



ЭФФЕКТЫ НЕЛИНЕЙНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЛИННЫХ ВОЛН НА МЕЛКОВОДЬЕ

А.А. Родин, Н.А. Родина,
А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский

«ВОЛНЫ ЦУНАМИ: МОДЕЛИРОВАНИЕ, МОНИТОРИНГ, ПРОГНОЗ»
17.05.2019

Нижегородский Государственный Технический Университет им. Р.Е. Алексева



Научно-исследовательская
лаборатория моделирования
природных и техногенных
катастроф в интересах
устойчивого промышленного
развития страны и региона



Website: lfnad.nntu.ru
E-mail: lfnad@nntu.ru

В работе:

- Рассмотрено встречное взаимодействие нелинейных одиночных волн на мелкой воде и изучено его влияние на эволюцию простой волны.
- Вдали от области взаимодействия эти волны являются гладкими (римановыми) или обрушенными, и их динамика хорошо известна.
- Во время взаимодействия волны влияют друг на друга, и здесь уже нет аналитических решений.

Система нелинейных уравнений мелкой воды

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial(Hu)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[Hu^2 + \frac{1}{2}gH^2 \right] = 0$$

- H – полная глубина воды,
- u – осредненная по глубине скорость потока,
- g – ускорение силы тяжести.

- Позволяет рассматривать волны как с гладким профилем, так и обрушенные, содержащие зоны резкого изменения параметров (без анализа структуры фронтов).



Решение для необрушенной Римановой волны в бассейне постоянной глубины


$$H(x,t) = H_0[x - V(H)t]$$

$$V = \sqrt{gh} + \frac{3u}{2} = 3\sqrt{gH} - 2\sqrt{gh}$$

$$u = 2(\sqrt{gH} - \sqrt{gh})$$

- h – невозмущенная глубина бассейна
- H_0 – начальный профиль волны.

[Пелиновский и Родин, 2012]

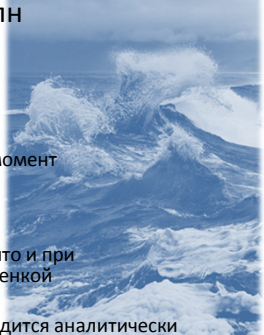


Аналитическая оценка высоты смещения воды при взаимодействии волн

$$\frac{H_w}{h} = 1 + 4 \left[\frac{H_{in}}{h} - \sqrt{\frac{H_{in}}{h}} \right]$$

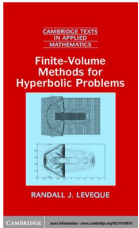
H_w - высота смещения воды в момент взаимодействия
 H_{in} - начальная высота волны

- Формула имеет тот же вид, что и при взаимодействии волны со стенкой
- Сдвиг характеристик не находится аналитически



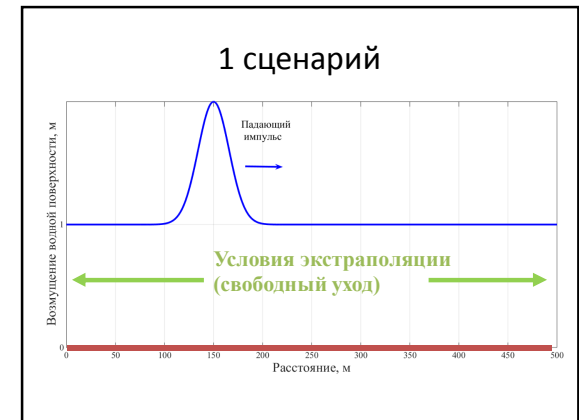
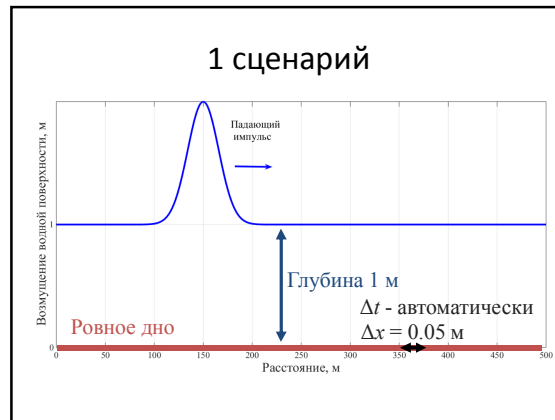
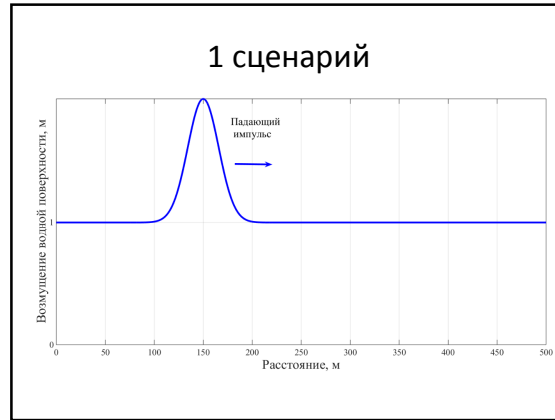
Clawpack Программный пакет CLAWPACK (Conservation LAWs PACKage)

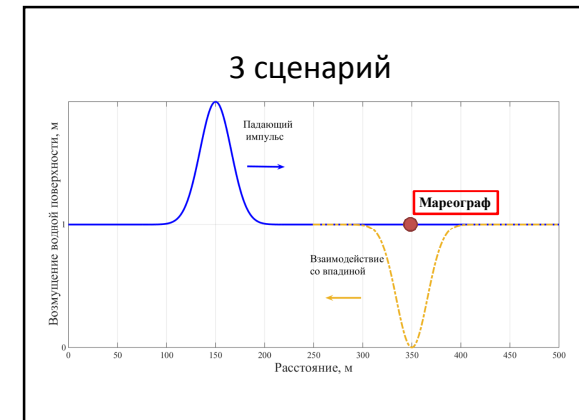
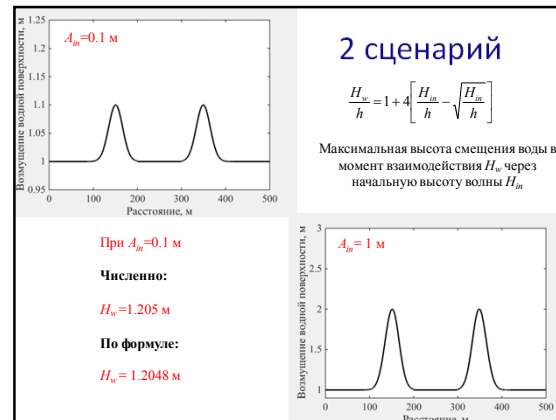
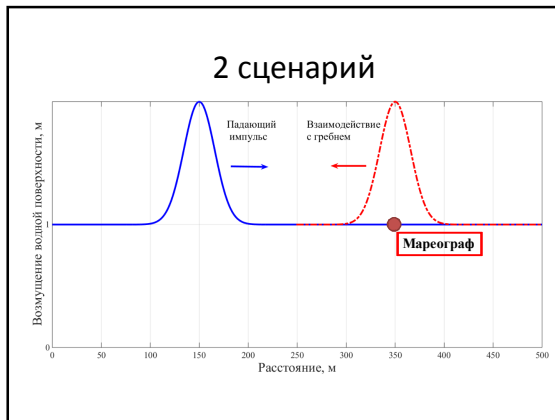
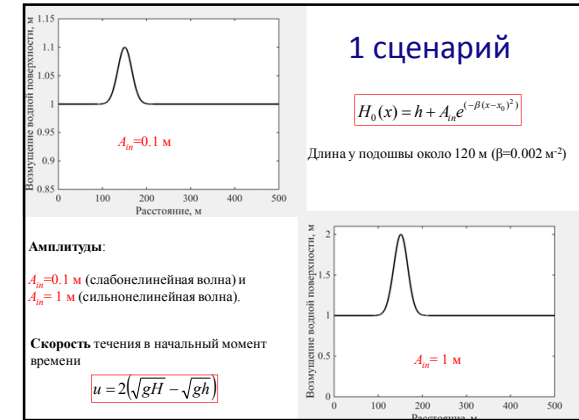
- ОС: Unix, Windows
- Язык: Fortran, Python
- Гиперболические системы уравнений
- Открытый исходный код 1d, 2d, 3d
- GEOCLAW, AMRCLAW, CLAWPACK MPI

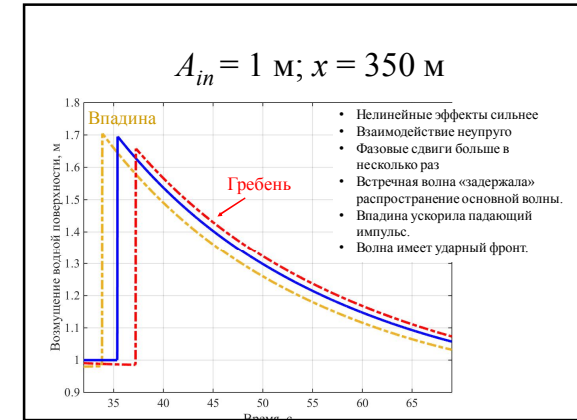
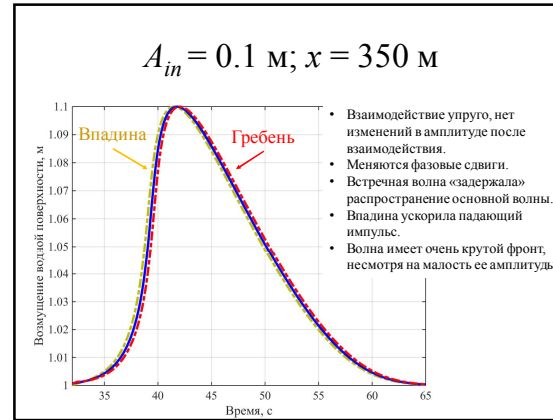
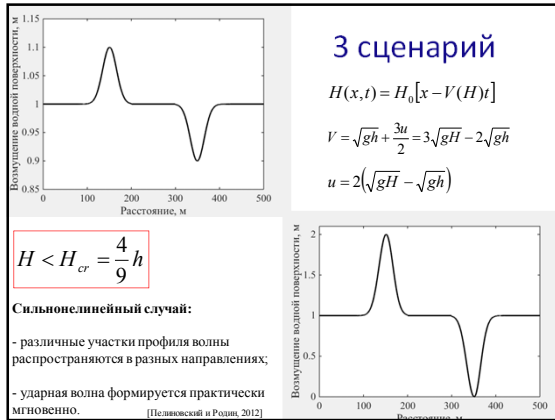


www.clawpack.org

5







Заключение

- Взаимодействие необрушенных (Римановых) волн происходит упруго и сопровождается небольшими фазовыми сдвигами.
- В случае обрушенных волн становится заметным уменьшение амплитуды волны и увеличиваются фазовые сдвиги при взаимодействии.
- Наиболее сильно нелинейное взаимодействие проявляется для волн отрицательной полярности, поскольку возрастает отношение амплитуды волны к локальной глубине.
- Результаты направлены на публикацию в журнал «Физика атмосферы и океана»



Аналитическое решение, описывающее влияние волн друг на друга

- Преобразуем эту систему к уравнениям для римановых инвариантов

$$\frac{\partial I_{\pm}}{\partial t} + c_{\pm} \frac{\partial I_{\pm}}{\partial x} = 0 \quad c_{\pm} = \pm \sqrt{gh} + \frac{3}{4}I_{\pm} + \frac{1}{4}I_{\mp}$$

где римановы инварианты есть

$$I_{\pm} = u \pm 2[\sqrt{gH} - \sqrt{gh}]$$

Аналитическое решение, описывающее влияние волн друг на друга

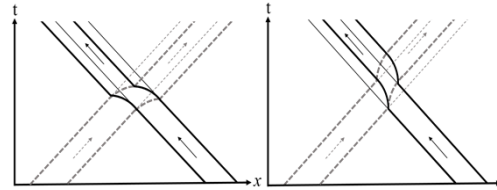
- Каждый Риманов инвариант соответствует волне, бегущей в одну сторону.
- В «правой» волне:

$$I_+ = 4 \left[\sqrt{gH_0} - \sqrt{gh} \right] \quad I_- = 0$$

- Римановы инварианты сохраняются в любой момент времени, и эффект взаимодействия волн, бегущих в разных направлениях, проявляется через переменность скоростей их распространения

25

Характеристики римановых волн



- Если в линейной задаче характеристики – прямые линии с наклоном $\pm c_0 = \sqrt{gh}$, то в момент взаимодействия из-за изменения полной глубины бассейна характеристики изгибаются в ту или иную сторону

26

- Если встречные волны одинаковы, то в силу симметрии в момент взаимодействия скорость течения равна нулю, и Риманов инвариант есть

$$I_{\pm} = \pm 2 \left[\sqrt{gH} - \sqrt{gh} \right]$$

- Куда теперь входит полная глубина жидкости в области взаимодействия. Приравнивая величины инвариантов, находим максимальную высоту смещения воды в момент взаимодействия H_w через начальную высоту волны H_{in}

$$\frac{H_w}{h} = 1 + 4 \left[\frac{H_{in}}{h} - \sqrt{\frac{H_{in}}{h}} \right]$$

- Формула имеет тот же вид, что и при взаимодействии волны со стенкой, поскольку высоты встречных волн взяты одинаковыми. К сожалению, сдвиг характеристик не находится аналитически, поэтому здесь необходимы численные расчеты.

27