

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА ГЕНЕРАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В ОКЕАНЕ ПОВЕРХНОСТНЫМИ СЕЙСМИЧЕСКИМИ ВОЛНАМИ

Семенцов К.А., Колесов С.В.,  
Носов М.А., Карпов В.А



Мацумото Х.,  
Канеда Й.

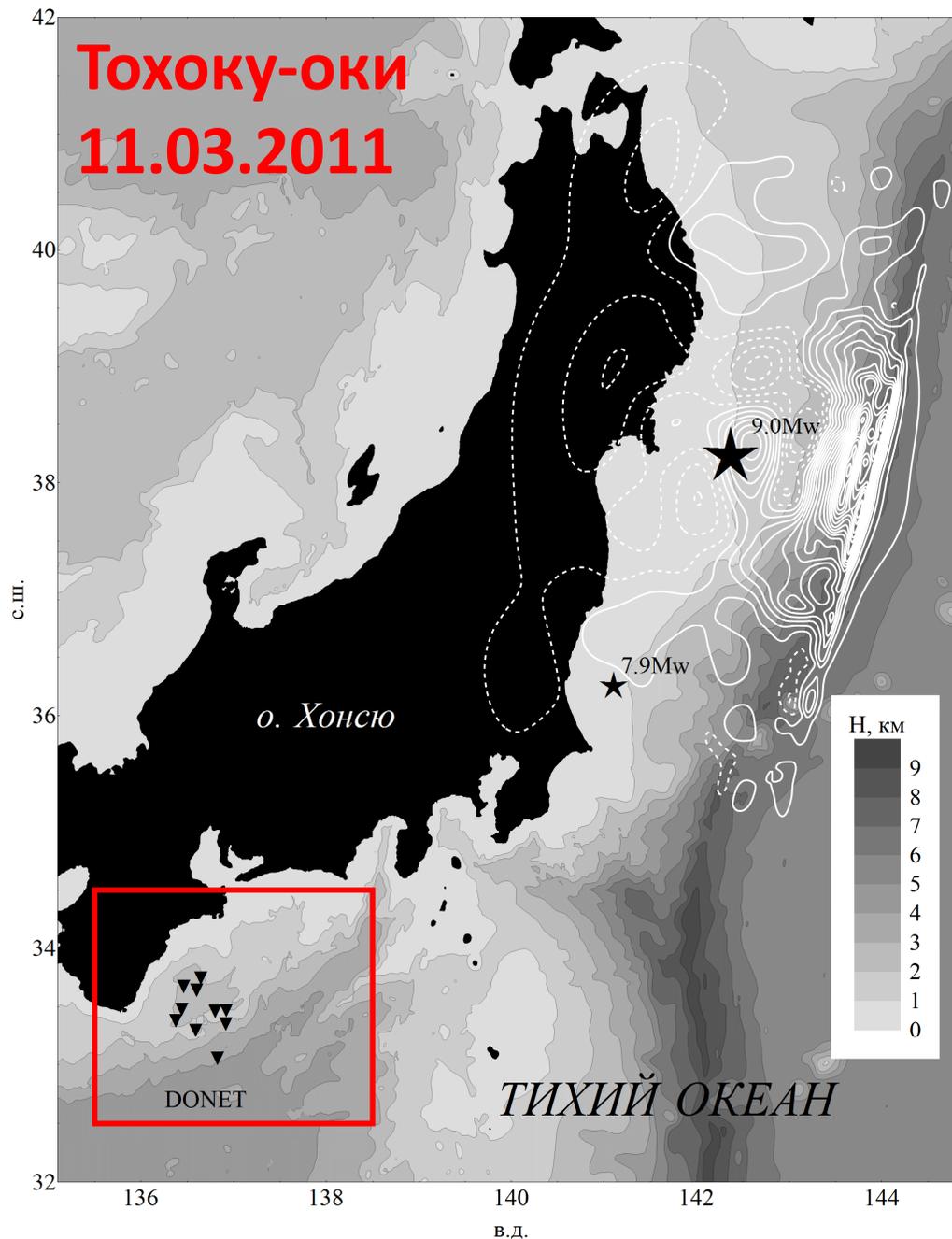


**2019/05/17**

# 1. Обнаружение эффекта

# 2. Моделирование

# 3. Механизм генерации



Глубины.....1900 - 3500 м

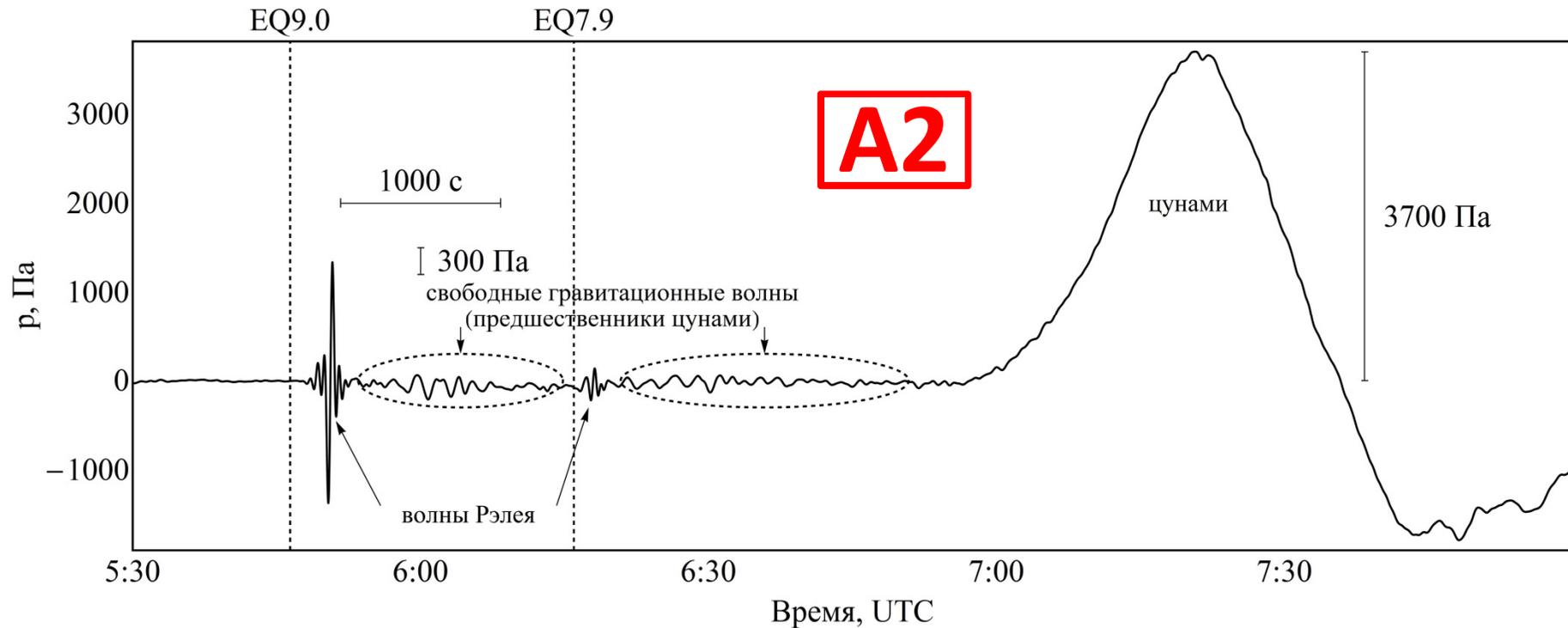
Расстояние между станциями.....15 - 20 км

**Частота дискретизации:**

Донный сейсмометр....200 Гц

Донный датчик давления.....10 Гц

## Низкочастотная компонента записи датчика давления



### Параметры наблюдаемых гравитационных волн:

$$0.005 \text{ Гц} < f < 0.015 \text{ Гц}$$

$$7 \text{ км} < \lambda < 27 \text{ км}$$

$$p_0 \approx 300 \text{ Па}$$

$$f_0 \approx 0.006 \text{ Гц}$$

$$\lambda_0 \approx 22 \text{ км}$$

$$\xi_0 \approx 3.5 \text{ см}$$

$$70 \text{ с} < T < 200 \text{ с}$$

$$100 \text{ м/с} < c_{ph} < 136 \text{ м/с}$$

$$\xi = p \operatorname{ch}(kH) / \rho g$$

$$T_0 \approx 170 \text{ с}$$

$$c_{ph0} \approx 134 \text{ м/с}$$

$$\omega^2 = gk \operatorname{th}(kH)$$

# 1. Обнаружение эффекта

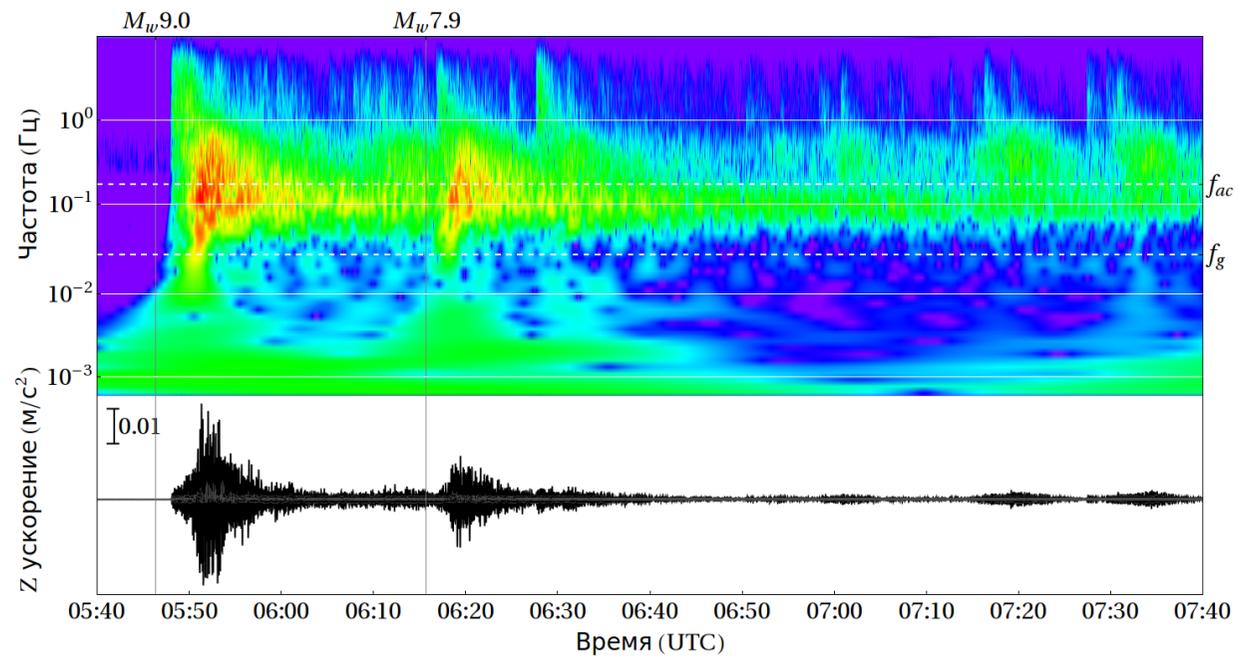
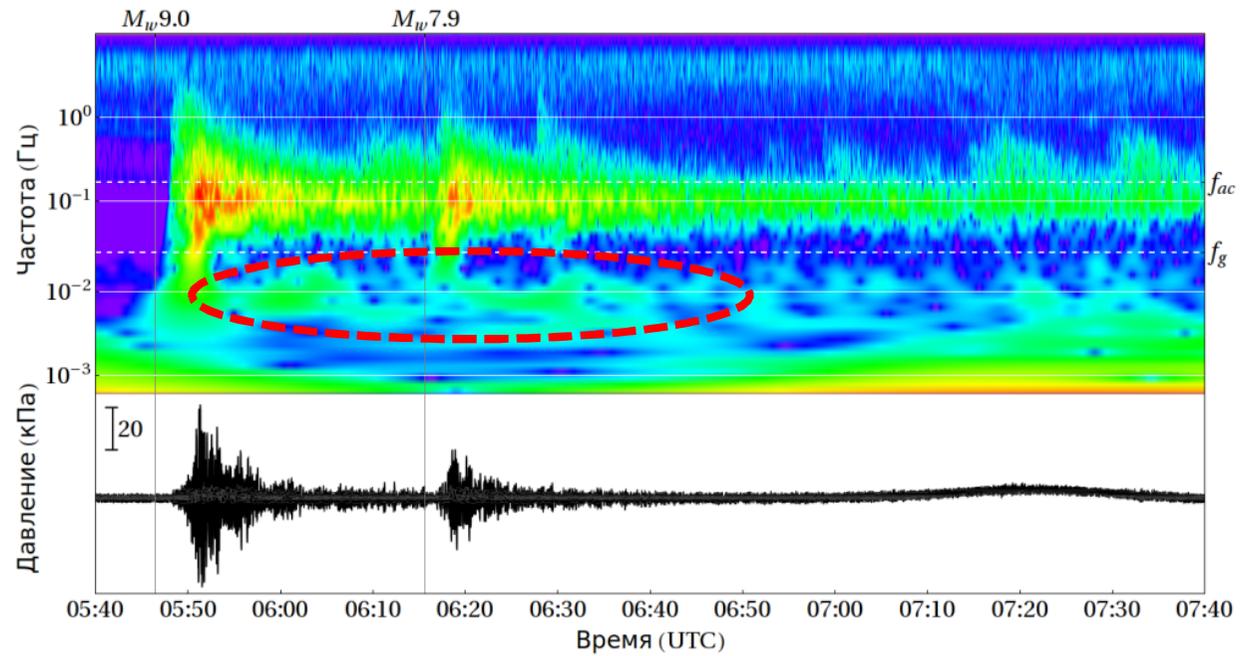
# 2. Моделирование

# 3. Механизм генерации

Придонное  
давление

A2

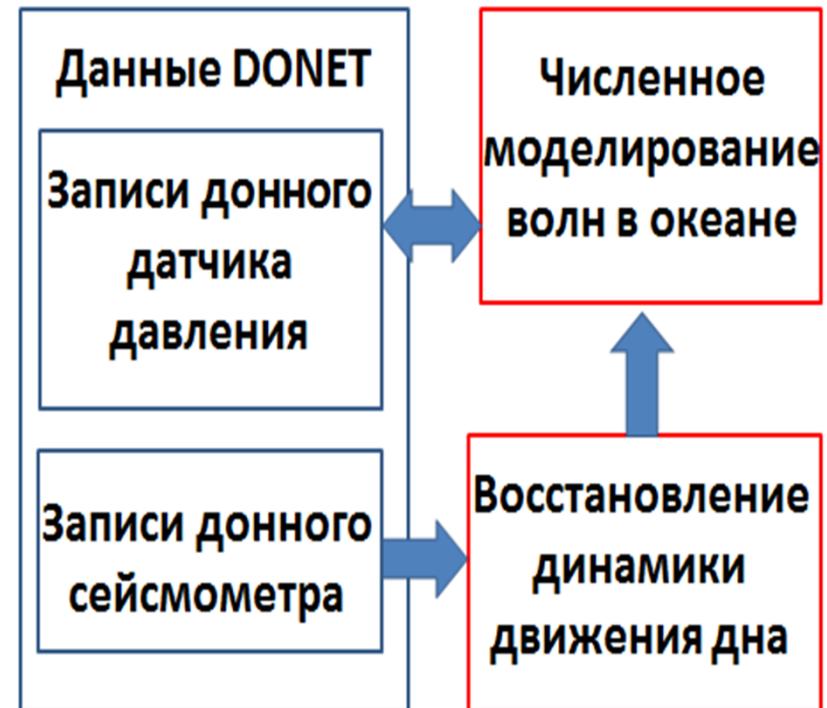
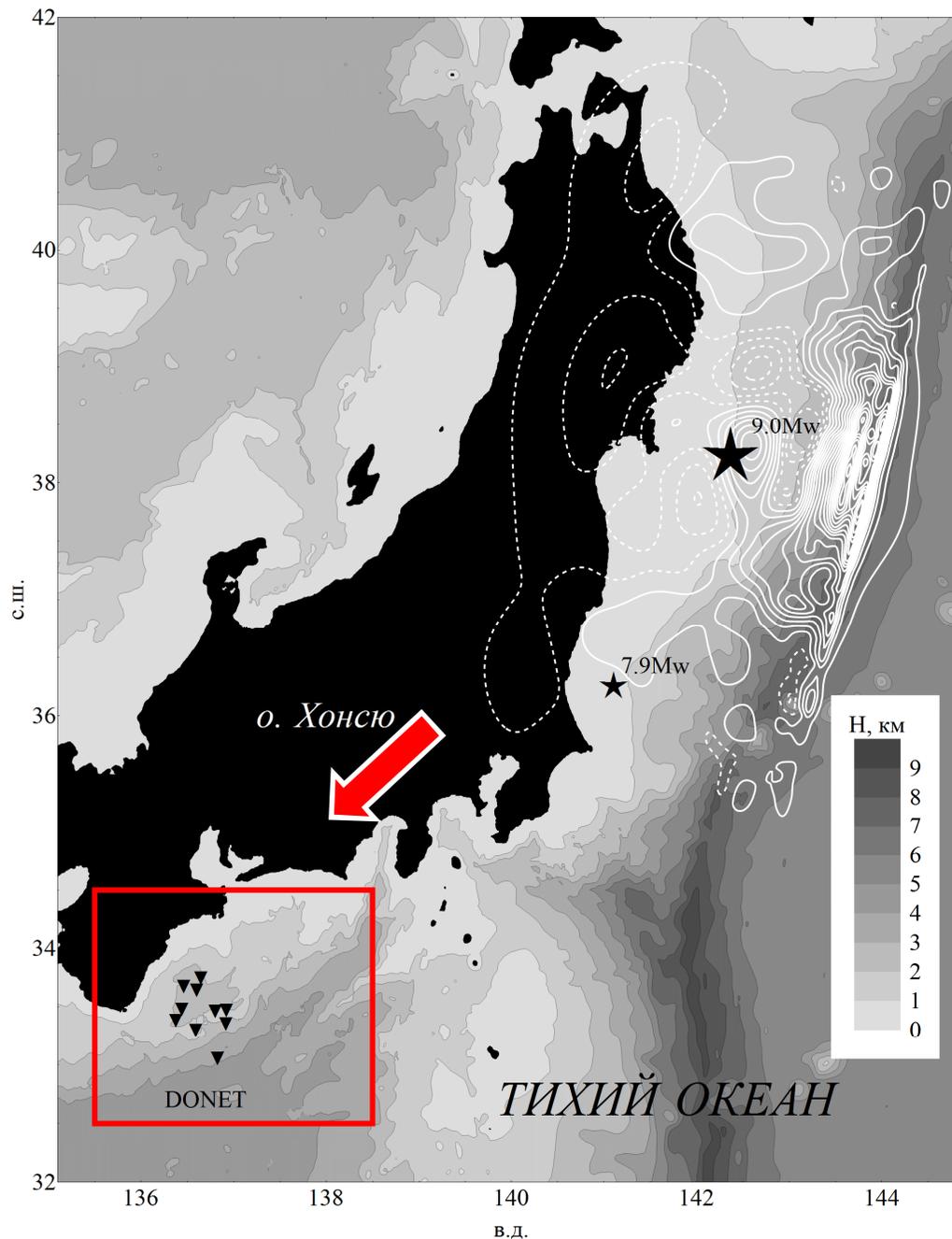
Вертикальное  
ускорение дна



# 1. Обнаружение эффекта

# 2. Моделирование

# 3. Механизм генерации



**Схема численного моделирования поверхностных гравитационных волн вблизи полуострова Кии**

**Глубоководный блок**

**Мелководный блок**

**линейная  
потенциальная  
теория  
сжимаемой  
жидкости**

$H_{SD}$

**линейная  
теория  
длинных волн**

$H_0$

**ОБОСНОВАНИЕ**

1. Акустические волны не проникают на мелководье из-за существования частоты отсечки
2. Гравитационные волны могут классифицироваться как длинные при приближении к берегу

**Глубоководный блок**

**Мелководный блок**

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - c^2 \Delta F = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

$$z = -H: \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = (\vec{U}, \vec{n})$$

вектор скорости дна  
в локальной СК

$\vec{n}$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - g(\nabla, H\nabla F) =$$

$$= -g(U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_y \frac{\partial H}{\partial y} + U_z)$$

$F(x, y, z, t)$  – потенциал скоростей

$H(x, y)$  – глубина океана

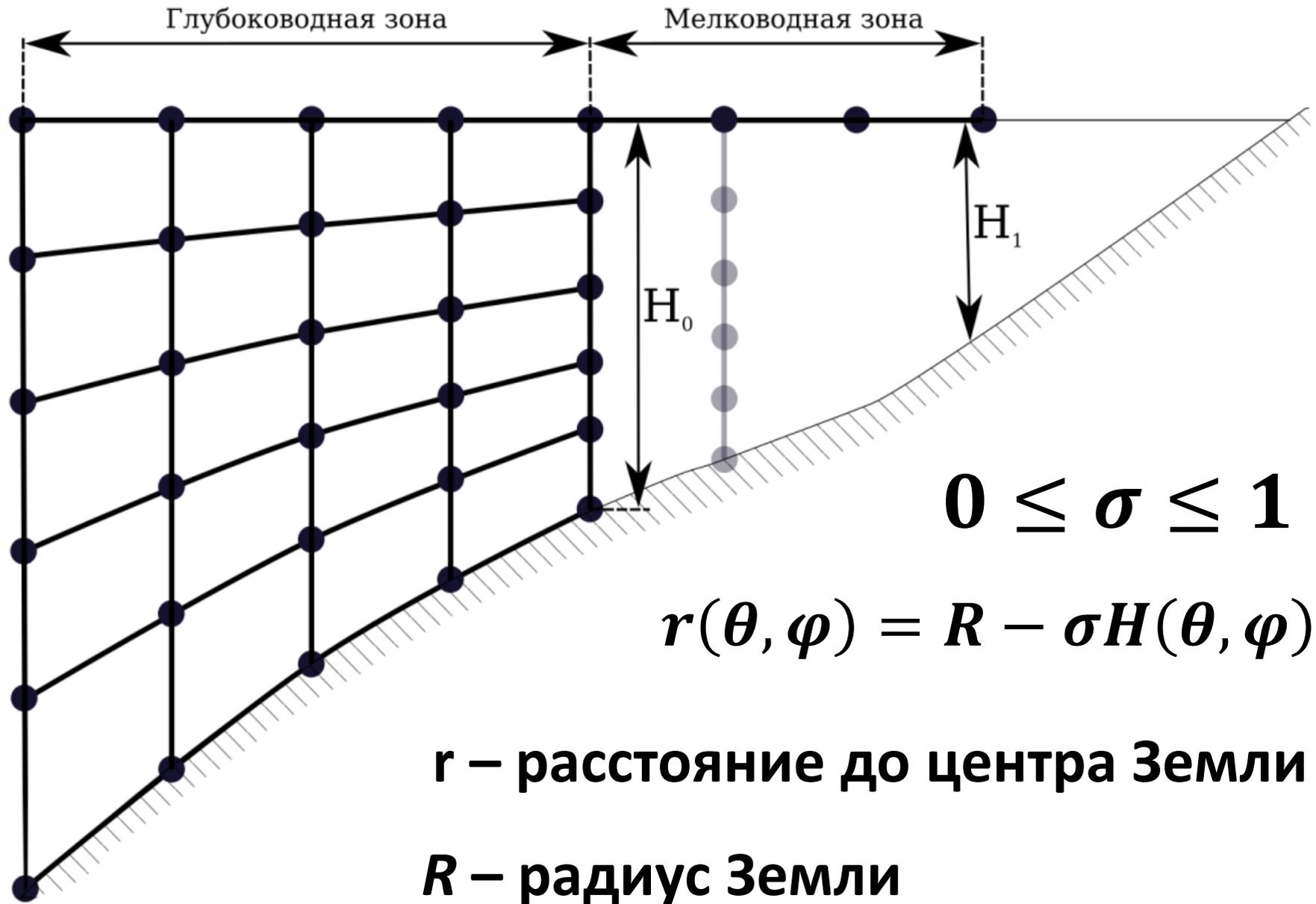
$c$  – скорость звука

$g$  – ускорение свободного падения

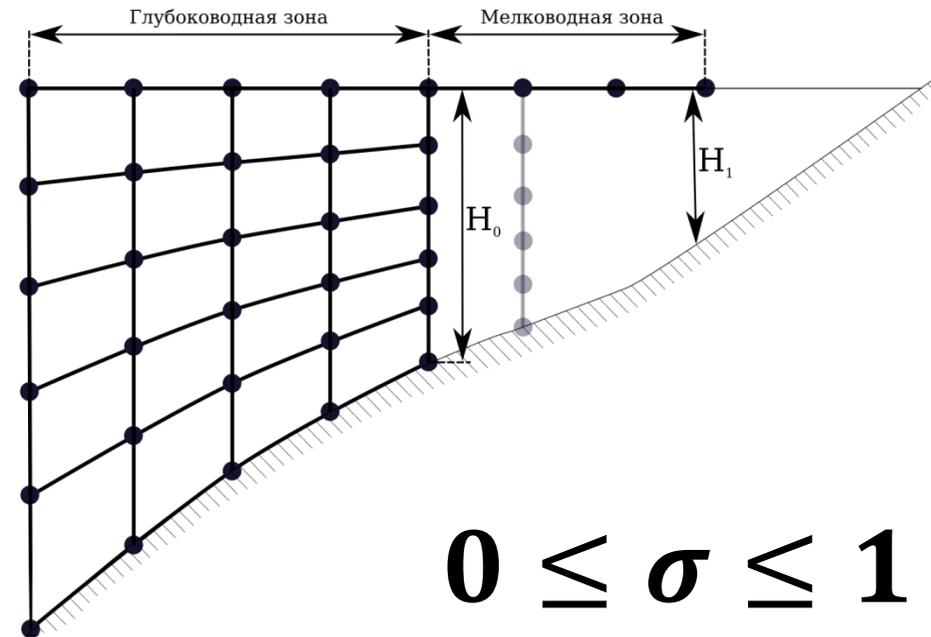
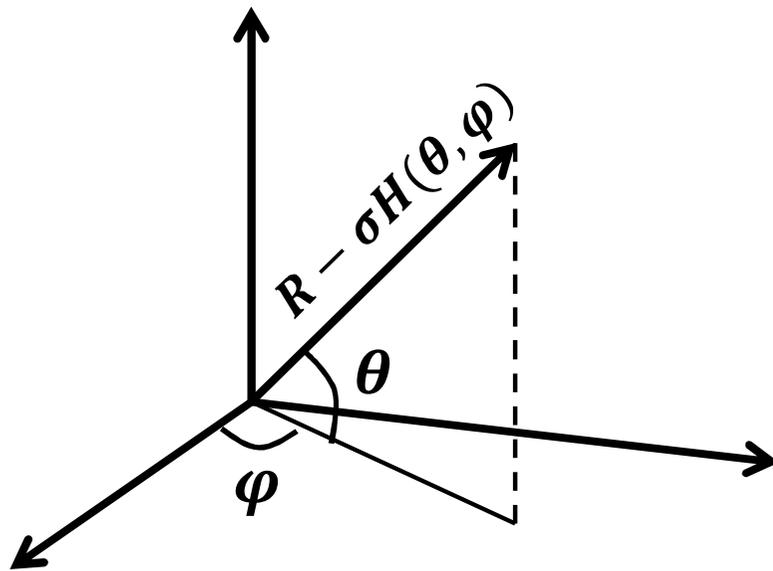
$\nabla$  – оператор дифференцирования

по горизонтальным координатам

[Levin, Nosov, 2016]



## Глубоководный блок



$$x(\sigma, \theta, \varphi) = (R - \sigma H(\theta, \varphi)) \cos\theta \cos\varphi$$

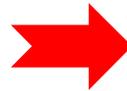
$$y(\sigma, \theta, \varphi) = (R - \sigma H(\theta, \varphi)) \cos\theta \sin\varphi$$

$$z(\sigma, \theta, \varphi) = (R - \sigma H(\theta, \varphi)) \sin\theta$$

## Глуководный блок

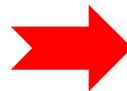
$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{c^2}{(R - \sigma H)^2 H^2} (A_{\theta\theta} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + A_{\varphi\varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + A_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} + A_{\theta\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \sigma} + A_{\varphi\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \sigma} + A_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + A_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma}) = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$



$$\sigma = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{g}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0$$

$$z = -H: \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = (\vec{U}, \vec{n})$$



$$\sigma = 1: B_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + B_{\varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + B_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = (\vec{U}, \vec{n})$$

## Мелководный блок

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{g}{R^2 \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( H \cos \theta \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) - \frac{g}{R^2 \cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( H \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) = -g \left( U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_y \frac{\partial H}{\partial y} + U_z \right)$$

$$\xi = -\frac{1}{g} \frac{\partial F}{\partial t} \text{ при } \sigma = 0$$

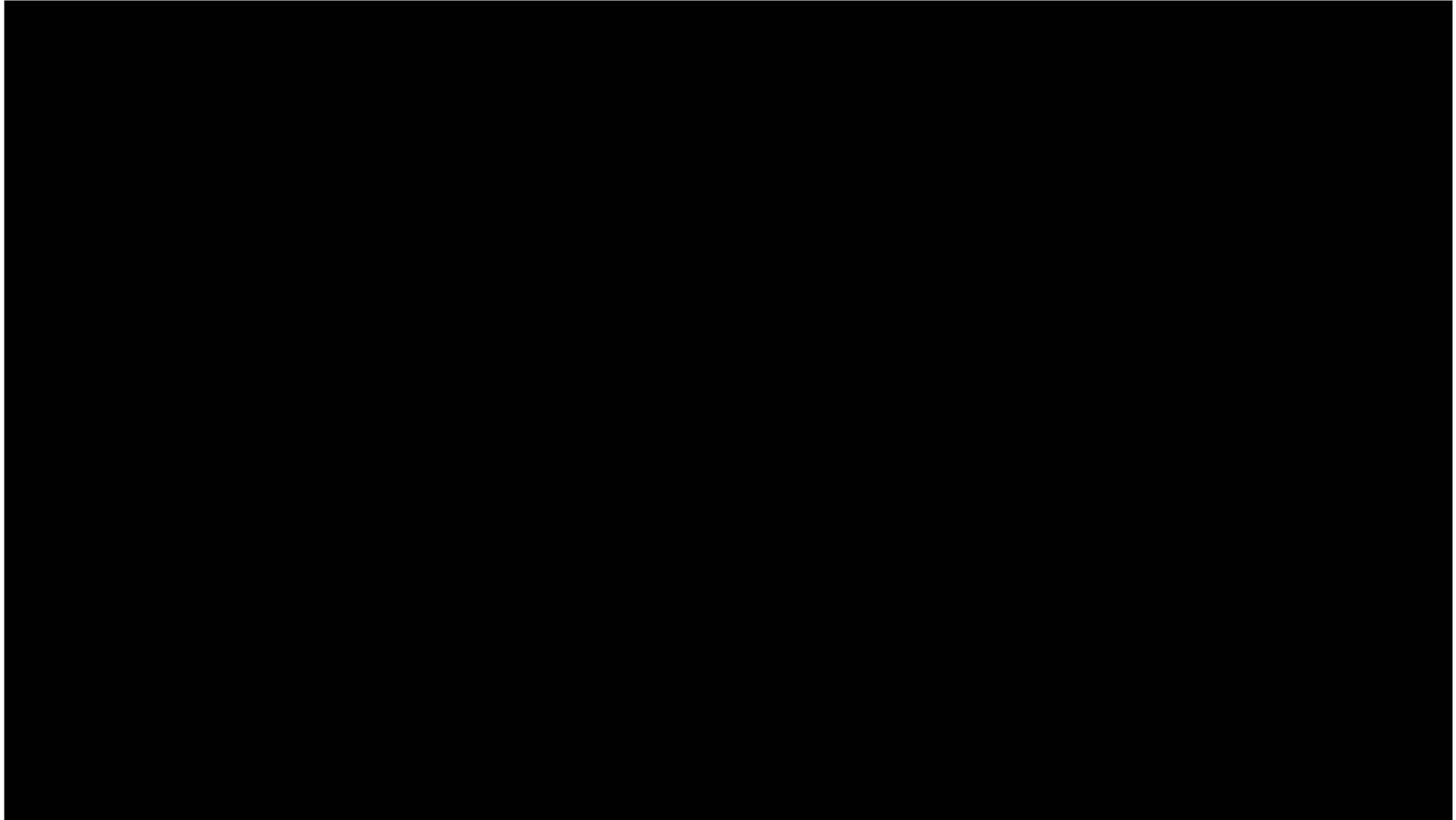
$$p = -\rho \frac{\partial F}{\partial t}$$

1. Обнаружение эффекта

2. Моделирование

3. Механизм генерации

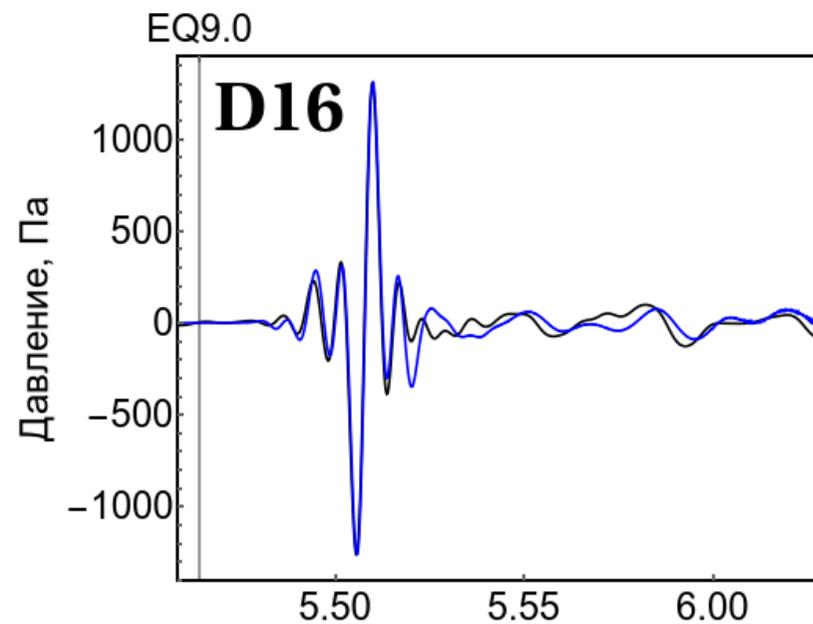
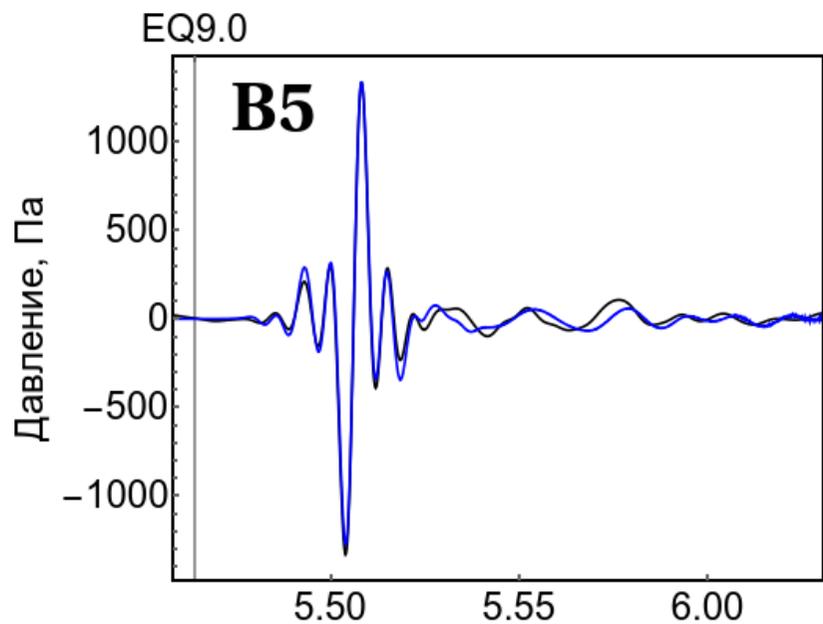
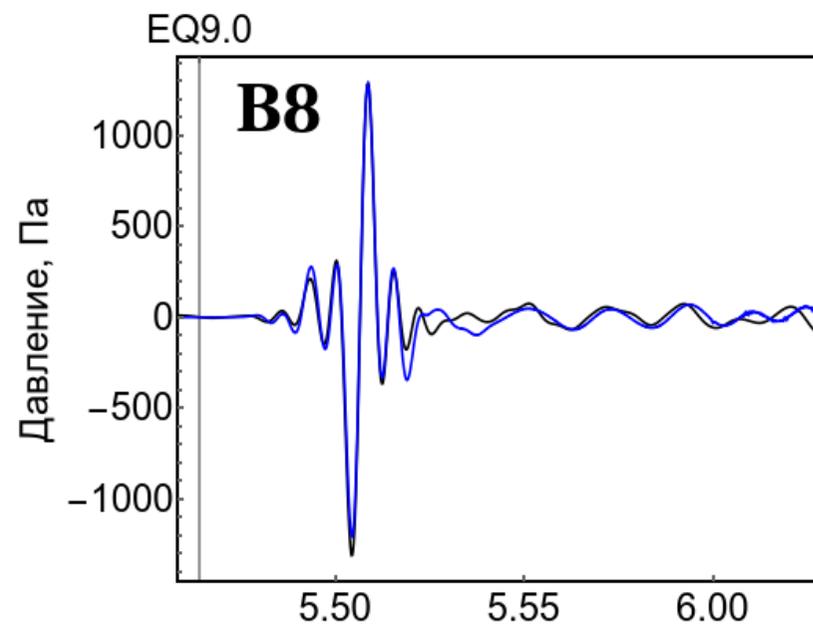
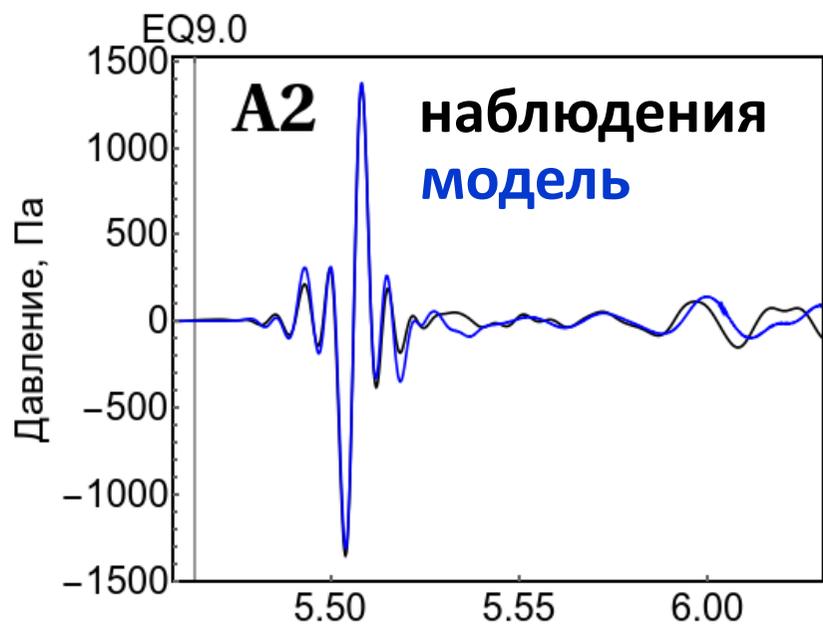
## Смещение свободной поверхности океана



# 1. Обнаружение эффекта

# 2. Моделирование

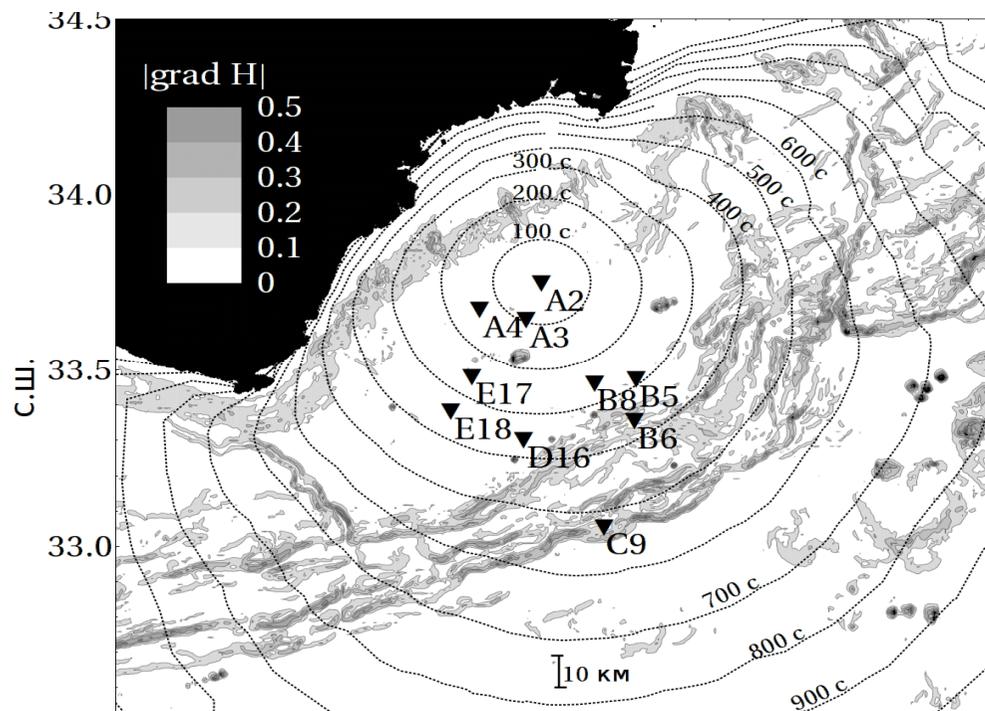
# 3. Механизм генерации



# 1. Обнаружение эффекта

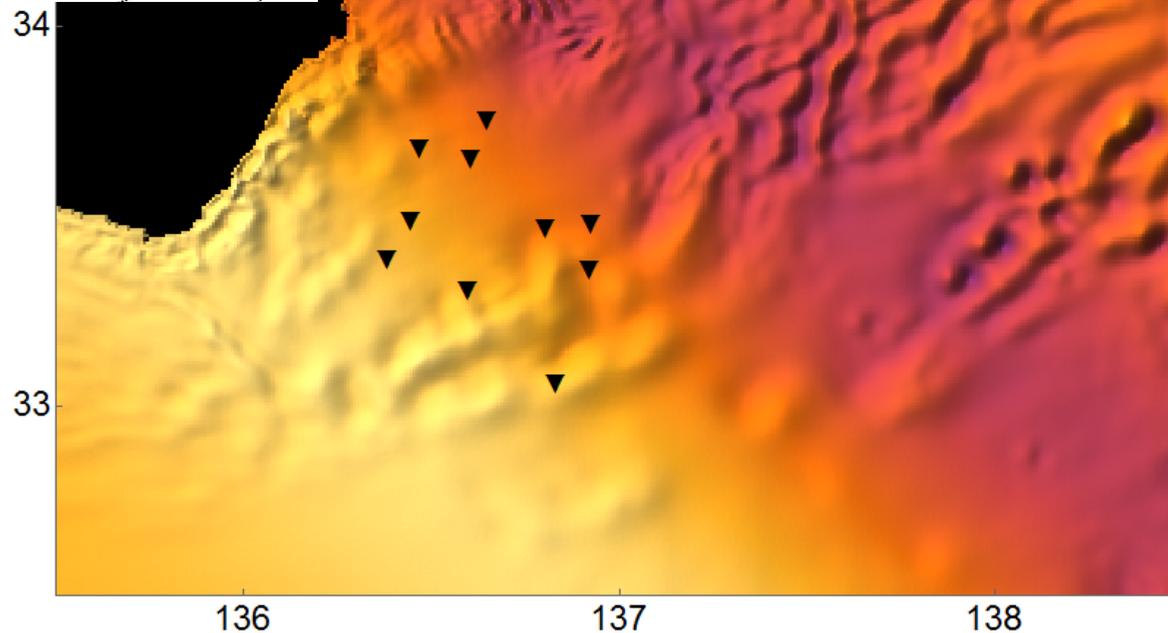
# 2. Моделирование

# 3. Механизм генерации



**Генерация  
гравитационных  
волн происходит на  
неоднородностях  
дна !!!**

Time=05:50:40 UTC

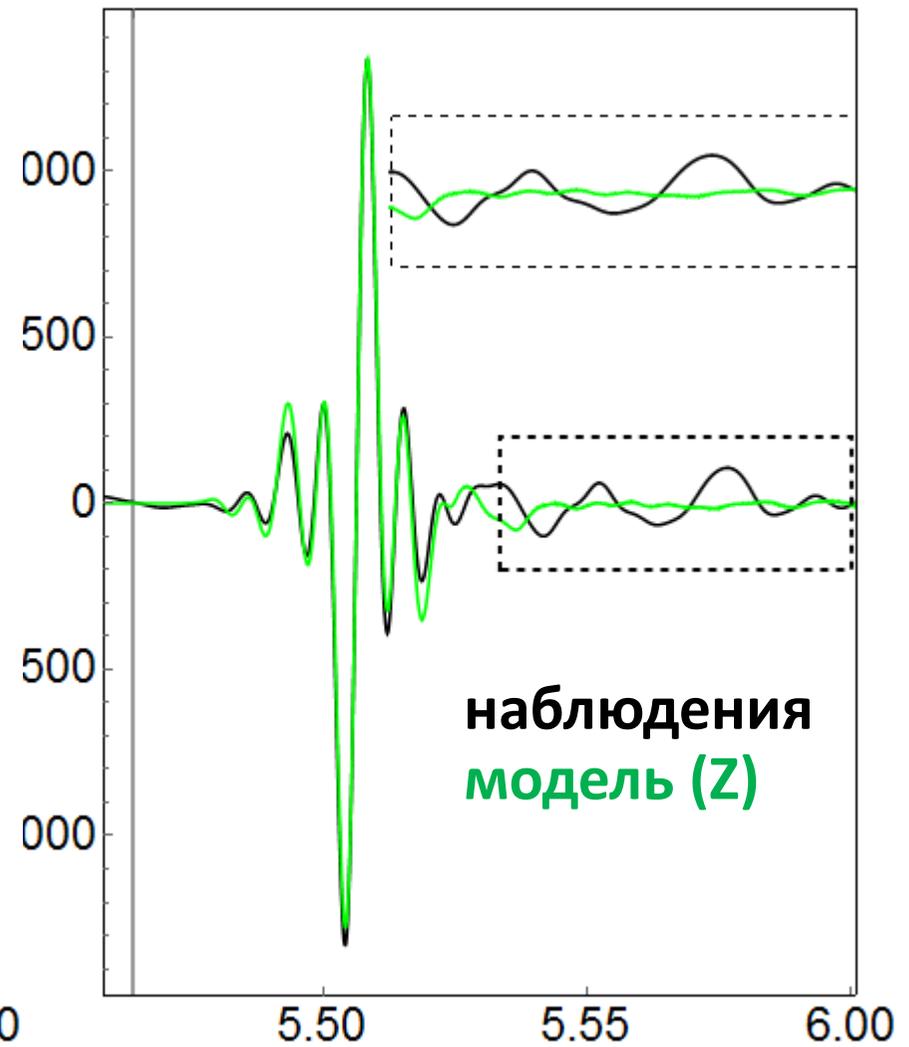
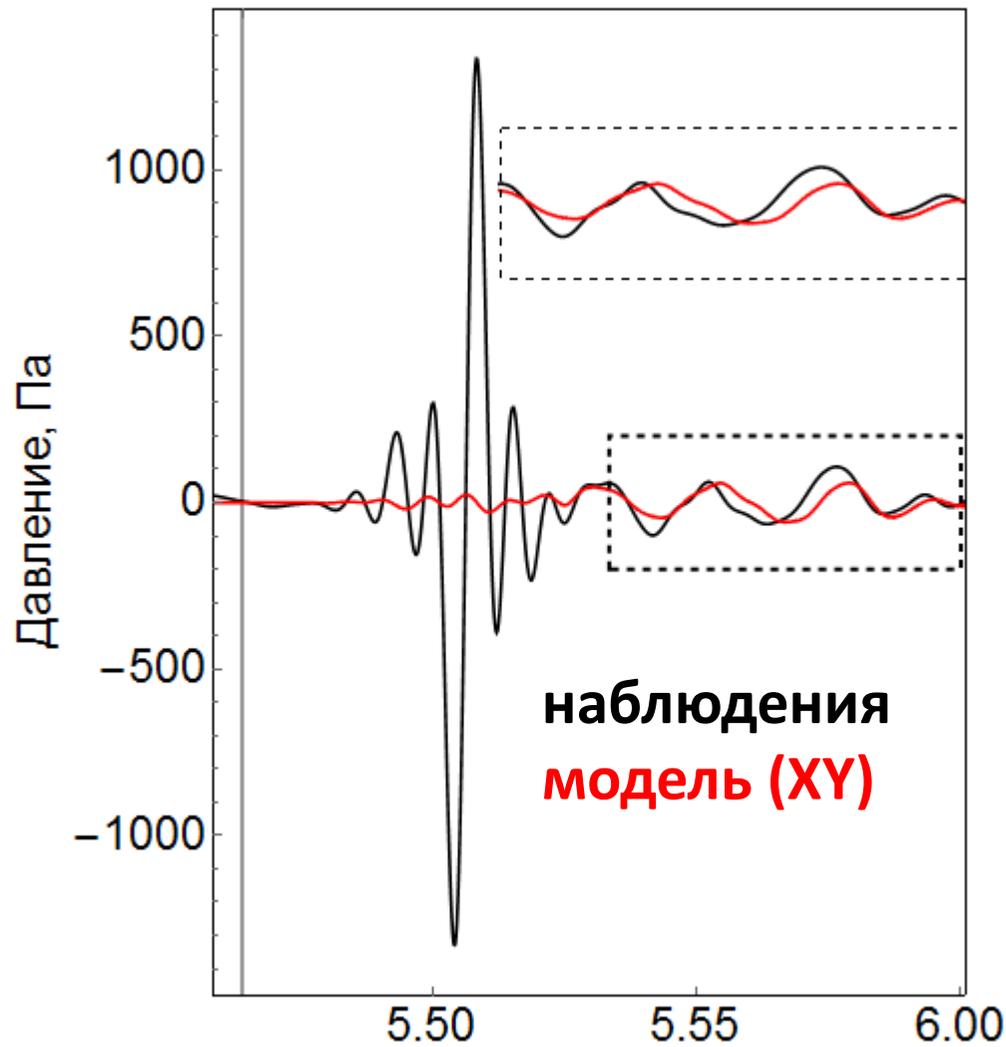


**B5**  $\vec{U} = (U_X, U_Y, U_Z)$

EQ9.0

$\vec{U} = (\cancel{U_X}, \cancel{U_Y}, U_Z)$

EQ9.0

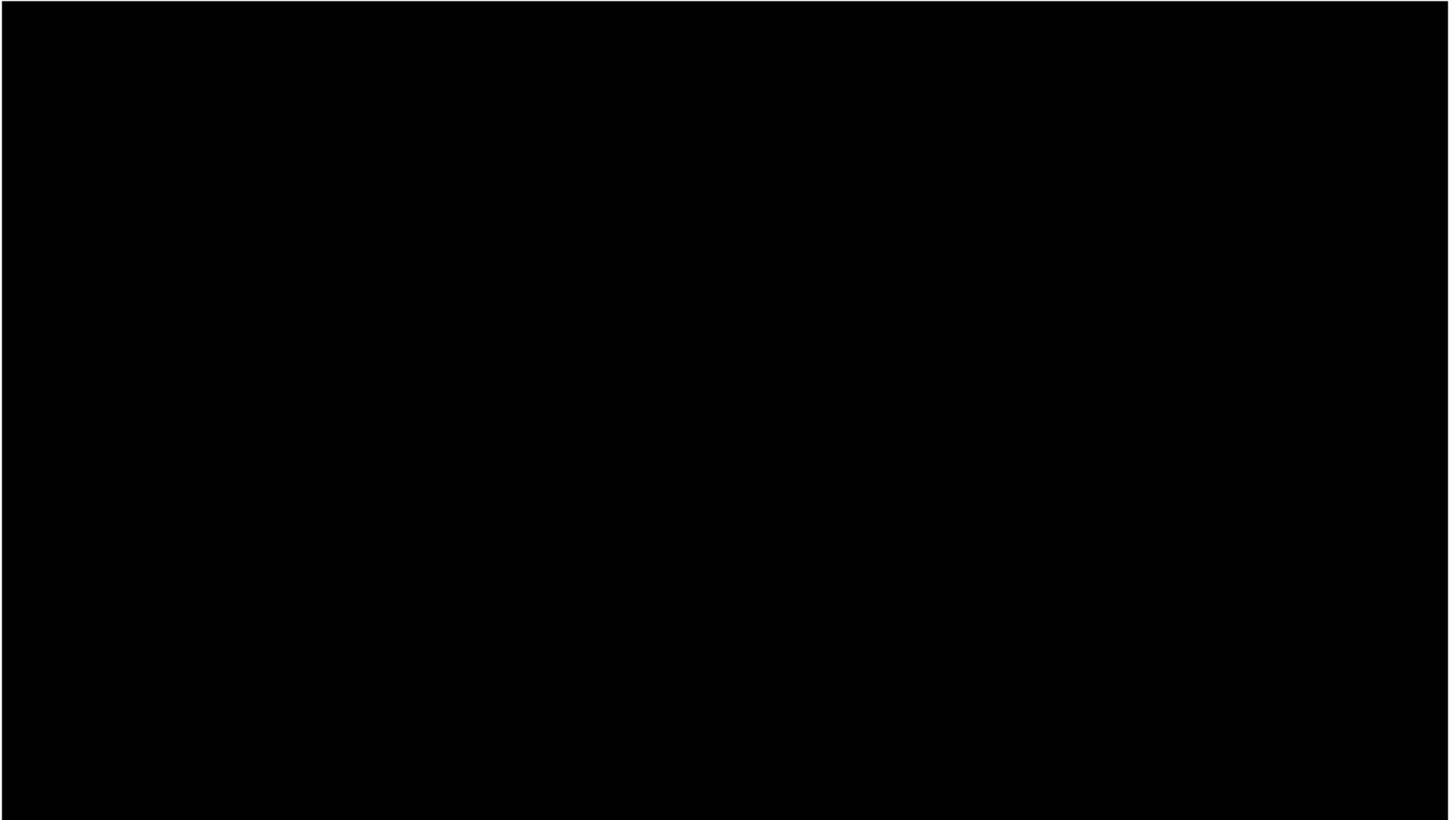


1. Обнаружение эффекта

2. Моделирование

3. Механизм генерации

## Роль **вертикальных** движений дна

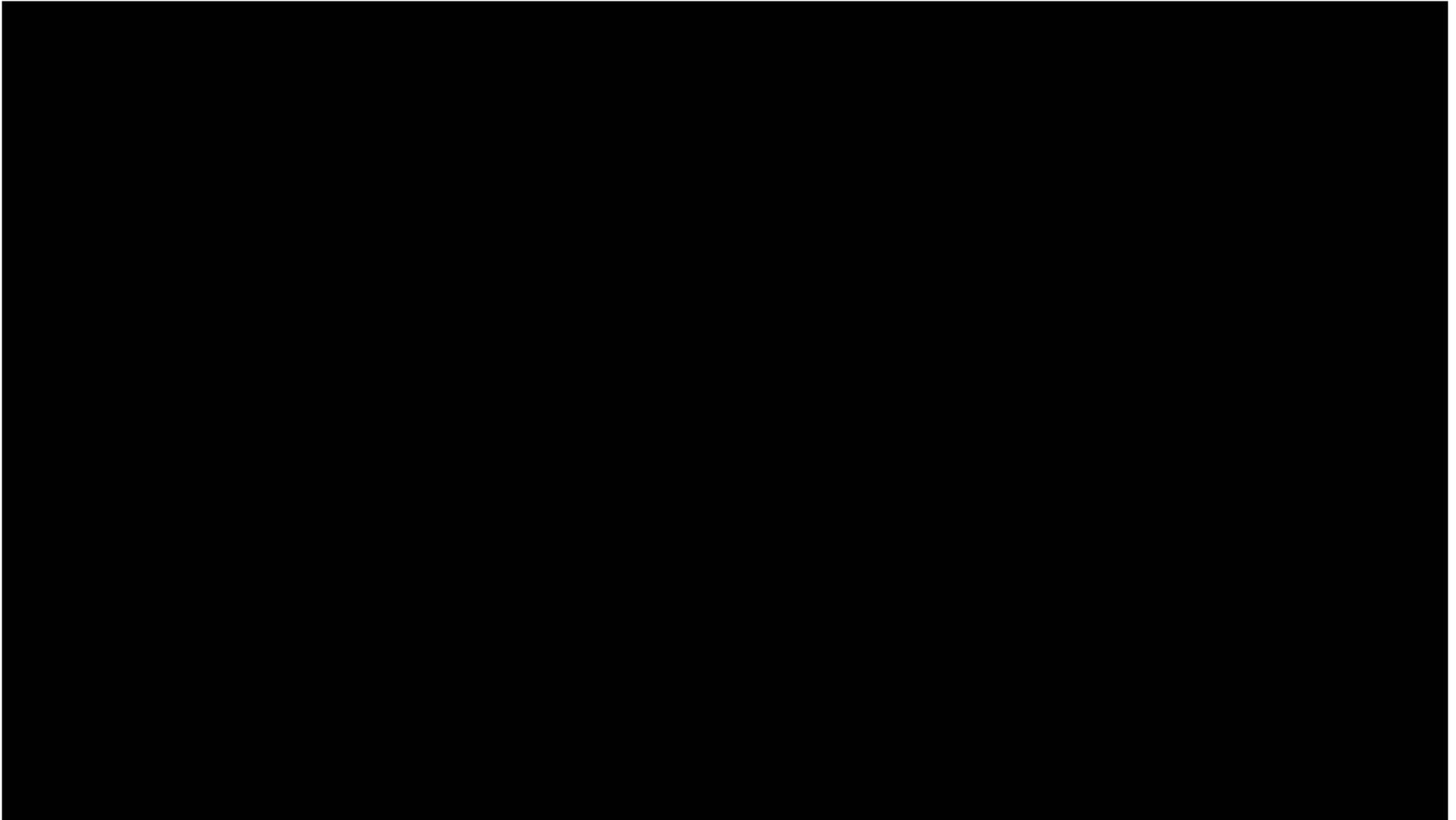


1. Обнаружение эффекта

2. Моделирование

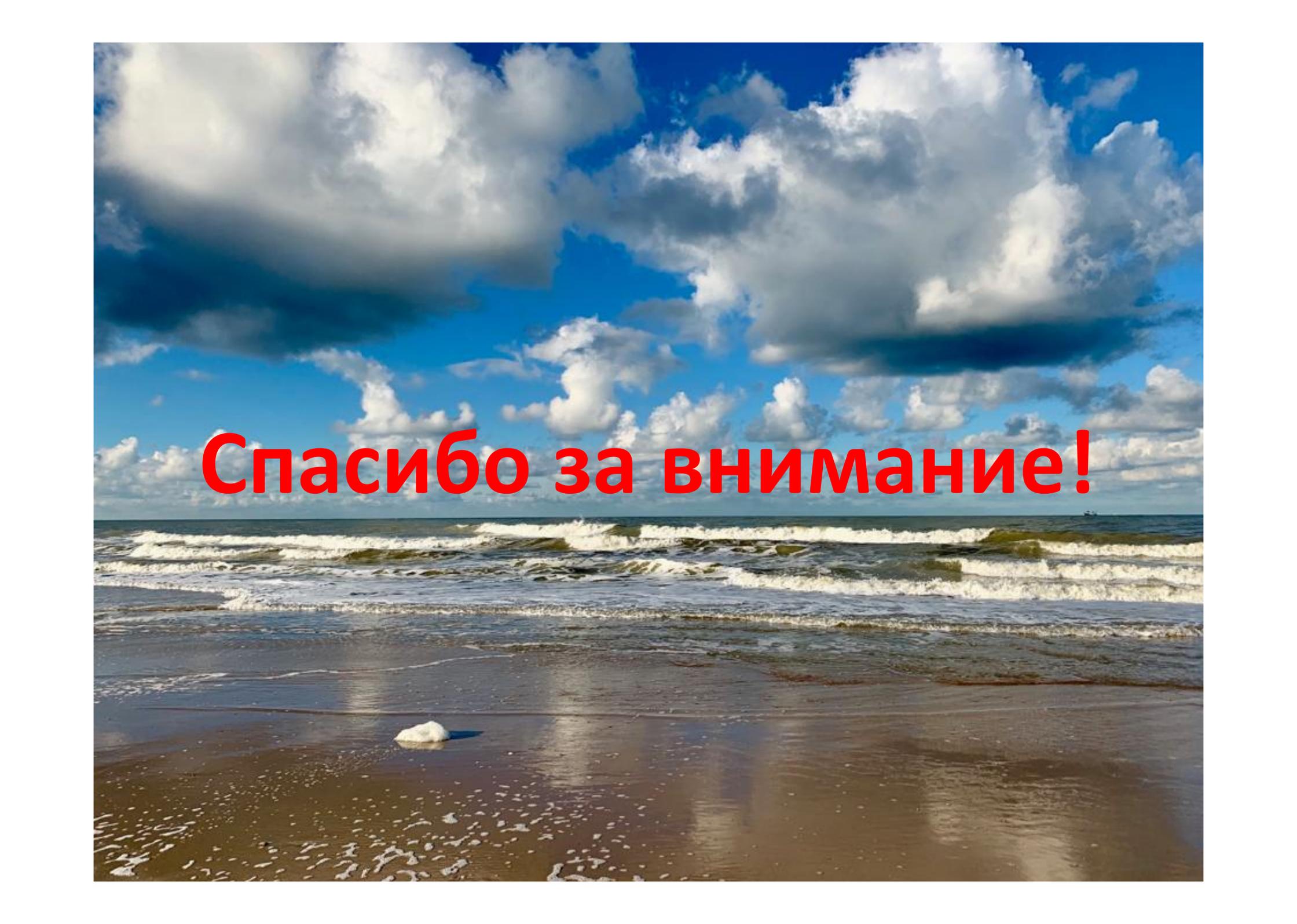
3. Механизм генерации

## Роль **горизонтальных** движений дна



# **Выводы:**

- 1. На основе сравнительного анализа записей донных обсерваторий DONET, выполненных во время катастрофического землетрясения и цунами Тохоку 11 марта 2011 года, обнаружен эффект генерации гравитационных волн в океане поверхностными сейсмическими волнами.**
- 2. Эффект воспроизведен численно при помощи комбинированной 2D/3D модели.**
- 3. На основе численных экспериментов показано, что ключевую роль в генерации наблюдаемых гравитационных волн играют горизонтальные движения дна в областях крутых подводных склонов во время прохождения через них поверхностной сейсмической волны.**

A scenic view of a beach with waves and a cloudy sky. The sky is filled with large, white, fluffy clouds against a bright blue background. The ocean is dark blue with white-capped waves breaking onto a sandy beach. The sand is wet and reflects the sky and clouds. A small white object, possibly a piece of foam or a rock, is visible on the sand in the foreground.

**Спасибо за внимание!**

# Уравнения модели

Глубоководный блок

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - c^2 \Delta F = 0$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{c^2}{(R - \sigma H)^2 H^2} \left( A_{\theta\theta} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + A_{\varphi\varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + A_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} + A_{\theta\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \sigma} + A_{\varphi\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \sigma} + A_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + A_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) = 0$$

$$A_{\theta\theta} = H^2;$$

$$A_{\theta\sigma} = -2\sigma H \frac{\partial H}{\partial \theta};$$

$$A_{\varphi\varphi} = \frac{H^2}{\cos^2 \theta};$$

$$A_{\varphi\sigma} = -\frac{2\sigma H}{\cos^2 \theta} \frac{\partial H}{\partial \varphi};$$

$$A_{\sigma\sigma} = \sigma^2 \left( \frac{1}{\cos^2 \theta} \left( \frac{\partial H}{\partial \varphi} \right)^2 + \left( \frac{\partial H}{\partial \theta} \right)^2 \right) + (R - \sigma H)^2;$$

$$A_{\theta} = -H^2 \operatorname{tg} \theta;$$

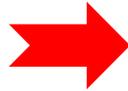
$$A_{\sigma} = \frac{\partial F}{\partial \sigma} \left[ -2(R - \sigma H)H + 2\sigma \left( \frac{1}{\cos^2 \theta} \left( \frac{\partial H}{\partial \varphi} \right)^2 + \left( \frac{\partial H}{\partial \theta} \right)^2 \right) + \sigma H \left( \operatorname{tg} \theta \frac{\partial H}{\partial \theta} - \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial^2 H}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} \right) \right].$$

# Уравнения модели

## Глуководный блок

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{c^2}{(R - \sigma H)^2 H^2} \left( A_{\theta\theta} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + A_{\varphi\varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + A_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} + A_{\theta\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \sigma} + A_{\varphi\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \sigma} + A_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + A_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$



$$\sigma = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{g}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0$$

# Основные уравнения модели

## Глубоководный блок

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{c^2}{(R - \sigma H)^2 H^2} (A_{\theta\theta} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + A_{\varphi\varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + A_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} + A_{\theta\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \sigma} + A_{\varphi\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \sigma} + A_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + A_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma}) = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

$$\sigma = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{g}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0$$

$$z = -H: \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = (\vec{U}, \vec{n})$$

$$\sigma = 1: B_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + B_{\varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + B_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = (\vec{U}, \vec{n})$$

$$B_{\theta} = -\frac{\tilde{n}_y}{H - R}, \quad B_{\varphi} = -\frac{\tilde{n}_x}{H - R} \frac{1}{\cos\theta}, \quad B_{\sigma} = \frac{1}{H(H - R)} \left( \frac{\tilde{n}_x}{\cos\theta} \frac{\partial H}{\partial \varphi} + \frac{\tilde{n}_y}{\cos\theta} \frac{\partial H}{\partial \theta} + \tilde{n}_z (R - H) \right).$$

$$\vec{\tilde{n}} = \{\tilde{n}_x, \tilde{n}_y, \tilde{n}_z\} - \text{СК «Центр Земли}} \quad \vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\} - \text{локальная СК}$$

$$\tilde{n}_x = -n_x \sin\varphi - n_y \sin\theta \cos\varphi + n_z \cos\theta \cos\varphi$$

$$\tilde{n}_y = n_x \cos\varphi - n_y \sin\theta \sin\varphi + n_z \cos\theta \sin\varphi$$

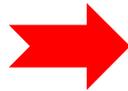
$$\tilde{n}_z = n_x \sin\theta + n_y \cos\theta$$

# Основные уравнения модели

## Глубоководный блок

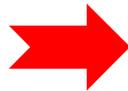
$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{c^2}{(R - \sigma H)^2 H^2} \left( A_{\theta\theta} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + A_{\varphi\varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + A_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} + A_{\theta\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \sigma} + A_{\varphi\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \sigma} + A_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + A_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$



$$\sigma = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{g}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0$$

$$z = -H: \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = (\vec{U}, \vec{n})$$



$$\sigma = 1: B_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + B_{\varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + B_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = (\vec{U}, \vec{n})$$

## Мелководный блок

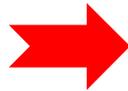
$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{g}{R^2 \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( H \cos \theta \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) - \frac{g}{R^2 \cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( H \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) = -g \left( U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_y \frac{\partial H}{\partial y} + U_z \right)$$

# Основные уравнения модели

## Глубоководный блок

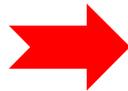
$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{c^2}{(R - \sigma H)^2 H^2} \left( A_{\theta\theta} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + A_{\varphi\varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + A_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} + A_{\theta\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \sigma} + A_{\varphi\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \sigma} + A_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + A_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$



$$\sigma = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{g}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0$$

$$z = -H: \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = (\vec{U}, \vec{n})$$



$$\sigma = 1: B_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + B_{\varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + B_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = (\vec{U}, \vec{n})$$

## Мелководный блок

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{g}{R^2 \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( H \cos \theta \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) - \frac{g}{R^2 \cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( H \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) = -g \left( U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_y \frac{\partial H}{\partial y} + U_z \right)$$

$$\xi = -\frac{1}{g} \frac{\partial F}{\partial t} \text{ при } \sigma = 0$$

$$p = -\rho \frac{\partial F}{\partial t}$$

# Комбинированная XZ модель

**Глубоководный блок**

**Мелководный блок**

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - c^2 \left( \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right) = 0$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left( gH(x) \frac{\partial F}{\partial x} \right) = -gW$$

$$z = 0: \quad \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

$$W = U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_z$$

$$z = -H(x): \quad \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = (\vec{U}, \vec{n})$$

вектор скорости дна  
в локальной СК

$\vec{n}$

$F(x, z, t)$  – потенциал скоростей

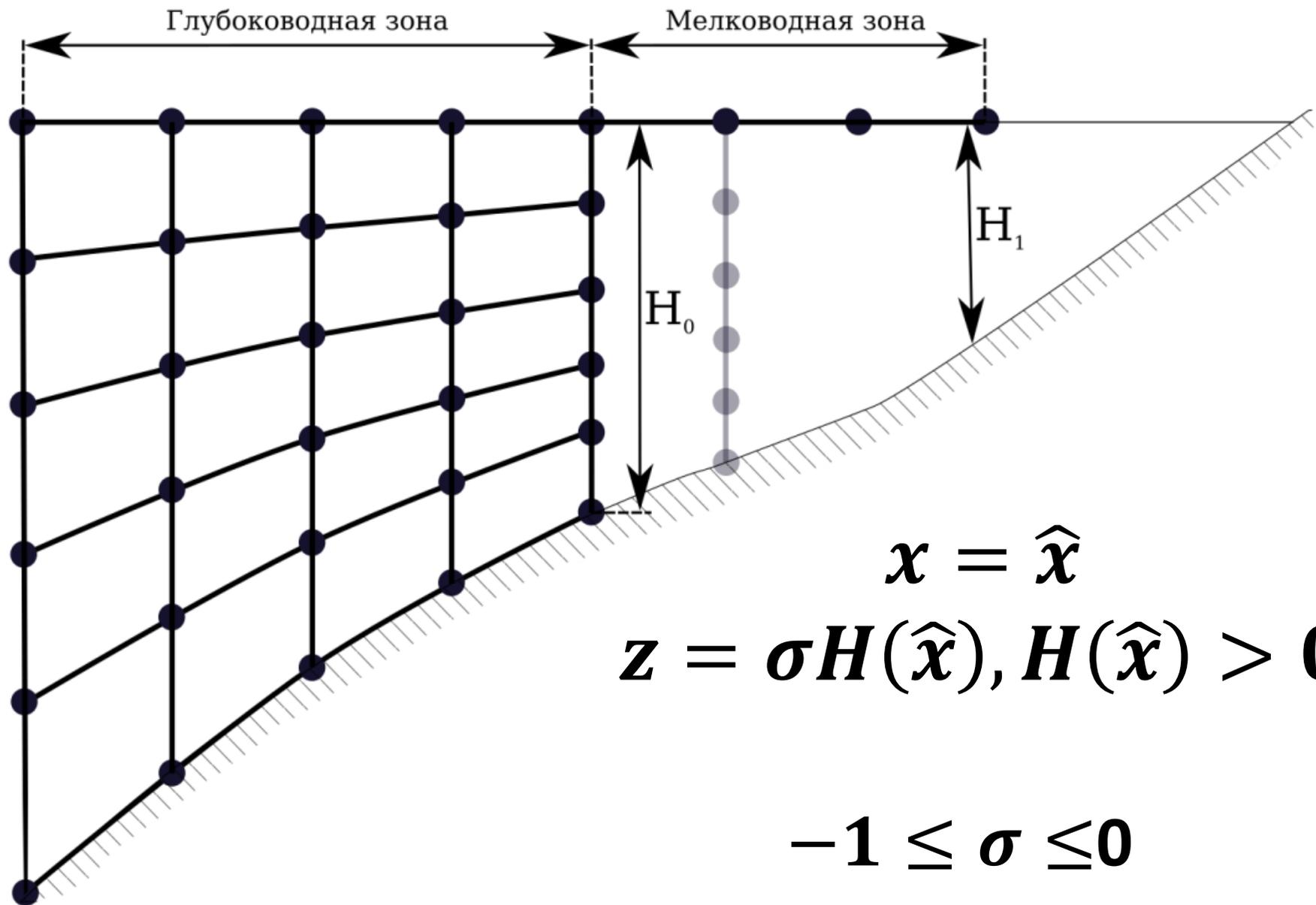
$H(x)$  – глубина океана

$c$  – скорость звука

$g$  – ускорение свободного падения

$W$  – скорость дна в вертикальном  
направлении

# Комбинированная XZ модель



# Комбинированная XZ модель

## Глубоководный блок

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - c^2 \left( \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} \frac{1 + (\sigma H')^2}{H^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{x} \partial \sigma} \frac{2\sigma H'}{H} + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \left( \sigma \frac{(H')^2 - H''H}{H^2} \right) \right) = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{g}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0$$

$$z = -H(x): \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = (\vec{U}, \vec{n}) \quad \rightarrow \quad \frac{\partial F}{\partial \hat{x}} n_x + \frac{n_z + H' n_x}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = (\vec{U}, \vec{n})$$

## Мелководный блок

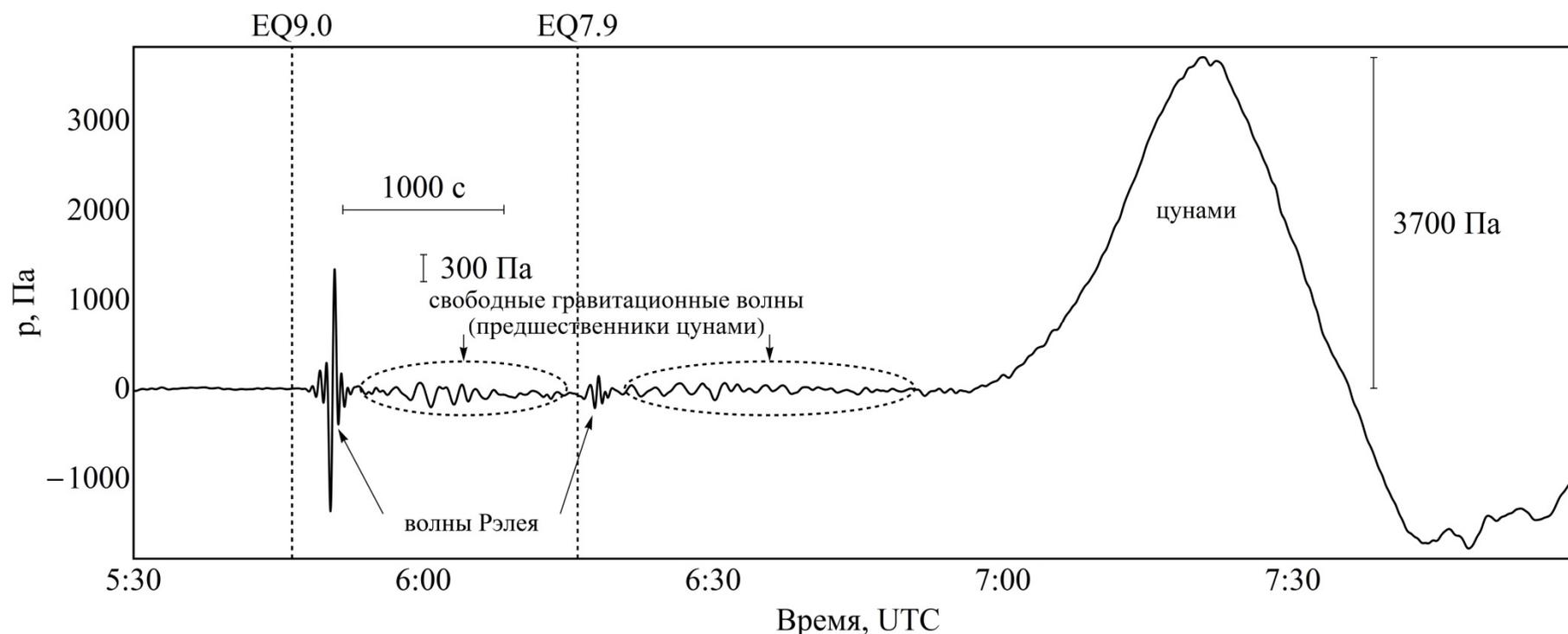
$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left( g H(x) \frac{\partial F}{\partial x} \right) = -g \left( U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_z \right)$$

$$\xi = -\frac{1}{g} \frac{\partial F}{\partial t} \text{ при } \sigma = 0$$

$$p = -\rho \frac{\partial F}{\partial t}$$



# Низкочастотная компонента записи донного датчика давления станции «А02»



## Параметры наблюдаемых гравитационных волн:

$$0.005 \text{ Гц} < f < 0.015 \text{ Гц}$$

$$7 \text{ км} < \lambda < 27 \text{ км}$$

$$p_0 \approx 300 \text{ Па}$$

$$f_0 \approx 0.006 \text{ Гц}$$

$$\lambda_0 \approx 22 \text{ км}$$

$$\xi_0 \approx 3.5 \text{ см}$$

$$70 \text{ с} < T < 200 \text{ с}$$

$$100 \text{ м/с} < c_{ph} < 136 \text{ м/с}$$

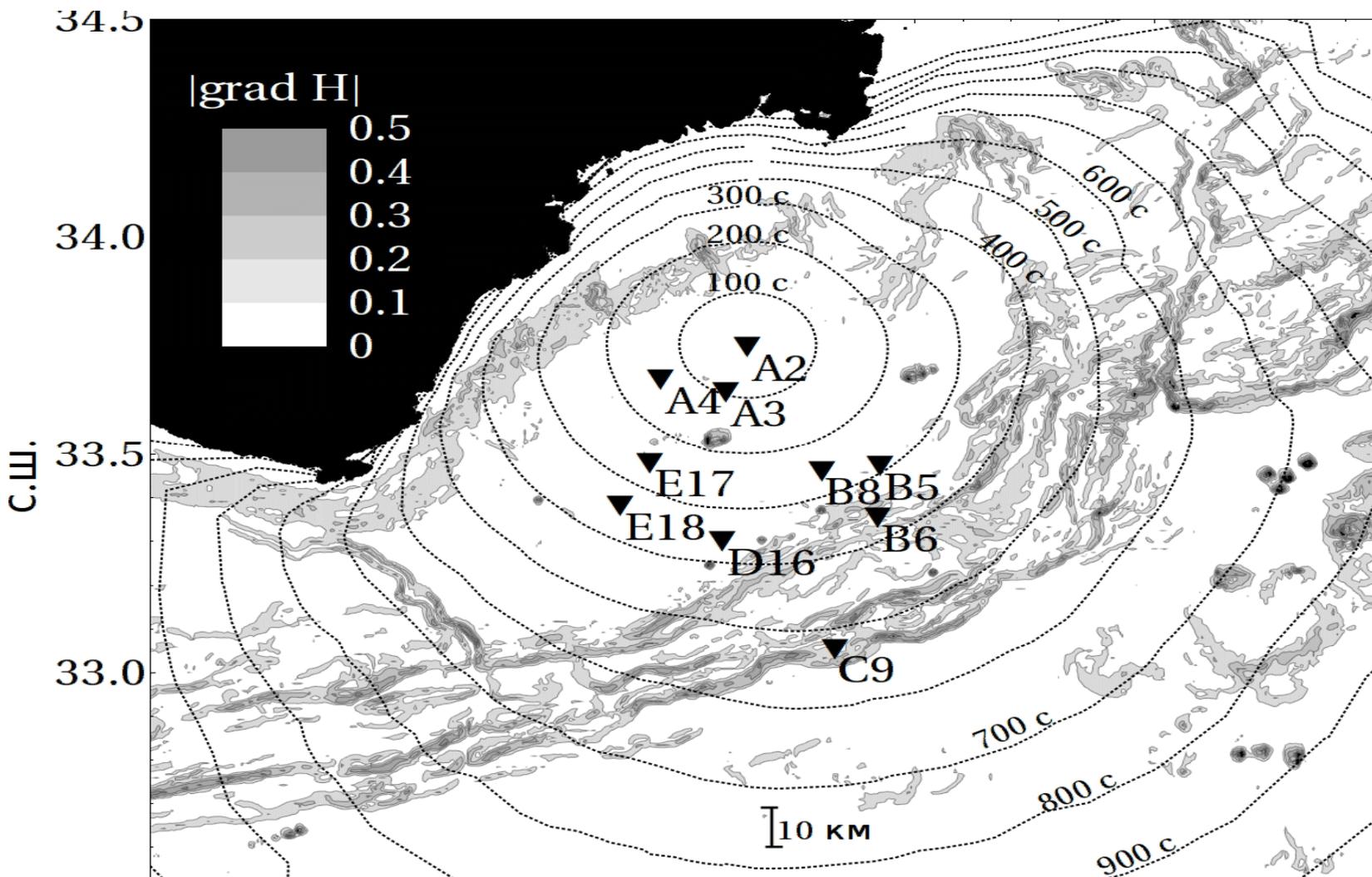
$$\xi = p \operatorname{ch}(kH) / \rho g$$

$$T_0 \approx 170 \text{ с}$$

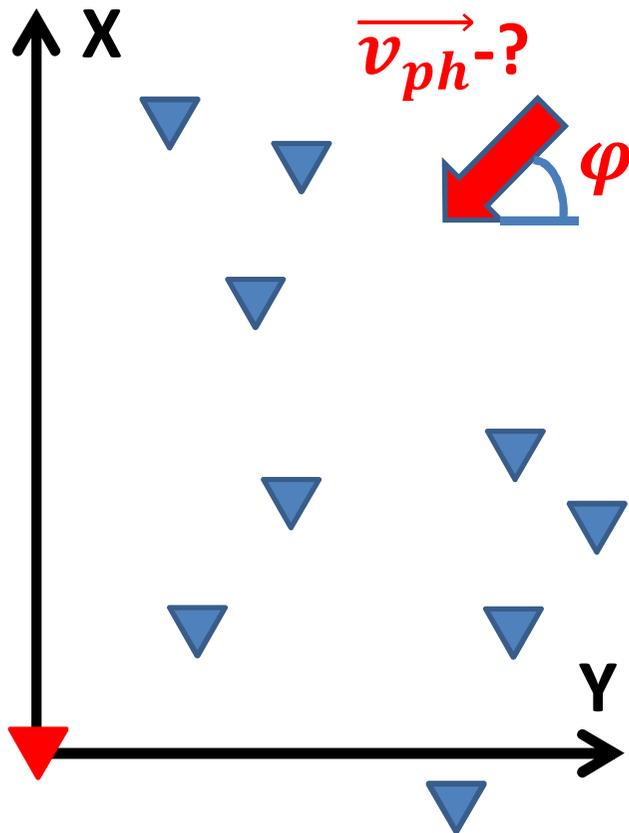
$$c_{ph0} \approx 134 \text{ м/с}$$

$$\omega^2 = gk \operatorname{th}(kH)$$

# Эффект генерации гравитационных волн поверхностными сейсмическими волнами



# Скорость распространения сейсмической волны



$$X_i, Y_i, \Delta T_i = T_i - T_0 \\ i=1, \dots, 9$$

1) Вводим вектор медленности и получаем переопределенную систему:

$$\vec{S} = \{S_x, S_y\}$$

$$\Delta T_i = X_i S_x + Y_i S_y, i=1, \dots, 9$$

2) Находим ее оптимальное «решение» методом наименьших квадратов

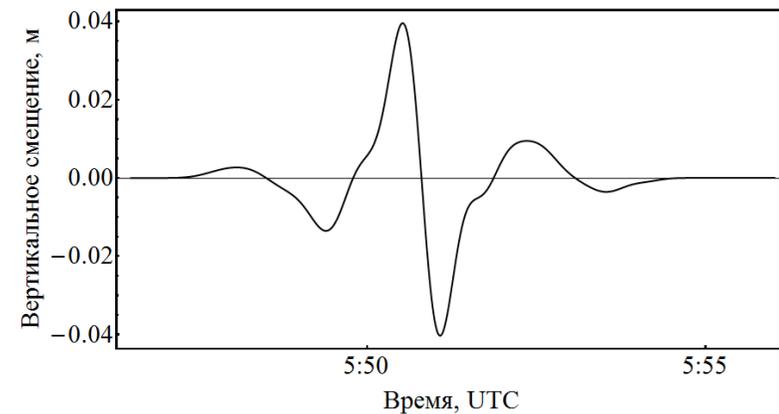
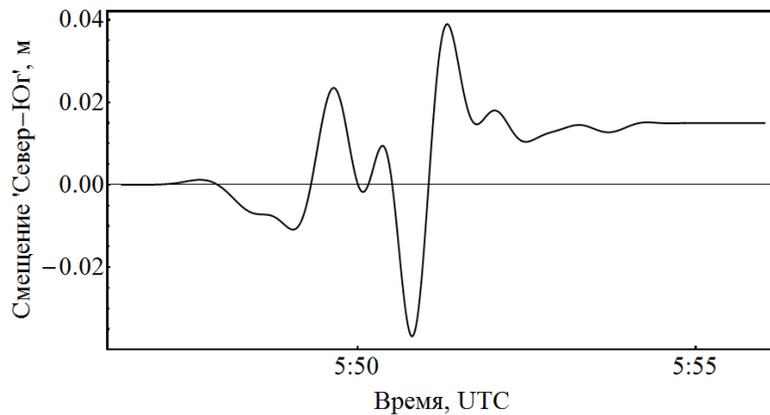
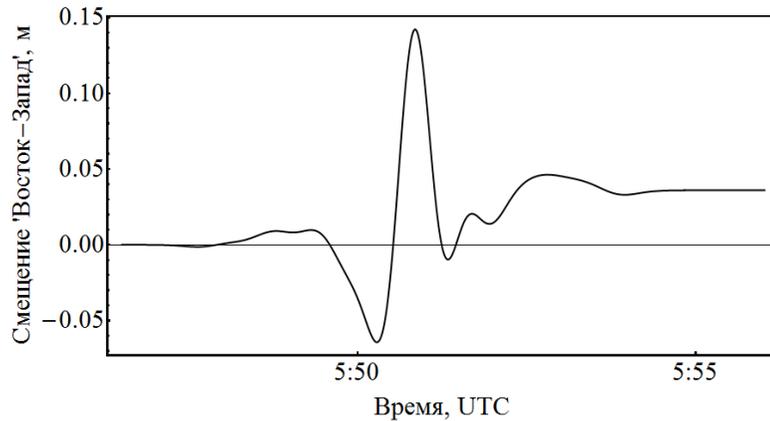
$$|\vec{v}_{ph}| = \frac{1}{|\vec{S}|}, \operatorname{tg} \varphi = \frac{S_y}{S_x}$$

$$|\vec{v}_{ph}| = 3510 \text{ м/с}$$

$$\varphi = 44^\circ$$

Fukao et al. (2016, JpGU)

# Профиль сейсмической волны



**Амплитуда  
колебаний дна:**

$$\eta_z \approx 10 \text{ см}$$

$$\eta_{XY} \approx 22 \text{ см}$$

**Остаточные («статические»)  
смещения дна:**

$$\eta_z \approx 0$$

$$\eta_{XY} \approx 3.6 \text{ см}$$