтобы сохранить природу в таком состоянии, когда все живые организмы имеют право на существование. Такой подход обеспечит сохранение и человека (популяции, индивидуума) как компонента экосистемы. Человек отличается от других организмов, в частности, тем, что является конечным консументом в большинстве трофических цепей. Задача состоит в том, чтобы проверить, сохраняется ли уровень содержания этого вещества при любом антропогенном воздействии на экосистемы в пределах флуктуации его содержания в естественных природных условиях или выходит за эти пределы.

Теория экосистемного нормирования последовательна, но методы ее окончательно не разработаны. Не разработаны понятия о существенных и несущественных изменениях в экосистеме. Некоторые из предположений только обсуждаются.

Требуется учитывать все силы в экосистеме, которые способны компенсировать внешнее техногенное воздействие на нее. При оценке его влияния применяется принцип «слабого звена». Он основан на представлениях о лимитирующих факторах в сложной системе. Следует уделить внимание тому виду воздействия, которое может лимитировать развитие экосистемы. Это значит, что нагрузки, допустимые для самого уязвимого компонента экосистемы, принимаются как допустимые для системы в целом. Но экологические нормативы должны быть дифференцированы, что достигается региональным или бассейновым подходом при получении его показателей.

Характерный пространственный масштаб в данном варианте нормирования — локальный. Отсюда следует, что основной объект при разработке нормативов — биогеоценоз (экосистема в пределах элементарного региона). Это обусловлено двумя обстоятельствами. Во-первых, его размеры существенно меньше зоны влияния крупных источников выбросов (т.е. биогеоценоз может служить «точкой» пространства). Во-вторых, биогеоценоз — это экологический мир человека, т.е. характерный пространственный масштаб его восприятия природы.

Все множество параметров, которыми можно описать экосистему, делится на два подмножества: основных и коррелятивных. К первому относятся параметры, непосредственно удовлетворяющие потребности человека или обеспечивающие устойчивое функционирование экосистемы и вклад в функционирование экосистем более высокого ранга, ко второму — коррелятивно связанные с первыми, но непосредственно не интерпретируемые в ценностных шкалах.

Следует отметить, что процессы в воздушной среде непосредственным образом напрямую связаны с процессами в геосредах, поэтому анализ устойчивости урбанизированных экосистем (УЭС) строится на базе синергетических представлений об автоволновой самоорганизации в распределенных активных средах со значительным количеством прямых и обратных связей, при этом существенно нелинейной, и может быть описана соответствующей системой уравнений [6].

Предельные нагрузки находят путем выделения критических точек на кривой доза — эффект, построенной для всех основных и коррелятивных переменных, закономерно изменяющихся в градиенте загрязнения. Под критической точкой понимается начало наиболее стремительного изменения параметра. Для построения дозовой зависимости необходимо проведение натурных исследований экосистем, испытывающих разные дозы техногенной нагрузки от источника выбросов. Интерпретация результатов базируется на методе пространственно-временных аналогий: пространственный градиент считается «образом» сукцессионных смен.

Нормативы должны дифференцироваться по регионам (ботаникогеографическим зонам), типам экосистем, типам производств и режимам природопользования.

В равновесном или близком к равновесию состоянии существует только одно стационарное состояние, зависящее от управляющих параметров. При некотором значении параметров система способна достичь порога устойчивости – точки бифуркации. В зависимости от режима состояний в критических пороговых точках система становится неустойчивой и способной не просто реагировать, но эволюционировать. В неравновесных системах таких состояний может быть множество, а выбор системы определяется свойствами самоорганизации вблизи точки бифуркации, где случайные флуктуации способны формировать новые системные режимы, в частности переход в состояние хаоса [5].

Модель любой экологической системы, испытывающей загрязнение, содержит блоки:



рис. 1. Модель экосистемы

В России основным принципом ландшафтной политики является создание единой стратегии сохранения, восстановления и устойчивого развития всех типов ландшафтов: природных, полуестественных, городских, историко-культурных, территорий традиционного природопользования.

При этом схемой изучения качества социоприродного ландшафта может являться:

- хозяйственная деятельность на территории;
- климатические особенности;
- геологическое строение территории, природные ресурсы, рельеф;
- почвы: макро- и микроэлементный состав. Кислотность, содержание гумуса, геохимия;
- поверхностные воды: качество компонентов речных экосистем, гидрология, гидробиологические и гидрохимические показатели;

 биоразнообразие территории, его состояние и охрана: растительный покров, экологическое состояние ключевых природных комплексов.

В современной экологии уже имеется ряд информативных параметров, пригодных для предварительной оценки состояния экосистемы. К ним относится: рН почвенного раствора, эмиссия почвенных газов, состав вод, масса годового опада и годового прироста, их химический состав, активность хлорофилла и другие экспресс – тесты, характеризующие метаболизм экосистемы.

Техногенное загрязнение окружающей среды привело к осознанию необходимости регламентации нагрузок на экосистемы. Совокупность проблем, связанных с определением нормы экосистем, изучением их антропогенных трансформаций и нахождением предельных величин нагрузок, стала обозначаться термином «экологическое нормирование». Концепция экологического нормирования позволяет ответить на следующие необходимые для практики вопросы:

- -каковы критерии допустимой нагрузки на экосистемы;
- -какие параметры экосистем должны быть измерены для получения нормативов;
  - как измерять интегральную токсическую нагрузку;
  - каким образом получить значения предельных нагрузок.

Для проведения этих работ необходимо проведение ландшафтного мониторинга, который позволит решить вопрос о норме экосистемы. Результаты экодиагностических исследований могут сопоставляться с величинами нагрузки на экосистемы для каждого вида ландшафта и использоваться в конкретных видах природопользования.

Теоретически любая экосистема может быть описана бесконечным набором параметров. Число таких параметров на современном этапе развития экологии, хотя и не бесконечно, но очень велико. Для того чтобы экологическое нормирование могло быть реализовано на практике, необходима определенная процедура свертывания информации, направленная на преодоление «проклятие размерности» [7].

Рассматривая ландшафт урбосистем осуществим не свертывание, а усечение информации, а именно атмосфера — растение — почва, где центральным звеном будет выступать растение.

Экосистемное нормирование не должно не только допускать паталогических изменений, но и предпаталогических. Целью экосистемного нормирования является сохранение природы в таком состоянии, когда все живые организмы имеют равное право на существование.

Требуется учитывать все силы в экосистеме, которые способны компенсировать внешнее техногенное воздействие на нее. При оценке его влияния применяется принцип «слабого звена». Он основан на представлениях о лимитирующих факторах в сложной системе. Следует уделить внимание тому виду воздействия, которое может лимитировать развитие экосистемы. Это значит, что нагрузки, допустимые для самого уязвимого компонента экосистемы, принимаются как допустимые для системы в целом.

При экосистемном подходе нужно принимать во внимание не только токсическое действие химического вещества. Следует оценивать и другие возможные виды нарушения экосистемы, такие как сокращение видового разнообразия, изменение отдельных групп биоты, выпадение из экосистемы видов – доминантов, изменение величины продуктивности, упрощение трофической цепи, уменьшение ассимиляционной емкости экосистемы и ее способности к самоочищению, разрушение экосистемы.

Под ассимиляционной емкостью понимается количество поллютанта, которое система способна воспринять (ассимилировать) без нарушения закономерностей её функционирования. При её расчете принимаются во внимание все потоки вещества: его поступление из разных источников, вынос за пределы системы, сорбция почвенными компонентами, перевод в нерастворимые формы, биотическая и абиотическая деструкция и др. Допускается использование как расчетных, так и экспериментальных (в том числе лабораторных) данных, экстраполяция и интерполяция результатов, полученных для близких по структуре и функционированию экосистем. Важно включение не только биогенных, но и абиогенных показателей (например, гидрохимических).

Выбор показателей, контроль которых проводится при экосистемном нормировании, зависит от того, на каком уровне организации экосистемы оцениваются изменения.

Урбаноземы Москвы отличаются щелочной реакцией, более высоким содержанием органического вещества и питательных элементов, загрязнением. Химические свойства почв отличаются от свойств зональных почв. Показатели некоторых свойств почв Москвы представлены в таблице 2.

Способность почвы к самоочищению от различных загрязнений обусловлена активностью почвенных ферментов, которая является интегративным показателем функционирования всей почвенной биоты, т.е. представляет собой ассимиляционный потенциал почвы.

Таблица 2. Сравнительная характеристика химических свойств урбаноземов Москвы и дерново-подзолистых почв природных ландшафтов Московской области (поверхностные горизонты)

Показатель	Урбаноземы	Дерново-подзолистые
		почвы природных
		ландшафтов
$C_{opr}$	2-7	1-2
C <sub>opr</sub> pH	До 8	4,5-6,2
$Ca^{2+}$ мэкв/100 г почвы	5-100	5-10
Mg <sup>2+</sup> мэкв/100 г	2-39	2-3
Ёмкость поглощения, мэкв/100 г	До 30	10-12
Степень насыщенности основаниями, %	До 100	60-70
$P_2O_5$ , мг/100 г почвы	5-150	5-10
$K_2O$ , мг/ $100$ г почвы	2-60	7-15
Сульфаты, мг/100 г	До 220	Нет
СІ, мг/100 г	До 40	Нет
Нитраты, мг/100 г	12-15	Нет

К группе нормативов качества почв может быть отнесен показатель суммарного загрязнения почв Zc, представленный в таблице 3.

Таблица 3. Показатель суммарного загрязнения Zc

Tionasate in Cyliniaphor C sai prisienti in Ze					
Категория загрязнения почв	Показатель суммарного загрязнения				
Допустимая	1-8				
Слабая	8-16				
Средняя	16-32				
Сильная	32-64				
Очень сильная	64-128				

Zc рассчитывают по формуле, предложенной Ю.Е. Саетом:

$$\mathcal{Z}_{c} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathcal{Z}_{c}}{\mathcal{Z}_{i+1}c}\right) - (n-1).$$

Таблица 4 Оценка степени обогащенности почв ферментами, над чертой — на весовые единицы почвы. под чертой — на 1 см<sup>2</sup> поверхности почвы.

весовые единицы почвы, под чертои — на тем повераности почвы.						
Степень	Каталаза,	Дегидроге-	Инверта-	Уреаза,	Фосфа-	
обогащен-	$O_2$ см <sup>3</sup> /г	наза, мг	за, мг	мг NH <sub>3</sub>	таза, мг	
ности	за 1 мин	ТФФ на 10 г	глюкозы	на 10 г	Р <sub>2</sub> О <sub>5</sub> на 10	
		за 24 ч.	на 1 г за	за 24	г за 24	
			24 часа	часа	часа	
Очень	<1	<1	<5	<3	<0,5	
бедная	<u>&lt;1</u> <25	<u>&lt;1</u> <2,.5	<5 <125	<3 <7,5	<0,5 <1,2	
		<b>,</b>		. ,-	,	
Бедная	1-3	1-3	<u>5-15</u>	<u>3-10</u>	0,5-1,5	
	<del>25-75</del>	2.5 -7.5	125-375	7,5-25	1,2-3,8	
Среднеобог	3-10	3-10	15-50	10-30	1,5-5,0	
ащенная	75-250	7,5-25	375-1250	25-75	3.8-12,5	
·					,	
Богатая	10-30	10-30	50-150	30-100	<u>5-15</u>	
	250-750	25-75	1250-	75-250	12,5-	
			3750		38,0	
Очень	<u>&gt;30</u>	<u>&gt;30</u>	<u>&gt;150</u>	>100	<u>&gt;15</u>	
богатая	>750	>75	>3750	>250	>38	

Различные ферменты, выделяемые после разложения растительных и микробных клеток, содержатся в почве, сохраняя свою активность длительное время. Распределение ферментов по механическим фракциям почв тесно связано с органическим веществом почвы. В основном, они фиксируются илистой и пылеватой фракциями почв, и сосредоточены на поверхности раздела между почвенными коллоидами и почвенным раствором. Поскольку коллоиды адсорбируют поступающие в почву ферменты, последние присутствуют главным образом, в твердой фазе (до 85%) почвенных частип.

Активность почвенных ферментов зависит от гранулометрического состояния почвы, поскольку механический состав определяет её сорбционную способность. Наиболее ценными являются структурные частицы 0,25-1,0 мм.

Активность ферментов в почве зависит от различных факторов: генетических особенностей почвы, её физико-химических свойств (рН, засоленность, карбонатность), окультуренности, внесенных удобрений, различного рода токсикантов, наличия техногенного загрязнения, гидрогермических условий.

Таблица 5 Оценка показателей ферментативной активности (в баллах) в целях диагностики состояния почв

Пока-	Вид антропогенного воз-	Чувстви-	Слож-	Точность	Средний
затель	действия	тельность	ность анализа	определения	балл
Ката- лаза	Сельскохозяйственное использование	3	10	10	9,2
	Загрязнение нефтью и нефтепродуктами	9	10	9	
	Загрязнение ТМ	8	10	8	
	СВЧ-излучение	9	10	10	
	Ионизирующее излучение	9	10	10	
	Гидроморфизм	10	10	9	
Инвер- таза	Сельскохозяйственное использование	10	6	9	6,8
	Загрязнение нефтью и нефтепродуктами	3	€	6	
	Загрязнение ТМ	8	6	6	
	СВЧ-язлучение	9	6	6	
	Ионизирующее излучение	9	6	7	
	Гидроморфизм	8	6	6	
Дегид- ро-ге-	Сельскохозяйственное использование	10	7	9	7,6
наза	Загрязнение нефтью и нефтепродуктами	2	7	8	
	Загрязнение ТМ	10	7	9	
	Ионизирующее излучение	8	7	7	
	Гидроморфизм	10	7	10	

Под влиянием различных воздействий в разной степени изменяется активность ферментов: она усиливается или ингибируется. При изменении рН почвы

происходит инактивация ферментов, тем быстрее, чем больше рН почвы отличается от оптимального показателя рН действия определенного фермента.

Информативным показателем биологического состояния почвы является ее ферментативная активность [8]. Оценка степени обогащенности почвы ферментами дана в таблице 4.

Роль ферментов в почвенных процессах трудно переоценить, ведь они являются катализаторами биохимических превращений органических остатков и гумуса и тем самым участвуют в биохимических циклах углерода, азота, фосфора, серы и других элементов.

Обогащенность ферментами в значительной степени определяется генетическим типом почвы, при этом в верхних биогенных горизонтах активность ферментов максимальна, а вниз по профилю — в большинстве случаев снижается.

Деградация почвы сопровождается снижением ее биологической активности, и ферменты, как показали многочисленные исследования, являются надежным индикатором этого явления (таблица 5).

Для диагностики состояния почв урбанизированных парковых зон в условиях промышленного загрязнения представляет интерес определенные группы ферментов, характеризующих функциональную активность микрофлоры в различных экологических условиях и отражающих окислительные процессы в почве, катализируемые ими.

Один из них - *каталаза* - фермент, при участии которого осуществляется разложение перекиси водорода, уровень активности которого соответствует интенсивности дыхательного обмена в почве.

Источники формирования  $H_2O_2$  в дыхательном процессе живых организмов разнообразны. Перекись водорода может образовываться при окислении органических соединений посредством флавиновых ферментов.

Удаление перекиси из организма или окружающей среды осуществляется двумя другими ферментами - каталазой и пероксидазой.

Каталаза играет вспомогательную роль в реакциях окислительного обмена, разлагая ядовитую для живой клетки перекись водорода. Отщепление воды от перекиси водорода происходит по уравнению:

$$2H_2O_2$$
  $2H_2O + O_2$ 

Перенос электрона по цепи сопровождается синтезом АТФ (аденозинтрифосфорной кислоты), поэтому для микроорганизмов разложение перекиси водорода - один из источников пополнения запасов высокоэнергетических материалов для осуществления синтетических процессов.

Каталаза является не только внутриклеточным ферментом, она активно выделяется микроорганизмами в окружающую среду, обладает высокой устойчивостью и может накапливаться и длительное время сохраняться в почве.

Особый интерес к диагностике состояния почв методом ферментативных реакций обусловлен тем, что активность ферментов в различных типах почв неодинакова. Каждый тип почвы в связи с её генезисом, составом, внешними условиями, характером воздействия на неё и растительным покровом отличается как содержанием

абсолютного количества микроорганизмов, их разновидностями, так и интенсивностью процессов. В то же время, генетические особенности почвообразовательного процесса зависят от активности ферментов, которым принадлежит главная роль в минерализации органического вещества.

Таким образом, изучение биологической активности почвы методом ферментативного анализа позволяет судить о плодородии почвы, её физиологическом состоянии, а также о ее способности к самоочищению от вредных поллютантов и об интенсивности почвообразовательных процессов [9].

Основной методический вопрос, возникающий в практике экологического нормирования,— каким образом определять предельные значения нагрузки. От выбора конкретного метода во многом зависит конечный результат — величина норматива. Можно выделить, по крайней мере, три основных подхода.

Первый — предельная нагрузка представляет собой особую критическую точку на кривой доза — эффект, связывающей входные (нагрузки) и выходные (отклики экосистемы) параметры. Основное условие для определения этой точки — построение в полном объеме дозовой зависимости по экспериментальным данным на всем градиенте нагрузки.

Второй подход выглядит как существенная редукция первого: из теоретических соображений либо в результате многолетних наблюдений, а также на основе экспертных оценок определяется единственное значение выходного параметра (вне связи с величинами нагрузок), имеющее смысл границы естественных флуктуаций. Нагрузка, соответствующая выходному параметру в этой единственной точке, принимается за предельную.

Третий подход требует наличия «внешней» информации. Например, экономическая целесообразность выращивания сельскохозяйственной культуры определяет допустимый минимальный урожай. Предельная нагрузка, как и во втором подходе устанавливается через соотнесение с этой величиной.

Ситуация может быть упрощена при рассмотрении урбанизированных территорий, парковых зон путем существующих ПДК.

Исходя из вышеописанного ПДЭН для урболандшафтов может быть определено исходя из трех показателей:

$$1)\sum_{i=1,\dots,N_s}^{n_i} \leq n_i$$

где  $\mathcal{C}_{i}$  – концентрация загрязнителей в воздухе,

ПДК – предельно – допустимая концентрация загрязнителя для растения.

$$2)\mathbb{E}_{\mathcal{C}} = \langle \sum_{\mathbf{C}_{[1][1]}} S_{\mathbf{C}_{[1][1]}} \rangle - \langle (n-1) \rangle.$$

где  $S_i$  – концентрация загрязнителей в почве,

Спдк – предельно-допустимая концентрация

где а – показатель активности каталазы в подгоризонте O1, в - показатель активности каталазы в подгоризонте O2, с - показатель активности каталазы в подгоризонте А1.

В точках пространства, соответствующих найденным значениям ПДЭН, определяется концентрация токсикантов в воздухе, почве. Если эти концентрации ниже соответствующих ПДК, то найденные экологические нормативы более жесткие. В этом случае ПДК в расчет не принимаются, так как выполнение гарантируется ПДЭН. Если концентрации в объектах превышают ПДК, ситуация обратная и выполнение ПДК обеспечивает выполнение ПДЭН.

#### Литература

- Скибенко В.В., Матасова О.Е. Ландшафтный мониторинг основа благополучия экосистем. 8 Международная конференция «Наука, образование, производство в решении экологических проблем». Экология 2011, Уфа, 2011 г.
- 2. Колбовский Е.Ю. Ландшафтоведение. М. «Академия» 2008 г.
- Скибенко В.В., Вихрова О.Е. Регламентация загрязняющих веществ в биосфере. М. Информэлектро, 2003 г.
- Мотузова Г.В., Безуглова О.С. Экологический мониторинг почв. М. Гаудеамус, 2007.
- 5. Сидорова А.Э., Твердисов В.А. Экос. Грани устойчивости //Экология урбанизированных территорий. 2008, №1. М: Изд. Дом «Камертон».
- Сидорова А.Э. Урбоэкосистемы как активные среды: автоволновая самоорганизация и устойчивость. // Физические проблемы экологии (Экологическая физика): Сб. научных трудов. /Под ред. В.И. Трухина, Ю.А. Пирогова, К.В. Показеева. М.: МАКС Пресс, 2007, № 14. С. 293 307.
- 7. Воробейчик Е.Л. и др. Экологическое нормирование техногенных загрязнений наземных экосистем. Екатеринбург. УИФ «Наука», 1994.
- 8. Звягинцев Д.Г. Микроорганизмы и охрана почв. М.: Издательство МГУ, 1989 г.
- 9. Коваленко Л.А., Бабушкина Л.Г. Биологическая активность лесных почв как показатель уровня адаптации почвенных экосистем к техногенному воздействию. Екатеринбург: УрГСХА, 2003.

# ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ВОДНОГО СЛОЯ, СОПРОВОЖДАЮЩИЕ ГЕНЕРАЦИЮ ЦУНАМИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕМ

## А.В. Мошенцева, М.А. Носов

Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

Около 80% всех цунами вызваны подводными землетрясениями [Gusia-kov, 2011; Левин, Носов, 2005]. Современный оперативный прогноз цунами основывается на первичном сейсмическом анализе и магнитудно-географическом критерии [Operational Users Guide, 2009; Poplavskii et al., 2009]. Но такой прогноз зачастую дает ошибочную оценку опасности цунами. Более-менее достоверно оценить уровень опасности удается только тогда, когда становится доступной информация с ближайших к источнику глубоководных или береговых станций уровня моря. Поэтому в оперативном прогнозе целесообразно использовать любую дополнительную информацию о факте формирования и характеристиках волны цунами.

В качестве такой дополнительной информации мы предлагаем рассматривать горизонтальные движения водного слоя, сопровождающие генерацию цунами землетрясением [Носов и др., 2011; Nosov et al., 2012]. При сильных подводных землетрясениях происходят остаточные (косейсмические) деформации дна океана, которые и вызывают волны цунами. Деформация дна вытесняет большой (от единиц до сотни кубических километров) объем воды, и далее этот объем перераспределяется по близлежащей области океана. Очевидно, что процесс перераспределения сопровождаются значительными горизонтальными смещениями воды.

Настоящая работа направлена на разработку численной модели для расчета остаточных горизонтальных смещений, вызванных косейсмическими деформациями дна, и на оценку этих смещений для серии цунамигенных землетрясений, произошедших вблизи о-ва Суматра (декабрь 2004 г, март 2005 г и апрель 2012 г).

Рассмотрим безграничный по горизонтали слой однородной несжимае-мой идеальной жидкости в бассейне переменной глубины H в поле силы тяжести. Силой Кориолиса мы пренебрегаем, так как геострофический вихрь, формирующийся под действием этой силы, характеризуется пренебрежимо малыми скоростями и очень незначительным смещением свободной поверхности, кроме того, к этому вихрю обычно переходит менее 1% энергии цунами [Носов, Нурисламова, 2012].

Для построения математической модели перемещения жидкости воспользуемся уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости, проинтегрированным вдоль вертикальной координаты от дна до поверхности:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot H \vec{v}) = 0 , \qquad (1)$$

где  $\xi$  — смещение свободной поверхности воды от равновесного положения,  $\eta$  — смещение поверхности дна от исходного положения,  $\vec{v}$  — горизонтальная скорость течения.

В начальный момент времени (до землетрясения) положение дна определяется формулой z=-H,  $\xi_0=0$ ,  $\vec{v}=0$ , т.е. водный слой находится в покое. После землетрясения дно занимает новое положение  $z=-H+\eta_\infty$ , где  $\eta_\infty-$  остаточная деформация дна, которая служит источником всех движений водного слоя.

В общем случае, в соответствии с теоремой Гельмгольца, произвольное поле скорости течения представимо в виде суперпозиции вихревого и потенциального полей. Пренебрегая донным трением и силой Кориолиса, мы исключаем из рассмотрения все факторы, вызывающие завихренность горизонтального течения. Следовательно, поле скорости может быть выражено как градиент от потенциала скорости течения  $\varphi$ 

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \varphi . \tag{2}$$

Подставляя представление (2) в уравнение (1), получаем:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot H \vec{\nabla} \varphi) = 0.$$
 (3)

Интегрируя это уравнение по времени от нуля до бесконечности, приходим к следующему выражению:

$$(\vec{\nabla} \cdot H \vec{\nabla} \Phi) = \xi_0 - \xi_\infty + \eta_\infty - \eta_0, \qquad (4)$$

где 
$$\Phi(\vec{x}) \equiv \int_{0}^{\infty} \varphi(\vec{x},t) dt$$
.

В начальный момент времени (до землетрясения) деформации дна и смещения поверхности нет, т.е.  $\eta_0=\xi_0=0$ , следовательно, уравнение (4) может быть переписано в следующем виде:

$$(\vec{\nabla} \cdot H \vec{\nabla} \Phi) = \eta_{\infty} - \xi_{\infty}, \tag{5}$$

где  $\xi_{\infty} = V/S$  константа, определяющая остаточное изменение уровня воды в бассейне с закрытыми границами, V – объем воды, вытесненный косейсмической деформацией дна в источнике цунами, S – площадь бассейна.

В уравнении (4) мы ввели новую величину  $\Phi$ , которую можно интерпретировать как потенциал остаточных смещений частиц воды. Соответственно, остаточное поле горизонтального смещения частиц воды может быть найдено по формуле

$$\vec{D} = \vec{\nabla} \Phi \tag{6}$$

Уравнение (5) решалось с граничными условиями второго рода 
$$(\vec{n}, \nabla \Phi) = 0$$
 (7)

Физически условие (7) означает непроницаемые границы. На берегах такое граничное условие, очевидно, соответствует физике процесса. На внешних границах, проходящих по воде это условие, конечно, не вполне корректно, т.к. эти границы проницаемые. Однако постановка условия «свободного прохода» в данной статической задаче невозможно. Чтобы эффект искусственно закрытых границ не оказывал влияние на решение, мы выбирали расчетную область достаточно большой. Проводя серию предварительных тестовых расчетов, мы постепенно увеличивали

расчетную область до тех пор, пока результаты в интересующем нас регионе не переставали меняться.

В силу значительного размера расчетной области, при численном решении задачи было необходимо учитывать сферичность Земли. Поэтому мы работали в сферической системе координат. Операторы, использованные в уравнениях выше, в сферических координатах принимают следующий вид:

$$(\vec{\nabla} \cdot H \vec{\nabla}) = \frac{1}{R^2 \cos^2(Lat)} \frac{\partial}{\partial Lon} \left( H \frac{\partial}{\partial Lon} \right) + \frac{1}{R^2 \cos(Lat)} \frac{\partial}{\partial Lat} \left( H \cos(Lat) \frac{\partial}{\partial Lat} \right), \tag{8}$$

$$\vec{\nabla}_{Lon} = \frac{1}{R\cos(Lat)} \frac{\partial}{\partial Lon} \,, \tag{9}$$

$$\vec{\nabla}_{Lat} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial Lat},\tag{10}$$

гле R=6371 км.

Уравнение (5) с граничным условием (7) решалось численно методом конечных элементов [Norrie, De Vries, 1978; Segerlind, 1976] на треугольной сетке переменного шага. У берега и в области источника сетка сгущалась, а на периферии расчетной области шаг сетки значительно возрастал. Пример сетки можно найти в нашей работе [Nosov et al., 2012].

Говоря о численном методе и расчетной сетке, прежде всего надо сказать о специфике расчетной области. Расчетная область представляет собой элемент сферы. Но так как расчетная область мала по сравнению с площадью всей Земли, то можно заменить элемент сферы плоскостью. В этой плоскости мы вводим координаты (Lon, Lat), и считаем, что точка с координатами (Lon, Lat) имеет соответственно долготу Lon и широту Lat. Сферичность Земли при этом учитывается в подсчете расстояния между двумя точками: оно равно расстоянию между двумя точками на сфере. Разобьем расчетную область на треугольные элементы. Будем искать неизвестную функцию  $\Phi$  не на исходной расчетной области, а в узлах сетки. Далее по известным значениям в узлах можно найти значения  $\Phi$  на каждом треугольном элементе. Для этого надо задать вид интерполяции. Мы выбрали самый простой – линейную интерполяцию:  $\Phi = aLon + bLat + c$ , где коэффициенты a,b,c находятся из системы уравнений для 3-х вершин треугольного элемента

$$\begin{cases} \Phi_{I} = aLon_{I} + bLat_{I} + c \\ \Phi_{2} = aLon_{2} + bLat_{2} + c \\ \Phi_{3} = aLon_{3} + bLat_{3} + c \end{cases}$$

$$(11)$$

Теперь перейдем непосредственно к описанию метода конечных элементов, который основывается на решении слабой формы дифференциального уравнения

Положим, что  $\Phi$  — решение уравнения (5). Помножим это уравнение на произвольную функцию  $\mathcal G$  и проинтегрируем по расчетной области  $\Omega$ 

$$\int_{\Omega} -(\nabla (H\nabla \Phi))9d\Omega = \int_{\Omega} (\xi_{\infty} - \eta_{\infty})9d\Omega$$
(12)

Это и есть слабая форма уравнения (5).

Интегрируем по частям, используя формулу Грина

$$\int_{\Omega} (H\nabla \Phi) \nabla \vartheta d\Omega - \int_{\partial \Omega} \vec{n} (H\nabla \Phi) \vartheta ds = \int_{\Omega} (\xi_{\infty} - \eta_{\infty}) \vartheta d\Omega$$
(13)

С учетом граничных условий (7) получаем

$$\int_{\Omega} (H \nabla \Phi) \nabla \mathcal{P} d\Omega = \int_{\Omega} -\eta_{\infty} \mathcal{P} d\Omega + \xi_{\infty}$$
(14)

Решение уравнения (14) лежит в некотором функциональном пространстве A, но мы его будем искать на N-мерном подпространстве  $A_N$ , где N – число узлов сетки разбиения.

Выберем следующий базис в пространстве  $A_N$ :  $\varphi_i = 1$  в i-ом узле, и  $\varphi_i = 0$  во всех остальных узлах, линейно убывает от 1 до 0.

Так как дифференциальный оператор является линейным, потребуем, чтобы уравнение (14) выполнялось для всех базисных функций  $\varphi_i$ 

$$\int_{\Omega} (H \nabla \Phi) \nabla \varphi_i d\Omega = \int_{\Omega} -\eta_{\infty} \varphi_i d\Omega + \xi_{\infty} , \quad i = 1, 2, ..., N$$
(15)

Разложим функцию  $\Phi$  по этому базису

$$\Phi = \sum_{j=1}^{N} \Phi_j \varphi_j \tag{16}$$

Подставим представление (16) в выражение (15)

$$\sum_{j=1}^{N} \Phi_{j} \int_{\Omega} (H \nabla \varphi_{j}) \nabla \varphi_{i} d\Omega = \int_{\Omega} -\eta_{\infty} \varphi_{i} d\Omega + \xi_{\infty} , \quad i = 1, 2, ..., N$$
(17)

Введем следующие обозначения:

$$K_{i,j} = \int_{\Omega} (H \nabla \varphi_j) \nabla \varphi_i d\Omega$$

$$F_i = \int_{\Omega} -\eta_{\infty} \varphi_i d\Omega + \xi_{\infty}$$

$$(18)$$

Тогда уравнения (17) запишутся в виде

$$K\Phi = F \tag{19}$$

Уравнение (19) представляет собой систему линейных уравнений относительно  $\Phi$ . Решая её, найдём неизвестные значения в узлах сетки  $\Phi_j$ . Так как мы ищем решение не на исходной области  $\Omega$ , а на ее разбиении, то интегралы в (19) будут заменены суммированием.

Граничные условия второго рода удовлетворяются автоматически. Но матрица K при этом является вырожденной. Решение уравнений с вырожденной

матрицей существует только в том случае, если сумма правых частей равна нулю. В нашем случае данное требование выполняется, т.к. оно является физически обоснованным. Для решения системы (19) был применен метод сопряженных градиентов [George, Liu,1981].

В качестве исходных данных для численных расчетов используются батиметрия из 1-минутного атласа GEBCO и вертикальная косейсмическая деформация дна  $\eta$ , рассчитанная по модели распределения подвижки вдоль площадок разрыва (Caltech, http://www.tectonics.caltech.edu/slip\_history/ и USGS, http://earthquake.usgs.gov/). Методика расчета деформации дна описана в наших работах [Носов, Колесов, 2009; Nosov, Kolesov, 2011].

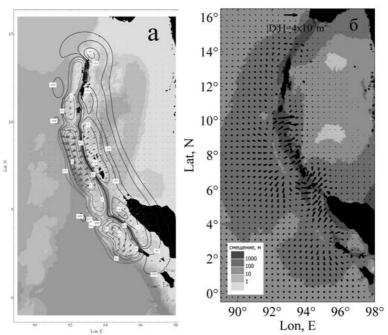


Рис.1. Косейсмическая деформация дна в очаге цунами 26.12.2004, рассчитанная по данным Caltech (а). Изобаты (градации серого) с шагом 1 км. Вертикальная деформация показана изолиниями, горизонтальная деформация — стрелками. Максимальные значения деформации дна приведены в нижнем правом углу. Остаточные горизонтальные смещения частиц воды (б). Стрелки показывают направление смещения, длина каждого вектора пропорциональна горизонтальному смещению, помноженному на глубину океана, DH. Масштабная стрелка приведена вверху. Величина горизонтального смещения показана градациями серого (шкала в левом нижнем углу).

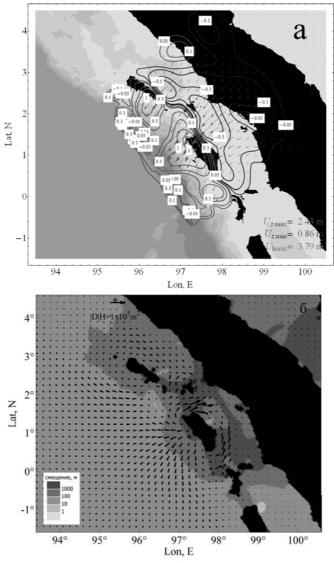


Рис. 2. Косейсмическая деформация дна, рассчитанная по данным Caltech (a), и остаточные горизонтальные смещения частиц воды (б) для землетрясения 28.03.2005. Обозначения аналогичны Рис. 1.

Для анализа были выбраны три сильных землетрясения, произошедших возле о-ва Суматра (26.12.2004, 9.1Mw; 28.03.2005, 8.5Mw; 11.04.2012, 8.6Mw). На Рис. 1a, 2a, 3a представлены деформации дна.

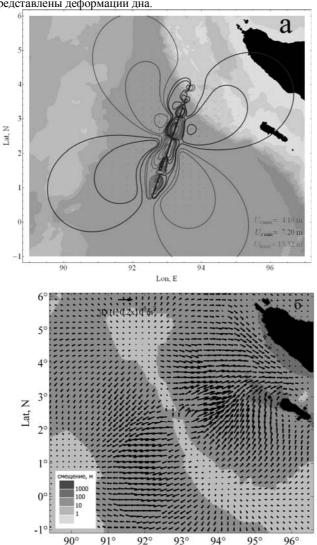


Рис. 3. Косейсмическая деформация дна, рассчитанная по данным USGS (a), и остаточные горизонтальные смещения частиц воды (б) для землетрясения 11.04.2012. Обозначения аналогичны Рис. 1.

Lon, E

На Рис. 16, 26, 36 показаны поля остаточных горизонтальных смещений частиц воды, рассчитанные методом, который описан выше. Видно, что землетрясение 26.12.2004 сопровождалось весьма значительными смещениями частиц воды. В обширной области, непосредственно примыкающей к источнику цунами (область значительных деформаций дна), горизонтальные смещения превышают 10 метров. В отдельных областях, смещения превышают 100 м.

События 2005 и 2012 гг имели заметно меньшую магнитуду и конечно сопровождались существенно меньшим вытеснением воды в очаге цунами. Поэтому и соответствующие поля смещений имеют меньшую амплитуду. Однако и в этом случае амплитуда эта достаточно велика и может быть зарегистрирована в природе. Как было показано в нашей работе [Nosov et al., 2012] формирование остаточного поля везде за исключением близкой к берегу мелководной области, происходит практически сразу после прохождения лидирующей волны цунами. При этом горизонтальные смещения частиц воды могут в десятки раз превосходить вертикальные смещения, что, несомненно, упрощает их регистрацию в природе. Возможные методы регистрации горизонтальных движений воды, сопровождающих генерацию и распространение цунами, описаны в работах [Nosov et al., 2012; Носов, Нурисламова, 2012].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 10-05-00562, 12-05-31422).

## Литература

- 1. Левин Б.В., Носов М.А. Физика цунами и родственных явлений в океане. М.: «Янус-К», 2005. 360 с.
- 2. Носов М.А., Колесов С.В. Метод постановки начальных условий в задаче численного моделирования цунами // Вестник Московского университета, Серия 3. Физика. Астрономия. 2009. №2. с.96-99.
- 3. Носов М.А., Мошенцева А.В., Левин Б.В. Остаточные гидродинамические поля вблизи очага цунами. ДАН. 2011. Т.438. №5. с.694-698.
- Носов М.А., Нурисламова Г.Н. // Потенциальный и вихревой следы цунамигенного землетрясения в океане. ВМУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2012. №5 с.48-52.
- George A., Liu J.W. Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems. Prentice Hall, 1981.
- Gusiakov V.K. (2011), Relationship of Tsunami Intensity to Source Earthquake Magnitude as Retrieved from Historical Data, Pure Appl. Geophys., 168, 2033– 2041.
- Norrie, D. H., De Vries, G., An Introduction to Finite Element Analysis (Academic Press 1978).
- 8. Nosov M. A., Kolesov S. V. Optimal Initial Conditions for Simulation of Seismotectonic Tsunamis // Pure and Applied Geophysics, 2011, Vol.168(6-7), 1223-1237, DOI: 10.1007/s00024-010-0226-6.
- Nosov M.A., Moshenceva A.V., Kolesov S.V. Horizontal motions of water in the vicinity of a tsunami source // Pure and Applied Geophysics. 2012. DOI 10.1007/s00024-012-0605-2.

- Operational Users Guide for the Pacific Tsunami Warning and Mitigation System (PTWS). IOC Technical Series No 87, Second Edition. UNESCO/IOC 2009.
- Poplavskii A.A., Poplavskaya L.N., Spirin A.I., Permikin Yu.Yu., Nagornykh T. V. Improvements on the Magnitude–Geographic Criterion of Tsunami Hazard // Journal of Volcanology and Seismology, 2009, Vol. 3, No. 1, pp. 59–67.
- 12. Segerlind L.J. Applied Finite Element Analysis //Department of Agricultural Engineering Michigan State University, John Wiley and Sons, Inc., New York/London/Sydney/Toronto, 1976.

# ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЧИВОСТИ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КЛИМАТА НА СТОК С ВОДОСБОРА РЕКИ КЕМЬ (РЕСП. КАРЕЛИЯ)

Л.Е. Назарова\*, Е.А. Каменская\*\*

г. Петрозаводск, Респ. Карелия

\* Институт водных проблем Севера КарНЦ РАН

Изучение взаимосвязи и динамики элементов климата и водного баланса крупных водосборов, оценка их изменчивости под влиянием естественных и антропогенных факторов представляет собой сложную научную задачу и имеет важное практическое значение для охраны водных объектов и их рационального использования. Одним из элементов системы регионального климата и водного баланса является речной сток. Особенно важно исследовать колебания речного стока, как для отдельных речных водосборов, так и для административных территорий в связи с возможными его изменениями при глобальных изменениях климата. Республика Карелия богата водными ресурсами, однако для других районов России, расположенных в лесостепной и более южных зонах, возможны серьезные проблемы с обеспечением водой как населения, так и сельского хозяйства и промышленного производства, если в результате глобального потепления возрастет испарение с поверхности суши и в связи с этим уменьшится сток рек. Поэтому изучение межгодовой изменчивости речного стока дает возможность оценить как пределы естественных колебаний водности, так и, с использованием различных сценариев изменения климата территории в ближайшей перспективе, возможных изменений стока в будущем.

Водосбор бассейна реки Кемь принадлежит к бассейну Белого моря. Следовательно, река Кемь является частью водосборного бассейна Северно-Ледовитого океана. Бассейн расположен в северной части Карельского гидрографического района (6.8% площади водосбора расположено на территории Финляндии) и представляет форму треугольника с основанием на западе вдоль с границей с Финляндией. Вершиной треугольника является устье р. Кемь, впадающей в Белое море (Бискэ, 1959). Водосборная площадь включает следующие орографические районы: Северный возвышенный (200-300м.), Западно-Карельскую возвышенность (180-300м.), Северный озерный (до 100 м) и Прибеломорскую низмен-

<sup>\*\*</sup> Карельская государственная педагогическая академия

ность (до 60м). Отсюда следует, что рельеф бассейна холмисто-равнинный. Наиболее приподнятый участок - западно-карельская возвышенность. Наиболее низкий - прибеломорская низменность, имеющая небольшой уклон к морю. Она представляет собой заболоченную слаборасчлененную равнину (Старцев, 1989). Административно река с ее водосбором располагается в Кемском, Калевальском, Лоухском, Муезерском районах РК, а так же на территории Финляндии (рис. 1). Река Кемь - крупнейшая озерно-речная система Карелии. Площадь ее водосбора составляет 28396 км. Протяженность р. Кеми от истока (р. Куржма) до устья составляет 357.6 км. Полное падение реки на этом участке 220 м. На всем ее протяжении в нее впадает свыше 1500 рек и ручьев, общей длиной 8294 км. Главный приток - р. Чирка - Кемь с площадью бассейна 8220 км2 впадает на 173 км от устья и дает почти треть ее стока. Все реки представляют собой характерные для карельского региона озерно-речные системы (Берсонов, 1960).

До середины 1950-х годов река находилась в естественном состоянии, водопользование ограничивалось нуждами населения. Затем было открыто и разработано Костомукшское железорудное месторождение, расположенное в западной части бассейна, построен горно-обогатительный комбинат (Старцев, 1989).

Энергетическое освоение реки началось в 1967 году с вводом в строй Путкинской ГЭС мощностью 84 тыс. кВт. Впоследствии были сооружены еще три станции Кемского каскада: Подужемская (48 тыс. кВт, 1971 г.), Юшкозерская (18 тыс. кВт., 1980 г.) и крупнейшая в республике Кривопорожская (180 тыс. КВт, 1991 г.). Для завершения каскада планируется строительство еще двух — Белопорожской (130 тыс. кВт) и морской (33 тыс. кВт). Кроме того, разрабатываются проекты еще двух станций на самом крупном притоке р. Чирка-Кемь (Ялганпорожской — 13 тыс. кВт и Железнопорожской 16 тыс. кВт) (Литвиненко, 2003). ГЭС низконапорные и средненапорные с расчетным напором от 7.15 до 74.0 м. Они оборудованы в основном гидротурбинами поворотно-лопастного типа (Сидоренко, 1994).

Климатические условия района исследований формируются под влиянием западного переноса воздушных масс с Атлантики, что обуславливает продолжительную мягкую зиму и короткое относительно прохладное лето, повышенную влажность воздуха, усиленную циклоническую деятельность с преобладанием ветров юго-западных направлений, значительную облачность и большое количество осадков в течение всего года. Средняя годовая температура воздуха на территории бассейна изменяется с севера на юг от нуля до 1°С (Ресурсы..., 1972). Годовое количество осадков составляет в среднем 550-600 мм, к югу оно возрастает и достигает в верховьях бассейна р. Чирка-Кеми 650 мм. Повторяемость ветров южного, юго-западного и западного направлений около 50%. Под влиянием орографии и характера подстилающей местности преобладающее направление и скорость ветра, как правило, возрастает. Наибольшие её величины характерны для побережья Белого моря (Кемь, порт – до 40 м/с) (Ресурсы..., 1972).

Гидрологические наблюдения на реках бассейна р. Кемь выполняются на сети гидрологических постов Карельского республиканского центра по гидрометеорологии и мониторингу природной среды. Развитие гидрологической сети в бассейне началось с 1917 г., после открытия поста на р. Кемь - с. Подужемье. В настоящее время в бассейне продолжает действовать 11 постов. Кроме этого в

работе использовались данные многолетних наблюдений на двух метеостанциях республики Карелия, находящихся на территории бассейна.

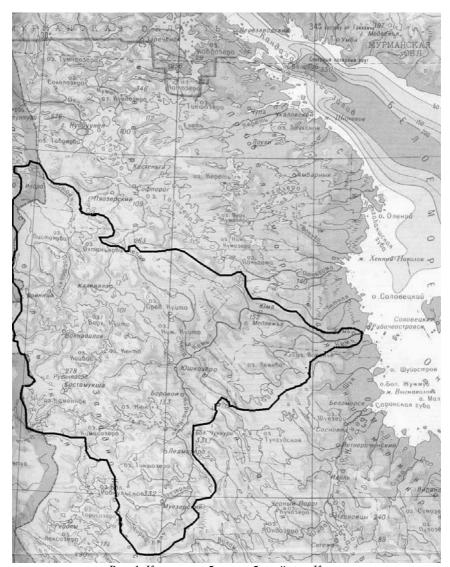


Рис. 1. Карта водосборного бассейна р. Кемь.

Проанализировав имеющиеся данные наблюдений, можно сделать следующие выводы. В целом за период времени с 1946 по 2005 гг. значимого изменения тем-

пературы воздуха в районе бассейна реки Кемь не выявлено (рис. 3). Количество атмосферных осадков, выпадавших на территорию бассейна реки Кемь с середины XX до начала XXI века представлено на рис. 4. Проанализировав полученный график, можно сказать, что за исследуемый период значимого изменения количества осадков в районе бассейна реки Кемь не отмечается. Некоторое увеличение количества выпадающих атмосферных осадков во многом может объясняться недоучетом осадков в 1940-60 годы из-за особенностей практики наблюдений в эти годы. Климатическая норма годовой суммы осадков на водосборе р. Кемь составляет 550-600 мм. Годовые суммы осадков за период исследования в основном находились в пределах средних многолетних значений.

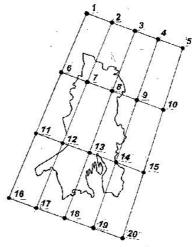


Рис. 2. Расчетная сетка и номера расчетных узлов модели ЕСНАМ4/ОРУС3.

Далее по формуле Э.М. Ольдекопа был получен ряд данных о суммарном испарении с исследуемого водосбора. Данная формула была выбрана для расчетов, поскольку, как показано в работе Ю.А. Сало (2003), для речных водосборов Северо-Запада России, Карелии и Кольского полуострова целесообразно использовать именно эту формулу, как наиболее корректно описывающую процесс испарения.

$$E = E \circlearrowleft (EXP(P/E \circlearrowleft)-EXP(-P/E \circlearrowleft))/(EXP(P/E \circlearrowleft)+EXP(-P/E \circlearrowleft))]$$

где P – суммы атмосферных осадков, мм; E – суммарное испарение с водосбора, мм; E  $\circ \circ$  - испаряемость, мм.

Испаряемость E  $\circlearrowleft \circlearrowleft$  рассчитывалась по формуле, полученной для территории Карелии Ю.А Сало (2003):

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы. За период времени с 1946 по 2005 гг. суммарное испарение с водосбора реки Кемь практически оставалось без изменений (рис.5).

Динамика речного стока р. Кемь за 1946-2005 г. представлена на рис. 6. На графике видно, что значительных изменений стока за период 1946-2005 гг. не наблюдается.

Для оценки возможных изменений основных характеристик климата исследуемой территории водосбора р. Кемь и годового стока с водосбора использованы результаты численного моделирования на модели глобальной циркуляции атмосферы и океана ЕСНАМ4/ОРҮС3, разработанной в Метеорологическом институте Макса Планка (Германия). Расчеты проводились по двум сценариям изменения климата. В первом случае (в работе условно сценарий G) предполагается удвоение содержания углекислого и других парниковых газов в атмосфере Земли к 2100 г., во втором сценарии (условно GA) дополнительно учитывается увеличение концентрации аэрозолей техногенного происхождения.

Чтобы оценить соответствие результатов наблюдений на метеорологических станциях и модельных данных годовых осадков и температуры воздуха, подобраны метеостанция—узел сетки, в нашем случае узел №8 (рис.2).

В результате проделанной работы получены следующие результаты.

График среднегодовой температуры воздуха для района водосбора р. Кемь представлен на рисунке 3. Данные за период 1946-2005 были получены путем обработки фактических данных наблюдений. Значения за период 2010-2050 получены в результате численного моделирования на модели глобальной циркуляции атмосферы и океана ECHAM4/OPYC3.



Рис. 3. Средняя годовая температура воздуха ( ° C) в районе бассейна р. Кемь: данные метеорологических наблюдений и результаты расчетов по двум сценариям модели ECHAM4/OPYC3

За период 2010-2050 по сравнению с периодом 1946-2005 гг. на территории водосбора р. Кемь возможно увеличение годовых температур воздуха как при расчетах по сценарию G, так и по сценарию G. Средние значения могут возрасти на 0.3-1.5 °C.

Годовые суммы атмосферных осадков на территории водосбора р. Кемь также могут возрасти при условии реализации сценариев, предусмотренных моделью.

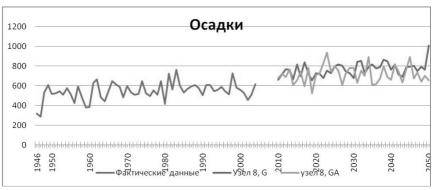


Рис.4. Годовые суммы атмосферных осадков (мм) в районе бассейна р. Кемь: данные метеорологических наблюдений и результаты расчетов по двум сценариям модели ECHAM4/OPYC3



Рис. 5. Суммарное испарение (мм) с водосбора р. Кемь: данные, рассчитанные по фактическим наблюдениям и результаты расчетов по двум сценариям модели F.C.H.A.M.4/O.P.Y.C.3

За период 2010-2050 возможно увеличение суммарного испарения с водосбора, если изменения климатических условий будут происходить так, как это предусмотрено сценариями (G,GA). Это на прямую связано с увеличением средних температур в тот же период.

Возможное изменение речного стока с водосбора представлено на графике на рис. 6.

Значимых изменений за период 2010-2050гг в рядах возможного речного стока с водосбора р. Кемь не выявлено. Но отмечается общая тенденция к уменьшению количества воды, что связано с увеличением суммарного испарения в конце периода. В результатах расчета по сценариям G и GA просматривается небольшое увеличение стока в 2019 – 2028гг, но оно находится в пределах нормы. В

этот период также наблюдается увеличение атмосферных осадков и снижение суммарного испарения.



Рис. 6. Речной сток с водосбора (мм) р. Кемь: данные наблюдений и результаты расчетов по двум сценариям модели ECHAM4/OPYC3

Табл. 1. Возможные изменения средних многолетних значений температуры воздуха и основных элементов водного баланса водосбора р. Кемь

Характеристика	Период	Среднее за	Возможные изме-
		период	нения по сравне-
			нию с 1946-
			2004гг.
Температура	1946-2004	$1,0 \pm 0,2$	
воздуха	2010-2050,	$2,5 \pm 0,1$	+1,5
	сценарий G		
	2010-2050,	$1,3 \pm 0,1$	+0,3
	сценарий GA		
Осадки, мм	1946-2004	$546 \pm 10$	
	2010-2050,		
	сценарий G	$768 \pm 10$	+222
	2010-2050,	$716 \pm 10$	+170
	сценарий GA		
Речной сток, мм	1946-2004	$334 \pm 10$	
	2010-2050,		
	сценарий G	$312 \pm 10$	- 22
	2010-2050,	$331 \pm 10$	- 3
	сценарий GA		

Таким образом, в районе водосбора р. Кемь в течение 2010-2050гг. возможно увеличение температуры воздуха на  $0,3-1,5^{\circ}$ С. Изменение годовых сумм атмосферных осадков различно по двум сценариям. Согласно сценарию G – увеличение атмосферных осадков на 222 мм, по сценарию G – увеличение осадков составляет на 170 мм. Изменение речного стока различно по двум сценариям, предполагается уменьшение стока воды от 3 мм (сценарий GA) до 22 мм (сценарий G).

В итоге, можно сказать, что значимых изменений речного стока с водосбора в результате возможных колебаний климата, предусмотренных сценариями G и GA модели глобальной циркуляции атмосферы и океана ECHAM4/OPYC3 не произойдет.

## Литература

- 1. Бискэ Г.С. Четвертичные отложения геоморфология Карелии. Петрозаводск, 1959. С.308
- Берсонов С.А. Водноэнергитический кадастр Карельской АССР. М.; Л., 1960. С. 407
- Литвиненко А. В. К истории гидроэнергетического освоения водных объектов Карелии // Экологические исследования природных вод Карелии. Петрозаводск., 2003. С. 21-27
- Назарова Л.Е. Изменчивость гидрологических характеристик водосбора Онежского озера под влиянием климатических воздействий: : Автореф. дис. канд. геогр. наук:25.00.27/Ин-та. водных проблем Севера КаНЦ РАН., СПб., 2008. 182 с.
- Ресурсы поверхностных вод СССР. Основные гидрологические характеристики. Т. 2: Карелия и Северо-Запад. Л., 1966. 703 с.; 1972. 1. 527 с. Ч. 2. 278 с.
- Ресурсы поверхностных вод СССР. Т.2: Карелия и Северо-Запад, ч. 1. Л., 1972. 527 с.
- Сало Ю. А., Назарова Л. Е. Возможные изменения климата и элементов водного баланса территории Карелии в 2001–2050 гг. // Климат Карелии: изменчивость и влияние на водные объекты и водосборы. Петрозаводск: Изд-во Карел. науч. центра РАН, 2004. С. 88–101
- Сидоренко Г.М., Митрукова И. В. Гидроэнергетика бассейна Белого моря // Использование и охрана водных ресурсов бассейна белого моря ( в границах Карелии) Петрозаводск., 1994. С.72-84
- 9. Старцев Н.С. Природные условия бассейна р Кемь // Современный режим природных вод бассейна р.Кеми. Петрозаводск., 1989. С. 5-19

# ПРОГРАММЫ ПОДДЕРЖКИ МЕЖДУНАРОДНЫМИ ЭКОЛОГИЧЕСКИМИ ОРГАНИЗАЦИЯМИ ОСВОЕНИЯ ВОЗОБНОВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ В РАЗВИВАЮЩИХСЯ СТРАНАХ

## Л.В. Нефедова

Географический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

Развивающиеся страны, расположенные преимущественно в тропической и экваториальной климатических зонах, обладают значительными ресурсами возобновляемых источников энергии. Уже к концу XX века в ряде стран отмечался интерес к данным энергоисточникам и были достигнуты определенные результаты [1]. Однако в связи с недостатком данных метеорологических наблюдений, геологических исследований и высокой стоимостью создания энергообъектов на ВИЭ развитие шло в направлении размещения пилотных установок небольшой мощности, преимущественно с помощью поставок оборудования иностранными компаниями. Последнее десятилетие в связи с нарастанием мирового отклика на проблемы изменения климата, ряд уже существующих международных экологических организаций, а также вновь созданные, подготовили и проводят обширные программы по поддержке развития использования возобновляных источников энергии в развивающихся странах. Достаточно четко роль и место данного процесса на пути создания устойчивых экономик в развивающихся странах можно проследить на освоении ВИЭ в Эфиопии, одной из беднейших стран мира.

Оценки гелио- и ветроэнергетических ресурсов с составлением подробных карт и баз данных проводись в 2001-2007гг. по проекту SWERA (Solar and Wind Energy Resource Assessment,) программы ООН по охране окружающей среды UNEP (United Nations Environment Programme) финансируемой Глобальным Экологическим Фондом - GEF (Global Environment Facility). Глобальный Экологический Фонд, учрежденный еще в 1991, обеспечивает предоставление грантов и льготных кредитов странам-получателям на осуществление проектов и деятельности, нацеленных на решение глобальных экологических проблем. Ресурсы ГЭФ предназначены для финансирования проектов и деятельности по: предотвращению изменения климата, сохранению биологического разнообразия, охране международных вод и предотвращению разрушения озонового слоя.

Расчеты выполнялись по спутниковым данным с учетом сопоставления с имеющимися данными достаточно редкой сети метеонаблюдений. Основными участниками Проекта являлись:

- Международные структуры UNEP Global Resource Information Database (UNEP/GRID), Global Environment Facility (GEF)
- CIIIA (National Renewable Energy Laboratory (NREL), State University of New York (SUNY), NASA
- Дания (Risoe National Laboratory for Sustainable Energy), Technical University of Denmark (Risoe DTU)
- Бразилия (Brazil's National Institute for Space Research (INPE)

В результате проведенных расчетов для территории Эфиопии были составлены карты гелиоресурсов и энергии ветра на территории страны, на которых представлены распределение среднегодовых значений поступления прямой сол-

нечной радиации (кВт.час/ $\text{м}^2$ /сут.) и среднегодовая удельную мощность ветра ( $\text{B/m}^2$ ) над территорией Эфиопии на высоте 50 м (Puc 1, 2).

Проект SWERA был начат в 13 пилотных развивающихся странах, включая Эфиопию, а затем в 2006г. расширен до глобального уровня. Задачей проведения данного проекта является подготовка достоверных информационных данных о ресурсах ВИЭ по странам и регионам для целей разработки политики о области их освоения и обоснования инвестиций. На настоящий момент создана геонформационная система «SWERA Renewable energy Resource EXplorer (RREX), позволяющая получить в свободном доступе необходимые базы данных, карты и методики расчета по гелио — и ветроэнергетичнским ресурсам ряда развивающихся стран Африки, южной Америки и юго-восточной Азии. [3].

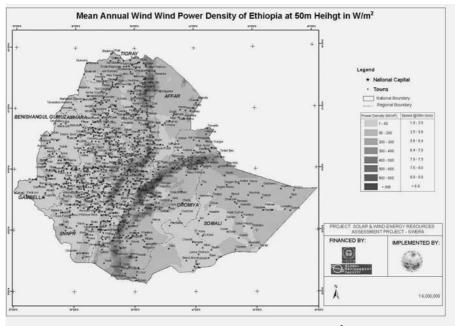


Рис. 1. Среднегодовая удельная мощность ветра (B/м²)над территорией Эфиопии на высоте 50 м [Источник: Ethiopian Solar and Wind Energy Resource Assessment (SWERA) Project, Final Report, 2007, UNEP/GEF].

Уточнение данных и картографирование о ресурсов гелио-, ветро-, био- и малой гидроэнергетики в развивающихся странах, в том числе и в Эфиопии, проводится также в рамках Программы Содействия Управлению Энергетическим Сектором (The Energy Sector Management Assistance Program - **ESMAP**) Всемирного Банка (World Bank – **WB**). Данная структура, созданная еще в 1983г. является глобальным, многосторонним трастовый фондом, управляемым WB и 11-ью официальными странами-донорами (Австрия, Австралия, Великобритания, Дания, Германия, Исландия, Латвия, Норвегия, Франция, Финляндия, Швеция).

На современном этапе значительную финансовую поддержку получают разработки по наземным измерениям, анализу данных и ГИС-проектам, внедрению новейших технологий.

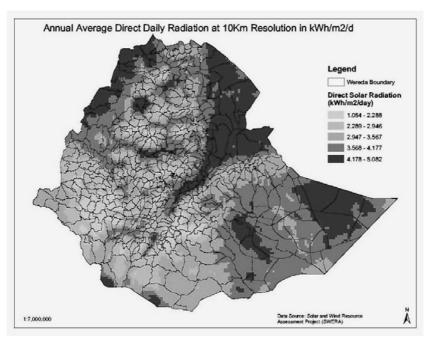


Рис. 2. Распределение среднегодовых значений поступления прямой солнечной радиации (кВт.час/м $^2$ /сут.) по территории Эфиопии [Источник: Ethiopian Solar and Wind Energy Resource Assessment (SWERA) Project, Final Report, 2007, UNEP/GEF].

Исследования геотермальных ресурсов страны проводятся Геологической службой Эфиопии с помощью итальянских и позднее германских специалистов с 80-х годов прошлого века. За период исследований было выделено 16 геотермальных полей, перспективных для выработки электроэнергии. Значительно большее число термальных участков пригодно для использования в сельском хозяйстве и агроиндустрии. Была составлена схема размещения наиболее перспективных геотермальных полей зоны Эфиопского Рифта (рис. 3):

- а. озерный район Aluto-Langano (t <sub>max</sub> 350°C), Corbetti, and Abaya;
- б. район Южного Афара Tulu-Moye, Gedemsa, Dofan, Fantale, Meteka, Teo, Danab;
- B. район Северного Афара Tendaho (  $t_{max} 270^{\circ} C$ ) and Dallol (Danakil Depression).

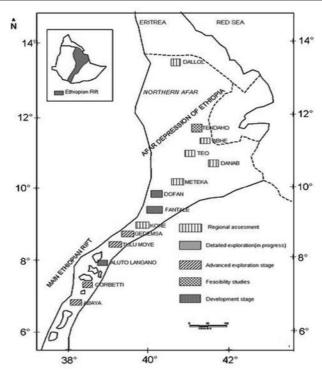


Рис.3. Расположение участков, богатых геотермальными ресурсами, различной степени изученности на территории Эфиопии. *Источник: Teklemariam M.*, 2006.

Районы находятся на разной стадии изученности. С середины 80-х годов разведочное бурение велось на геотермальных полях Aluto-Langano, а в начале 90-х – и в районе Tendaho. В районе Aluto-Langano в период 1981-1985гг. при технической помощи итальянских специалистов было пробурено восемь скважин с максимальной глубиной до 2500 м, четыре из них были потенциально продуктивными, с максимальной температурой флюида в них - около 350°С. В 1999г. на базе данных скважин была построена пилотная геотермальная станция мощностью 7,3 МВт. Однако станция не работала на полную мощность в связи с техническими проблемами и недостаточной квалификацией эксплуатационной группы. В 2005г. правительственная Электроэнергетическая компания после проведения тендера, заключила контракт с американской фирмой Geothermal Development Associates (GDA) на реконструкцию станции.

Работы по оценке геотермальных ресурсов страны, проведенные германскими геологами в рамках UNEP, позволили выделить два наиболее перспективных района – Лангано и Тендахо, имеющие соответственно температуру флюида - t  $_{\rm max}$  350°C и 270°C. На настоящий момент продолжается изучение геотермальной области Тендахо при поддержке French Development Agency (AFD) и UNEP [4].

Значительным результатам по изучению геотермальных ресурсов Эфиопии и ряда соседних стран способствовало создание международной Геотермальной программы африканской рифтовой зоны (African Rift Geothermal Development Facility (ARGeo)). Она была организована в 2003г. при поддержке Международной организации окружающей среды (GEF), в целью содействия изучению и освоению геотермальных ресурсов в Восточной Африки и уменьшению рисков, связанных с их использованием. Программа включает следующие государства: Кения, Эфиопия, Джибуги, Танзания, Уганда, Эритрия, Малави, Руанда и Замбия. Финансирование деятельности ARGeo осуществляется через Международный банк (WB) в размере 13 млн. долл. США, при общей стоимости данного проекта 17,5 млн. долл США. В проекте участвуют также Исландское агентство международного развития (ICEIDA), Германский федеральный Институт наук о Земле и природных ресурсах (BGR), Геотермальная Программа Университета ООН и Международное агентство по атомной энергетике (IAEA). Первая конференция ARGeo-1 состоялась в Аддис-Абебе в 2006. Далее через два года в 2008 г. – в Уганде, в 2010г.- в Джибути, и в ноябре 2012г. ARGeoC-4 состоится в столице Кении – Найроби. Кения является лидером среди африканских стран по использованию геотермальных ресурсов. Суммарная установленная мощность ГеоЭС составляет - 209 МВт (около 15% от суммарной установленной мощности ЭС страны), на 50 гектарах цветочных оранжерей используются термальные воды. В ближайшие четыре года планируется ввод в действие еще 2-х ГеоЭС суммарной мощностью более 700 МВт (316 Мвт в Olkaria and 400 МВт в Menengai) при оценках потенциала мощности ГеоЭС в Кении в 4000 МВт.

В 1991г. установленная мощность электростанций в Эфиопии составляла лишь 370 МВт, и только 8% населения имели доступ электроснабжению. За 20-ти летний период было сооружен ряд крупных и малых ГЭС и к 2012г. установленная мощность ЭС составила 2100 МВт, при этом около 97% электроэнергии вырабатывается на ГЭС. Геотермальная энергетика представлена ЭС Aluto Langano (7,3 МВт), введенной в строй в 1999г., однако в настоящее время она по техническим причинам работает не на полную мощность [3]. Согласно пятилетнему Плану Развития и Преобразования (ПРП) к 2015г. намечено достижение суммарной установленной мощности ЭС в 10000 МВт и соответственно увеличение доступа к электроэнергии с 47% в 2010г. до 75%, в том числе по объектам на возобновляемых источниках энергии (без «большой гидроэнергетики») - более 1000MBт, таким образом доля возобновляемой энергетики в общем энергобалансе страны составит около 10% [5]. Производство, передача и распределение электроэнергии в Эфиопии являются государственной монополией, но Закон об инвестициях от 2003 г. позволяет иностранным и местным компаниям инвестировать средства в данную сферу.

В достижении установленной мощности ЭС в 10 ГВт к 2015г. в Министерстве Эфиопии по водным и энергетическим ресурсам наиболее мощное строительство планируется в области освоения гидроэнергетических ресурсов. Уже сейчас ведется сооружение ГЭС Gilbel-Gibe III на р. Омо мощностью 1870 МВт, бюджет которой в 316 млн долл США выделен из фондов Африканского Банка развития (African Development Bank - AfDB). Разработаны перспективные планы наращивания мощности генерации электроэнергии за счет строительства грандиозной ГЭС Grand Ethiopian Renaissance Dam на реке Голубой Нил в 40 км к восто-

ку от границы с Суданом. Сооружение плотины было начато весной 2011г. Проектируя мощность составит 5250 МВт, а выработка – 15 тыс. ГВт.ч. Сооружение плотины и ГЭС ведет итальянская фирма «Salini», которая сооружает и ГЭС Gilbel III. Также намечено строительство других крупных и ряда малых ГЭС, в том числе при поддержке международных фондов и иностранных инвесторов. При строительстве дамб для ГЭС важным аспектом является формирование крупных (многолетнего регулирования) и малых (сезонного регулирования) водохранилищ, имеющих большое значение для водоснабжения и ирригации, защиты от наводнений прилежащих территорий, поскольку во внутригодовом распределении осадков во многих районах страны сухой сезон составляет до 9 месяцев [6].

При этом намечено сооружение не только крупных ГЭС, но и ВЭС и новых ГеоЭС. По оценкам Эфиопской электроэнергетической корпорации (Ethiopian Electric Power Corporation - EEPCo), выполненным при содействии иностранных специалистов, суммарный технический потенциал ВИЭ на территории страны составляет 60000 МВт, из которых 45000 МВт — гидроэнергия, 10000 МВт — ветроэнергетические ресурсы и 5000 МВт — геотермальные ресурсы [7].

ЕЕРСо рассматривает ветровую энергетику в качестве дополнительного компонента по освоению ресурсов ВИЭ к своим планам по развитию мощностей гидроэлектроэнергии. Эфиопия обладает существенными ресурсами в сфере ветровой энергетики (рис. 1). По оценкам ЕЕРСо, подготовленным при содействии иностранных специалистов, потенциал ветроэнергетики в этой стране составляет 10000 МВт, при этом особенно важно, что мощности ветровой энергии повышаются в сухой сезон, когда гидроресурсы находятся на своем минимальном уровне.

К настоящему моменту уже ведется сборка двух ВЭС: Ashegoda (120 МВт) в штате Тиграй на севере страны и ВЭС Adama I (51 МВт - 34 ветроагрегата Goldwind GW77/1500, диаметр лопастей -77 м)) в штате Оромия вблизи г.Назрет, в 100 км к юго-востоку от столицы. Разработка проекта ВЭС Ashegoda ведется ЕЕРСо с международной помощью с 2006, в 2010г. была начата сборка ветроагрегатов (ВА) фирмой VERGNET (Франция), в феврале 2012г. введены в строй и начали выработку энергии первые 30 ВА, каждый мощность 1 МВт. Общая стоимость проекта — 210 млн евро. На ВЭС Adama I работы были начаты в июле 2011г. китайским партнером - фирмой Hydro China-CGCOC. К началу 2012 года уже установлены 17 турбинных башен, окончание работ планируется к концу лета текущего года. Финансирование данного проекта в сумме 157 млн долл США проводится китайской стороной - Export-Import Bank of China.

Министерством водных ресурсов и энергетики Эфиопии в январе 2012г. был разработан инвестиционный план Программы развития использования ВИЭ в стране до 2018г., получивший одобрение и включенный в планы финансирования SREP, WB и AfDB (Табл. 1) [8]. «Программа использования ВИЭ в странах с низким доходом» (The Scaling Up Renewable Energy Program in Low Income Countries – SREP) проводится в рамках Климатического инвестиционного фонда (Climate Invest Fund - CIF), созданного в 2008г. по решению Саммита стран Большой Восьмерки в Японии, а также международных инвестиционных банков (Multilateral development banks - MDBs): Мирового Банка WB и Африканского Банка Развития (African Development Bank – AfDB).

Программа использования ВИЭ в странах с низким доходом – это целевая программа Стратегического климатического фонда, который является одним из

двух фондов Климатического инвестиционного фонда. Её целью является освоение ВИЭ для сокращения выделений углекислого газа и демонстрация успехов от этого в экономической, социальной и природной сферах. В рамках программы SREP планируется доказать экономические, социальные и природоохранные выгоды от применения новых технологий с малым количеством загрязнения в энергетическом секторе менее развитых стран. Основными ее задачами является:

- 1. Содействие менее развитым странам в сокращении выбросов углекислого газа путем применения ВИЭ;
- 2. Информирование о выгодах перехода на ВИЭ;
- 3. Расширение источников финансирования проектов в сфере ВИЭ;
- 4. Привлечение частных инвестиций в проекты SREP;
- 5. Содействие обмену международного опыта и знаний.

Проекты, попадающие под критерии программы:

- Гидро- и ветростанции, солнечные и геотермальные электростанции, а также электростанции на биомассе
- Технологии для обогрева и приготовления пищи с применением ВИЭ;

Предпочтение отдается проектам, имеющим широкое применения для бедных слоев общества. Ключевыми критерями отбора являются экономические, социальные и природоохранные выгоды.

Вносимые проекты должны быть описаны с учетом опыта реализованных программ и проектов. В рамках проектов должны быть предусмотрены возможности расширения и развития в случае привлечения частных инвестиций. SREP осуществляет финансирование любых проектов, связанных с расширением применения новых технологий ВИЭ. Также в рамках программы осуществляется поддержка других инициатив в рамках применения ВИЭ, таких как исследования, разработка положений, реформы в сфере регулирования ВИЭ, проектов по развитию бизнеса и расширения сфер применения ВИЭ.

Во взаимодействии с правительствами стран, получающих поддержку, проект осуществляет деятельность по увеличению рынков ВИЭ, привлечению частного сектора и изучению продуктивного использования энергии. Пилотными странами проведения данной программы были выбраны следующие развивающиеся страны: Эфиопия, Гондурас, Кения, Мальдивы, Мали и Непал. В рамках программы использования ВИЭ на уже было выделено 392 млн. долл. США [9]. На рассмотрении находятся еще пять проектов, суммарным объемом 210 млн долл США. В мае 2012г. правительством Эфиопии был получен от SREP транш в 50 млн долл США по данной программе. В 2012г. уже начаты разработки по проектам ВЭС Asella, мощностью 100 МВт и ГеоЭС Aluto Langano мощностью, мощностью 75 МВт.

Проект освоения геотерамального поля *Aluto Langano и строительства ГеоЭС* будет выполнен в два этапа: первый будет состоять в бурении четырех оценочных скважин, а второй – в бурении пяти производственных скважин, трех обратных скважин для закачки флюида и строительстве новой электростанции. В результате новая электростанция будет производить от 35 до 75 МВт. Глубина бурения производственных скважин составит 2500 м. Сроки реализации проекта 2012-2016 гг.

Таблица 1. Проекты по освоению ветро- геотермальных ресурсов в Эфиопии , их стоимость и источники финансирования до 2016г. (в млн. долл. США)

No॒	Проект	Общая	Источники финансирования			Я
	•	ст-ть	Прав-во Эфиопии	SREP	MDBs	Дру гие
Эта	nп 1		T - T		1	
1	Освоение геотер- мального поля Aluto Langano (ГеоЭС)	231,2	78,7	26,0	60,0	66,5
2	Строительство ВЭС Assela	250	40	20	140	50
3	Строительство энергоэффективных зданий	12,0	-	4,0	4,0	4,0
	Итого по этапу 1	493,2	118,7	50,0	200,0	124,5
Рез	Резерв по программе SREP					
4	Освоение геотер- мального поля Теп- daho (ГеоЭС)	319,6	60,85	10,0	188,0	60,75
5	Проекты малых ГЭС	25,1	5,9	9,0	10,2	-
	Итого по резерву:	344,7	66,75	19,0	198,2	60,75
	Всего:	837,9	185,45	69,0	348,2	185,2 5
	Доля участия в %	100	22,5	8,2	47,5	22,1

Cocmaвлено по материалам: «Scaling - Up Renewable Energy Program /Ethiopia Investment Plan (Draft Final), Federal Democratic Republic of Ethiopia, 2012.

Отдельной частью данного этапа правительства Эфиопии по развитию геотермальной энергетики является разработка долгосрочной стратегии. Она будет включать анализ существующих проектов и ресурсов и возможности развития. Отдельно выделена необходимость привлечения частного сектора как источника оборудования, инвестиций, опыта и знаний. Сроки создания стратегии 2012-2013 гг.

Вторым разделом перспективного планирования к освоению является геотермальный район Тендахо находится на северо-востоке Эфиопии, на расстоянии 600 км от Аддис-Абебы. В 1990-ые годы при проведении оценочного бурения разведочных скважин энергетический потенциал района был оценен в 100 МВт. По предварительным данным геологические условия не позволяли начать производственную разработку, однако новые исследования, проведенные германскими геологами в рамках United Nations Environment Programme (UNEP) говорят о том, что разведочные скважины не достигли основного резервуара и имеются все возможности для начала разработки района. На настоящий момент продолжается изуче-

ние геотермальной области Тендахо при поддержке French Development Agency (AFD) и UNEP.

Согласно программе SREP Эфиопии работы по разработке геотермального района Тендахо будут вестись в три стадии:

- 1. Проведение исследовательской работы;
- 2. Оценочное бурение (бурение нескольких скважин и, в случае положительных результатов, строительство электростанции мощностью 30 МВт);
- 3. Производственное бурение и установка электростанции мощностью 70 МВт. Сроки реализации проекта 2012-2016 гг.

Потоки финансирования освоения геотермальных ресурсов в стране при поддержке международных экологических и финансовых *представлены в* табл. 2.

Таблица 2. Геотермальные проекты в Эфиопии, их стоимость и источники финансирования до 2016г. (в млн. долл. США)

No	Проект	Общая	Убилая Иотоничная финаноновоння			
JN⊡	проект	,	Источники финансирования			
		ст-ть	Прав-во	SREP	MDBs	Дру
			Эфиопии			гие
1	Освоение геотермаль-	231,2	78,7	26,0	60,0	66,5
	ного поля Aluto Lan-					
	gano					
1.1	Проект сооружения	229,2	78,2	24,5	60,0	66,5
	ГеоЭС Aluto Langano					
1.1.1	Бурение оценочных и	93,0	42,0	24,5	10,0**	16,5*
	производственных					
	скважин					
1.1.2	Строительство электро-	136,2	36,2	-	50,0	50,0*
	станции и линии пере-	-	-		-	**
	дач					
1.2	Разработка	2,0	0,5	1,5	-	-
	долгосрочной стратегии					
2	Освоение	319,6	60,85	10,0	188,0	60,75
	геотермального поля					
	Tendaho					

<sup>\* 10</sup> млн. долл. США будет выделено правительством Японии. Оставшиеся 6,5 млн. долл. США будут получены из других источников.

В перспективе существуют также еще пять проектов дальнейшего включения электроэнергии ГеоЭС в энергобалланс страны (проведено бурение и технические оценки геотермальных ресурсов) (табл.1). Планируется, что средства на данные проекты также будут выделены из фонтов СІГ и MDBs [8].

<sup>\*\*</sup> Финансирование Всемирного Банка.

Таблица 3. Перспективный план развития геотермальной энергетики в Эфиопии до 2018г.

	Район размещения	Проектная	Проектный срок	
		мощность (МВт)	введения в экс-	
			плуатацию	
1	Aluto Langano	75	2015	
2	Tendaho	100	2018	
3	Corbetti	75	2018	
4	Abaya	100	2018	
5	Tulu Moye	40	2018	
6	Dofan Fantale	60	2018	
Всего:		450		

Освоение ветроэнергетических ресурсов в стране на ближайшую до 2018г. перспективу согласно Программе развития возобновляемой энергетики Министерства водных ресурсов и энергетики Эфиопии включает сооружение следующих объектов достижение суммарной мощности ВЭС в 1100 МВТ [8]:

- 1. ВЭС Assela 100 МВт на юго-восток от Аддис-Абебы
- 2. ВЭС Aysha 300 МВт на границе с Джибути
- 3. ВЭС Debre Birhan 100 МВт на севере от Аддис-Абебы
- 4. ВЭС Adama II 153 МВт
- 5. BGC Galema I 250 MBT
- 6. BGC Mesebo Harena 42 MBT.

Эфиопию можно считать "электроэнергетическим центром Африки". Располагаясь в трех климатических зонах, она занимает второе место в Африке по потенциалу развития гидроэлектроэнергии, после Демократической республики Конго, и экспортирует и планирует расширять экспорт значительных объемов электроэнергии своим восточноафриканским соседям (Джибути, Судан, Эритрия, Сомали, Танзания, Йемен). На строительство дополнительной ЛЭП в 212 км для передачи электроэнергии строящейся Миллениум ГЭС в Судан Эфиопией получены 80 млн долл по льготного займу от EDCF (Государственного Банка Южной Кореи). Подготовлены планы строительства высоковольтной ЛЭП экспорта электроэнергии и в Кению. На данный проект (на территории Эфиопии – 434 км ЛЭП 400 kV) в текущем году от AfDB поступит 231 млн долл США.

Большое значения для преодоления бедности, отсталости и вырубок лесов на топливо в развивающихся странах имеет ряд проектов UNEP, GEF и CIF по размещению пилотных фотовольтаических установок в отдаленных населенных пунктах, программ внедрения печй для приготовления пищи современной энергоэффективной конструкции и МГЭС. В 2012г. Международным Банком предоставлен кредит Правительству Эфиопии от Международной Ассоциации Развития (International Development Association - IDA) объемом 200 млн долл США сооружение МГЭС и распределительных электросетей в сельской местности [10]. Германским обществом технического сотрудничества (Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ) GmbH, Div. for Environment and Infrastructure) был подготовлен проект ВЭС Ashegoda в 2006 г., ведутся разработки проектов и строи-

тельство малых ГЭС на горных реках для обеспечения электроэнергией удаленных селений. Всего с 2006 г. беспроцентные кредиты IDA общим объемом 440 млн долл. США позволили подключить к электросетям 8700 населенных пунктов страны, обеспечив электроэнергией уличное освещение, мельницы, водяные насосы и ирригационные установка, школы, больницы, телекоммуникации [10].

Таким образом, основными направлениями поддержки международными экологическими структурами освоения ВИЭ в развивающихся странах являются:

- оценка ресурсов и подготовка ГИС проектов,
- техническая и финансовая помощь при подготовках проектов объектов на ВИЭ,
- подготовка специалистов,
- экспертные оценки разработанных планов по странам для дальнейшего финансирования международными фондами и банками,
- проведение пилотных проектов по демонстрации технических возможностей установок на ВИЭ.

### Литература

- 1. Нефедова Л.В. Использование возобновляемых источников энергии в сельских районах развивающихся стран / Вестник Московского Университета. Серия 5. География., 2001. №5, с.42-45.
- 2. Ethiopian Solar and Wind Energy Resource Assessment (SWERA) Project, Final Report, 2007, UNEP/GEF.
- 3. <a href="http://www.climateplanning.org/tools/swera-rrex">http://www.climateplanning.org/tools/swera-rrex</a>
- 4. Teklemariam M. and K. Beyene K.(2006) Geothermal Exploration and Development in Ethiopia. Proceedings of the African Rift Geothermal Development Facility (ARGeo) Conference 2006, Addis Ababa, Ethiopia.
- 5. Growth and Transformation Plan (GTP) 2010/11-2014/15, Ministry of Finance and Economic Development (MoFED), The Federal Democratic Republic of Ethiopia, September 2010, Addis Ababa, 85pp.
- 6. Awulachew S. B., Yilma A. D., Loulseged M., Loiskandl W., Ayana M.; Alamirew T. *Water Resources and Irrigation Development in Ethiopia*. Colombo, Sri Lanka: International Water Management Institute (Working Paper 123). 2007, 78p.
- 7. Ethiopian Electric Power Corporation (EEPCo)- <a href="http://www.eepco.gov.et">http://www.eepco.gov.et</a> Facts In Brief 2010/11.
- 8. Scaling Up Renewable Energy Program /Ethiopia Investment Plan (Draft Final), Federal Democratic Republic of Ethiopia, Ministry of Water and Energy/ January 2012, 81p.
- 9. Climate Investment Funds /The Program on Scaling-Up Renewable Energy in Low Income Countries (SREP) http://www.climateinvestmentfunds.org/cif/srep
- 10. http://www.worldbank.org/ida/, http://www.worldbank.org/en/country/ethiopia/projects

#### О МЕХАНИЗМЕ ИЗВЕРЖЕНИЯ ВУЛКАНА

#### А.М. Нечаев

# Географический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова

В работе предложен новый подход в теории вулканических извержений. Он базируется на простом физическом механизме неустойчивости в системе «магма-кора-флюид». Этот механизм позволяет объяснить с единых позиций различные типы вулканических извержений. Получены критические условия для неустойчивости и критерий извержения магмы. Проведен анализ образования стратовулкана и кальдеры. Обсужден механизм высоко эксплозивных извержений кислой магмы.

Вулкан – одно из самых грозных и величественных творений природы. Вулканические извержения – мощнейший фактор, влияющий на климат планеты и на экологическую обстановку во многих ее регионах. Активные вулканы несут страх, смерть и разрушения. Но люди продолжают жить рядом с вулканами, пытаясь понять и предсказать их поведение.

На протяжении столетий исследователи вулканов стараются создать теорию их деятельности, не противоречащую большинству известных науке фактов. Однако вулканические извержения, доступные сегодня для широкомасштабных наблюдений, продолжают ставить ученых в тупик. Ясный и простой механизм, способный удовлетворительно объяснить разнообразие вулканов и типов их извержений, попрежнему отсутствует.

Механизм перегретого «парового котла», предложенный еще в начале XIX века, был отвергнут, так как не нашел ни теоретических, ни экспериментальных подтверждений. Взамен этой идеи был предложен комплекс представлений об избыточном давлении магмы [1-3], ее обогащении летучими или, наоборот, дегазации [1,3]. Нелинейная теория катастроф, популярная в последнее время, объяснила многие важные обстоятельства, но не смогла ответить на главные вопросы. Потребность в простом универсальном механизме извержения все-таки не удовлетворена. Очевидно, это должен быть механизм, способный объяснить и медленное, спокойное истечение лавы, и ее фонтанирование, и выбросы со сверхзвуковой скоростью раскаленной пирокластики, и кальдерообразующие катастрофы с кубическими километрами извергнутых пемз и туфов, и плинианские извержения с палящими тучами, и многолетнее, едва заметное выжимание экструзивных куполов, прерываемое катастрофическими взрывами-пароксизмами.

Данная работа посвящена описанию достаточно простого физического механизма, позволяющего с единых теоретических позиций обосновать различные типы вулканических извержений. В сущности, это развитие и наполнение содержанием старой идеи о том, что водяной пар (или некий его газообразный аналог) может играть ведущую роль в вулканических извержениях [4]. Однако конкретизация этой идеи стала возможной только после того, как был обнаружен и описан новый, ранее неизвестный физический механизм неустойчивости в структуре «гидростатическая жидкость» - «идеальный газ». Суть этого механизма, который можно условно назвать «механизмом газового поршня», заключается в том, что при определенных параметрах контактирующих жидкости и газа начинается их

неконтролируемое взаимное перемещение: столб жидкости извергается под действием давящего на нее газа. Данный механизм, поддающийся легкой экспериментальной проверке, был описан в работах [6,7]. Он позволил объяснить не только феномен гейзера как такового, но и многие особенности поведения природных гейзеров Камчатки и Йеллоустона. Механизм «газового поршня» носит фундаментальный характер: природа жидкости и газа, так же как и их плотность, вязкость и температура не играют в нем принципиальной роли. Ниже мы приводим теоретическое описание этого механизма на модельной структуре «жидкость – газ», даем основные уравнения динамики и критерий неустойчивости. В дальнейшем мы покажем, как этот механизм может функционировать в случае вулканических извержений.

Предположим, что имеется вертикальный резервуар (прямоугольный или цилиндрический) с твердыми стенками (канал или трещина), который заполнен до краев некоторой жидкостью. Имеется также замкнутый объем, заполненный газом. Первоначально жидкость и газ находятся в равновесии и имеют область прямого контакта в соответствии с Рис.1. Сечение резервуара — S, объем газовой полости — V, давление газа  $p_g$ . В области контакта на глубине z=0 гидростатическое давление жидкости равно  $p_0+\rho gH$ , где  $\rho$  - плотность жидкости,  $p_0$  - атмосферное давление при z=H (Рис.1). Давление газа p подчиняется уравнению состояния идеального газа, которое в случае адиабатического процесса имеет вид:

$$p_{\sigma}V^{\gamma} = A = const \tag{1}$$

где  $\gamma$  - коэффициент адиабаты для данного газа ( $\gamma$  = 1,4 для водяного пара). Поскольку изменение объема газа — это процесс, идущий намного быстрее, чем все процессы теплообмена, он может рассматриваться как адиабатический.

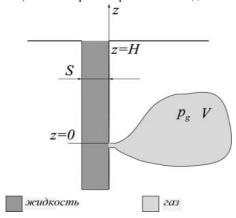


Рис.1 Схема структуры «жидкость-газ»

Предположим, что объем газовой полости увеличился на малую величину  $\Delta V$  за счет того, что часть газа проникла в канал. В этом случае из канала будет вытеснен такой же объем жидкости  $\Delta V$ , равный  $S\Delta z$ , где  $\Delta z$  - уменьшение высо-

ты столба жидкости. Соответствующее уменьшение гидростатического давления жидкости  $\Delta p_i$  в области контакта равно:

$$\Delta p_l = \rho g \Delta z = -\rho g \Delta V / S \qquad (2)$$

Давление в объеме газа тоже упало на величину  $\Delta p_g$  в соответствии с уравнением (1):

$$\Delta p_g = \frac{\partial p_g}{\partial V} \Delta V = -\frac{\gamma A}{V^{\gamma + 1}} \Delta V \tag{3}$$

Таким образом, чем больше объем газовой полости, тем меньше падение давления газа при его расширении в канал с жидкостью. Если параметры структуры (H,S,V) таковы, что  $\left|\Delta p_g\right|<\left|\Delta p_l\right|$ , то давление столба жидкости в области контакта будет уменьшаться быстрее, чем давление в газовой полости, и газ начнет выталкивать жидкость из канала, как поршень. Определим критические параметры эффекта «газового поршня».

Константу A в (3) получаем из условия равенства давлений газа и столба жид-кости в области контакта в начале процесса:

$$A/V^{\gamma} = p_0 + \rho g H \tag{4}$$

Из (1), (3) и условия неустойчивости  $\left|\Delta p_g\right| < \left|\Delta p_l\right|$  получаем критерий извержения жидкости из канала:

$$V > \gamma S(H + p_0 / \rho g) \tag{5}$$

Например, в случае гейзерного извержения [7] жидкость — это вода, газ — водяной пар, скапливающийся при кипении воды в подземной полости. Соответственно,  $\gamma=1,4;\;\;p_0/\rho g=10i\;$ . Величина, стоящая справа в (5), представляет собой некий критический объем  $V_{cr}$ . Если объем газовой полости V значительно превышает  $V_{cr}$ , то перепад давления между газом и жидкостью будет увеличиваться, извержение жидкости будет носить ускоряющийся характер до тех пор, пока, например, вся жидкость не будет вытолкнута из канала и газ не выйдет наружу. Если  $V < V_{cr}$ , неустойчивости нет, газ спокойно проникает в жидкость, не выталкивая ее, и выходит на поверхность в виде всплывающих пузырей.

Тот же критерий извержения можно получить исходя из анализа общих условий одномерного движения жидкости в канале в соответствии с принципами гидродинамики. Действительно, уравнение движения в данном случае можно записать в виде:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - F_{fr}(v) \tag{6}$$

где p - давление жидкости в сечении z,  $F_{fr}(v)$  - сила трения, пропорциональная средней скорости в случае ламинарного течения и квадрату средней скорости в случае турбулентного течения. Для давления p(z) можно записать:

$$p = p_g - \rho g(H - z) - p_0 \tag{7}$$

где  $p_g$  - давление газа, описываемое уравнением (1). Дифференцируя  $p_g$  по z как неявную функцию параметра V , получим:

$$\frac{\partial p_g}{\partial z} = \frac{\partial p_g}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial z} = -\gamma \frac{A}{V^{\gamma+1}} S \tag{8}$$

так как  $\Delta V = S\Delta z$ .

Подставляя (7) и (8) в (6), получим условие нарастания скорости  $\nu$  (условие положительного ускорения жидкости) в виде:

$$\rho g(1 - \frac{\gamma S}{V}(H + p_0 / \rho g)) - F_{fr}(v) > 0$$
 (9)

При v = 0 ( $F_{fr}(0) = 0$ ) получаем критерий извержения (5).

Два важных следствия, принципиальных для вулканических извержений, вытекают из анализа уравнений (1)-(9), описывающих механизм «газового поршня».

<u>Первое</u>: любое расширение канала, находящееся выше области контакта газа и жидкости не меняет критерия неустойчивости (5) и не является препятствием для извержения.

<u>Второе</u>: расширение газа и соответствующее уменьшение давления в нем способно остановить извержение. Критерий прерывания извержения, в отличие от критерия (5), требует анализа уравнения движения (6), в котором не только сила трения, но и градиент давления нелинейно зависят от скорости истечения жидкости.

Прежде чем перейти к описанию работы механизма «газового поршня» в случае вулканического извержения, обсудим один из главных вопросов вулканологии: каким образом глубинная магма проникает в земную кору и поднимается к ее поверхности, формируя по пути, так называемые, магматические очаги.

Существует ряд мнений по этому вопросу [1]. Возможно, на каких-то глубоких уровнях расплав в виде диапиров всплывает как более легкая жидкость. Но общепризнанной причиной подъема магмы считается литостатическое давление твердых толщ земной коры на подпирающий ее жидкий магматический расплав [1,2]. Действительно, в определенных зонах коры (зонах субдукции, рифтовых зонах) магма по трещинам и разломам может подниматься к поверхности земли. Обеспечивает этот подъем избыточное давление тяжелых пород на относительно более легкий расплав. Как известно, плотность магмы мало меняется на глубинах больше 1 км, составляя около  $2,6~\text{г/см}^3$  ( у самой тяжелой ультраосновной магмы плотность  $2,8~\text{г/см}^3$ ). Плотность коры в литосфере увеличивается от  $2,0~\text{г/см}^3$  в осадочном слое (0-15~км) до  $2,5~\text{г/см}^3$  в гранитном (15-30~км) и  $3,2~\text{г/см}^3$  в нижних базальтовых слоях (30-70~км) [2]. Если трещина в литосферной плите имеет выход на поверхность, то магма будет подниматься по ней, пока давление ее столба не уравновесит давление окружающих твердых пород. Иными словами:

$$\int_{0}^{H_{0}} \rho_{c}(z)dz = \int_{0}^{H_{m}} \rho_{m}dz$$
 (10)

где  $\rho_m, \rho_c$  - плотности магмы и коры;  $H_0$  - толщина земной коры, отсчитанная, например, от уровня астеносферы;

 $H_{\it m}$  - равновесная высота столба магмы. Условие литостатического равновесия будет выглядеть так:

$$\overline{\rho}_c H_0 = \overline{\rho}_m H_m \tag{11}$$

где 
$$\overline{
ho}_{\scriptscriptstyle m},\overline{
ho}_{\scriptscriptstyle c}$$
 - соответствующие средние плотности (  $\overline{
ho}_{\scriptscriptstyle c}=\frac{1}{H_0}\int\limits_0^{H_0} \rho_c dz$  ).

В зависимости от плотностей и толщин составляющих кору слоев величина  $H_m$  может оказаться как больше, так и меньше  $H_0$ . В первом случае магма должна вылиться на поверхность земли. Во втором случае (  $\bar{\rho}_c < \bar{\rho}_m$  ) магма не достигает поверхности и останавливается на некоторой глубине  $h_m = H_0 - H_m > 0$ . В отсутствие точных данных о плотностях коры на глубинах больше 10 км мы не можем быть уверены, что  $\bar{\rho}_c > \bar{\rho}_m$  и магма должна быть вытолкнута на поверхность, если ей ничего не препятствует. Возможно, именно это как раз и происходит в океанической коре, состоящей в основном из плотного базальта. В континентальной коре все может быть по-другому: велики толщины осадочных и гранитных слоев, где плотность коры ниже магматической. Вполне вероятно, что магма не может добраться до поверхности Земли и останавливается на некотором уровне  $H_m$ .

Существует мнение, что магматический очаг образуется на той глубине, где магма обладает нейтральной плавучестью (то есть  $\rho_m = \rho_c$ ) и где якобы максимально избыточное давление магматического столба [2]. Однако, логичнее предположить, что очаг может сформироваться там, где давление столба магмы превышает некий предел прочности окружающих пород  $\rho_{st}$ . Тогда условие образования магматического очага на уровне  $H_{mc}$  будет выглядеть так:

$$\rho_m g(H_m - H_{mc}) > p_{st} \tag{12}$$

Предел прочности на растяжение гранитных пород составляет около 120 Бар, осадочных, например, известняка, - 90 Бар, соответствующий предел прочности андезита — всего 60 Бар. Таким образом, магматический очаг теоретически может образоваться на любой глубине, где выполнено условие (12), например, в пористых и трещиноватых областях, на границах осадочного и гранитного слоев, гранитного и базальтового слоев и т. д. Оставаясь на неопределенное время в магматическом очаге, не имея возможности излиться на поверхность Земли и не получая свежих порций из мантии, основная магма может менять свои физические и химические свойства, расплавляя и растворяя в себе окружающие породы и приобретая все более кислый состав.

Вулканические извержения, происходящие по всему миру, говорят об одном: магма покидает свои очаги и резервуары и по каналам и трещинам выходит на поверхность. Иногда это происходит со сверхзвуковой скоростью. Каким образом тяжелая вязкая жидкость получает такой большой импульс? Почему она движется то медленно, то быстро? Почему в извержениях возникают перерывы, иногда ко-

роткие, иногда очень длинные, иногда периодические? Для ответа на все эти вопросы одного механизма подъема магмы к верхним слоям коры недостаточно. Специалисты в области вулканологии полагают, что ведущую роль в развитии извержения играют летучие компоненты магмы: различные газы, растворенные в ней под высоким давлением и высвобождающиеся по мере подъема магмы к поверхности Земли [1,3]. К этим газам относят, прежде всего, водяной пар, углекислоту, сернистый газ. Действительно, растворимость летучих в магме резко возрастает с увеличением давления, имея явно выраженные скачки от36% (при 30 КБар) до 20% (при 11 КБар) и затем до 10% (при 10 КБар). Неизвестным, правда, остается реальное количество летучих, растворенное в магме на таких глубинах. Базальтовая магма на выходе содержит порядка 1% летучих, кислая – до 6%. Остальное могло выделиться внутри расплава в виде пузырей, что, по мнению ученых, создает в магме избыточное давление [1,3]. Выделение летучих на уровнях фрагментации, а также процессы кристаллизации превращают магму в трехфазную смесь, анализ поведения которой достаточно сложен. Насколько выделение летучих способно вызвать большое ускорение потока магмы, неясно. Популярна аналогия с бутылкой Кока-Кола, при откупоривании которой вспененная смесь напитка и пузырьков выбрасывается наружу. Но ускорение жидкости в которой растворен газ под давлением, возможно только при открывании бутылки - резком сбросе внешнего давления, что обеспечивает высокие значения градиента давления. Магма поднимается к поверхности медленно, давление в ней падает постепенно, пузырьки выделяются так же медленно. По-видимому, высокая скорость магмы при извержении – это результат действия какой-то иной силы. Пузырьки, расширяющиеся внутри магмы сами по себе не способны разогнать поток до высоких, околозвуковых скоростей. Они могут взорвать магму и окрестные породы, если давление внугри них велико, а выхода наружу нет. Но разогнать магму и держать ее скорость в течение длительного времени они не могут! Ускорение магмы пузырьками – это по сути известный по литературе опыт барона Мюнхгаузена, который сам себя вытаскивал за волосы из болота. Фрагментация меняет плотность и вязкость магмы, но не давление, так как летучие в виде флюида уже давно находятся при закритической температуре и их давление соответствует давлению внутри магмы.

Мы предполагаем, что «иная сила», вызывающая реальное ускорение магмы и ее извержение, обусловлена контактом магмы с областью, содержащей флюид — так называют в геологии жидкость, находящуюся в толще породы под большим давлением и при высокой температуре. Роль флюидов в геологии и минералогии трудно переоценить. Однако, на наш взгляд, их участие в геодинамических и вулканологических процессах недооценено.

Вопрос о генезисе флюида в земной коре, особенно на больших глубинах, в высшей степени дискуссионный. Мы оставляем его в стороне, исходя из того, что содержащие флюид области реально существуют, и найти их можно, наверное, на всех глубинах. Убедительным аргументом в пользу флюида может служить тот факт, что в зонах субдукции океаническая кора, имеющая осадочный слой, насыщенный водой, оказывается под материковой корой, доставляя водяной флюид в зону активного вулканизма.

Наиболее простой случай контакта магмы и флюида – это когда подводящий магматический канал пересекает слой, содержащий флюид (Рис.2). Возможно, это

как раз пористый или трещиноватый слой, обладающий относительно малой прочностью и высокой проницаемостью. Если магма с температурой порядка 1000 С проникает в область флюида или оказывается вблизи него, то возникает объем так называемого перегретого флюида, имеющего не только закритическое давление, но и закритическую температуру. Для воды критические значения составляют соответственно 220 Бар и 647К. Перегретый флюид сжимаем и подчиняется закону состояния идеального газа (в широком диапазоне высоких температур и давлений отличие его поведения от «идеальности» не превышает 10% [8]). Цель нашей работы — предложить перегретый флюид на роль идеального газа, а магму на роль жидкости в рассмотренном выше механизме «газового поршня».

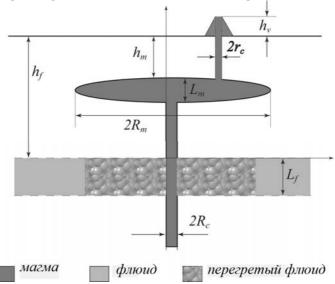


Рис.2 Схема магматической системы с флюидным слоем.

Область перегретого флюида помимо температуры  $T_f$  и давления  $p_f$  (напомним, что флюид в закритических условиях ведет себя как газ, и его давление и температура выравниваются по объему за счет конвекции) можно охарактеризовать следующими параметрами. Это масса флюида  $M_f$ , объем флюида  $V_f$  (соответственно его плотность  $\rho_f = M_f/V_f$ ), а также его молекулярный вес  $\mu_f$ . И, наконец, глубина залегания  $h_f$  (уровень залегания  $H_f$ ). В силу пористости и проницаемости содержащих флюид пород давление в нем устанавливается одинаковым и равным давлению идеального газа, записанному в форме уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p_f V_f = \frac{M_f}{\mu_f} R T_f \qquad (13)$$

где *R* - соответствующая универсальная газовая постоянная.

Давление внутри флюида стремится к литостатическому давлению окружающих пород. Возможны три варианта. Первый: флюид сжимается до этого давления (если плотность флюида мала). Второй: флюид расширяет свой объем и снижает свое давление за счет сжатия или разрушения прилегающих участков коры. Третий: во флюиде сохраняется избыточное давление, равное:

$$\Delta p_f = p_f - \int_0^{h_f} \rho_c g dz \tag{14}$$

Если область перегретого флюида с избыточным давлением входит в контакт с магматическим каналом, то это давление будет способствовать продвижению магмы к поверхности (по дайке или каналу). В этом случае давление флюида будет уравниваться с давлением столба магмы, стремясь к своему максимальному значению  $\rho_m g h_f$ . Если флюид обладает достаточным объемом, то он может вызвать извержение магмы по механизму «газового поршня». Рассмотрим применение этого механизма в модели взаимодействия «магма-кора-флюид» для нескольких типовых вулканических извержений.

В зоне контакта флюид с избыточным давлением может проталкиваться внутрь магматического расплава и всплывать вверх в виде пузырей, поскольку его плотность даже на большой глубине значительно меньше плотности магмы (например, на глубине 3 км при давлении порядка 700 Бар и температуре 1500 К плотность водяного пара равна 100 кг/м<sup>3</sup>, то есть в 25 раз меньше плотности магмы). Вследствие высокой вязкости магмы (особенно кислой магмы) подъем пузырей флюида будет идти крайне медленно: они будут скапливаться у верхнего края столба магмы, перенося туда свое первоначальное давление, то есть давление собственно флюида. Таким образом, перегретый флюид может сформировать у магматического столба своеобразный газовый «наконечник», который, подобно копью, будет раздвигать породу и прокладывать магме путь наверх. Ту же функцию могут осуществлять и летучие флюиды, растворенные непосредственно в магме. Основная масса перегретого флюида продолжает подпирать магматический столб, высота которого над флюидом приближается к величине  $h_f$  . Дальнейшие события зависят от соотношения объема перегретого флюида  $V_f$  и условного объема магматического столба  $h_f S$  , где S - сечение столба в месте выхода канала на поверхность. В случае цилиндрического канала  $S = \pi R_c^2$ . В соответствие с критерием (5) движение магмы будет идти с ускорением, если  $V_f$  превысит критический объем  $V_f^{cr}$  , который равен:

$$V_f^{cr} = \gamma S(h_f + p_0 / \rho_m g) \approx \gamma S h_f \qquad (15)$$

Подчеркнем, что величина  $p_0/\rho_m g$  для магмы составляет всего 4 метра.

Таким образом, условие извержения таково:

$$V_f > \gamma S h_f \tag{16}$$

Если (16) не выполнено магма не будет ускоряться. Пузыри флюида будут всплывать по столбу вверх, расширяться, выталкивать какую-то часть магмы из канала и лопаться вблизи поверхности Земли. Однако, это не будет извержением.

Предположим теперь, что магматический очаг сформировался на глубине  $h_m$  над верхней границей флюидного слоя (Рис.2). В этом случае под очагом, через время, необходимое для прогрева толщи породы, должна образоваться обширная область перегретого флюида с поперечными размерами, соответствующими горизонтальным размерам очага. Толщина этой области будет определяется ее температурой (для водяного пара закритические температуры превышают 647 К), но не может быть больше толщины флюидного слоя  $L_f$ . Область перегретого флюида будет охватывать магматический канал наподобие «воротника» и ее объем будет приблизительно равен  $\pi L_f R_m^2$ , поскольку радиус очага  $R_m$  намного больше радиуса канала  $R_c$ . Если взять радиус канала, радиус очага и глубину залегания водяного флюида равными соответственно 10 м, 2000 м и 5000 м, получим, что для выполнения критерия (16) необходим флюидный слой толщиной всего в 10 сантиметров!

Время прогрева флюида до закритических температур зависит от расстояния  $(h_f-h_m)$  между очагом и флюидом и коэффициента температуропроводности пород, равного  $k/c\rho$ , где k - теплопроводность, c - теплоемкость,  $\rho$  - плотность. Если взять типовые значения этих параметров для осадочных пород (k=2,5 Вт/м  $K^{-1}$ ; c=700 Дж/кг  $K^{-1}$ ;  $\rho=2500$  кг/м $^3$ ), то характерное время продвижения температурного фронта от очага к флюиду  $\tau_h$  будет равно приблизительно  $\tau_h \approx 7 \cdot 10^5 (h_f - h_m)^2$  секунд. Если флюид находится в 100 метрах от магматического очага, то  $\tau_h$  равно 200 годам, если на расстоянии в 1 км, то 20 000 лет. Напомним, что механизм «газового поршня» действует только в том случае, когда объем перегретого флюида превысил критическую величину, а магматический столб достиг поверхности Земли.

Продолжим описание предполагаемого извержения. Перегретый флюид с объемом  $V_f > V_f^{cr}$  продвигает магму по трещине к поверхности Земли с помощью «газового наконечника». Как только вскрывается трещина, удаляется «газовая шапка» и сбрасывается часть массы столба, начинается разгон магматической смеси, содержащей расплав, флюид и газ (в данном случае смесь — это жидкость с относительно низкой вязкостью, а число Рейнолдса превышает критическое значение). Ускорение стабилизируется турбулентным трением горячей смеси о стенки канала. Соответствующее уравнение гидродинамики для средней скорости смеси v на участке канала между флюидом и магматическим очагом будет выглядеть так:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{rr}} \frac{\partial p}{\partial z} - \lambda \frac{v^2}{R_s} \tag{17}$$

где  $\rho_m$  - средняя плотность смеси (мы полагаем ее равной плотности магмы, хотя это не совсем так),  $\lambda$  - коэффициент турбулентности, зависящий в общем случае от числа Рейнолдса. Учитывая, что давление p равно разности между давлением флюида  $p_f$  и давлением столба смеси  $\rho_m g_z$ , а также подход, развитый при выводе формул (7)-(9), получим:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p_f}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial z} + g - \lambda \frac{v^2}{R_c}$$
(18)

где V - полный объем перегретого флюида, равный сумме исходного объема  $V_f$  и объема расширения флюида в магматический канал. В области канала между очагом и флюидом ( $0 < z < h_f - h_m - L_m$ ), где  $V = V_f + Sz = V_f + \pi R_e^2 z$ , уравнение (18) с учетом (1) - (4) и равенства  $p_f = \rho_m g h_f$  принимает вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\gamma g h_f S V_f^{\gamma}}{V^{\gamma+1}} + g - \lambda \frac{v^2}{R_a}$$
 (19)

Из (19) следует, что на начальной стадии разгона магматической смеси в канале ее ускорение не зависит от ее плотности. Извержение начинается, когда при v=0,z=0 ускорение положительно. Мы получаем те же условия (15),(16), где S в общем случае сечение канала (цилиндрическое или прямоугольное). Отметим, что в случае дайки сечением  $d\times w$ , где d - ширина дайки, обычно не превышающая 1 м [1], а w - ее длина, которая может достигать нескольких километров, мы можем иметь невыполнение критерия (15), и при данном объеме перегретого флюида извержение через дайку не произойдет. Зато через цилиндрический канал с радиусом порядка ширины дайки извержение магмы пойдет со значительным ускорением.

Ускорение магмы, как следует из (19), пропорционально  $g(1-\gamma h_f S/V_f)$  и при  $V_f >> V_f^{cr}$  приближается к ускорению силы тяжести. С ростом скорости извержения магмы ускорение уменьшается вследствие увеличения силы турбулентного трения о стенки канала. Стационарная скорость извержения магмы определяется из (18) при  $\partial v/\partial t=0$ :

$$g(1 - \frac{\gamma h_f \pi R_c^2}{V_f}) = \lambda \frac{v^2}{R_c}$$
 (20)

Как следует из (18), главная движущая сила извержения определяется фактором:  $\partial p_f/\partial V = \gamma h_f V_f^\gamma/(V_f + V_{mf})^{\gamma+1}, \ \text{где} \ V_{mf} \ \ \text{-} \ \text{объем} \ \text{расширения} \ \text{перегретого} \ \text{флюида}$  внутрь магматической системы, включающий в себя часть канала  $(h_f - h_m - L_m)S$  и объем, который занял флюид, проникший в магматический очаг. По мере развития извержения фактор  $\partial p_f/\partial V$  уменьшается, но на начальной стадии извержения (если  $V_f >> V_f^{cr}$ ) давление флюида остается практически постоянным и равным

 $ho_m g h_f$  . По-видимому, перегретый флюид внедряется в магму, ускоряя ее и выбрасывая на поверхность земли в виде пирокластики. Начинает формироваться конус вулкана, материалом для которого служит остывшая смесь магмы с газообразным флюидом, то есть пористый вулканический шлак. Именно он и формирует первичные конуса при извержениях. Увеличение общей высоты магматического столба за счет высоты конуса вулкана — еще один фактор, стабилизирующий ход извержения. Если флюид с  $V_f >> V_f^{cr}$  достиг магматического очага, сохранив свое давление  $\rho_m g h_f$ , то ему противостоит давление столба магмы, равное  $\rho_m g (L_m + h_m + h_v)$ , где  $h_v$  - высота конуса, и уравнение движения магмы в канале над магматическим очагом (Рис.2) можно записать в виде:

$$\frac{g(h_f - h_m - h_v)}{h_m + h_v} = \lambda \frac{v^2}{r_c}$$
 (21)

Из этого уравнения следует, что извержение будет слабеть  $(v \to 0)$  при  $h_v \to (h_f - h_m)$ , то есть когда высота конуса вулкана становится близкой к разнице глубин расположения очага и флюида.

Уменьшение давления в канале за счет расширения флюида в магматический очаг или за счет роста конуса вулкана приводит к тому, что магма уже не выбрасывается наружу с высокой скоростью. Извержение может перейти в эффузивную стадию, движение магмы становится ламинарным, скорость его определяется уравнением Пуазейля: она пропорциональна квадрату радиуса канала и обратно пропорциональна вязкости магмы.

Условием прекращения извержения будет равенство давления в расширившемся (адиабатически) флюиде и давления столба магмы. Отметим, что увеличение объема флюида  $V_{\it mf}$ , необходимое для прекращения извержения как раз равно соответствующему объему магмы, извергнутой из магматического очага. Этот объем удовлетворяет уравнению:

$$h_f \left( \frac{V_f}{V_f + V_{mf}} \right)^{\gamma} = h_m + h_v \tag{22}$$

Если предположить, что  $h_v = 0$  (конус не растет, материал извержения рассеивается, уходит в атмосферу, растекается), то получаем соотношение:

$$(V_f / (V_f + V_{mf}))^{\gamma} = h_m / h_f.$$
 (23)

Чем ближе друг к другу располагаются очаг и флюид (  $h_f \to h_m$  ) тем меньшее расширение флюида требуется, чтобы прекратилось извержение, и, следовательно, извержение заканчивается быстрее. Чем дальше по глубине разнесены очаг и флюидный слой, тем больше  $V_{mf}$ , тем соответственно дольше будет продолжаться извержение и больше будет извергнутых пород. Если при этом объем магматического очага соизмерим или меньше объема перегретого флюида, то давление флюида может полностью опустошить очаг. Это обстоятельство подсказывает нам механизм кальдерообразующих и плинианских извержений. Но пока для нас важ-

но, что извержение, после того как оно началось, имеет очевидные физические причины для своего прекращения. Главная из них — это падение давления флюида при его расширении.

Для того чтобы извержение возобновилось и образовался стратовулкан, нам необходимо еще одно важное свойство флюида. Это его способность к восстановлению. Действительно, концентрация флюида в активной зоне в результате извержения должна уменьшиться или может даже упасть почти до нуля, если весь флюид выброшен в атмосферу. В результате должен возникнуть градиент концентрации флюида (градиент его плотности) и соответствующие диффузионные потоки флюида от периферии к магматическому каналу. Существует некоторое характерное время т, восстановления первичной плотности флюида в зоне перегрева, опустошенной в результате извержения. Возможно, это время и создает интервал между извержениями. Периодичность извержений, следовательно, может определяться временем наполнения магматической системы свежей магмой, временем диффузии флюида с периферии и временем его нагрева до критических температур (возможно, нового прогрева не потребуется, так как остывание пород после извержения - более длительный процесс, чем поступление в систему свежей магмы [9]). Необходимый критический объем флюида будет достигаться по мере диффузии флюида с периферии и вхождения его в зону перегрева. Контакт флюида с магматическим каналом может произойти уже при  $V_f >> V_f^{cr}$ , что немедленно вызовет новое извержение, которое пойдет по уже описанному сценарию: выброс газа и пирокластики, рост конуса, уменьшение давления флюида, переход к эффузивному истечению лавы. Если давление столба магмы внутри шлакового конуса превысит предел прочности пород, его слагающих, происходит боковой прорыв лавы – процесс, типичный при ареальных извержениях [2,5]. Для возобновления извержения из вершинного кратера, давление флюида должно быть не меньше, чем  $\rho_m g(h_f + h_v)$ , чтобы поднять лаву к кратеру и осуществить первичный сброс давления столба. Если давление флюида осталось на прежнем уровне, извержение может произойти из паразитного кратера на поверхности земли (по новой трещине). Если же давление флюида увеличилось, а бокового прорыва не произошло, то вулкан продолжит свой рост. Величина этого роста при отдельно взятом извержении не может превысить значение  $(h_c - h_m)$ . Таким образом, максимальная высота вулкана и его активность должна определяться совокупностью параметров флюида  $ho_{f}, h_{f}, au_{f}, V_{f}$  . Чем глубже флюид, чем больше его плотность и чем дальше его слой от магматического очага, тем мощнее могут быть извержения и выше конус вулкана.

Для начала извержения необходимо выполнение критерия (15) и возможность сброса давления магматического столба, которое может произойти и при прорыве магмы на склоне вулкана, если давление флюида меньше давления  $\rho_m g(h_f + h_v)$ , требуемого для вершинного извержения. В этом случае извержение может идти одновременно из центрального и паразитного кратеров.

Очевидно, деятельность вулкана должна прерваться, если наступает истощение флюидного слоя. Движущая сила извержения исчезает, вулкан «засыпает». Магма в магматическом очаге не обновляется свежей основной магмой из мантии и при-

обретает андезитовый или кислый характер. Остывание магматического очага и кристаллизация в нем магмы может длиться сотни тысяч лет. Но все меняется, если в коре на большой глубине под магматическим очагом находится еще один флюидный слой. Если он находится глубже очага на 1 км, то его прогрев до закритических температур потребует больше 20000 лет. Если глубже еще на 1 км. то уже более 80 000 лет. Зато когда флюидный слой получит требуемую температуру и критический объем, может произойти мощное извержение, способное опустошить громалный очаг, заполненный кислой магмой и вызвать образование кальдеры. Мошь извержения, как следует из уравнения динамики (18) напрямую зависит от глубины флюидного слоя по сравнению с глубиной магматического очага. При большом объеме перегретого флюида его давление практически не меняется при расширении в магматический канал, и флюид может сохранить свое высокое давление при проникновении и в магматический очаг. Перемешанная с флюидом магма выбрасывается из магматического очага в виде кубических километров пемзы и туфа. После провала верхнего слоя коры и образования кальдеры структура магматической системы может быть нарушена. Новый очаг может образоваться на новом месте и на новой глубине. Но деятельность вулкана восстанавливается, потому что активизирован глубинный флюидный слой, точнее его сравнительно небольшая часть, расположенная под магматическим очагом. Восстановление концентрации флюида может идти одновременно с возобновлением деятельности вулкана. На месте кальдеры начинает расти новый стратовулкан. Активизация двух флюидных слоев (одного «мелкого», другого «глубокого») может идти одновременно, совмещая образование стратовулканов и кальдер.

Если объем перегретого флюида велик и намного превышает критический объем (15), если глубина залегания флюидного слоя достаточно велика, давления флюида может быть достаточно, чтобы полностью опустошить находящуюся над ним магматическую систему. Перегретый флюид вырывается наружу как джинн из бутылки. Скорость его сверхзвуковая, температура падает настолько, насколько он расширился, это могут быть всего несколько сотен градусов. Пролетая по каналу, он срывает с его стенок мельчайшие частицы расплава и превращается в смертоносную палящую тучу. Объем флюида может быть чудовищно большим, так как, находясь в чрезвычайно сжатом состоянии на большой глубине, он выходит после извержения в свободную атмосферу (вспомним извержение Пинатубо 1991 года и 30 миллионов тонн выброшенного в атмосферу сернистого газа). Очевидно, выход флюида наружу — это и есть финал плинианского извержения, финал, которому предшествовало длительное извержение пирокластики, опустошившее магматический очаг.

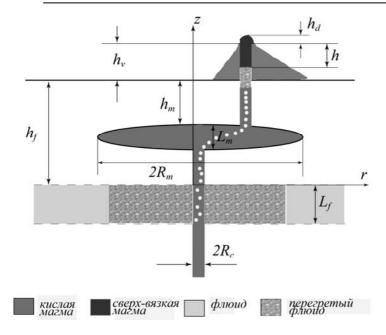


Рис.3 Схема магматической системы с флюидным слоем для кислой магмы и взрывных извержений

Теория, претендующая на универсальность, должна объяснять наиболее сложные и противоречивые аспекты данного явления. Попытаемся интерпретировать с помощью нашей модели и механизма неустойчивости высокоэксплозивные (взрывные) извержения вулканов. В истории вулканологии они известны под именами Безымянный (Камчатка, 1956), Шивелуч (Камчатка, 1964), Сент Хеленс (США, 1980) [1,5], Это катастрофические извержения, которым обычно предшествует незначительная активизация вулкана: усиление фумарольной деятельности (Безымянный), рост экструзивного купола (Шивелуч), деформация склонов (Сент-Хеленс). Извержение, длящееся, как правило, несколько часов, сопровождается ударной волной, гигантской пепловой тучей (до 45 км высоты), пирокластическими и грязевыми потоками. Мы полагаем, что этот тип извержений – результат взаимодействия флюидных слоев и магматической системы на поздних стадиях истории стратовулкана, когда его магма приобретает андезитовый или дацитовый состав. Предположим, что «ответственность» за рождение вулкана несет флюидный слой, находящийся на глубине  $h_f$  (Рис.3) с объемом  $V_f$ , превышающим критический объем  $\gamma Sh_f$ . Этот флюидный слой еще не истощен, но извержения вулкана стали более редкими, так как для их начала не всегда хватает избыточного давления флюида после его восстановления. Возможно, сказывается высота вулкана, близкая к максимальной. Магма, хранящаяся в резервуарах и очагах приобрела кислый состав, более высокую вязкость и способность затвердевать при незначительном охлаждении. Это привело к образованию в верхней части канала своеобразной «пробки» - участка магматического столба высотой h с крайне вязкой магмой (Puc.3).

В соответствие с вышеописанным механизмом «газового поршня» истечение магмы происходит в результате развития неустойчивости (при  $V_f > V_f^{cr}$ ), и стационарная скорость должна определяться уравнением, аналогичным (20), только для ламинарного течения:

$$g(1 - \frac{\gamma h_f \pi R_c^2}{V_f}) = \frac{\mu v}{8R_c^2}$$
 (24)

Поскольку кинематическая вязкость  $\mu$  кислой магмы велика ( $\mu > 10^4 \ddot{I} \ \acute{o} \grave{a} c$ ), скорость потока магмы крайне мала, но извержение идет: оно выражается в росте экструзивных куполов и камнепадах на их склонах. Истечение магмы происходит под давлением флюида, которое в данном случае равно  $\rho_m g(h_f + h_v + h_d)$ , где  $h_v$  высота активного конуса вулкана,  $h_d$  - высота экструзивного купола (Рис.3). В зоне контакта флюид продавливается в магматический канал и всплывает вверх в виде пузырей, так как его плотность в десятки раз меньше плотности магмы. Подъем пузырей так же очень медленный вследствие вязкости магмы. Внутри пробки, больше напоминающей твердое тело, движение пузырей невозможно, они должны скапливаться под ней в виде «газового наконечника» - в данном случае в виде большого пузыря, занимающего все сечение канала и имеющего практически то же давление, что и их «родной» флюид на глубине  $h_{\ell}$ . Пузырь сохраняет давление флюида, потому что «пробка» не дает ему расшириться и всплыть на поверхность магматического столба, как это происходит при извержениях базальтовой магмы. В соответствие с формулой (21) и поскольку извержение (выжимание) магмы началось на уже сформировавшемся вулкане, оно должно стабилизироваться, когда высота экструзивного купола достигнет предельной величины, равной  $(h_{\scriptscriptstyle f}-h_{\scriptscriptstyle m})$  .

Отметим, что рост экструзивных куполов в действующих кратерах вулканов Безымянный и Шивелуч остановился на уровне 500 метров [5].

Таким образом, «газовый наконечник», имеющий давление флюида, движется по каналу вместе с магмой и приближается к поверхности земли. По трещинам в магматическом столбе и вокруг канала флюид может выходить в атмосферу и стравливать свое давление. Однако, если отток флюида будет равен его притоку в магматический канал на глубине  $h_f$ , давление в «газовом наконечнике» будет сохраняться. Таким образом, высокое давление глубинных толщ посредством пузырей флюида транспортируется наверх к кратеру вулкана, закупоренному вязкой магмой.

Для того чтобы магматическая структура сохраняла свою целостность, сила давления в «газовом наконечнике» не должна превышать вес выше расположенного магматического столба в сумме с силой сцепления стенок канала с окружающими породами. И вес столба магмы, и сила сцепления пород с каналом пропорциональны высоте «пробки» h, которая либо уменьшается по мере выжимания магмы, либо остается неизменной, если кристаллизация и отвердение магмы при

ее охлаждении у поверхности земли будет опережать процесс экструзии. Вероятность того, что предел прочности данной структуры будет однажды превышен, достаточно велика. В какой-то момент «газовый наконечник» получит контакт с атмосферой и произойдет взрыв. Сила его зависит от величины давления флюида  $\rho_m g h_f$ . Возможно, будет интенсивное истечение перегретого флюида с образованием пирокластического потока и пепловой тучи. Подобные пароксизмы случаются 1-2 раза в течение нескольких лет на активных экструзивных куполах вулканов Шивелуч и Безымянный [5].

Процесс подготовки взрывного извержения напрямую зависит от глубины флюидного слоя (  $h_f$  дает величину давления флюида) и от того, на какой глубине образовался «газовый наконечник» (какова высота «пробки» h). Если последнее произошло ниже уровня поверхности земли, то критическое, разрушительное, давление флюида  $p_f^{cr}$  будет определяться только вертикальным направлением (направлением магматического канала):

$$p_f^{cr} = \rho_m g(h + h_d) + p_{st} \frac{2\pi R_c h}{\pi R_c^2} = \rho_m g(h + h_d) + p_{st} \frac{2h}{R_c}$$
(25)

где  $p_{st}$  - предел прочности сцепления стенок канала с окружающими породами. При выжимании магмы (сначала при росте экструзивного купола, затем после достижения им предельной высоты — при его обрушении) критическое давление (25) может меняться, в соответствии с изменением величины  $(h+h_d)$ . Если давление флюида превысит критическое значение (25), произойдет взрыв. В результате выброса породы образуется воронка, диаметр и глубина которой зависят от того, на какой глубине произошло нарушение баланса сил.

Если в процессе выжимания магмы верхушка «газового наконечника» оказалась внутри конуса вулкана и выше уровня земли, возможен взрыв в боковом направлении, где давлению флюида противостоит не вес магматической «пробки», а толщина пород, отделяющих канал от склона вулкана. Критическое давление для бокового взрыва может быть меньше, чем для вертикального, особенно для андезитовых пород, у которых предел прочности растяжения не превышает 60 Бар.

После взрыва «газового наконечника» и удаления «пробки» движение вязкой магмы по каналу может быть возобновлено, так как давление флюида на глубине  $h_f$  сохраняется. Начнет расти новый экструзивный купол, что типично для вулканов после взрывных извержений.

И еще об одном типе взрывных извержений, который можно объяснить развитыми выше теоретическими рассуждениями. Предположим, что под магматическим очагом имеются два флюидных слоя на разной глубине. Естественно, тот, что глубже, активизируется много позднее, чем флюидный слой, расположенный ближе к магматическому очагу. Следовательно, когда «заработают» оба флюидных слоя, возможны два цикла извержений, пересекающихся друг с другом. Первый цикл определяется «мелким» флюидным слоем и имеет одно время восстановления флюида, второй, более «глубокий» флюидный слой будет определять более мощные извержения с более длительными интервалами, так как время восстановления «глубинного» флюида должно быть существенно больше. Циклы будут на-

кладываться друг на друга. Подобный тип извержений, возможно, наблюдается на вулканах Шивелуч и Безымянный [4,5]. Взрывные выбросы пепловых туч с пирокластическими потоками происходят у них с интервалом в несколько лет и , повидимому, находятся внутри более мощного катастрофического цикла, период которого у Шивелуча составляет 100-200 лет, а у Безымянного около 1000 лет.

Таким образом, комбинация флюидных слоев и магматических очагов вместе с механизмом «газового поршня» может дать большое теоретическое разнообразие вариантов вулканической деятельности.

#### выводы

В работе предложен простой физический механизм, который может служить основой для объяснения различных типов вулканических извержений. Предполагается, что ускорение магмы и ее извержение вызвано неустойчивостью в контактной зоне между магматическим каналом и флюидным слоем на глубине свыше 1км. Перегретый флюид, находящийся в закритическом состоянии (это может быть флюид водяного пара) при давлениях, превышающих 220 Бар и температурах выше 647К подчиняется закону идеального газа. В соответствии с этим законом, чем больше первичный объем флюида, тем меньше падение давления флюида при его распространении в магматический канал. Если перегретый флюид проникает внугрь магматической системы и вытесняет некоторое малое количество магмы на поверхность, а его объем превышает некоторую критическую величину, то в контактной зоне «магма-флюид» возникает перепад давления, и флюид начинает выталкивать магму наружу, как поршень. Анализ показывает, что величина критического объема приближенно равна  $\gamma Sh_f$ , ГДе  $\gamma$  - адиабатический фактор флюида (для водяного пара он равен 1,4), S - поперечное сечение магматического канала,  $h_f$  - глубина залегания флюидного слоя. В течение вулканического извержения флюид совершает работу и расширяется, его давление и плотность падает, извержение прекращается. Чтобы оно повторилось и образовался стратовулкан, система нуждается в некотором времени для восстановления критического объема флюида в зоне его перегрева, опустошенной извержением. Это может происходить вследствие диффузии флюида с периферии. Возможно, это время диффузии флюида как раз и определяет интервал между извержениями. После истощения флюидного слоя деятельность вулкана может прекратиться. Но если под магматическим очагом на большей глубине существует другой флюидный слой, он может получить закритическую температуру и активизироваться спустя десятки тысяч лет после образования стратовулкана. Соответствующее мощное извержение способно опустошить магматический очаг и вызвать образование кальдеры. После извержения магмы и пирокластики флюидная субстанция может вырваться наружу. Разогнавшись в магматическом канале до сверхзвуковых скоростей, флюид захватывает со стенок канала мельчайшие частицы расплава и превращается в палящую пепловую тучу. Извержение флюида – это финал Плинианского извержения, которому предшествовало образование стратовулкана и опустошение его магматического очага. Все эти события – результат нарушения баланса и превышения критических условий в системе «магма-кора-флюид»

### Литература

- 1. Pinkerton H., Wilson L., Macdonald R. The transport and eruption of magma from volcanoes: a review. *Contemporary Physics*. 2002, v.43, n.3, p. 197-210
- 2. Федотов С.А. Магматические питающие системы и механизм извержений вулканов. М. Наука, 2006, 456с.
- 3. Melnik O., Sparks R.S.J. Nonlinear dynamics of lava dome extrusion. *Nature*. v.402,4 November 1999, p.37-41
- 4. Новейший и современный вулканизм на территории России. (под ред. Н.П.Лаверова). М., Наука, 2005, 608с.
- 5. Нечаев А. Камчатка. Царство вулканов. М., ЛОГАТА, 2008, 200с.
- 6. Nechayev A. New physical mechanism of Geyser operating: theory and its confirmation based on many years observations in the Valley of Geysers in Kamchatka. IAVCEI 2008 General Assembly, Reykjavik, Iceland 17-22 August 2008, Abstracts, p.97.
- 7. Nechayev A. About the mechanism of geyser eruption. arXiv:1204.1560v1, 2012, 13p.
- 8. Зубарев В.Н., Козлов А.Д., Кузнецов В.М. Термофизические свойства технически важных газов при высоких температурах и давлениях. М., Энергоатомиздат, 1989, 232с.
- 9. Полянский О.П., Ревердатто В.В. Роль флюида в тепломассепереносе при эволюции осадочных бассейнов с трапповым магматизмом. В сборнике «Флюиды и геодинамика». М., Наука, 2006, с.219-243.

# ПАРАМЕТРЫ ОСТАТОЧНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ОЧАГЕ ЦУНАМИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ МОМЕНТ-МАГНИТУДЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Г.Н. Нурисламова, А.В. Большакова, М.А.Носов

 $\Phi$ изический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова

Основной механизм генерации цунами землетрясением связан с вытеснением некоторого объема воды остаточной деформацией дна [Левин, Носов, 2005]. По мере распространения волны из области источника вытесненный объем распределяется в океане. Этот процесс, очевидно, сопровождается остаточными смещениями частиц воды в горизонтальном направлении. Помимо смещения частиц воды, формируется геострофический вихрь, который обусловлен вращением Земли. Остаточное смещение частиц воды и соответствующий геострофический вихрь мы будем называть потенциальным и вихревым остаточными полями [Носов, Нурисламова, 2012].

Формирование вихрей в очаге цунами под действием сил Кориолиса неоднократно рассматривалось ранее [Доценко, 1982; Войт и др., 1986; Бобрович, 1990; Пелиновский, 1996; Ингель, 1998; Доценко, Шокин, 2001; Доценко, 2001]. Несмотря на такое большое внимание к остаточным вихревым полям, потенциальное остаточное поле долгое время оставалось вне рассмотрения. По имеющимся у нас данным потенциальное остаточное поле впервые рассматривалось в работах [Носов и др., 2011; Nosov, 2011; Nosov et al., 2012]. В недавней нашей публикации

[Носов, Нурисламова, 2012] было получено полностью аналитическое решение задачи об остаточных гидродинамических полях, сопутствующих образованию цунами при подводных землетрясениях.

Целью настоящей работы является оценка характеристик остаточных полей (остаточное горизонтальное смещение частиц воды, скорость вихревого течения и энергия остаточного геострофического вихря) для реальных условий. Для получения этих оценок мы используем упомянутое выше аналитическое решение и связи параметров очага цунами с момент- магнитудой землетрясения, которые были получены в работе [Bolshakova, Nosov, 2011].

Для выявления связи параметров очага цунами (амплитуда деформации дна, потенциальная энергия начального возвышения, объём вытесненной воды, радиус источника цунами) с момент-магнитудой землетрясения в работе [Bolshakova, Nosov, 2011] были использованы метод Монте-Карло в сочетании с эмпирико-аналитическим подходом. В основе этого подхода лежат эмпирические закономерности Канамори и Андерсона о площадке разрыва в очаге землетрясения, определение сейсмического момента, связь между момент-магнитудой и сейсмическим моментом и формулы Окада, позволяющие аналитически рассчитать деформацию дна, вызванную однородной вдоль прямоугольной площадки разрыва подвижкой. В итоге были получены зависимости, описывающие экстремальные значения параметров очага цунами с момент-магнитудой землетрясения. Для целей настоящей работы интерес представляют следующие две зависимости:

$$\lg \eta_{max}(M) = 0.5M_W - 3.4 \,, \tag{1}$$

$$\lg R_{TS}(M) = 0.5M_W + 0.8, \tag{2}$$

где  $\eta_{max}$  - амплитуда деформации дна в очаге цунами,  $R_{TS}$  - радиуса источника цунами.

Следуя работе [Носов, Нурисламова, 2012], коротко опишем методику получения аналитического решения. В качестве исходных уравнений были использованы уравнения линейной теории длинных волн

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial t} + H \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 , \qquad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} + f v , \qquad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial \xi}{\partial v} - f u , \qquad (5)$$

где  $\xi$  — смещение свободной поверхности воды от равновесного положения,  $\eta$  — смещение поверхности дна от исходного положения, u и v — компоненты горизонтальной скорости течения вдоль осей 0x и 0y соответственно, g — ускорение силы тяжести, f — параметр Кориолиса.

Поле скорости, в соответствии с теоремой Гельмгольца, было представлено в виде суперпозиции потенциального и вихревого полей

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}, \tag{6}$$

где  $\varphi$  — потенциал,  $\psi$  — функция тока.

Далее, проинтегрировав уравнения (3)-(5) с учетом представления (6) по времени от 0 до  $\infty$ , мы получили следующую систему дифференциальных уравнений второго порядка:

$$H\Delta\Phi = \eta_{x} - \xi_{x} \,, \tag{7}$$

$$\Delta \psi_{\infty} = f \Delta \Phi \,, \tag{8}$$

$$g\Delta\xi_{x} = -f\Delta\psi_{x},\tag{9}$$

где  $\xi_{\infty}$  – остаточное смещение свободной поверхности воды в геострофическом

вихре,  $\Phi \equiv \int\limits_0^\infty \! \phi \, dt \,$  – потенциал смещений,  $\psi_\infty$  – функция тока, описывающая оста-

точное вихревое поле – стационарный геострофический вихрь. Остаточное смещение частиц воды в горизонтальном направлении связано с потенциалом  $\Phi$  следующей формулой:

$$D_{\infty} \equiv \int_{0}^{\infty} v dt = \nabla \Phi . \tag{10}$$

Исключая из системы (7)-(9) функции Ф и  $\psi_{\scriptscriptstyle\infty}$ , мы пришли к неоднородному уравнению Гельмгольца для функции  $\xi_{\scriptscriptstyle\infty}$ 

$$R_0^2 \Delta \xi_{\infty} - \xi_{\infty} = -\eta_{\infty} \,, \tag{11}$$

где  $R_0^2 = gH/f^2$  — квадрат баротропного радиуса деформации Россби.

В качестве модели деформации дна в очаге цунами было выбрано осесимметричное поднятие, описываемое функцией

$$\eta_0(r) = \eta_{max} [1 - \theta(r - R_{TS})].$$

Заметим, что амплитуда деформации дна и радиус источника могут быть оценены по момент-магнитуде землетрясения в соответствии с формулами (1), (2).

Перейдя в уравнении (11) к цилиндрическим координатам, мы получили:

$$\frac{\partial^2 \xi_{\infty}}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \xi_{\infty}}{\partial r^*} - \mu^2 \xi_{\infty} = -\mu^2 \eta_{\infty}, \qquad (12)$$

где  $\mu^2 = R^2 / R_0^2$ ,  $r^* = r / R$  - безразмерная пространственная переменная.

Решение уравнения (12), удовлетворяющее условию ограниченности на бесконечности, выражается через функции Инфельда  $I_i$  и Макдональда  $K_i$  [Полянин, 2001]

$$\xi_{\infty}(r^{*}) = \eta_{max} \begin{cases} 1 - \mu K_{I}(\mu) I_{0}(\mu r^{*}), & 0 \le r^{*} < I, \\ \mu K_{0}(\mu r^{*}) I_{I}(\mu), & r^{*} \ge I. \end{cases}$$
(13)

По известной функции  $\xi_{\infty}(r^*)$  с использованием уравнений (8) и (9) определяем смещение свободной поверхности и скорость в геострофическом вихре

$$D(r^*) = \frac{\eta_{max}R}{H}\beta(r^*), \qquad (14)$$

$$v(r^*) = -\frac{\eta_{max} R f}{H} \beta(r^*) , \qquad (15)$$

где

$$\beta(r^*) = \begin{cases} I_I(\mu r^*) K_I(\mu), & 0 \le r^* < 1, \\ I_I(\mu) K_I(\mu r^*), & r^* \ge 1. \end{cases}$$
 (16)

В типичных природных условиях параметр  $\mu < 1$  (здесь и далее мы полагаем  $f = 10^{-4} \, c^{-1}$ ). При этом условии из формулы (16) получаем  $\beta_{max} \approx 0.5$ . Следовательно, для оценки максимальных значений горизонтального смещения частиц воды и скорости вихревого течения вместо выражений (14), (15) целесообразно применять упрощенные формулы

$$D_{\infty \max} \approx 0.5 \eta_{\max} R/H \,, \tag{17}$$

$$v_{\text{c,max}} \approx 0.5 \eta_{\text{max}} R f / H . \tag{18}$$

Зная поле скорости и смещение свободной поверхности в геострофическом вихре несложно рассчитать потенциальную  $W_p$  , кинетическую  $W_k$  и полную  $W_{GV}$  энергии геострофического вихря

$$W_p = W_{TS} \left( 1 - \mu^2 I_1^2(\mu) K_0^2(\mu) - 4I_1(\mu) K_1(\mu) + \mu^2 I_0^2(\mu) K_1^2(\mu) \right)$$
(19)

$$W_k = W_{TS} \left( \mu [I_1(\mu) K_2(\mu) - I_0(\mu) K_1(\mu)] \right), \tag{20}$$

$$W_{GV} = W_p + W_k (21)$$

где  $W_{TS}\,$  — энергия начального возвышения, эквивалентного по форме остаточной деформации дна (энергия цунами)

$$W_{TS} = 0.5\pi \rho g R^2 \eta_{max}^2 \,. \tag{22}$$

Теперь, подставляя в формулы (17)-(22) связи (1) и (2), рассчитаем амплитуду смещения частиц в остаточном потенциальном поле  $D_{\infty \max}$ , скорость вихревого течения  $v_{\infty \max}$ , полную энергию геострофического вихря  $W_{GV}$  и энергию цунами  $W_{TS}$  в зависимости от момент-магнитуды землетрясения  $M_W$ . Кроме того, для сравнения нам потребуется оценка энергии землетрясения. Для этого воспользуемся известной связью [Капаmori, 1977]

$$lgW_{EQ}(\mathcal{A}sc) = 1.5M_w + 4.8.$$
 (23)

Результаты расчетов представлены на рисунках 1-3. Параметры остаточных полей зависят от глубины океана, поэтому мы приводим расчеты для четырех глубин, перекрывающих возможный диапазон изменения этой характеристики в реальных условиях.

На Рис. 1 представлена амплитуда горизонтального смещения частиц воды. Видно, что амплитуда экспоненциально растет с увеличением магнитуды. Кроме того, амплитуда обратнопропорцинальна глубине океана. В случае катастрофических землетрясений ( $M_W \approx 9$ ) даже в открытом океане ( $H > 1 \, \mbox{км}$ ) амплитуда остаточных смещений достигает сотен метров. На шельфе амплитуда может превышать 1 км. Интересно, что даже относительно слабые землетрясения, которые имеют магнитуду, соответствующую порогу возбуждения цунами ( $M_W = 7$ )

способы вызывать горизонтальные движения воды на шельфе с амплитудой десятки метров. Столь значительные амплитуды горизонтальных движений могут быть измерены в природных условиях, например, при помощи дрифтеров, оборудованных системами спутниковой навигации или акселерометрами. В 2004 г сейсмометр (акселерометр), установленный на айсберге в море Росса, успешно записал горизонтальные и вертикальные движения айсберга при прохождении цунами, вызванного землетрясением в Индонезии 26 декабря 2004 г [Okal, MacAyeal, 2006].

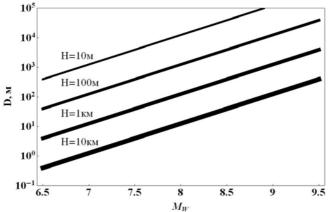
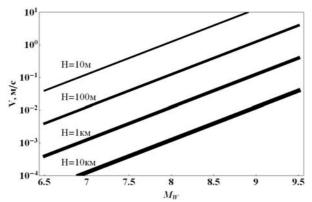
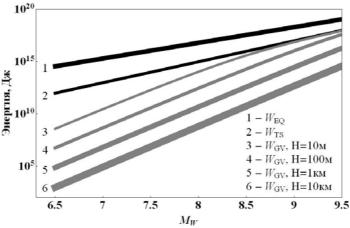


Рис.1. Амплитуда горизонтального смещения частиц воды в потенциальном остаточном поле как функция момент-магнитуды землетрясения. Расчет выполнен для глубин океана 10 м, 100м, 1 км и 10 км (цифры у кривых).



Puc.2. Скорость вихревого течения в остаточном вихревом поле как функция момент-магнитуды землетрясения. Расчет выполнен для глубин океана 10 м, 100м, 1 км и 10 км (цифры у кривых).



Puc.3. Энергия землетрясения  $W_{EQ}$ , энергия волны цунами  $W_{TS}$  и энергия остаточного геострофического вихря  $W_{GV}$  при различных глубинах (указаны на рисунке) как функции момент-магнитуды землетрясения.

На Рис. 2 показана зависимость амплитуды скорости в геострофическом вихре от момент-магнитуды землетрясения и глубины океана. Видно, что скорости вихревого течения в открытом океане не превышают 0.1 м/с, а при слабых землетрясениях они вообще оказываются на уровне 1 мм/с. Такие малые скорости, конечно, будет практически невозможно выделить на фоне иных океанических течений. И только при малых глубинах скорости течений могут достигать надежно измеряемой величины порядка 1 м/с. Заметим, что наши оценки вихревых скоростей неплохо соответствуют расчетам, выполненным, например, в работе [Доценко, 2001].

На Рис. З изображены зависимости энергии землетрясения, энергии цунами и энергии геострофического вихря в зависимости от магнитуды  $M_W$ . Как видно из рисунка, в энергию цунами переходит порядка 1% энергии землетрясения. Энергия геострофического вихря, в свою очередь, составляет только часть от энергии цунами, причем эта часть увеличивается с ростом магнитуды и уменьшением глубины океана. Если бы землетрясение произошло в области, где глубина на протяжении всего источника цунами составляла бы 10 м (нереальная ситуация), то значительная часть энергии начального возвышения оказалась бы связанной в геострофическом вихре. Но в реальности даже при сильных землетрясениях к геострофическому вихрю переходит в лучшем случае до нескольких процентов энергии цунами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 10-05-00562, 12-05-31422).

### Литература

- 1. Бобрович А.В. // Генерация волн и вихрей в океане подводными землетрясениями. В кн.: Исследования цунами. М., 1990, №4, с. 33-41.
- 2. Войт С.С., Лебедев А.Н., Себекин Б.И. // Влияние вращения Земли на энергетические характеристики волн цунами. В кн.: Исследования цунами. М., 1986, №1, с.15-20.
- 3. Доценко С.Ф. // Волны цунами в непрерывно стратифицированном океане. В кн.: Процессы возбуждения и распространения цунами. М., 1982, с. 40-52.
- 4. Доценко С.Ф. // Сейсмическая генерация вихрей в океане. Мор. гидрофиз. журн., 2001, №3, с.5-15.
- Доценко С.Ф., Шокин Ю.И. // Вычислительные технологии. 2001. 6. №1. с.3-22.
- Ингель Л.Х. Вихревой след землетрясения в море // ДАН. 1998. 362. №4. с.548-549.
- 7. Левин Б.В., Носов М.А. Физика цунами и родственных явлений в океане. М.: «Янус-К», 2005. 360 с.
- 8. Носов М.А., Мошенцева А.В., Левин Б.В. Остаточные гидродинамические поля вблизи очага цунами. ДАН. 2011. Т.438. №5. с.694-698.
- 9. Носов М.А., Нурисламова Г.Н. // Потенциальный и вихревой следы цунамигенного землетрясения в океане. ВМУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2012. №5 с.48-52
- 10. Пелиновский Е.Н. Гидродинамика волн цунами. ИПФ РАН. Нижний Новгород, 1996.
- 11. Bolshakova A.V., Nosov M.A. Parameters of tsunami source versus earthquake magnitude // Pure and Applied Geophysics, 2011, 168, 2023–2031, DOI 10.1007/s00024-011-0285-3.
- 12. Kanamori H. (1977), The energy release in great earthquakes, J. Geophys. Res., 82, 2981–2987.
- 13. Nosov M.A. Residual horizontal displacement of water particles in the vicinity of tsunami source // 8 International Conference on Urban Earthquake Engineering, March 7-8, 2011, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan. p.1541-1546.
- Nosov M.A., Moshenceva A.V., Kolesov S.V. Horizontal motions of water in the vicinity of a tsunami source // Pure and Applied Geophysics. 2012. DOI 10.1007/s00024-012-0605-2.
- Okal E.A., and MacAyeal, D.R. (2006), Seismic recording on drifting icebergs: Catching seismic waves, tsunamis and storms from Sumatra and elsewhere, Seismol. Res. Letts. 77, 659–671.

# МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ СВОЙСТВ В ОКЕАНИЧЕСКОЙ ЛИТОСФЕРЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ СЛОЙ СЕРПЕНТИНИЗИРОВАННЫХ УЛЬТРАБАЗИТОВ

# Г.И. Петрунин, В.Г. Попов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Возможность и необходимость детального изучения теплофизических характеристик вещества Земли отмечена нами неоднократно, в том числе и в предыдущей публикации [1], где обсуждается опыт построения модели распределения этих свойств в континентальной литосфере. Настоящая публикация посвящена оценке распределения тепловых свойств в модели океанической литосферы, содержащей слой серпентизированных ультрабазитов.

Океанические котловины занимают огромные территории ложа океанов, и кора под ними считается типичной океанической. По современным данным она состоит из 3-х слоев:

- осадочного, средней мощностью 0,4 км (неконсолидированные осадки);
- консолидированных осадков и, возможно, базальтовых лав толщиной 1,5 км;
- основного слоя мощностью  $5-6\,$  км, отличающегося завидным постоянством для различных океанов и регионов, как по мощности, так и по скорости сейсмических волн.

До недавнего времени он однозначно считался базальтовым по составу, поскольку термодинамические условия залегания океанической коры вполне позволяет формирование пород габбрового типа. Как уже упоминалось в предыдущем сообщении [1], нами ранее была построена модель распределения температуропроводности (a), теплопроводности  $(\lambda)$  и удельной теплоемкости  $(C_P)$  в океанической литосфере, именно с основным слоем базальтового состава [2].

Однако, в связи с развитием концепции тектоники плит и разрастания дна океана в зонах срединных хребтов, в частности, Хессом была выдвинута новая гипотеза о формировании и составе слоя 3, основанная на серпентинизации мантийного оливина вблизи границы Мохоровичича под действием воды, которая возможна при Т<500°С. По его предположениям, изотерма 500°С проходит под дном океанов в области подводных хребтов на глубине ~ 6 км, выше которой и происходит реакция «оливин + вода — серпентинизированный перидотит + тепло». Новообразованная кора слоя 3 растаскивается в стороны в процессе разрастания за счет подачи новой порции глубинного вещества. Температура на данной глубине несколько падает, а поступление воды становится недостаточным для продолжения реакции. Поверхность «Мохо» остается как-бы «вмороженной» и является границей между ультраосновными породами мантии и их серпентинизированным эквивалентом [3].

Гипотеза Хесса о составе и природе слоя 3 океанической коры получила признание, наряду с гипотезой базальтового состава, поскольку реакция гидратации оливина, как известно геологам и геохимикам, имеет планетарное значение. Несерпентинизированные гипербазиты встречаются значительно реже серпентинизированных, и это объясняет тот факт, что при построении нами ранних моделей распределения тепловых свойств в литосфере [2], скудные экспериментальные данные по несерпентинизированным перидотитам были заимствованы, в основном, из литературных источников. Настоящее сообщение восполняет этот пробел и дает также дополнительный материал по свойствам серпентинизированных ультрабазитов, которые ранее были изучены весьма основательно [4].

Табл. 1. Петрографическое описание исследованных ультрабазитов

뫋	Thorsoers, p	Порода	Первиченые менералы, объеми: %	Вториченые мине ралы, объеми. %	Отружтура	Cocras
_	2950	Дуест	Опеквен – 98-99% Деогланд – е.з. Хромшенене де – 1.5%	Сертинган и 15%	Terringaring Sp. to Ol. passioner 2-6 mm sepa no 0.3- 0.5 mm	01-Fa <sub>ters</sub> Di-Fs <sub>ter</sub> Ehm Women Cr: f= 55, q <sub>P</sub> =62
CI	3860	Думен	Опеквен – 98-99% Деогласц – е. з. Хромштене пец 1-15%	Ceptrestrate Ibapocarcust Fe n40%	Tependyarik Sp to 01 passer at 2-6 nm agra $0.1\text{-}0.2$ nm, aromitmese heit —ratifolysk	
m	2830	PaperSystem	Ourmer - 89-90% Shorver = 10% Xponumere mg = 1%	Ceptrestruct Inquooricius Fend0%	Here invariand Sp. to (0.1 supple 6 - 8 mon the presenting problem tension of $0.050.5$ monther parameters	
*	3220	Отенте				
S	3250	Тарибурич	Omerer - 78 80% Secretar 8 20% Heartest 4 1% Apomere reg # 1%		01 - 1-3mr, Er - 1-4mr Yerkat optrektrydder e indodocht yndigeredder, co cieraner KB (nodoc kenara)	01 - Fa <sub>10</sub> Bu - Fasta runt  France, Wo,  Di - France, Wo,  f= 38, $\phi_{\rm p}=3.5$
9	3220	Дувес	Опесан – 98-99% Деогоска е.з. Хромштене пед≈1%	in the second	ovite photo separa solpe gilder doper	
7	2840	िक्षार्श्वाच्य	Omeran – 75% Secretar – 2425% Dromaga – e.s. Sponumene nega 1%	Серпичение Вироокисты Реи40%	Ikremskanik Sp. to Ol paskinder 3-6 malegied (). P. O.S. mal Ur – gocinki 3-4 open of 6 mal po 15-20ma	
00	3230	। भूपाई/क्राक्ष	Omeran – 73-75% Sections 125% Producing 1 – 4-5% Sportmere 184	S 33	ОД. Ел. – 2. Эт Оранетрока, умеренная, чепять К.В	01 – Fa <sub>nd+10</sub> Ett – Fs <sub>ind+10</sub>
6	3180	Secrement remonoment	Экстотит – 97% Диопосида 23% Опизана < 13% Хромштине пид – е 3.		Here are one projection, the many expension $\mathbf{R}_{t,u}$ , $6-8$ mm, $\mathbf{D}_{t,u}$ , $0.1<0$ , and	
10	2800	Питюользовый ле <u>р</u> цолет	Omeret ~70% Shoroser – 15% Discreser – 10% Industrias + Xpomurete req5%	Серпичлян – 20% Имлекти – 20% Соссирет, Клерит, гадро-гроссупиран – 1%	Sp ह प्रमुक्तारात्रकार का धी. मि. — गरुनारात्रकुका अस	

В настоящей работе измерен комплекс тепловых свойств 10 образцов коллекции уральских ультрабазитов, среди которых 5 неизмененных (2 гарцбургита, дунит, оливинит, пироксенит) и 5 серпентинизированных (2 дунита, 2 гарцбургита, 1 плагиоклазовый лерцолит), с содержанием серпентинизированного оливина от 15% до 40% (Табл. 1).

Средние значения экспериментальных данных по измерению тепловых свойств указанных образцов в диапазоне температур  $300 \div 1000$  К, полученные методом регулярного теплового режима III-го рода на установке с оптическим источником тепловой энергии показаны в таблице 2.

Порода	T,K	300	400	500	600	700	800	900	1000
Несерпенти- низированные гипербазиты.	$a$ , $10^{-7}$ $m^2/c$	15,6	12,3	9,6	8,5	7,6	6,9	6,6	6,4
$\overline{\rho}$ =3230 KF/M <sup>3</sup>	<i>С<sub>P</sub></i> , Дж/кг∙К	840	1020	1110	1195	1225	1240	1245	1245
	λ, Βτ/м·Κ	4,25	4,05	3,50	3,25	3,05	2,75	2,67	2,58
Серпенти- низированные гипербазиты.	$a$ , $10^{-7}$ $m^2/c$	10,8	8,2	7,1	6,1	5,3	4,6	4,3	4,1
$\overline{\rho} = 2850$ кг/м <sup>3</sup> , от 15% до 40%	<i>С<sub>Р</sub></i> , Дж/кг∙К	920	1080	1190	1250	1270	1280	1285	1290
серпенти-	λ, Βτ/м·Κ	2,85	2,55	2,40	2,15	1,90	1,70	1,57	1,50

Таблица 2. Средние значения тепловых свойств ультраосновных горных пород.

Нужно отметить, что эти средние значения для серпентинизированных ультрабазитов только подтверждают надежность ранее полученного экспериментального материала, а что касается неизмененных ультрабазитов, то основное отличие данных по ним от ранее использованных [4], заключается в несколько более низких значениях (на 10-15%) по температуропроводности, а также и по теплопроводности, особенно при T>500К. Вполне возможно, что этот факт обусловлен генетическим признаком и древностью изучаемых уральских гипербазитов.

Характер и особенности температурных зависимостей тепловых свойств (Рис. 1, 2) мало, чем отличаются от других интрузивных пород и неоднократно обсуждались нами в рамках теории теплоемкости и теплопроводности кристаллических диэлектриков [5].

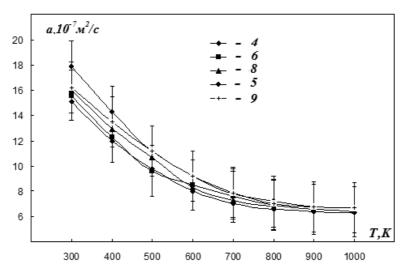


Рис. 1. Типичное температурное поведение коэффициента температуропроводности некоторых ультрабазитов (нумерация образцов соответствует таблице 1).

Построение моделей распределения тепловых свойств в океанической литосфере с основным слоем коры, сформированным согласно гипотезе Хесса (Рис. 3), выполнено также, как и для континентальной литосферы [6], путем прямого сопоставления полученных экспериментальных результатов с минералогической моделью литосферы и с использованием температурного профиля Стейси для океанов [7], который существенным образом отличается от континентального и для которого на границе «Мохо» (глубина  $\sim 40$  км) температура находится в пределах 750-850 К.

По его же данным температура на границе «Мохо» под океанами (глубина  $\sim 11$  км) составляет  $\sim 500$  - 550 K, а на поверхности основного слоя коры океанических бассейнов (глубина  $\sim 6$  км) она близка к комнатной ( $\sim 300$  K). Тонкий верхний слой неконсолидированных осадков и слой мощностью 1,5 км настоящей моделью не охвачены в виду отсутствия надежной информации по тепловым свойствам вещества, слагающего их.

Пунктирными линиями на рис. З нанесены минимально возможные значения  $a_{\min}$  и  $\lambda_{\min}$ , рассчитанные по методике, описанной в [8]. Сравнение построенных моделей с моделями, рассчитанными ранее и содержащими базальтовый основной слой океанической коры, не дало существенных принципиальных отличий, что весьма примечательно. Такой результат не требует выбора той или иной гипотезы формирования и минералогического состава этого слоя при использовании данных для исследования геотермических режимов под океаническим дном.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект №11-05-00873-а

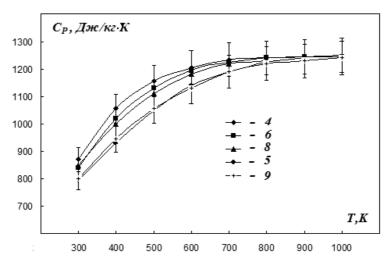


Рис. 2. Температурная зависимость удельной теплоемкости тех же образцов.

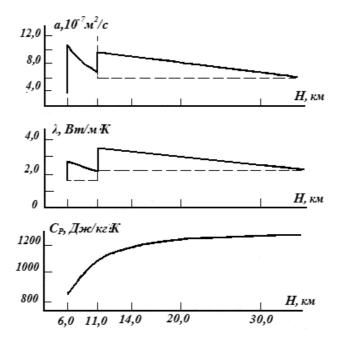


Рис. 3. Модель распределения тепловых свойств в океанической литосфере

# Литература

- 1. Попов В.Г., Петрунин Г.И. Модель распределения тепловых свойств в континентальной литосфере с «влажным» амфиболсодержащем нижнем слоем земной коры. Научная конф. «Ломоносовские чтения», Секция физики. Ноябрь 2011, Сб. тезисов докладов. Москва, Физический факультет МГУ, 2011, с. 217 220.
- 2. Петрунин Г.И., Попов В.Г. Тепловые свойства вещества литосферы. Известия АН СССР, Физика Земли, №10, 1985, с 63-69.
- 3. Hess H.H. History of ocean basins/ Petrol/Studies, a Volume to honor of A.F. Buddington, 1962, p. 599-620.
- 4. Петрунин Г.Й., Попов В.Г. Влияние серпентинизации на тепловые свойства гипербазитов. Изв. АН СССР. Физика Земли, №4, 1981, с.18-24.
- 5. Петрунин Г.И., Попов В.Г. Особенности температурного поведения решеточной теплопроводности минерального вещества Земли. МАИК Наука, Физика Земли, №7-8, 1994, с 35-41.
- 6. Петрунин Г.И., Попов В.Г. Тепловые свойства литосферы стабильных континентальных областей /щиты, платформы/. Физические проблемы экологии (экологическая физика). Сборник научных трудов /под ред. В.И. Трухина, Ю.А. Пирогова, К.В. Показеева/ М: МАКС Пресс, 2011. №18, с. 234-248.
- 7. Stacey F.D. A thermal model of the Earth. Phys. Earth Planet. Inter., 1977, V.5, pp 341-348.
- 8. Магницкий В.А. Петрунин Г.И., Попов В.Г. Теплофизические характеристики континентальной и океанической литосферы. Монография "Взаимодействие в системе литосфера-гидросфера-атмосфера", М, Недра, 1996, с. 18-34.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ВОДА-ВОЗДУХ: ТЕНЕВОЙ ФОНОВЫЙ МЕТОД И ТЕРМОГРАФИЯ

Плаксина Ю.Ю., Уваров А.В.

Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова

Тонкий приповерхностный слой жидкости резко отличается по своим свойствам от остального объема. Из-за существенного влияния процессов молекулярного переноса тепловое сопротивление слоя оказывается очень большим. Кроме того, этот слой определяет структуру приповерхностных вихрей, и, в конечном итоге, формирует тепломассообмен на границе океан-атмосфера [1, 2].

Когда рассматривается влияние загрязнений, то отмечается, что в первую очередь это влияние проявляется в поверхностном слое, поскольку тонкие монослои примесей могут занимать значительные площади. Однако в натурных условиях водная поверхность имеет естественные загрязнения и важно определить, когда наступает существенное отличие в структуре поверхностных слоев от естественных условий и в чем эти отличия проявляются. Эксперименты показывают, что

вихревая структура поверхностного слоя сложна и очень чувствительна к внешним воздействиям. Несмотря на обилие экспериментальных методов исследований, в том числе и самых современных, изучение поверхностного слоя затруднено. Так, например, теневые методы [3], метод PIV (particle image velocimetry) [4] не могут быть использованы в верхней части слоя из-за отражения света, а метод LIF (лазерно –индуцированной флуориметрии) [5] не может быть использован для определения температурных градиентов у поверхности из-за возникновения градиентов концентраций рабочей примеси. Термография в ИК-диапазоне, напротив, позволяет получить информацию только о слое толщиной всего в несколько десятков микрон [6].

Таким образом, для анализа влияния естественных и искусственных загрязнений на поверхности жидкости требуется разработка эффективной методики, позволяющей фиксировать все изменения термогидродинамической структуры приповерхностного слоя.

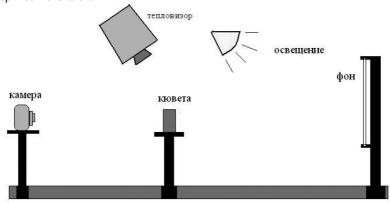


Рис. 1 Схема экспериментальной установки.

В данной работе применяется комбинированная методика, позволяющая с помощью термографии поверхности и теневого фонового метода получить информацию о температурных полях в приповерхностном слое. На рис. 1 представлена схема экспериментальной установки. Основной особенностью метода является простота экспериментальной методики и отсутствие необходимости использования громоздкого оборудования и сложной настройки (что свойственно, например, теневому методу). Эти свойства метода позволяют использовать его и в натурных условиях. Следует отметить, что в данном случае термография высокого разрешения используется не для определения средних параметров (что традиционно делается для, например, спутниковых измерений), а для анализа тонкой структуры поверхностных вихрей (размер порядка нескольких миллиметров по поверхности) с помощью тепловизора, расположенного на расстоянии не более метра от исследуемой области.

В работе использовался тепловизор FLIR CS7700M с охлаждаемой до температуры 80 К матрицей размером 640 на 512 пикселей, фиксирующий интегральное излучение в диапазоне 2,5-5,5 мкм. Температурное разрешение

составляет величину порядка 0,02 К. Максимум ИК — излучения абсолютно черного тела при 300 К приходится на длину волны  $\sim 10$  мкм. В диапазоне 2,5-5,5 мкм интенсивность излучения ниже, однако существенно больше дифференциальная температурная чувствительность, то есть производная зависимости интенсивности излучения от температуры.

Теневой фоновый метод (ТФМ) стал возможен для реализации благодаря развитию компьютерных методов обработки [7]. Он фиксирует смещение точек фона при изменении средней температуры воды на оптическом пути (рис.2). В настоящее время этот метод используется, в основном, для получения качественной картины температурного поля, однако при наличии плоской геометрии точность этого метода оказывается очень высокой и сравнимой с точностью термопарных измерений [2]. Образцы фона представлены на рис. 3. Они печатаются на обычном принтере по специальной программе. Хаотичный точечный шум дает лучшие результаты, однако в этом случае необходим подбор размера точек. «Вейвлет-шум» универсален, поскольку содержит целый набор характерных размеров, однако его точность несколько ниже подобранного по размерам хаотичного шума.

Пространственное разрешение метода связано с оптическими характеристиками камеры и размерами используемой в ней матрицы. В нашей работе пространственное разрешение проверялось с помощью спектральных компьютерных тестов и составило величину 30×30 пикселей, что составляет в разных экспериментах от 0,1мм до 0,5мм по вертикали и горизонтали. Такое разрешение не является предельно возможным. Установлено также, что ТФМ не разрешает верхний слой жидкости порядка миллиметра вблизи поверхности из-за оптических поверхностных эффектов и наличия мениска, который не учитывается при обработке. Это никак не влияет на точность расчета температурного поля, потому что поле калибруется по температуре вблизи дна [8].

Как видно из рис. 2, ТФМ позволяет зафиксировать смещения точек фона. Расчет смещений делается с помощью модификаций кросс-корреляционного метода и здесь не будет подробно описываться. Методы определения смещений практически мало отличаются от используемых в методе PIV. Однако дальнейшая обработка иная — по смещениям определяется поле средних температур. Точнее, по смещениям определяются изменения показателя преломления среды, а затем — изменение плотности. Однако из-за малых изменений давления изменение плотности связано, в основном, с изменением температуры, поэтому это поле может быть восстановлено. Как видно из рис. 2, в данном методе нельзя отличить смещения в разных областях отрезка BC, поэтому может быть получена усредненная по BC температура. Если обозначить горизонтальную ось на рис. 2 как х, то можно сказать, что с помощью теневого фонового метода можно сформировать двумерное поле температур в плоскости у-z.

Хорошо известно, что структура поверхности воды существенно отличается от предсказываемой стандартной гидродинамической моделью с учетом поверхностного натяжения. На рис. 4 представлены типичные поля температур поверхности воды и этилового спирта.

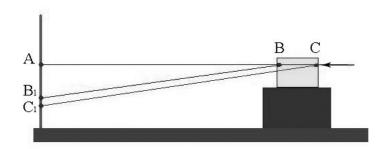


Рис. 2. Схема хода лучей в ТФМ. AB – поле температуры в кювете однородно,  $BB_1$  – смещение луча для неоднородности в точке B,  $CC_1$  – в точке C. Для наглядности углы сильно увеличены. Геометрия установки подбирается таким образом, чтобы смещением  $B_1C_1$  можно было бы пренебречь по сравнению со смещением  $AB_1$ .

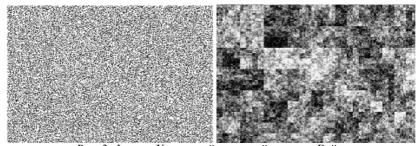


Рис. 3. Фоны: «Хаотичный точечный шум» и «Вейвлет-шум»

Для состояния поверхности воды характерным является так называемый режим «эластичной плёнки», а для спирта— режим конвекции Марангони. Отличия режимов «эластичной пленки» и конвекции Марангони хорошо видны. На первый взгляд кажется, что структура верхнего слоя достаточно очевидна — видны верхушки рэлеевских вихрей, однако совместные исследования с помощью термографии и метода PIV показали, что это не так — минимумы температуры не всегда соответствуют опусканию воды уже на глубине более 1 мм (как уже отмечалось выше, ближе к поверхности метод PIV реализовать не удается) [9]. Это означает, что существует дополнительная система вихрей в пространстве между системой рэлеевских вихрей и поверхностью. Именно эта система и формирует, в конечном итоге, энергообмен вода-воздух.

Для демонстрации возможностей ТФМ на рис. 5 приведены температурные поля, полученные в бассейне при наличии испарения с поверхности, а также при нагреве сверху ИК-лампой.

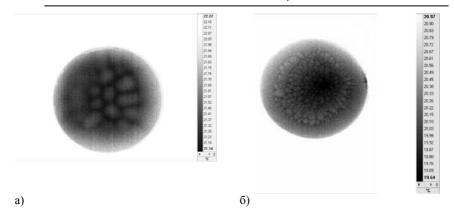


Рис.4. Температурные поля на поверхности дистиллированной воды (а) и на поверхности этилового спирта (б). Температура окружающего воздуха  $\sim 24^{\rm O}$ , влажность —17-18%, диаметр чашки Петри 9 см, высота столба жидкости 1 см.

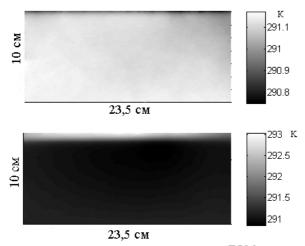


Рис. 5. Интегральные температурные поля, полученные ТФМ при испарении с поверхности воды (рис. слева) и при ИК-нагреве поверхности воды (рис. справа) в случаях с небольшой разностью температур воды и воздуха.

На рисунках хорошо видно, как поверхность воды выхолаживается при испарении и нагревается при обогреве её ИК-лампой. Поскольку в данных режимах температура воды в объеме и температура воздуха мало отличаются друг от друга, то и теплообмен через стенки бассейна практически отсутствует. Видно также, что в случае охлаждения сверху возникает неустойчивая стратификация (в

отличие от нагрева сверху) и охлаждение воды происходит неравномерно, что связано с гидродинамическим движением среды.

Исследование поля температур с помощью комбинированного метода позволяет ответить на два вопроса — насколько эти методы коррелируют между собой и, во-вторых, какова структура трехмерного поля температур. Для полного ответа на этот вопрос нет полного набора данных, однако на основе имеющихся параметров удается представить себе достаточно полную картину. Корреляцию методов можно понять, сравнивая температуру верхнего слоя бассейна, полученную теневым фоновым методом и усредненную по оптическому пути температуру поверхности, полученную с помощью тепловизора.

Для дальнейшего совместного тестирования комбинированного метода в кювете был взят этиловый спирт. Поверхностные структуры спирта в кювете более разнообразны, чем в воде, и изменения полей температур происходят быстрее изза существенно большего скрытого потока. На рис. 6 показаны результаты параллельного измерения двумя методами. Сверху проводятся измерения температуры поверхности воды (изображения с правой стороны рисунков), а сбоку - измерение интегрального двумерного поля температур в воде в объёме кюветы (изображения с левой стороны рисунков). Высота столба спирта в кювете 2 см, ширина 5 см, толщина 1,8 см. На следующем рисунке (рис. 7) изображены профиль температуры на расстоянии порядка 1 мм от поверхности спирта, усреднённый по толщине кюветы, полученный ТФМ и усреднённый по толщине кюветы профиль температуры, снятый тепловизором непосредственно на поверхности (интегрируемый слой не превышает 100 мкм) через 19 с. после снятия крышки

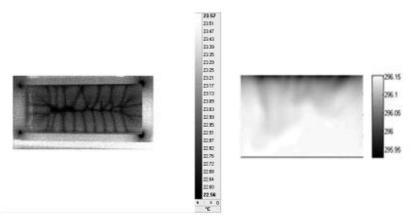


Рис. 6. Сравнение полей температур, полученных тепловизором и  $T\Phi M$  в кювете с этиловым спиртом. Слева поле температур поверхности этилового спирта в кювете, полученное тепловизором, справа поле температур в спирте, усреднённое по толщине кюветы, в плоскости перпендикулярной поверхности воды на девятнадцатой секунде после снятия крышки с кюветы. Температурная шкала в  $^{O}$ С для тепловизора и в K для  $T\Phi M$ .

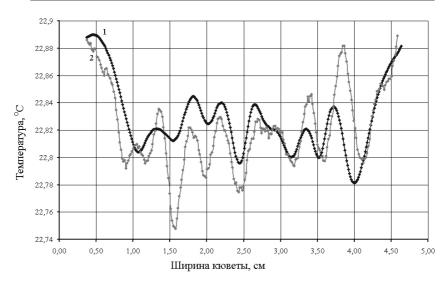


Рис. 7. Профили температуры поверхности спирта, усреднённые по толщине кюветы. График 1 получен ТФМ, график 2 – тепловизором.

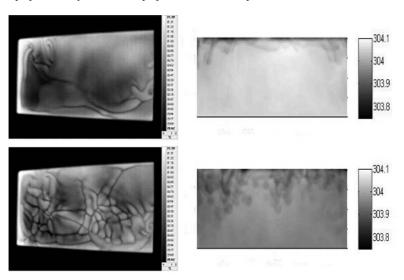


Рис. 8. Остывание воды. Слева картинки поверхности воды с тепловизора, справа усреднённое по толщине бассейна поле температур, определённое ТФМ, высота столба воды 12 см сбоку справа дана цветовая температурная шкала в К. Верхние рисунки сделаны через 25 с. после снятия крышки, нижние – через 45 с.

Как видно, эти профили достаточно хорошо согласуются друг другом. Отличие одного профиля от другого не превышает  $0.08\,^{\circ}$ С. Некоторое смещение максимумов и минимумов в отдельных местах профиля, а также их разная величина, может быть связана с разным расстоянием от границы раздела, на котором разрешают эти методы, а также возможной систематической ошибкой ТФМ в  $0.1\,^{\circ}$ С.

Таким образом, даже не разрешая верхний миллиметр поверхности, с помощью теневого фонового метода неплохо различается её структура в спирте, поскольку вихревое движение в нём охватывает поверхность и распространяется вглубь.

Для проведения параллельных измерений тепловизором и  $T\Phi M$  в воде мы использовали бассейн, наполненный водой до уровня 23 см. Параллельно велись измерения температуры и влажности воздуха, а также определялась температура воды на уровне 12–14 см. На рис. 8 представлен пример таких измерений для случая остывания воды с 31  $^{\rm O}{\rm C}$  при температуре воздуха 23,2  $^{\rm O}{\rm C}$ .

На рис. 9 сопоставлены профили температуры поверхности воды, усреднённые по толщине бассейна через 45 с после открывания крышки, что соответствует последней паре картинок на рис. 8.

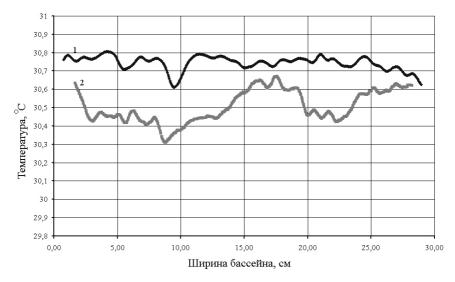


Рис. 9. Профили температуры поверхности воды, усреднённые по толщине бассейна через 45 с. после снятия крышки. График 1 получен ТФМ (расстояние 1 мм от поверхности), график 2 — тепловизором (верхние 100 мкм)

Как видно на рис. 9, температурные кривые хорошо соответствуют друг другу. Разное расстояние между ними вполне объясняется вариацией температурных градиентов вблизи поверхности. Отметим, что речь идет о точности порядка  $0.1\,^{\rm O}{\rm C}$ .

Поле температур поверхности жидкости, измеренное тепловизором, позволяет также ответить на вопрос о напряжениях, возникающих в тонком слое вблизи поверхности. Действительно, для поверхностных составляющих напряжений можно написать стандартное соотношение, связывающее эти напряжения с поверхностными градиентами температуры

$$\Pi_{xz} n_z = \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\partial \sigma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \qquad , \ \Pi_{yz} n_z = \frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{\partial \sigma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial y} \, , \quad (1)$$

где ось z направлена вертикально,  $n_z$  — компонента единичной нормали к поверхности, оси x и y находятся в плоскости поверхности,  $\Pi_{ij}$  — напряжения, а  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения. Далее Пирсон использовал гипотезу Стокса о линейной зависимости напряжений и градиентов скоростей по отношению к поверхностным напряжениям. В нашем случае это приводит к следующим соотношениям

$$\Pi_{xz} = \mu \frac{\partial v_x}{\partial z}; \ \Pi_{yz} = \mu \frac{\partial v_y}{\partial z},$$
 (2)

где  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости. В другой модели предполагается, что поверхность обладает особыми свойствами, и градиенты горизонтальных скоростей по вертикали не связаны с напряжением поверхности. Поэтому можно рассматривать два предельных случая. В одном случае можно полагать выполненными условия (1) и (2), а в другом полагать, что на поверхности горизонтальная компонента скорости равна нулю. Для воды при обоих подходах возникают проблемы в интерпретации получаемых результатов.

При выполнении условий (1) и (2) данные по градиентам скоростей получаются из термографических измерений. В этом случае можно рассчитать градиенты скорости вблизи поверхности. Если оценить градиент как

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} \sim \frac{\partial v_y}{\partial z} \sim \frac{\Delta v}{\delta_1} \sim \frac{v}{\delta_1}$$
 (эта величина из данных термографии составляет ~10 с<sup>-1</sup>)

и исходить из типичной амплитуды скорости в рассматриваемых условиях, регистрируемых PIV [9] порядка  $10^{-3}$ м/с, то толщина переходного слоя по скорости  $\delta_1$  оказывается порядка 100 микрон. Вблизи границы в этом случае происходит резкое изменение гидродинамической скорости потока. Это можно зафиксировать тепловизором. На рис. 10 представлены два кадра из видеозаписи температурного поля поверхности нагретой воды с добавленными частицами угольной пыли (использовался также тальк). На видеосъемке хорошо видно, что при сильном нагреве воды (до температуры порядка  $50^{\circ}$ C) линии под поверхностью движутся со средней скоростью порядка 1 мм/с, в то время как у частиц на поверхности средняя скорость на порядок меньше (0,1 мм/с). Поскольку поверхность видна на глубину порядка 100 мкм, это означает, что градиенты скорости у поверхности действительно очень велики. Это приводит к тому, что объемные вихри при таком температурном поле на поверхности не могут на нее выходить из-за очень большого

градиента скорости, что означает более сложную структуру вихрей с несколькими уровнями. Этот факт был отмечен в работе [9] из сравнения данных термографии с данными PIV.

В то же время, при подстановке в гидродинамическую модель граничных условий Пирсона, на поверхности получаются скорости больше, чем реально наблюдаемые. При подстановке в качестве граничного условия нулевой горизонтальной скорости, вертикальные градиенты горизонтальной скорости будут малы по сравнению с наблюдаемыми, поэтому оба граничных условия требуют уточнения.

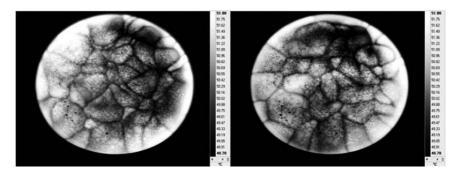


Рис. 10. Термические картины поверхности воды с насыпанной на неё угольной пылью с интервалом в 10 с. Диаметр сосуда – 120 мм

Совершенно иная ситуация возникает при наличии на поверхности конвекции Марангони – все примеси сбиваются сначала в места опускания приповерхностных вихрей, вызванных поверхностным натяжением, а затем – в местах опускания рэлеевских вихрей.

Таким образом, можно сказать, что влияние примесей и ПАВ на структуру приповерхностного слоя существенно сложнее, чем это обычно представляется. Верхний слой воды неподвижен, точнее, он не погружается вниз, как это должно было бы происходить при учете стандартного набора процессов и условий. Точно такая ситуация возникает и при наличии загрязнений. Однако система приповерхностных вихрей видоизменяется при наличии ПАВ. Рассмотренный в работе метод определения приповерхностного поля температур позволяет достаточно точно определять эти изменения и, в итоге, получить достоверную теоретическую модель приповерхностных течений.

# Литература

- 1. Фёдоров К. Н., Гинзбург А. И. Приповерхностный слой океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1988, 303с.
- Plaksina Yu. Yu., Uvarov A. V., Vinnichenko N. A., Lapshin V. B. Experimental investigation of near-surface small-scale structures at water-air interface: Background Oriented Schlieren and thermal imaging of water surface. // Russian Journal of Earth Sciences, 2012, V. 12, N 4, ES4002, (8p.); URL :http://elpub.wdcb.ru/journals/rjes/v12/2012ES000517/2012ES000517.pdf

- 3. Spangenberg W.G., Rowland W.R. Convective Circulation in Water Induced by Evaporative Cooling. // Phys Fluids, 1961, V.4, N 6, P.743-750.
- 4. Bukhari Syed J. K., Kamran Siddiqui M. H. Turbulent structure beneath air-water interface during natural convection. // Phys. Fluids, 2006, V. 18, 035106 (11 p.)
- 5. Bukhari Syed J. K., Kamran Siddiqui M. H. The structure of thermal field underneath an evaporative water surface. // Int. J. Therm. Sci., 2011, V. 50, P. 930-934.
- 6. Иваницкий Г. Р., Деев А. А., Хижняк Е. П. Структуры на поверхности воды, наблюдаемые с помощью инфракрасной техники.// Успехи Физических Наук, 2005, Т. 175, № 11, С. 1207-1216.
- 7. Meier G.E.A. Computerized background-oriented schlieren. // Experiments in Fluids, 2002, V. 33, P. 181-187.
- Vinnichenko N. A., Uvarov A. V., Plaksina Yu. Yu. Accuracy of background oriented schlieren for different background patterns and means of refrection index reconstruction. // Proc. of 15<sup>th</sup> Int. Symp. Flow Vizualization, 2012, Minsk, Belarus, P 81.
- 9. Volino R.J., Smith G.B. Use of simultaneous IR temperature measurements and DPIV to investigate thermal plumes in a thick layer cool from above. // Exp. Fluids, 1999, V. 27, P.70-78.

# ИЗМЕНЧИВОСТЬ ВЕТРА И ВОЛНЕНИЯ ПО ДАННЫМ БУЙКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ИНДИЙСКОМ ОКЕАНЕ

Ф. А. Погарский, В. Г. Полников

ИФА им. А. М. Обухова РАН,

e-mail: pogarskii@ifaran.ru; polnikov@mail.ru

Проведена статистическая обработка данных измерений на 14 буях, расположенных в акватории Аравийского моря и Бенгальского залива Индийского океана. Построены гистограммы и функции распределения, как для ветра, так и для волнения по данным измерений и результатам численного моделирования. Гистограммы исследуемых величин демонстрируют существенную изменчивость по пространству, что соответствующим образом сказывается на их режимных характеристиках.

В отличие от гистограмм, спектральные характеристики проявляют большую пространственную однородность. Для обеих характеристик основным масштабом изменчивости является период 1 год. Кроме того, в обоих полях проявляются масштабы 40 суток, 1, 1/2 и 1/3 суток. Сравнение спектров измеренных и модельных рядов свидетельствует в пользу информационного преимущества последних.

### Введение

Проблема изучения изменчивости полей ветра и волнения в научном плане обусловлена целями понимания природы механизмов механического взаимодействия атмосферы и океана[1,2]. В прикладном плане такие исследования важны для решения задач безопасности мореплавания, прибрежной и морской индустрии, а также устойчивого развития курортной деятельности и поддержания экологической безопасности.

Для решения указанных задач широко привлекаются различного рода численные модели, которые позволяют восстанавливать долговременные поля ветра (реанализ ветра) [3, 4] и рассчитывать поля ветрового волнения [1, 2]. Полученные таким образом поля подвергаются сравнению с наблюдениями и системному статистическому анализу, которые позволяют дать оценку качества моделирования, а также степени изменчивости исследуемых полей и прогнозы их долговременных трендов[5, 6].

Значимость и пределы точности имеющихся численных моделей оцениваются путем привлечения данных различного рода систематических измерений. К числу таковых относятся данные буйковых станций, судовые[7] и спутниковые измерения[8]. В данной работе мы использовали данные буйковых станций, расположенных в акватории Индийского океана. Такой выбор обусловлен более общими задачами исследований долговременной изменчивости полей ветра и волнения во всем Индийском океане[6].

В частности, представляет интерес выяснить масштабы изменчивости ветра и волнения по данным буйковых станций и построить соответствующие функции распределения, которые затем будут сравниваться с таковыми для модельных полей ветра и волнения. Такое сравнение позволит оценить достоверность модельных полей, на основании анализа результатов которых строятся все дальнейшие выводы об изменчивости полей ветра и волнения во всем Индийском океане[6]. Кроме того, полученные оценки важны и для их использования в решениях региональных задач практики, отмеченных выше.

#### Данные и методика исследования

Исходными данными являются 3-часовые ряды буйковых измерений, полученные на станциях, расположенных в Аравийском море и Бенгальском заливе Индийского океана. С учетом необходимости сопоставления этих данных с результатами численного моделирования, нами были отобраны 14 станций, расположенных на удалении более 150 км от береговой черты, чтобы исключить влияние границ для модельных рядов. Список координат этих буев и периоды наличия более или менее непрерывных измерений на них приведены в табл. 1.

Для построения гистограмм и функций распределения вполне приемлемы реальные исходные данные. Однако для построения спектров рядов необходимо было заполнить пробелы в рядах 3-часовых измерений для обеспечения строгого эквидистантного хода временных рядов. Для этой цели привлекались известные из литературы результаты моделирования ветра (реанализ ERA\_Interim) [9] и результаты расчетов волнения, выполненные нами с привлечением европейской модели ветрового волнения WAM-cycle4 [10]. Более того, все статистические характеристики строились как для натурных (измеренных), так и для упомянутых модель-

ных данных. Затем соответствующие характеристики сопоставлялись с целью установления точности и значимости результатов моделирования.

ица 1- Сведения о данных буковых измерений							
No	Индекс	Широта,	Долгота	Период			
п/п	буя	северная	восточная	непрерывных			
				данных			
Аравийское море							
1	DS01	15.4	69.2	1998-2001			
2	DS02	10.6	72.5	2000-2001			
3	DS07	8.3	72.7	2003			
4	OB03	12.5	72.0	2003-2006			
5	MB01	20.0	67.5	2004			
6	SW02	17.4	71.0	2000			
		Бенгал	ьский залив				
7	AN03	10.5	94.0	2006-2007			
8	DS03	13.0	90.8	плохие измерения			
9	DS04	18.5	87.5	2004-2005, 2007			
10	DS05	14.0	83.2	2004-2006			
11	MB11	15.0	87.5	2004-2005			
12	MB12	17.5	90.0	2003-2006			
13	OB08	11.5	81.5	2003-2006			
14	OB10	14.0	83.3	2009			

Таблица 1- Сведения о данных буковых измерений

# Основные результаты

## Статистика ветра

Нормированные  $\hat{\Gamma}$ истограммы ветра H(W) (фактически, плотность функции распределения), полученные по данным измерений на буйковых станциях, приведены на рис. 1 и 2.

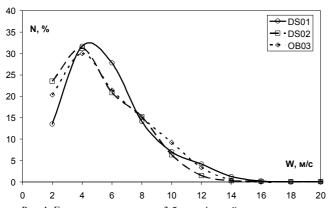


Рис. 1. Гистограммы ветра для 3 буев в Аравийском море

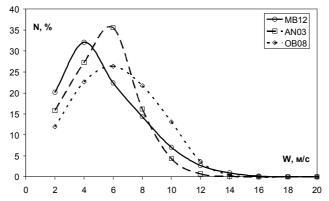


Рис. 2. Гистограммы ветра для 3 буев в Бенгальском заливе

Характерными свойствами этих гистограмм являются большая их изрезанность для Аравийского моря и близкие по величине вероятности экстремальных ветров.

Соответствующие функции распределения F(W), получаемые из гистограмм H(W) по формуле

$$F(W) = 1 - \int_0^W H(x) dx,$$
 (1)

представлены на рис. 3 и 4. Напомним, что при условии получения функции вероятности F(W) на достаточно большой (статистически обеспеченной) выборке, величина  $F(W_0)$  означает вероятность того, в статистическом ансамбле данной случайной величины W ее значение может достичь (превысить) величину  $W_0$ . Экстраполяция F(W) на более высокие значения  $W_{\rm M}$  позволяет делать оценку времени появления (повторяемости) заданного значения  $W_{\rm M}$  [11].

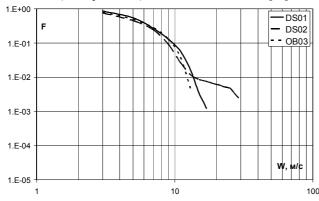


Рис. 3. Функции распределения F(W) ветра для 3 буев в Аравийском море

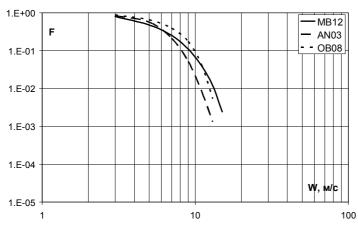


Рис. 4. Функции распределения F(W) ветра для 3 буев в Бенгальском заливе

Очевидным различием приведенных функций распределения F(W) является более высокая вероятность появления сильных ветров в Аравийском море. Следует полагать, что сильные ветра связанны с циклоническими образованиями, число которых в Аравийском море оказалось больше, чем в Бенгальском заливе (за учтенный период наблюдений).

Полученные результаты интересно сравнить с функциями распределения для модельных данных реанализа ветра, адаптированных к точкам расположения буев (рис. 5, 6). На этих рисунках заметно значительное снижение вероятности для значений ветра более 15м/с в данных реанализа ветра по сравнению с данными измерений (особенно для Аравийского моря). Причина этого различия как раз и кроется в том, что, по технике своего построения, поле реанализа ветра более гладкое и практически лишено кратковременных усилений ветра, обусловленных прохождением циклонов.

Более того, если попытаться на основе построенных функций F(W) дать оценки повторяемости сильных ветров, то функция распределения реанализа даст заниженные значения. Так, при экстраполяции F(W) рисунка 3, вероятность появления экстремального ветра 1 раз в 50 лет (когда  $F(W) \approx 10^{-5}$ ) в Аравийском море дает величину порядка 30-40 м/с, а из рис. 5 следует величина около 20 м/с. Для случая Бенгальского залива (согласно рис. 4 и 6), соответственно следует 25-30 м/с и 20м/с.

Из сказанного с очевидностью следует важный практический вывод: для получения достоверной статистики ветра данные прямых измерений более предпочтительны по сравнению с данными численного моделирования.

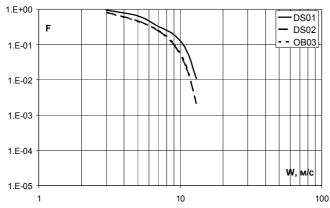


Рис. 5. Функции распределения F(W) реанализа ветра для 3 буев в Аравийском море

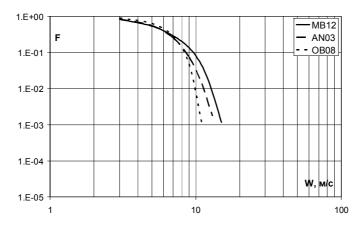


Рис. 6. Функции F(W) реанализа ветра в точках 3 буев в Бенгальском заливе

#### Статистика волн

Аналогичные результаты для значительной высоты  $H_{\rm S}$  ветровых волн представлены на рис. 7, 8 (в виду ограниченности места приводятся только функции распределения).

Помимо практической возможности определения режимных характеристик волнения, рис. 7 и 8, в сопоставлении с рис. 5 и 6, свидетельствуют о том, что статистика волн определяется не только статистикой ветра, но и геометрией акватории. Действительно, не смотря на то, что вероятности ветра силой 15 м/с на буях DS01 и MB12 сопоставимы, в соответствующих точках высокие волны ( $H_{\rm S} > 6$ м) в Аравийском море более вероятны, чем в Бенгальском заливе. Очевидно, что в последнем случае сказывается ограниченность акватории залива по сравнению с акваторий открытого моря.

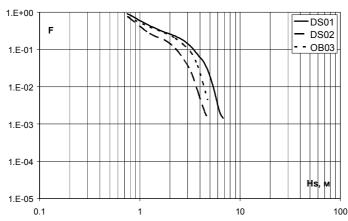


Рис. 7. Функции распределения  $F(H_S)$  измеренных высот волн в Аравийском море

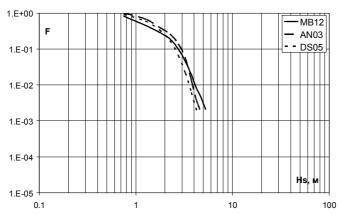


Рис. 8. Функции  $F(H_S)$  измеренных высот волн в Бенгальском заливе

буях DS01 и MB12 сопоставимы, в соответствующих точках высокие волны ( $H_{\rm S}$  > 6м) в Аравийском море более вероятны, чем в Бенгальском заливе. Очевидно, что в последнем случае сказывается ограниченность акватории залива по сравнению с акваторий открытого моря.

Что касается повторяемости экстремальных волн 1 раз в 50 лет, то согласно рис. 7 и 8, в Аравийском море значительная высота волн  $H_{\rm S}$  может достигать значений 12-15м, в то время как в Бенгальском заливе — лишь 8-10м.

И в заключение статистики волнения скажем несколько слов о функции распределения высот волн, следующей из результатов их моделирования (рис. 9, 10).

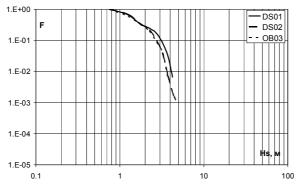


Рис. 9. Функции  $F(H_S)$  в Аравийском море по модельным расчетам.

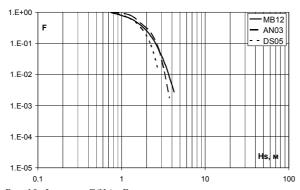


Рис. 10. Функции  $F(H_S)$  в Бенгальском заливе по модельным расчетам

Из рисунков видно хорошее соответствие как эмпирических, так и модельных функций распределения высот волн, что, по-видимому, обусловлено значительной инерционностью волнения по сравнению с изменчивостью ветра. В практическом плане это свидетельствует о возможности использования модельных данных для оценивания статистических характеристик волновых волей.

Спектры рядов скорости ветра

Как известно, частотные (или временные) спектры случайных рядов дают информацию о распределении интенсивности колебаний исследуемой величины по масштабам времени. В дополнение к оценкам долговременных трендов наблюдаемых величин (что в данном исследовании не проводится в виду краткости рассматриваемых рядов), спектральные оценки выделенных масштабов изменчивости представляют существенный физический интерес, т. к. именно спектральные характеристики могут быть получены теоретически из уравнений движения. Тем самым, исследование спектров дает основание для проверки теоретических построений или стимулирует таковые.

В нашем случае спектры строились по 3x-часовым рядам как для данных буйковых измерений, так и для модельных расчетов с применением метода авторегрессии Юла-Уокера и математического обеспечения Sptool оболочки MATLAB. Доверительные интервалы составляют  $\pm 30\%$ .

Типичные результаты для буйковых данных приведены на рис. 11 а, б.

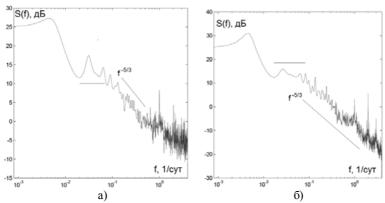


Рис. 11. Спектр скорости ветра W: а) измерения на буе DS01;

б) реанализ в точке расположения буя DS01.

Прямые линии символизируют характер частотной зависимости спектра.

Общими чертами этих двух видов спектров (типичными для всех рассмотренных буев), далее называемых эмпирическими и модельными, являются:

- 1) хорошо выделенный масштаб в 1 год;
- 2) заметный масштаб в 40 суток;
- 3) слабое изменение интенсивности спектра в диапазоне от 50 до 10 сугок;
- 4) степенной спад спектра вида

$$5(f) \sim f^{-n} \tag{2}$$

на периодах менее 10 суток;

5) наличие резких максимумов на масштабах 1 сутки и 0.5 суток.

Отличия эмпирических и модельных спектров заключаются в следующем.

Во-первых, начиная с периода 1 сутки и менее, в эмпирических спектрах присутствует очень заметный шум (почти белый шум, т.е. шум равной интенсивности по частотам). Таковой полностью отсутствует в модельных спектрах.

Во-вторых, показатель наклона спектра n по формуле (2) в эмпирических спектрах (в диапазоне периодов 10-2 суток) равен 1.4-1.5. Тот же показатель в модельных спектрах (в диапазоне 10-0.3 суток) равен 1.5-1.6.

Очевидной причиной шума эмпирических данных являются собственные колебания измерительной платформы буя. Очевидно, что в силу этого происходит и искажение наклона спектра, определяемого показателем n.

Важно, однако, отметить, что в обоих случаях показатель n весьма близок к теоретическому показателю изотропной турбулентности Обухова, для которой n=

5/3 =1.66 [11]. Этот факт достаточно правдоподобен, что и позволяет доверять полученным оценкам.

Кроме того, с практической точки зрения существенно, что модельные спектры более близки к теоретическим, а также менее зашумлены. Этот факт свидетельствует о том, что модельные результаты не только приемлемы, но и предпочтительны для получения достоверных спектральных оценок исследуемых характеристик.

#### Спектры рядов значительной высоты волн

Волны, как уже отмечалось, проявляют значительную инерционность по отношению к изменчивости ветра, и, кроме силы ветра, определяются их направлением и геометрией акватории. По этой причине спектры высот волн представляют собой самостоятельный объект исследования.

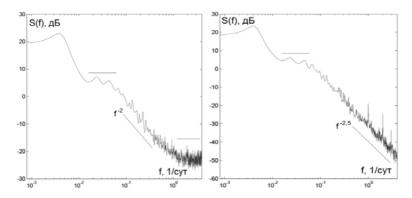


Рис. 12. Спектр значительной высоты волн  $H_S$ : а) измерения на буе DS01, б) расчет по модели для точки расположения буя DS01. Прямые линии символизируют характер частотной зависимости спектра.

В данном исследовании мы рассматриваем не спектры мгновенных высот волн, изученных довольно хорошо[1, 2], а спектры их статистической характеристики - значительной высоты волн  $H_{\rm S}$ . Таких исследований пока мало, и каждое из них представляет значительный интерес.

Характерные спектры рядов величины  $H_{\rm S}$ , полученные по буйковым и модельным данным, приведены на рис. 12 а, б.

Как видно из рис. 12, общими чертами эмпирически и модельных спектров значительной высоты волн  $H_{\rm S}$  являются:

- 1) наличие хорошо выделенного масштаба в 1 год;
- очень слабая изменчивость интенсивности спектра на масштабах от 50 до 10 суток;
  - $\overline{3}$ ) степенной спад спектра вида (2), начинающийся с масштаба 10 суток; Отличия эмпирических и модельных спектров для  $H_{\rm S}$  таковы.
- 1) Начиная с периода 2-3 суток и менее, в эмпирических спектрах присутствует заметный шум, переходящий в спектр белого шума уже на масштабах менее 1 суток. Такой шум практически отсутствует в модельных спектрах.

- 2) Показатель наклона спектра *n* по формуле (2) в эмпирических спектрах (в диапазоне периодов 10-3 суток) равен 2.0-2.2. Тот же показатель в модельных спектрах (в диапазоне 10-0.3 суток) равен 2.5-2.6.
- 3) В модельном спектре отчетливо выделены пики на масштабах 1, 0.5, и 0.3 суток. Эти пики в эмпирических спектрах утопают в шуме.

Как и в спектрах для силы ветра, причиной всех указанных различий в спектрах волн является шум измерений. Поэтому можно однозначно утверждать, что модельные ряды значительных высот волн более предпочтительны для выполнения их спектрального анализа.

На фоне очевидного масштаба изменчивости в 1 год, неочевидными являются «полки» в спектре высот волн в диапазоне периодов от 50 до 10 суток и природа установления того или иного закона спадания спектров значительной высоты волн  $H_{\rm S}$  на масштабах периодов менее 10 суток. В данном исследовании мы только ставим эти вопросы, а их решение лежит в области построения соответствующих теоретических моделей.

#### Выводы

К числу установленных новых результатов относятся следующие.

- 1. Для построения гистограмм, функций распределения и следующих из них статистических моментов скоростей полей ветра и высот волнения наиболее достоверным и предпочтительным является использование данных прямых измерений. Все модельные функции распределения дают заниженные вероятности экстремальных значений исследуемых величин.
- 2. Перечисленные выше статистические характеристики испытывают значительную пространственную изменчивость, особенно для силы ветра, что требует их независимого изучения для каждого географически обусловленного района в отдельности.

В частности, установлено, что экстремальный ветер, появляющийся 1 раз в 50 лет, в Аравийском море имеет величину порядка 40 м/с. Для Бенгальского залива такая величина составляет 30 м/с.

Экстремальная высота волн  $H_{\rm S}$ , появляющаяся 1 раз в 50 лет, в Аравийском море имеет значения 15м, а в Бенгальском заливе — 10м.

- 3. Спектральные характеристики эмпирических и модельных рядов ветра и волнения менее изменчивы по пространству. При необходимости построения районированной оценки спектров этот факт позволяет выполнять осреднение исходных рядов на значительных пространственных масштабах, ограниченных географическими условиями.
- 4. Спектры эмпирических рядов подвержены значительному искажению за счет измерительного шума, существенного на масштабах периодов порядка и менее 1 суток. Поэтому для целей спектрального анализа, как рядов ветра, так и волнения, более предпочтительны модельные данные.
- 5. В Аравийском море и Бенгальском заливе для ветра выделенными являются масштабы изменчивости 1 год, 40 суток, 1 сутки, 1/2 и 1/3 суток.

Для значительной высоты волны, выделенными являются масштабы 1 год, 1 сутки, 1/2 и 1/3 суток.

- 6. По модельным расчетам в спектре ветра на масштабах периодов менее 10 суток имеет место закон спадания с показателем  $n \approx 5/3$ , а в спектре значительной высоты волн  $n \approx 5/2$ .
- 7. В спектре значительной высоты волн на масштабах 50-10 суток имеет место слабая зависимость интенсивности от частоты (спектр белого шума), природа которой пока неизвестна. Такая же, но менее выраженная особенность имеет место и в спектре силы ветра.

#### Благодарности

Авторы признательны  $\Gamma$ .С. Голицыну за рекомендации по выполнению данных исследований. Работа выполнена при поддержке Госконтракта 11.519.11.5023 с Министерством образования и науки  $P\Phi$ .

#### Литература

- 1. Ефимов, В. В., В. Г. Полников. Численное моделирование ветрового волнения / Киев: Наукова думка, 1991. 240 с.
- 2. Komen, G., et al. Dynamics and Modelling of Ocean Waves /- N.Y. and L.: Cambridge University Press, 1994. 532 p.
- 3. Рубинштейн, К. Г., А. М. Стерин. Сравнение результатов реанализа с аэрологическими данными // Изв. РАН., Сер. ФАО. - 2004. - Т. 38, №3. - С. 301-315.
- 4. Saha, S., et al. The NCEP climate forecast system reanalysis// Bull. Am. Meteor. Soc. 2010. V. 91. P. 1015–1057.
- 5. Sterl, A., G. J. Komen, P. D. Cotton. 15 years global wave hindcasts using ERA winds// Journal of Geophysical Research. 1998. V. 103, #C3.- P. 5477-5492.
- 6. Погарский Ф.А., Полников В.Г., Саннасирадж *С.А.* Совместный анализ изменчивости полей ветра и волнения на акватории Индийского океана за период 1998-2009 годов// Изв. РАН, сер. ФАО. 2012. Т.48, №6.
- 7. Gulev, S.K., V. Grigorieva. Variability of the Winter Wind Waves and Swell in the North Atlantic and North Pacific as Revealed by the Voluntary Observing Ship Data // J. Climate. 2006. V.19, #11. P. 5667-5685.
- 8. Young I.R., Zieger S., Babanin A.V. Global Trends in Wind Speed and Wave Height//Science. 2011. V. 332. P 451-455.
  - 9. Caйт <a href="http://www.ecmwf.int/research/era/do/get/era-interim">http://www.ecmwf.int/research/era/do/get/era-interim</a>. -Заглавие с экрана
- 10. The WAMDI Group. The WAM a third generation ocean wave prediction model// J. Physical. Oceanography. 1988. V. 18, #12. P. 1775-1810.
- 11. Petrauskas C., Aagaard P. Extrapolation of historical storm data for estimating design-wave heights// J. Soc. Petroleum Eng., -1971. vol. 11, N 1.
- 12. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. Наука. Москва. 1965, 640с.

## ПОВЫШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ ЭКСПЕРИ-МЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ВАРИАЦИЙ РАДИАЦИОННОГО ФОНА ЗА СЧЕТ ПРИМЕНЕНИЯ ГИС ТЕХНОЛОГИЙ

#### А.А. Потапов

Географический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова

Изучение пространственных вариаций радиационного фона является обязательным условием объективной оценки экологической безопасности территорий и помещений, особенно, в условиях антропогенно-преобразованных городских сред [1].

На практике пространственное разрешение радиационно-экологических исследований обитаемых территорий в большинстве случаев составляет от нескольких километров до 200...500 м, тем самым не учитываются малоразмерные (<15...20 м) аномалии радиационного фона различного генезиса, встречающие в урбанизированных средах, где фоновые значения могут быть превышены в несколько раз [2].

В условиях помещений дозовая нагрузка на население, обычно, в 1,1...1,4 раза выше за счет строительных материалов, слагающих здание. Различия в радиационной обстановке внугри помещений связанны с колебаниями удельной активности радионуклидов в строительных материалах стен/перекрытий и имеют характерный пространственный масштаб от нескольких метров, в случае когда в пределах одного помещения могут стыковаться конструкционные элементы из разных материалов, до нескольких десятков метров в случае построения отдельных секций здания из однородного материала. Это предъявляет повышенные требования к пространственному разрешению соответствующих радиационно-экологических исследований.

Зависимость локальной радиационной обстановки внутри помещений от целого ряда в общем случае трудно детерминируемых факторов является причиной применения преимущественно статистического подхода к анализу результатов дозиметрических исследований. Например, на рис. 1(а...в) приведены гистограммы, созданные на базе материалов работ со значительным объемом изученных объектов [3-5].

В [3] (рис. 1а) помимо более чем 3-х кратных различий в мощности поглощенной дозы гамма излучения в разных зданиях в пределах одного города исследователями статистически установлены различия в радиационном фоне между разными типами общественных зданий. Так, в крупных торговых центрах в большинстве случаев фиксировались минимальные значения мощности поглощенной дозы (в среднем 137 нГр/ч), далее следовали розничные магазины (в среднем 177 нГр/ч) и банковские учреждения (в среднем 187 нГр/ч), средняя величина по всем измерениям составила 174 нГр/ч. Причинами 25 % вариаций радиационного фона, по мнению авторов исследования, являлись различия в планировке помещений различного назначения (открытые пространства торговых центров/более тесные помещения финансовых учреждений с большим количеством перегородок), а, соответственно, и в количестве строительного материала на единицу объема здания, а также в составе используемых строительных материалов для зданий разного назначения

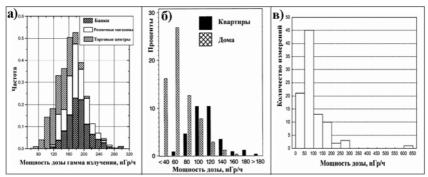


Рис. 1. а) Распределение результатов измерений радиационного фона на высоте 1 м от пола внутри 136 зданий [3]; б) распределение результатов измерений внутри 346 жилых помещений различного типа [4]; в) распределение результатов измерений внутри 95 жилых помещений [5].

В [4] (рис. 1б) выявлено, что среднее значение мощности дозы для малоэтажных индивидуальных домов составило 58 нГр/ч (диапазон 22...144 нГр/ч), а для квартир в многоэтажных домах 101 нГр/ч (диапазон 45...184 нГр/ч); для всей совокупности измерений в условиях помещений средняя величина составила 72 нГр/ч. В данном случае различия средних величин для зданий различных типов достигало 70 % из-за вариативности удельной активности подстилающих пород.

В [5] (рис. 1в) среднее значение мощности дозы гамма излучения по 95 деревянным жилым домам составило 98 нГр/ч (диапазон 35...620 нГр/ч). Основной причиной вариаций радиационного фона в жилищах стали локальные геологические условия: в местах преобладания горных пород с повышенной концентрацией естественных радионуклидов средние значения составили от 110 до 200 нГр/ч (диапазон 42...620 нГр/ч), а в районах с малой активностью, в том числе с осадочными породами 55 нГр/ч (диапазон 35...89 нГр/ч). Таким образом, даже внутри участков территорий с относительно однородными геологическими условиями присутствуют 2...3 кратные вариации мощности дозы среди зданий.

Наравне с локальными геологическими причинами и составом строительных материалов влияние на радиационную обстановку в помещениях оказывает и их отделка. Натурные изыскания в [6] показали, что на высоте 1 м от пола радиационный фон в домах (всего 35 единиц) с использованием гранитной плитки для отделки полов составил в среднем  $90\pm25$  нзВ/ч, а в домах без отделки натуральным камнем  $65\pm15$  нзВ/ч, т.е. приблизительно на 30 % ниже.

Из представленных материалов следует, что приоритетность выявления характера статистического распределения вариаций радиационного фона в условиях его высокой неоднородности (т.е., чаще всего, в условиях помещений, в том числе с наличием элементов выполненных из натурального камня) становится причиной малого интереса исследователей к методам анализа локальных пространственных вариаций радиационного фона в условиях антропогенно-преобразованных сред.

В связи с этим, автором был разработан метод исследования пространственных вариаций радиационного фона в условиях урбанизированной среды, связанных преимущественно с естественными колебаниями фона и крупномасштаб-

ной хозяйственной деятельностью в пределах антропогенно-измененной территории, и оценки степени радиационной опасности имеющихся в ее пределах источников повышенного фона [7].

Практическая апробация данного метода на территории МГУ имени М.В.Ломоносова и некоторых прилегающих территориях, проведенная со средним пространственным разрешением 90,4 м, выявила совпадение по пространственному расположению участков со значениями мощности экспозиционной дозы (МЭД) гамма излучения выше средних значений (16...17 мкР/ч) и участков с изъятием грунта при застройке территории МГУ на глубину 1...3 метра. Также достаточно хорошее совпадение по местоположению выявлено для участков территории МГУ со значениями МЭД ниже среднего (< 15 мкР/ч) и зон на которых проводилась насыпка грунта для выравнивания неровностей мощностью до 1...6 метров. Также были определены характерные размеры вариаций радиационного фона на обследованной территории: размеры колебаний МЭД менее 1 мкР/ч на высоте 1 м от земли в на участках с открытым или задернованным грунтом имели протяженность от 50...150 м до 300...400 м, а в некоторых случаях по отдельным направлениям до 300...1300 м [7].

Однако, пространственное разрешение исследования не позволило выявить весь спектр пространственных вариаций МЭД, особенно на локальных участках с высокой плотностью локальных источников радиационного фона — памятников и других малых архитектурных объектов, выполненных из гранита, мест засыпанных гранитной крошкой и т.п. В связи с этим, автором было предпринято отдельное экспериментальное исследование вариаций гамма фона с высоким разрешением небольшого участка местности с применением высокочувствительного дозиметрического оборудования.

В качестве экспериментального полигона был выбран участок территории московского университета вокруг т.н. аллеи памятников ученых, ограниченный со всех сторон автомобильными проездами. Особенностью данной территории является то, что на небольшой площади (0,02 км²) сосредоточено большое количество малых архитектурных объектов, выполненных из гранита (памятники, мощеные гранитными плитами участки, окантовка фонтана), чередующихся с грунтовыми и заасфальтированными участками. Это приводит к высокой пространственной неоднородности МЭД.

В качестве измерительного прибора был использован портативный гамма спектрометр с функцией дозиметра *Inspector* 1000 (№ 41048-09 в государственном реестре средств измерений, производитель компания *Canberra Industries*), оснащенный блоком детектирования на основе кристалла NaI(T1). Высокая чувствительность данного измерительного прибора, малое время единичного измерения (≈ 1 сек) и малый статистический разброс результатов единичных измерений позволил осуществить радиационное обследование рассматриваемого участка местности со средним пространственным разрешением 10,5 м, что обеспечило выявление большей части спектра пространственных вариаций МЭД. В ходе практических изысканий с использованием *Inspector* 1000 применялся следующий метод исследования:

 Были проведены измерения МЭД на высоте 1 м от земли в 95 точках по всей площади искомого участка с пространственным разрешением 10,5 м над всеми типами поверхностей с квазирегулярным расположением точек измерения.

- Были проведены измерения в 68 пунктах на высоте 0 м (вплотную) на поверхностях объектов местности, выполненных из гранита и другого натурального камня, с пространственным разрешением 11,7 м. В случае если объект был протяженным (гранитный бордюр) измерения проводились в нескольких точках его поверхности.
- 3. В каждой точке измерения, независимо от ее высоты, было проведено 30 единичных замеров; в качестве результата принималось среднее арифметическое значение. На основе этих значений был осуществлен переход к непрерывным распределениям МЭД в пределах экспериментального участка.
- В дополнение к двум сетям мониторинга вблизи объектов из гранита с наиболее высоким зарегистрированным гамма фоном было проведено профилирование значений МЭД с субметровым пространственным разрешением.

В таблице 1 приведены результаты статистической обработки данных по всем точкам измерения, а на рис. 2а пространственное распределение уровней МЭД на высоте 1 м и на рис. 2б расположение и результаты измерений гамма фона на поверхностях гранитных объектов.

Как следует из таблицы 1, в пределах обследованного участка местности на высоте 1 м выявлен суммарный перепад уровней гамма фона в 2,4 раза, что связано с большей вариативностью типов подстилающей поверхности. По абсолютным значениям уровни МЭД не превышали в порог в 60 мкР/ч, таким образом, потенциально-опасных значений гамма фона не выявлено. Для массива измерений на поверхностях гранитных блоков выявлена значительная неоднородность МЭД, составившая 4,6 раза. Столь высокий уровень вариативности связан как с различием горных пород, так и с размерами соответствующих объектов от менее чем 0,5 м до 1,5 м и более.

Поскольку на обследованном участке местности были выявлены существенные пространственные вариации МЭД для проведения их анализа были задействованы геоинформационные технологии.

На первом этапе обработки данных в используемую цифровую модель местности в среде ArcGIS, которая не обеспечивала необходимой пространственной детализации по отображению объектов, выполненных из гранита, и характера подстилающей поверхности, был интегрирован фрагмент космического снимка с общедоступного геопортала Google Earth.

Затем данные измерений были интегрированы в атрибутивные таблицы точечных слоев, моделирующих сети измерений. Для точек измерения МЭД на высоте 1 м от земли посредством сплайн интерполяции с барьерами (Spline with barriers) была построена непрерывная Grid-матрица с размером пикселя 1 м и на ее основе воссоздано поле изолиний, рис. 2а В качестве барьеров интерполяции использовались внешние границы обследованной территории и внешний контур чаши фонтана (вытянутый прямоугольник на рис. 2а) днище, боковые стенки и периметр которой отделан гранитными плитами и окружен снаружи газоном и пешеходными дорожками. Введение барьеров интерполяции внутри обследованной территории было направлено на минимизацию эффектов снижения пространственного разрешения измерений внутри чаши фонтана (т.к. ее поверхность относительно однородна) за счет более корректной интерполяции данных в зоне резкого перехода от однородной поверхности к более мозаичной.

Таблица 1 — Результаты статистической обработки измерений МЭД на локальном участке территории московского университета площадью  $0.02~{\rm km}^2$ .

кальном участке территории московского ун	
Статистический параметр	Результат
Измерения на высоте 1 м	от поверхности земли
Площадь обследованной территории, $\kappa\text{m}^2$	0,02
Количество точек измерений, единиц	95
Среднее пространственное разрешение исследования, м	10,5
Среднее арифметическое значение МЭД, мкР/ч	16,6
Среднеквадратическое отклонение, мкР/ч	3,3
Минимальное зарегистрированное значение МЭД, мкР/ч	11,5
Максимальное зарегистрированное значение МЭД, мкР/ч	27,5
Перепад величины в пределах массива данных, крат	2,4
Измерения на повеј	охностях объектов
(памятники, плиты, бордюрные ка	u = u ) pr mo mo m v u ppo
	мни и т.п., выполненных из гра-
нита	мни и т.п.,, выполненных из гра-
$\begin{array}{cccc} & & & & \textbf{Hита} \\ & \Pi \text{лощадь} & \text{обследованной} & \text{террито-} \\ \text{рии, } \text{км}^2 & & & \\ \end{array}$	0,02
Площадь обследованной террито-	•
Площадь обследованной территории, $\kappa \text{M}^2$ Количество точек измерений, еди-	0,02
$\Pi$ лощадь обследованной территории, $\kappa M^2$ Количество точек измерений, единиц  Среднее пространственное разреше-	0,02
Площадь обследованной территории, км² Количество точек измерений, единиц Среднее пространственное разрешение исследования, м Среднее арифметическое значение	0,02 68 11,7
Площадь обследованной территории, км² Количество точек измерений, единиц Среднее пространственное разрешение исследования, м Среднее арифметическое значение МЭД, мкР/ч Среднеквадратическое отклонение,	0,02 68 11,7 33,9
Площадь обследованной территории, км²  Количество точек измерений, единиц  Среднее пространственное разрешение исследования, м  Среднее арифметическое значение МЭД, мкР/ч  Среднеквадратическое отклонение, мкР/ч  Минимальное зарегистрированное	0,02 68 11,7 33,9 9,5

Интерполяция для слоя измерений с результатами замеров МЭД на поверхностях гранитных объектов не проводилось, т.к. даже высокое пространственное разрешение (11,7 м) недостаточно для корректного отображения субметровых вариаций радиационного фона вблизи малых архитектурных форм из натурально-

го камня, поэтому на рис. 2б приведено только расположение точек и результаты измерений.

Как видно из рис. 2а пространственное распределение МЭД гамма излучения по обследованному локальному участку местности носит достаточно сложный характер. Минимальные уровни гамма фона (< 14 мкР/ч), обозначенные на рис. 2а цифрой I, были выявлены в некоторых точках над заасфальтированными поверхностями, над участками, вымощенными тротуарной плиткой, некоторых точках над газонами, а также над железобетонными участками днища чаши фонтана. Протяженность зон I-го типа с составила от 10...15 до 25...50 м.

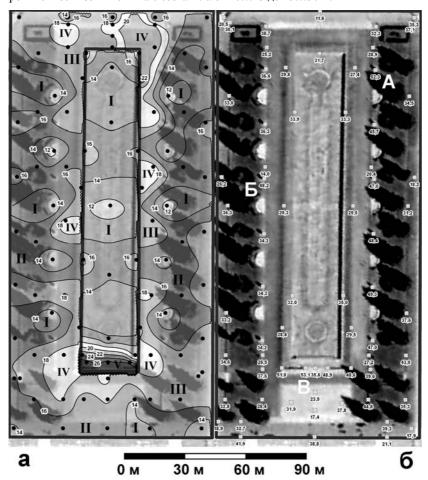


Рис. 2. а) Пространственное распределение МЭД гамма излучения на высоте 1 м (тоновыми градациями и изолиниями показано изменение МЭД на 2 мкР/ч); б) Расположение точек измерений и уровни МЭД гамма излучения на поверхно-

б) Расположение точек измерений и уровни МЭД гамма излучения на поверхностях объектов из гранита.

Участки с уровнями МЭД близкими к средним по всему обследованному участку (14...16 мкР/ч), обозначенные на рис. 2а цифрой II, располагались над газонами с травянистой, кустарниковой и древесной растительностью и заасфальтированными дорожками по периметру территории. Зоны II-го типа характеризовались сложной в плане геометрической формой и характерной протяженностью порядка 15...30 м.

Участки со значениями мощности дозы гамма излучения выше средних по территории (16...18 мкР/ч), обозначенные на рис. 2а цифрой III, располагались преимущественно над пешеходными дорожками, посыпанными гранитной крошкой, и участках с локальным мощением (до 10...15 м²) гранитными плитами. Протяженность зон III-го типа составляла от 15 до 30 м.

К зонам IV типа, обозначенных на рис. 2а соответствующей цифрой, можно отнести участки со значениями МЭД от 18 до 20 мкР/ч, которые были выявлены над пешеходными дорожками, посыпанных гранитной крошкой (с большей толщиной слоя чем в на участках III-го типа), а также над участками с мощением гранитными плитами. Протяженность участков IV тип составляла порядка от 10...15 м до 20...25 м.

Максимальные уровни МЭД (20...27,5 мкР/ч) на высоте 1 м, обозначенные на рис. 2а цифрой V, были зафиксированы над участками сплошного гранитного мощения со сложной трехмерной структурой (лестница, парапеты и выдающиеся вверх массивные декоративные блоки) вблизи одного из торцов фонтана (нижняя часть рис. 2а). Протяженность зоны V типа составила до 30 м в длину и около 15 м в ширину, границами этой зоны являлись с внешней стороны граница гранитного мощения поверхности, а с внутренней край чаши фонтана.

Как следует из представленных данных, на локальном участке городской территории, активно использующейся в рекреационных целях населением, выявлен целый ряд пространственных вариаций мощности дозы гамма-излучения протяженностью от 15 до 50 м, при этом в зонах с максимальными значениями МЭД радиационный фон был от 1,4 до 2,0 раз выше чем над грунтовыми поверхностями. Как следует из рис. 2а пространственные вариации МЭД, имеют в плане сложную геометрическую форму, которая обуславливается высокой мозаичностью подстилающей поверхности с варьирующейся протяженностью однородных и квазиоднородных участков.

Измерения МЭД на поверхностях объектов, выполненных из гранита, показали, что соответствующие значения в среднем в 2 раза выше чем соответствующее значение для высоты 1 м. В ходе натурных изысканий был обследован широкий спектр объектов: памятники, декоративные массивные блоки, бордюрные камни, отделка чаши фонтана.

Как видно из рис. 26, наиболее высокие значения (> 50 мкР/ч) были отмечены на поверхностях отделки одного из торцов чаши фонта, там же где были зафиксированы максимумы МЭД на высоте 1 м. Для остальных объектов характерные значения МЭД чаще всего колебались в диапазоне 25...35 мкР/ч, при этом было отмечено, что даже для однотипных объектов, выполненных из визуально одинаковой горной породы (по цвету, текстуре и зернистости), зафиксированные величины МЭД отличались на 30...35 % (для однотипных памятников ученых) и до 3...3,5 раз для бордюрных камней приблизительно одинакового размера. На рис. 3 приведено распределение результатов измерений по диапазонам МЭД с шагом в 5 мкР/ч.

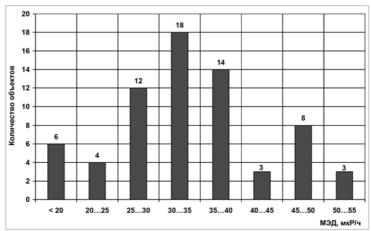


Рис. 3. Распределение результатов измерений уровней МЭД на поверхностях дискретных объектов, выполненных из гранита.

Как видно рис. 3 для обследованного локального участка местности наибольшую распространенность имели объекты с МЭД на поверхности 30...35 мкР/ч (26,5 % от общего количества). На втором и третьем местах по встречаемости были диапазоны МЭД 35...40 и 25...30 мкР/ч -20,5 % и 17,6 % соответственно. В сумме три категории объектов с максимальной распространенностью составили 64,6 % от общего количества.

Экспериментальные данные свидетельствуют, что даже в пределах локального участка территории архитектурно-планировочный облик которого был сформирован в одно время в силу вариативности удельной активности используемых горных пород и размеров объектов, выполненных из натурального камня, выявленная амплитуда радиационных аномалий на поверхностях таких объектов достигает 4,6 крат между объектами с экстремальными значениями, а превышение среднего фона на высоте 1 м может доходить до 3.2 раза.

В целях определения степени пространственной неоднородности радиационного фона в непосредственной близости (< 1,5 м) от объектов, выполненных из гранита, в дополнение к описанным измерениям, было проведено профилирование значений МЭД с субметровым пространственным разрешением вблизи объектов из гранита с наиболее высоким зарегистрированным гамма фоном (двух памятников ученых и одного декоративного блока – обозначены на рис. 2б буквами А, Б и В соответственно). На рис. 4 приведены полученные графики зависимости МЭД от расстояния до гранитных поверхностей.

Как видно из рис. 4, основное снижение уровней МЭД происходит на расстоянии до 1,5 м от поверхности объектов. Самая низкая скорость спадания гамма фона было отмечена для графика В, это связано с тем, что соответствующий гранитный блок находится в окружении других блоков меньшего размера, которые и формируют аномалию большей протяженности (для получения более корректных данных, отсчет и измерения проводились не по горизонтальному, а по вертикальному профилю над самым высоким участком поверхности для минимизации влияния близлежащих объектов).

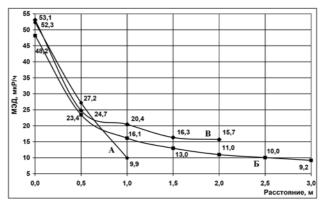


Рис. 4. Графики зависимости МЭД от расстоянии до поверхности объектов, выполненных из гранита (А и Б памятники ученым; В – декоративный гранитный блок).

Из представленных данных следует, что даже высокое пространственное разрешение исследования (порядка 10 м) не может выявить весь спектр пространственных вариаций радиационного фона в среде со сложной трехмерной структурой распределения удельной активности. Вместе с тем, полученные результаты позволили провести базовое районирование по радиоэкологической обстановке, определить расположение и источники аномалий и их характерные размеры.

#### ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

- 1. С применением геоинформационных технологий проведено исследование пространственных вариаций радиационного фона на локальном участке территории московского университета площадью 0,02 км² на котором сосредоточено большое количество малых архитектурных объектов, выполненных из гранита, чередующихся с грунтовыми и заасфальтированными участками.
- 2. Выявлено, что на обследованном участке пространственное распределение МЭД гамма излучения носит достаточно сложный характер. Минимальные уровни гамма фона (< 14 мкР/ч) протяженностью от 10...15 до 25...50 м были выявлены над заасфальтированными поверхностями, над участками, вымощенными тротуарной плиткой, над газонами, а также над участками с покрытием из железобетона.
- 3. Участки со средними значениями МЭД (14...16 мкР/ч) характеризовались сложной в плане геометрической формой и характерной протяженностью порядка 15...30 м, располагались над газонами с травянистой, кустарниковой и древесной растительностью и заасфальтированными дорожками по периметру территории.
- 4. Участки со значениями мощности дозы гамма излучения выше средних по территории значений (16...18 мкР/ч) протяженностью 15...30 м располагались преимущественно над пешеходными дорожками, посыпанными гранитной крошкой, и участках с локальным мощением гранитными плитами.

- 5. Зона с максимальными уровнями МЭД (20...27,5 мкР/ч) на высоте 1 м протяженностью до 30 м в длину и около 15 м в ширину зафиксирована над участками сплошной гранитной отделки (мощения) со сложной трехмерной структурой, обрамляющей один из торцов расположенной на участке чаши фонтана.
- 6. Средний уровень мощности дозы на поверхностях объектов, выполненных из гранита, составил 33,9 мкР/ч, что в 2 раза выше чем средний уровень гамма фона на высоте 1 м. Отмечена высокая вариативность значений гамма фона у различных видов гранита, достигавшая 4,6 раза. Профилирование радиационного фона с субметровым пространственным разрешением вблизи объектов из гранита выявило, что они оказывают влияние на радиационную обстановку на расстоянии до 1,5...2,0 м.
- 7. В целом на локальном участке территории московского университета, активно использующейся в рекреационных целях населением и учащимися, выявлен целый ряд пространственных вариаций мощности дозы гамма-излучения протяженностью от 15 до 50 м, при этом в зонах с максимальными значениями МЭД радиационный фон был от 1,4 до 2,0 раз выше, чем над грунтовыми поверхностями, что обуславливается высокой мозаичностью подстилающей поверхности с варьирующейся протяженностью однородных и квазиоднородных участков и наличием объектов из гранита.
- 8. Полученные результаты свидетельствую, что повышение пространственного разрешения радиационно-экологических исследований эффективно обеспечивается за счет системной интеграции высокочувствительного дозиметрического оборудования, цифровых моделей местности, данных дистанционного зондирования высокого разрешения и методов обработки данных в среде геоинформационных систем.

#### Литература

- 1. Санитарные правила и нормативы СанПиН 2.6.1.2523 09. Нормы радиационной безопасности HPБ–99/2009. URL:
- http://files.stroyinf.ru/Data1/56/56325/#i516959 (дата обращения: 18.08.2011).
- 2. Потапов А.А. Пространственная неоднородность физических характеристик окружающей среды как экологически значимый фактор: Монография. М.:МАКС Пресс, 2011. 176 с.
- 3. E.M. Yoshimura, et. al. Gamma ray contribution to the ambient dose rate in the city of Sao Paulo, Brazil //Radiation Measurements. -2004.  $-N_{\odot}$  38. -P. 51 57.
- 4. Arvela H. Population distribution of doses from natural radiation in Finland //International Congress Series. − 2002. № 1225.- P. 9 14.
- 5. Sundal A.V., Strand T. Indoor gamma radiation and radon concentrations in a Norwegian carbonatite area //Journal of Environmental Radioactivity. − 2004. − № 77. − P. 175 − 189.
- 6. Fokianos K., Sarrou I., Pashalidis I. Increased radiation exposure by granite used as natural tiling rock in Cypriot houses //Radiation Measurements. 2007. № 42. P. 446 448.
- 7. Потапов А.А. Метод и результаты мониторинга локальной пространственной неоднородности радиационного фона в условиях города //Физические проблемы экологии (Экологическая физика): Сборник научных трудов/Под редакцией В.И. Трухина, Ю.А. Пирогова, К.В. Показеева. М.: МАКС Пресс, 2012. № 18. С. 278 287.

# КПД РЕАЛЬНОЙ ПРИРОДНОЙ ТЕПЛОВОЙ МАШИНЫ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

#### А.Е.Рождественский

Рассмотрена максимальная эффективность функционирования реальной тепловой машины, включая любые технические или природные тепловые машины. Эффективность дается в виде КПД ( как коэффициента полезного действия системы в виде отношения генерируемой механической энергии к используемой тепловой энергии). Выражение для максимального КПД выведено из более общих условий, чем в предыдущих работах.

В работе [ 1 ] был дан вывод соотношение для КПД ( η ) реальной тепловой ма-

шины в виде 
$$\eta_r$$
 = 1 -  $\sqrt{\frac{Tx}{TH}}$  , Th- температура нагревателя, Tx – температура

холодильника. Это выражение было получено в предположении о локальном термодинамическом равновесии процесса в идеализированном эксперименте с конструкцией, где рассматривался последовательный квазиравновесный каскадный переход системы от одного локального термодинамического равновесия к другому в макро-интервале температур (Тх - Тн).

В [1] предполагается, что вблизи состояния локального равновесия существует математическая производная термодинамических потоков по термодинамическим силам.

Это предположение есть чрезвычайно «сильное» условие , которое ограничивает сферу применения вывода [ 1 ] к реальным процессам и средам, в которых сила сопротивления движения пропорциональна модулю скорости. Здесь частная производная соответствующих термодинамических потоков по термодинамическим силам при нулевой скорости не существует.

В настоящей работе дан более общий и более краткий вывод для КПД реальной тепловой машины исходя из менее строгих положений, не требующих в явном виде рассмотрения упомянутой конструкции из последовательности промежуточных квазиравновесных состояний системы и предположения о локальном термодинамическом равновесии, что позволяет интерпретировать результат не только для технических систем с сосредоточенными параметрами, но и для природных нестационарных систем с распределенными параметрами, включая быстропротекающие процессы- молнии, смерчи и др.явления, сопровождающиеся разрядами, например землетрясения. В данном выводе также учтено, что основные потери энергии в реальных и природных тепловых машинах происходят не за счет теплопроводности среды, а за счет излучения.

В физике климата выявлены и изучаются структуры, относящиеся к глобальной системе материки - океан- атмосфера, которые были названы природными тепловыми машинами (ПТМ) и впервые описаны в [2,3]. В основе выделения структуры ПТМ в полях геофизических параметров лежит не только принцип районирования по географическим границам, но и функциональный принцип – исходя из функции тех или иных условно выделенных областей, которые играют роль холодильника, нагревателя или рабочего тела ПТМ. Подобный подход позволил не

только выделить, но и частично изучить различные ПТМ, которые функционируют на разности температур между средами, а также за счет разности температур внутри крупномасштабных областей одной среды, например океана или атмосферы. Изучение климата с помощью ПТМ оказалось конструктивным подходом в физике климата [4], к которому в последнее время привлечено внимание в связи с обсуждаемыми проблемами глобального потепления климата и его и колебаний. С этих позиций климат можно рассматривать как режим функционирования ПТМ, поэтому вопрос о реальном коэффициенте полезного действия ПТМ крайне актуален.

Заметим, что функционирование идеальной тепловой машины предполагает отсутствие реальной мощности, т.к. функционирование идеальной машины происходит бесконечно медленно в целях обеспечения обратимости процессов. Реально мощность технических тепловых машин отлична от нуля, а мощность ПТМ огромна, «ощутима повседневно» , и неизбежно сопровождается процессами рассеяния энергии, которые приводят к падению значения реального КПД (  $\eta$  г ) относительно идеального значения  $\eta$  .

#### КПД реальной и природной тепловой машины

Без ограничения общности в тепловой машине (ПТМ) выполняется равенство (1) как закон сохранения энергии –

$$\mathbf{Q}$$
 (вход) -  $\mathbf{Q}$  (выход) =  $\mathbf{A} + \mathbf{E}\mathbf{r}$  (1)

О (вход) - поступающая тепловая энергия

Q (выход) - уходящая тепловая энергия

A – механическая работа (мощность) , генерируемая в тепловой машине (ПТМ) Ег- рассеиваемая энергия

Поделив уравнение (1) на отличное от нуля выражение { Q (вход) - Q (выход) }, получим

соотношение для  $\eta$  г -

$$\eta$$
 r = A/ { Q (вход) - Q (выход) } = 1 - Er/ { Q (вход) - Q (выход) } (2)

Определяющими параметрами для величины  $\eta$  г являются температуры нагревателя и холодильника. Потоки тепла Q (вход) , Q (выход) в ПТМ достаточно точно параметризуются через эти температуры. Проблема получения выражения для реального КПД таким образом состоит в том, чтобы адекватно выразить переменный поток рассеваемой энергии Ег через температуры нагревателя и холодильника. Для этого мы построим инвариант процесса функционирования ПТМ, который позволит в любой момент времени достаточно точно оценить величину Ег в реальной ПТМ.

Температуру среды (рабочего тела) без ограничения общности представим в виде

T = 
$$\overline{T}$$
 +  $\widetilde{T}$  , где — -постоянная температура,  $\widetilde{T}$  -переменная составляющая.

Приток лучистой энергии к рабочему телу, равен  $R = \lambda \sigma T^4$ , где  $\lambda$  -коэффициент поглощения,  $\sigma$  -радиационная постоянная. Поток энергии за счет переносных движений Qn при установившемся режиме скоростей равен Qn =

eta T . Подставляя температуру в виде суммы постоянной и переменной компонент в выражение для радиационной и переносной составляющих потока тепла Q=R+Qn , имеем -

$$dQ = d(R + Q_{\Pi}) = (4\lambda\sigma\overline{T^3} + \beta) d\widetilde{T} = (Const) dT$$
 (3)

Важно отметить, что в реальной и природной тепловой машине основное рассеяние энергии происходит не за счет прямой контактной теплопроводности вещества среды, а за счет излучения и переносных движений среды. Учет этого факта не ограничивает применение результата к широко известным техническим и природным системам.

Подставляя (3) в (2), имея ввиду , что приток тепла ассоциируется с нагревателем, а уход с холодильником, имеем

$$\mathbf{Er} / \{ \mathbf{QH} - \mathbf{Q} \mathbf{x} \} = \frac{\langle T_{\vartheta} \rangle - T_{\mathsf{X}}}{T_{\mathsf{H}} - T_{\mathsf{X}}}$$
(4)

В выражении (4) константа, как эффективная теплоемкость в формуле (3) , сокращается, т.к. имеет одно и то же значение в числителе и знаменателе.

Поток рассеянной энергии Ег в (6) возникает из-за разности температур нагретых частей тепловой машины и холодильника, т.е за счет перепада температур вида  $\langle T \ni \rangle - T x$ , где  $\langle T \ni \rangle$  некоторая средняя эффективная температура системы ( реальной тепловой машины или ПТМ). До настоящего момента у нас нет оснований рассчитать величину  $\langle T \ni \rangle$ , т.к не известны правила осреднения. Однако есть иная идея – использовать условие того, что наиболее эффективное функционирование реальной ПТМ приближается к идеальной, т.е в реальной тепловой машине выполняется условие минимума производства энтропии в системе. Учет данного принципа позволит найти температурный инвариант для рабочего тела (и среды ПТМ), который не меняется в процессе функционирования, и, следовательно, может быть принят для расчета  $\langle T \ni \rangle$ .

Рассмотрим случай , когда тепловая машины производит максимально возможную работу (A), т.е когда в цикле функционирования тепловой машины в каждый момент времени справедливо соотношение —

$$dS = dQ (Bxog)/T H + dQ (Biscog)/T x = 0$$
 (5)

Где Тн – температура нагревателя, Тх – температура холодильника. dS – приращение энтропии. Обозначим Qвход = Qн, Q выход = Qх.

Из (5) следует инвариантное соотношение – 
$$(Tx dQh + Th dQx) = 0$$
 (6)

Соотношение dQ = CdT справедливо для рабочего тела тепловой машины (ПТМ), где C –эффективная теплоемкость рабочего тела (среды). Приток-отток тепла к рабочему телу машины (ПТМ) осуществляется двумя основными эффективными механизмами – излучением и переносными движениями среды, при этом dQH = (Const)dTH,

$$dQx = (Const)dTx.($$
 см. выше выражение (3)). Поэтому соотношение (6) приобретает вид-  $(Tx dTh + Th dTx) = 0$  (7)

Рассмотрим произведение температур «холодильника» и «нагревателя» машины с учетом реальных изменений температур нагревателя и холодильника в процессе обмена энергией, т.е -

$$\Pi = (Tx + d Tx) (TH + d TH)$$
(8)

С учетом равенства (7), т.е при условии функционирования машины (или  $\Pi TM$ ) вблизи точки, обеспечивающий минимум производства энтропии, величина  $\Pi$  равна

 $\Pi = \text{Th } Tx + d\text{Th } dTx$  или с точностью до малых второго порядка -  $\Pi = (\text{Th } Tx) = \text{Const.}$ 

Отсутствие малых первого порядка вблизи состояния с минимумом производства энтропии показывает, что условие (7) обеспечивает работу реальной тепловой машины с температурным соотношением (8) в устойчивом режиме.

Мы видим, что произведение температур ThTx не меняется во время работы ПТМ, хотя сами величины могут меняться, и величина (П) является температурным инвариантом, которая определяет неизменную среднюю температуру тепловой машины ( или ПТМ ) в виде  $T^2$  ср. = ThTx.

Найденный инвариант **Тср.** применяем для нахождения  $\langle T \ni \rangle$  =Tcp., а именно:

$$\langle T \vartheta \rangle = \sqrt{T \mu T x}$$
.

Подставляя значение  $\langle T \mathfrak{I} \rangle$  в (4), получаем -

$$\frac{\mathbf{Er}}{\{\mathbf{Q} (\mathbf{вход}) - \mathbf{Q} (\mathbf{выход})\}} = \frac{\sqrt{T\mu Tx} - Tx}{T\mu - Tx} = \frac{\sqrt{Tx}}{\sqrt{T\mu} + \sqrt{Tx}}$$

Отсюда получаем величину (2) в окончательном виде -

$$\eta \mathbf{r} = 1 - \frac{\sqrt{Tx}}{\sqrt{T_H} + \sqrt{Tx}} = \frac{\sqrt{T_H}}{\sqrt{T_H} + \sqrt{Tx}} = \frac{1}{1 + \sqrt{Tx/T_H}} = \frac{1}{1 + \sqrt{Tx/T_H}} = \frac{1}{1 + \sqrt{Tx/T_H}}$$

$$= 1 - \sqrt{Tx/T_H} + o(\sqrt{Tx/T_H}) \le (1 - \sqrt{Tx/T_H})$$

Окончательно имеем – 
$$\eta_{\mathbf{r}} \approx 1 - \sqrt{\frac{Tx}{T_H}}$$
 (8)

Легко видеть, что реальный КПД  $\eta$  г всегда меньше идеального  $\eta$  , и они связаны соотношением -

$$\eta = \eta_{r(1+\sqrt{\frac{Tx}{TH}})}$$

С помощью (8) проведем оценки характерных скоростей и энергий природных тепловых двух типов - в относительно «быстрых» атмосферных образованиях типа смерчей и тропических циклонов, и в предельно медленной межокеанской циркуляции вол.

#### Скорости движения воздуха в смерчах и тропических циклонах.

Линейную скорость вращения V потока в центре смерча можно оценить с помощью энергобалансового выражения  $\langle E \text{ кин.} \rangle = \eta * \Delta W$ ,

где  $\eta$  - КПД преобразования тепловой энергии в кинетическую, как КПД реальной Природной Тепловой Машины,  $\Delta W$ - изменение тепловой и внутренней энергии в объеме

Отсюда имеем для квазиоднородного центра атмосферного смерча энергобалансовое соотношение (9);

$$\eta \times (Cp^*\Delta T + \lambda \Delta E - \Delta U nom) = \frac{V^2}{2}$$
(9)

где  $\eta$  - КПД преобразования тепловой энергии в кинетическую,  $\Delta$ Uпот. – изменение потенциальной энергии объема воздуха при его подъеме,

Ср - удельная теплоёмкость воздуха, равная 1 кДж/(кг× K),  $\Delta$  T- изменение температуры объема воздуха,  $\lambda$  – удельная скрытая теплота конденсации насыщенного влажного воздуха при температуре 300 K,  $\Delta$ E – потеря влагосодержания в объеме, V- скорость воздуха в центральной части смерча.

КПД смерча  $(\eta)$  как реальной природной тепловой машины примем в виде (8).

 $\Delta$ Uпот = 2,5 КДж / кг (H = 2км).

При температуре воздуха у поверхности TH = 27 град C (300 K) и при температуре на высоте 2 км Тх = 290 град K. Коэффициент полезного действия реальной природной тепловой машины согласно приведенной формуле равен 1,7 % -  $\eta$  =0,17.

При падении давлении насыщенного пара 10 мбар в центре смерча за счет конденсации  $\lambda$   $\Delta E = 226~$  кДж на 1 куб. объема воздуха. С этими данными оценка по (8) дает скорость V = 32~ m / сек

Если допустить, что перепад температур составит  $\Delta$  T=15град на высоте 2 км, конденсация соответствует изменению 15Мб водяного пара, то скорость по (9) составит **V** = **54 m** / **сек**.

Оценка линейной скорости движения воздуха в центре тропического циклона может быть произведена на основе выражения (9) следующим образом-

При температуре воздуха у поверхности  $T_H = 29$  град C (302 K) и при температуре на высоте диссипации кинетической энергии  $T_X = 10$  град C (283 K) коэффициент полезного действия реальной природной тепловой машины согласно приведенной формуле, равен 3% -  $\eta$  =0,03.

При давлении насыщенного пара 20 мбар (падение давления в центре до 20мбар) E =34.5 кДж на 1 куб. м объема воздуха, при давлении пара 30 мбар , E = 50.6 кДж/куб. м.

Если допустить, что  $\eta=0.03$ , то, за счёт понижения температуры воздуха при его подъеме на величину  $\Delta$  T = 19° и конденсации пара с парциальным давлением 20 мбар, то одному кубическому метру воздуха сообщалась бы скорость **39 м/с.**(  $\sim$ 140 км./час). Данная оценка является средней по объему явления. За счет нелинейных эффектов в зоне максимальных градиентов давления воздуха эти скорости в тропическом циклоне (тайфуне) иногда наблюдаются выше.

Применение соотношения (8) для изучения реальных тепловых процессов в больших системах, в геофизике и астрофизике, дает более реальные скорости в наблюдаемых явлениях, или наоборот — позволяет делать оценки температур по наблюдаемым скоростям.

#### Характерные скорости движения вод в межокеанской циркуляции Тихий-Атлантический океаны.

В работе [5] впервые была обнаружена, объяснена и приближенно описана в физических параметрах глобальная межокеанская циркуляция вод между Тихим и Атлантическим океанами, в которой теплые поверхностные воды Тихого океана перемещаются через Индийский океан в южную часть Атлантического океана, и оттуда на север через экватор попадают в Северную Атлантику. Акватория Северной Атлантики, как часть глобальной межокеанской тепловой машины, играет роль испарителя (холодильника), акватория Северной части Тихого океана в этой планетарной конструкции играет роль накопителя тепла (нагревателя). В работе [5] дана оценка средней скорости этой циркуляции вод в пределах 0,2 - 0,8 см/сек для глубинных вод и до скорости 1,2 см/сек для поверхностных. С помощью соотношения (8) сделаем независимую оценку средней скорости движения теплых поверхностных вод в глобальной межокеанской циркуляционной тепловой машине.

Из энергобалансовых соображений имеем равенство (10), в котором слева стоит величина «полезной» генерируемой механической работы, заключающаяся в переносе тепла между Тихим и Атлантическим океанами, а справа стоит величина кинетической энергии движения поверхностных водных масс, (М) переносящих тепло со множителем (1/2) ввиду приближенного равенства поверхностных и глубинных водных масс в своем прямом и обратном движении по траекториям глобальной межокеанской циркуляции.

$$W\eta = (\frac{1}{2}M(v^2)) + E$$
 дис., где (10)

W – тепловой поток в межокеанской глобальной циркуляции
 η- коэффициент полезного действия тепловой межокеанской машины
 Мо- полная масса вод в межокеанской циркуляции, приблизительно равная удвоенной массе теплых поверхностных вод, участвующих в межокеанской циркуляции

v - среднегодовая скорость теплых поверхностных вод в межокеанской циркуляции вдоль траектории

Е дис –кинетическая энергия генерируемых в тепловой машине движений воды, не коррелированных с траекторией цикуляционного движения, т.е. диссипативный член.

Из (10) имеем выражение для оценки скорости циркуляции поверхностных вод (11):

$$v = \sqrt{\frac{2((W\eta - \mathring{A}\ddot{a}\grave{e}\tilde{n})}{M\hat{i}}}$$
(11)

Поскольку инструментальные данные за траекториями буев не обнаруживают явного траекторного поверхностных движения вод из Тихого в Атлантический океан, можно положить, что отношение траекторной скорости на порядок ниже модуля полной генерируемой скорости движения вод в (10). При этом предположении оценка траекторной скорости поверхностных вод ( v) имеет приближенный вид (12) –

$$V \approx \sqrt{\frac{W\eta}{5M}} = 0,01265 \text{ m/sec} = 1,27 \text{ cm/sec}, где$$
 (12)

М –масса поверхностных вод при ширине экватора в Атлантике 5000 км, при глубине поверхностного слоя 100 м, и при длине траектории от середины экватора Тихого до середины экватора Атлантического океана с учетом меандрирования 60 00 км,

$$M = 3*10^8$$
 м.куб

 $\eta=0{,}005,$  получено согласно (8) при средней поверхностной температуре Тихого океана Th=19,37C, Атлантического - Tx = 16,53C.

Мощность переноса тепла через экватор в Атлантике равна  $W=13*10^{21}\,\text{Дж/год}$  Полученная в (12) оценка циркуляционной скорости поверхности вод в межокеанской циркуляции согласуется с данными [5].

### Литература

- 1. C. Van der Broeck. Thermodynamics Efficiency of Maximum Power. Physical Review Letters, 95 190602 (2 November 2005).
- 2. Акад. В.В. Шулейкин. Физика моря. М. Наука, 1968. 1083 с
- 3. Акад. В. В. Шулейкин. Избранные труды. Крупномасштабное взаимодействие океана и Атмосферы. Изд. АН СССР, М.1986
- 4. А.Е. Рождественский, С.С. Лаппо. Крупномасштабный теплоперенос между океаном и атмосферой в годовом цикле. ДАН СССР сер. Математическая Физика.. 1989, т.307, №1, 1989.
- 5. С.С. Лаппо. К вопросу о причине адвекции тепла на север через экватор в Атлантическом океане. Исследование процессов взаимодействия океана и атмосферы. ГОИН, Гидрометеоиздат М. 1984, с.125-129