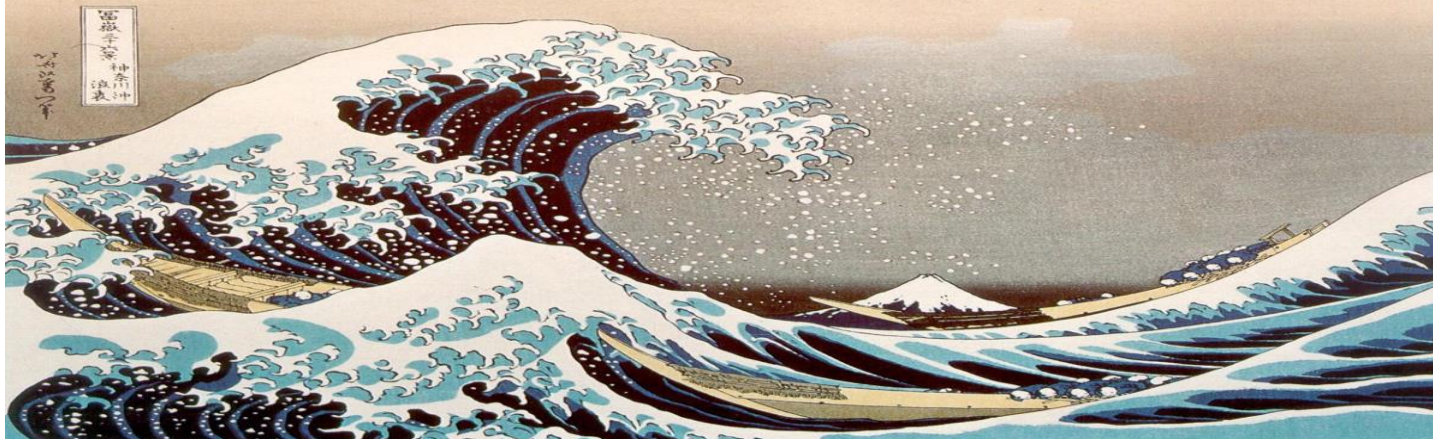
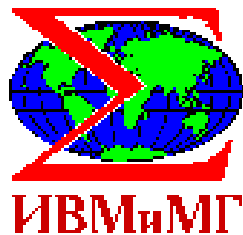




ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА R-РЕШЕНИЙ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ НАЧАЛЬНОЙ ФОРМЫ ВОЛНЫ ЦУНАМИ: ОБСУЖДЕНИЕ НЕИЗБЕЖНЫХ АРТЕФАКТОВ И МЕТОДОЛОГИЯ ИХ УМЕНЬШЕНИЯ

Т.А. Воронина

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
г. Новосибирск*

E-mail: tanvor@bk.ru

II всероссийская научная конференция "ВОЛНЫ ЦУНАМИ: МОДЕЛИРОВАНИЕ, МОНИТОРИНГ, ПРОГНОЗ",
посвященная 90-летию со дня рождения Сергея Леонидовича Соловьева
16-17 ноября 2020 г.

Содержание

1. Введение: цель работы
2. Метод
3. Выбор наиболее «информативной» системы наблюдения. Случай Иллапель цунами 2015
4. Анализ свойств правых сингулярных векторов для конкретного случая, выбор оптимального значения r
5. Выбор оптимального количества гармоник для представления r - решения
6. Восстановление начальной формы волны для Иллапель цунами 2015
7. Выводы и перспективы

Цели и задачи

Глобальной целью исследования является создание технологии восстановления параметров источников цунами и колебаний высот волны в заранее фиксированных точках акватории, где отсутствуют наблюдения, без дополнительных расчетов распространения волны цунами от восстановленного источника, посредством обращения данных глубоководных регистраторов цунами на основе метода g -решений.

Решаются следующие задачи по определению «оптимальных» параметров инверсии для реального события:

- Количество и размещение станций мониторинга;
- Выбор числа g ;
- Определение количества пространственных гармоник для представления неизвестной функции источника.

МЕТОД

Метод R-решений для восстановления источника цунами обладает важными свойствами:

- 1. Позволяет преодолеть свойственную задаче неустойчивость численного решения.**
- 2. Не предполагает знание точной локализации источника цунами.**
- 3. Обеспечивает хорошее соответствие наблюдаемых и рассчитанных мареограмм.**
- 4. Позволяет получить высоты волны цунами в пунктах, где отсутствуют наблюдения без дополнительных расчетов распространения волны от восстановленного источника при условии использования наиболее «информативной» системы наблюдения.**

Модель

Для физической модели сделаны следующие четыре предположения:

1. Используется поршневая модель цунами.
2. Теория мелкой воды используется для моделирования распространения волны цунами, что предполагает использование данных глубоководных самописцев.
3. Набег волн в данном исследовании не рассматривается. Поэтому использовались условия полного отражения на твердых границах и условия волновой проницаемости на границах открытого моря.
4. Предполагается, что известна оценка (не обязательно точная) для области очага цунами. Неизвестная функция источника цунами представляется в виде конечного ряда Фурье по пространственным гармоникам.

Математическая постановка задачи в этих предположениях состоит в определении первоначального поднятия свободной поверхности $\eta(x, y, t)$, описываемого некоторой финитной функцией $\varphi(x, y)$ в области $\Omega = \{(x, y) \in [(0, l_1) \times (0, l_2)]\}$ по колебаниям уровня свободной поверхности, известному на некотором множестве точек

$$\eta(x, y, t)|_M = \eta_0(x_i, y_i, t), \quad M = \{(x_i, y_i), i=1, \dots, P\}$$

$$\eta_{tt} = \nabla^T (gh(x, y) \nabla \eta) \quad (1)$$

С начальными условиями

$$\eta|_{t=0} = \varphi(x, y); \quad \eta_t|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

С граничными условиями: (3)

$$\frac{\partial \eta}{\partial \vec{n}} = 0$$

$$-c\vec{V} \cdot \vec{n} - \eta_{tt} + \frac{c^2 \partial^2 \eta}{2 \partial \vec{r}^2} |_{\Gamma} = 0$$

$c(x, y) = \sqrt{gh(x, y)}$	the wave phase velocity	g	the gravity acceleration	$h(x, y)$	the depth of the ocean
-----------------------------	----------------------------	-----	-----------------------------	-----------	---------------------------

Сформулированная постановка (1)-(3) неявным образом вводит в рассмотрение так называемый оператор A , который переводит начальное поднятие $\varphi(x, y)$ в данные $\eta_0(x_i, y_i, t)$.

$$A\varphi = \eta_0(x_i, y_i, t)$$

Для приложений

$$\eta_0(x_i, y_i, t) = (\eta(x_1, y_1, t_1), \eta(x_2, y_2, t_2), \dots, \eta(x_p, y_p, t_p)), M = \{(x_i, y_i), i=1, 2, \dots, P\}$$

Сингулярная система компактного оператора A :

$(\bar{v}_i, \bar{u}_i, s_i)$ $\bar{v}_i, \bar{u}_i$ правые и левые сингулярные векторы
 $\{s_i\}$ сингулярные значения, $i \rightarrow \infty, s_i \rightarrow 0$

$$A\bar{v}_i = s_i\bar{u}_i; \quad \text{т.е. } A = U\Sigma V^T ;$$

$$\varphi(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\bar{\eta}_0 + \bar{\varepsilon}, \bar{u}_i)}{s_i} \bar{v}_i, \quad s_i/(\bar{\varepsilon}, \bar{u}_i) \rightarrow 0, i \rightarrow \infty, \bar{\varepsilon} - \text{шум}$$

r-решение

$$\varphi^{[r]}(x, y) = \sum_{i=1}^{i=r} \frac{(\bar{\eta}_0 + \bar{\varepsilon}, \bar{u}_i)}{s_i} \bar{v}_i$$

$$\varphi(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \sin \frac{\pi m}{l_1} x \cdot \sin \frac{\pi n}{l_2} y = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \varphi_{mn}(x, y)$$

$$\Omega = [0, l_1] \times [0, l_2] \quad \bar{c} = \{c_{mn}\}_{m=1, n=1}^{m=M, n=N} \quad ; \quad \bar{\eta}_0 = \{\eta_0(x_p, y_p, t_j)\}, \quad p=1, \dots, P; j=1, \dots, N_t$$

$$A\bar{c} = \bar{\eta}_0$$

$$A: (P \times N_t) \times (M \times N);$$

$$\bar{c}^{[r]} = \sum_{j=1}^r \frac{(\bar{\eta}_0 + \bar{\varepsilon}) \cdot \bar{u}_j}{s_j} \bar{v}_j = \sum_{j=1}^r \alpha_j \bar{v}_j,$$

$$\vec{v}_j = (\beta_{11}^j, \beta_{12}^j, \dots, \beta_{MN}^j); \quad \vec{v}_j(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \beta_{mn}^j \varphi_{mn}(x, y)$$

r - решение

$$\varphi^{[r]}(x, y) = \sum_{j=1}^r \alpha_j \vec{v}_j(x, y) = \sum_{j=1}^r \alpha_j \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \beta_{mn}^j \varphi_{mn}(x, y)$$

Численное моделирование включает следующие шаги:

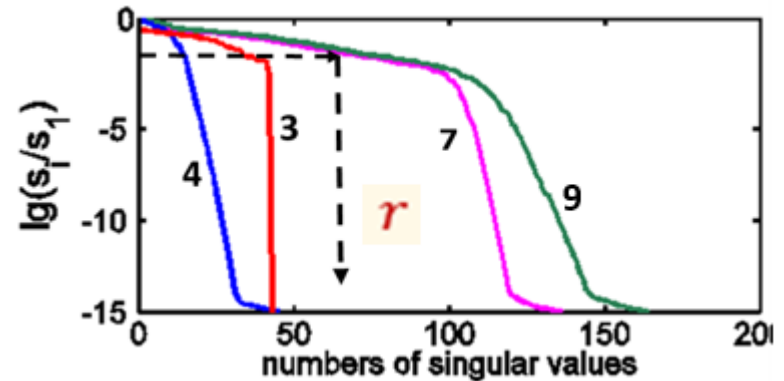
1) Сначала матрица A численно вычисляется путем решения прямой задачи с каждой пространственной гармоникой в качестве источника $\{\varphi_{mn}\}, m = 1, \dots, M; n = 1, \dots, N;$

2) Далее, используется стандартная процедура SVD после чего определяется сингулярная система

$$A : (\bar{v}_i, \bar{u}_i, s_i)$$

3) Задавая величину d можно определить значение r

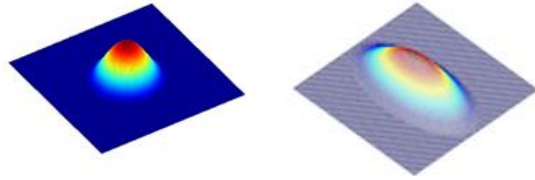
$$r = \max \left\{ k : \frac{s_k}{s_1} \geq d \right\}$$



4) Вычисление коэффициентов $\{c_{mn}\};$

5) Вычисление r -решения $\varphi^{[r]}(x, y);$ и мареограмм $A\varphi^{[r]}(x, y);$

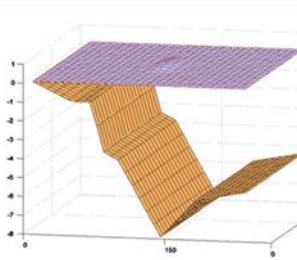
Модельные случаи



I. $h(x, y) = \text{const}$

background noise 0%
semi-sphere
semi-ellipsoid

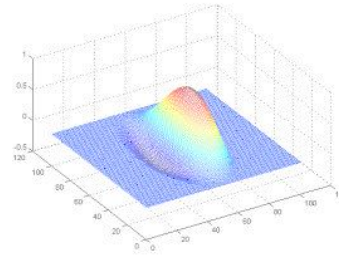
- aperture length, its geometry
- frequency band
- receivers-to-source distance
- number of receivers
- aperture angle



II. $h(x, y) = h(x)$

background noise 0%- 5%
sea floor deformation of typical
tsunamigenic earthquakes

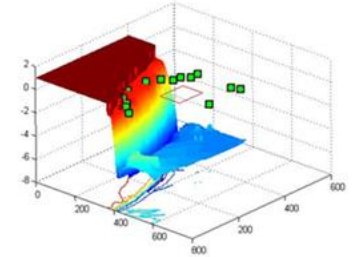
- disposition
- number of receivers
- aperture width vs. size of source
- background noise



III. $h(x, y)$ real bathymetry

background noise 0%- 3%
sea floor deformation of typical
tsunamigenic earthquakes

- disposition
- number of receivers
- aperture width vs. size of source
- background noise
- the “most informative” direction



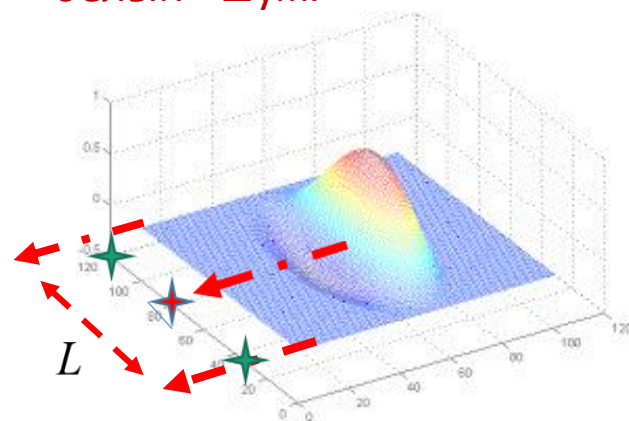
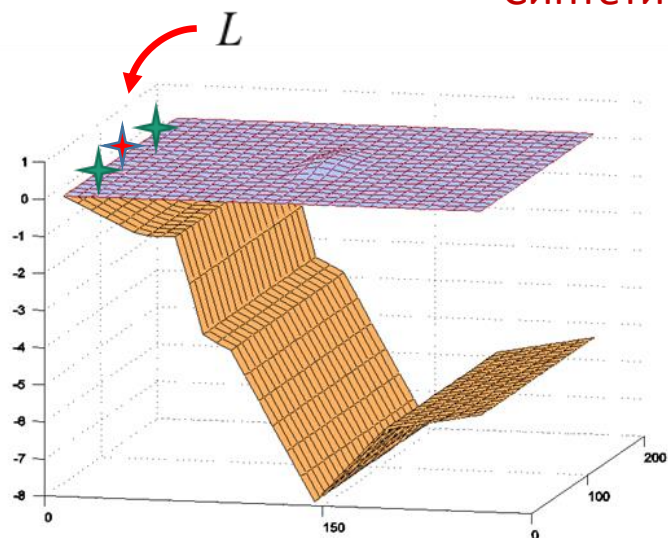
Voronina,T.A., Tcheverda,V.A.: Reconstruction of tsunami initial form via level oscillation, Bull.Nov.Comp.Center, Math.Model.in Geoph., 4, 127-136, 1998.

T. A. Voronina, “Reconstruction of initial tsunami waveform by the coastal observations inversion,” Bull.NCC, Math.Model.in Geoph., vol. 7, pp. 89–100, 2002.

Voronina T.A., Tcheverda V.A., and Voronin V.V. Some properties of the inverse operator for a tsunami source recovery // Siberian Electronic Mathematical Reports. — 2014. — Vol. 11. —P. 532–547.

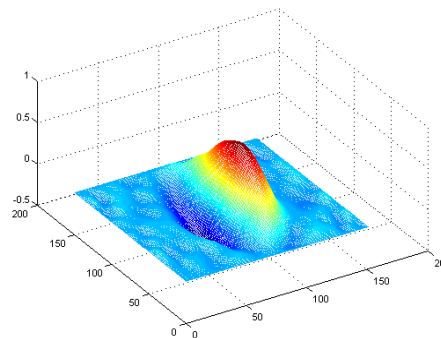
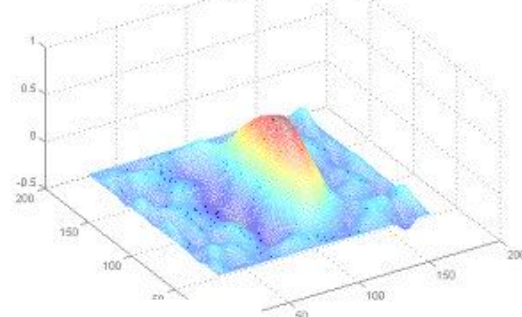
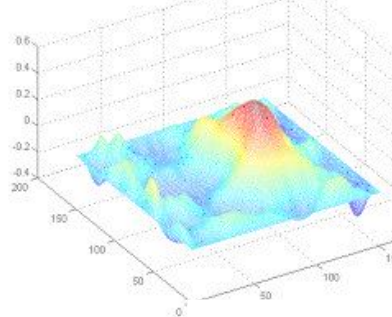
Voronin,V.V., Voronina,T.A., and Tcheverda,V.A.,(2015), Inversion method for initial tsunami waveform reconstruction, Nat. Hazards Earth Syst. Sci., vol. 15, pp. 1251-1263.

Синтетические данные + «белый» шум.

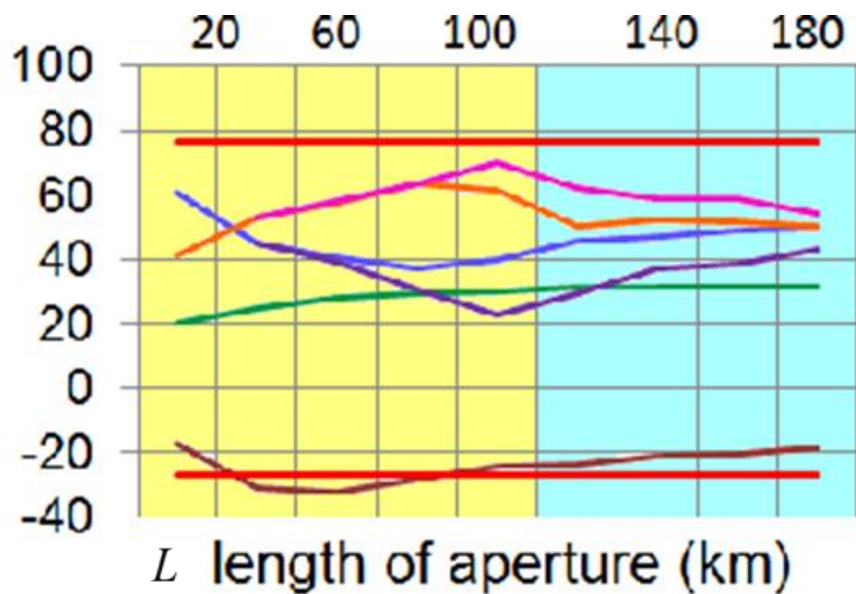


2 receivers

3 receivers

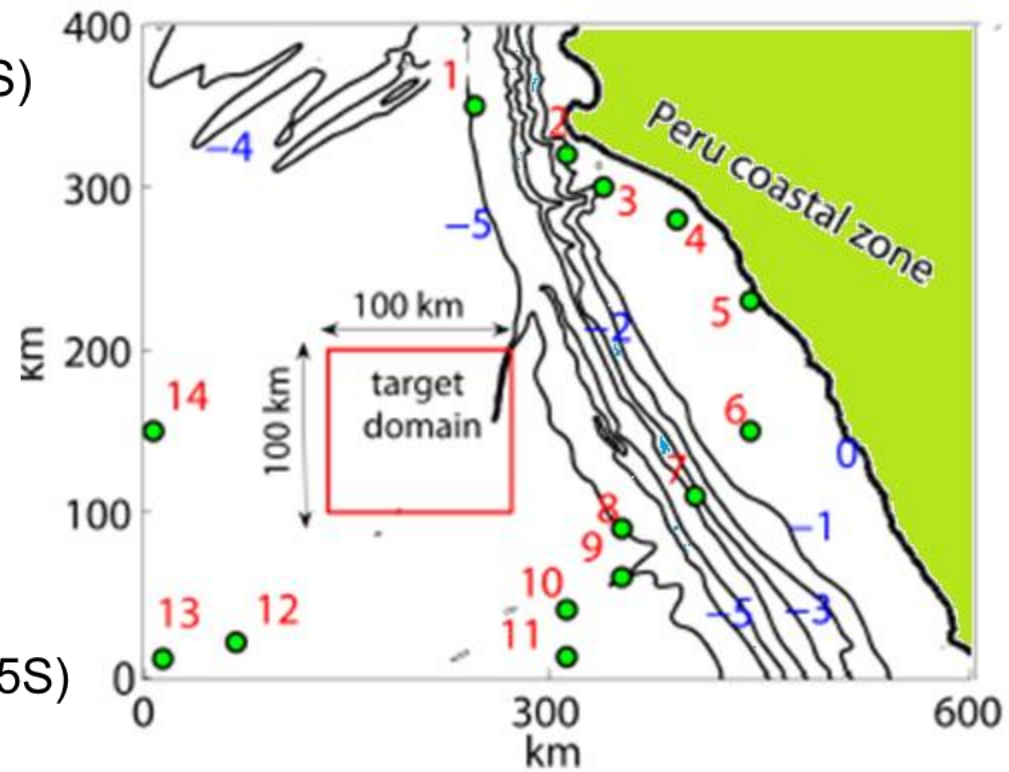


5 receivers



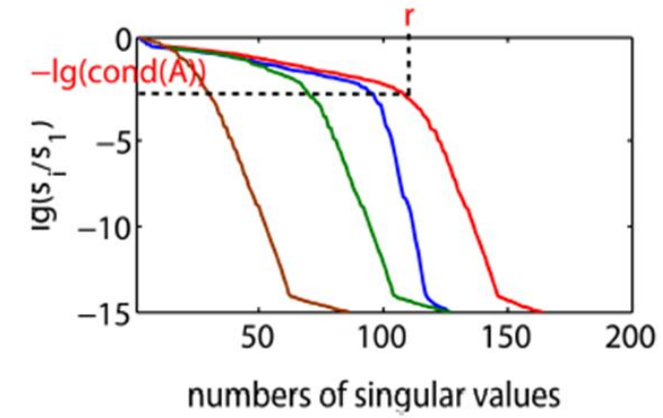
Err%- 3 receivers (blue); 5 receivers(violet)

(5S)

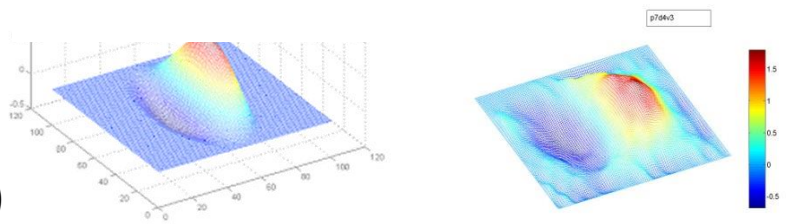
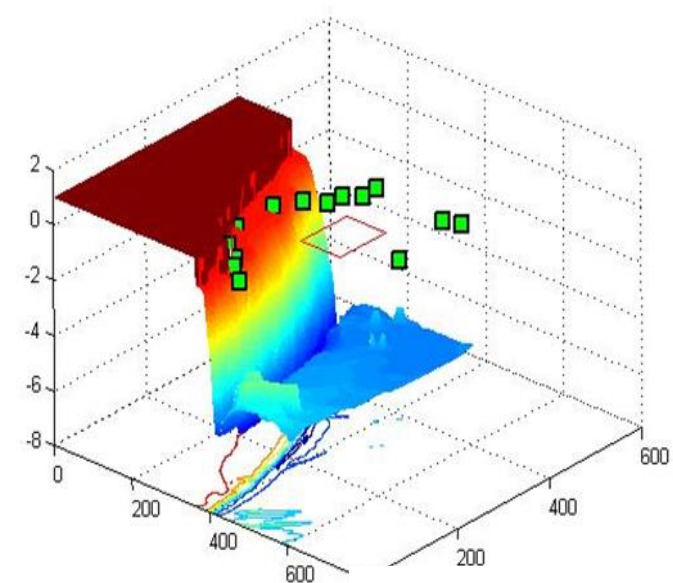


(15S)

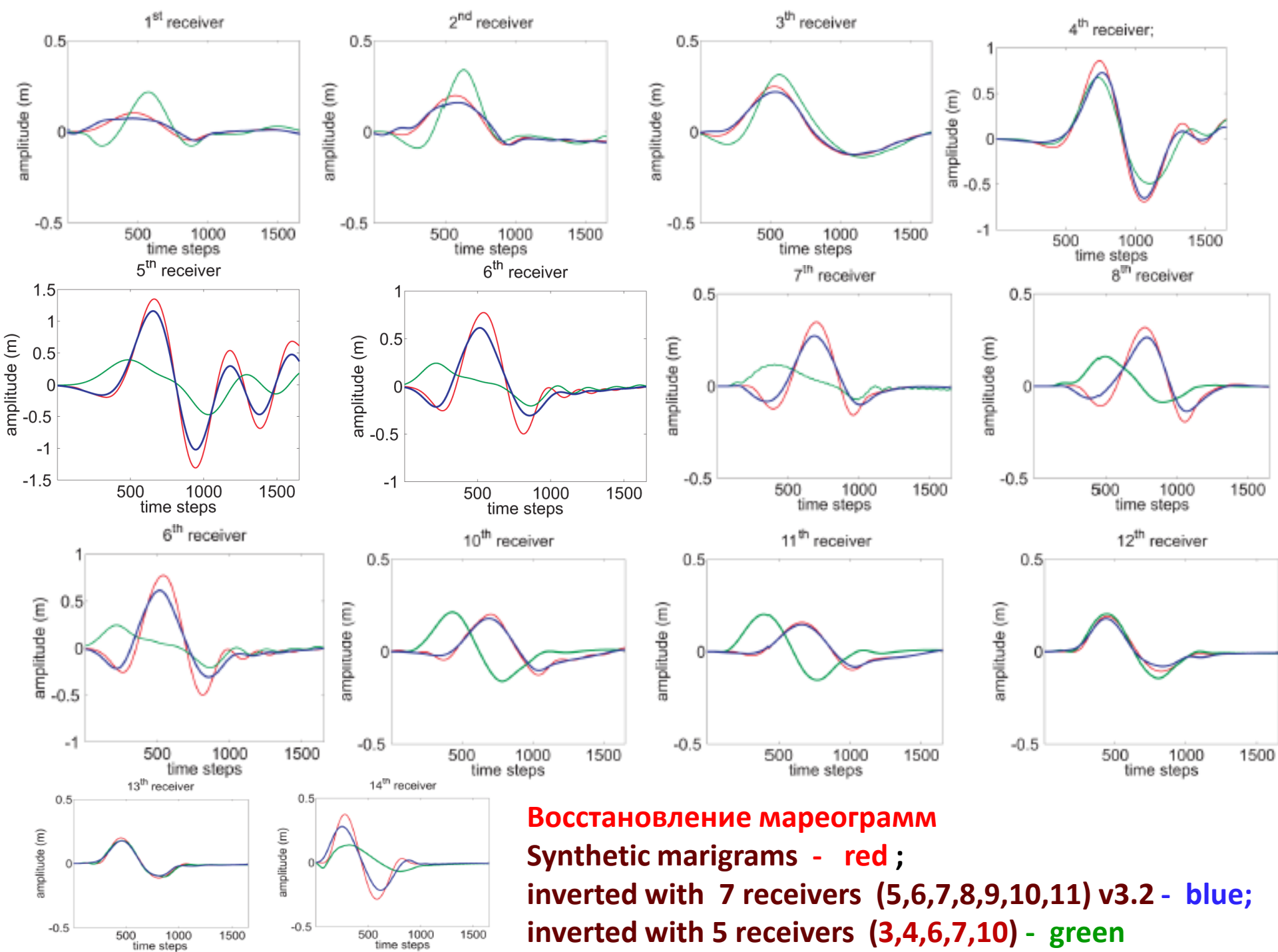
(85W)

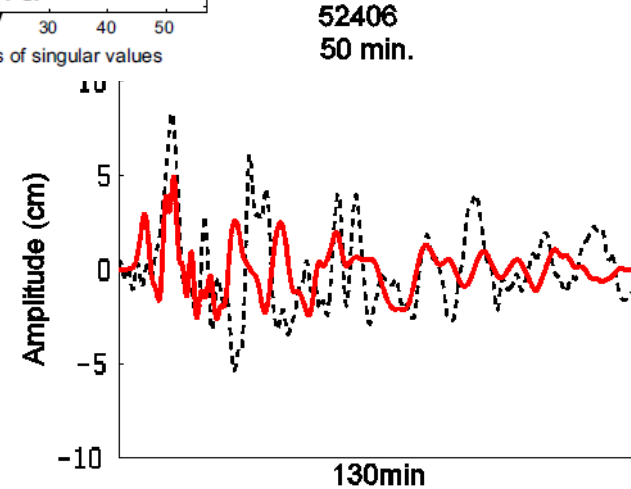
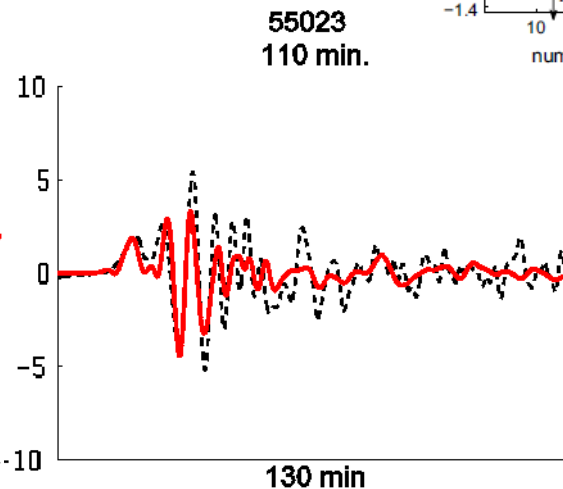
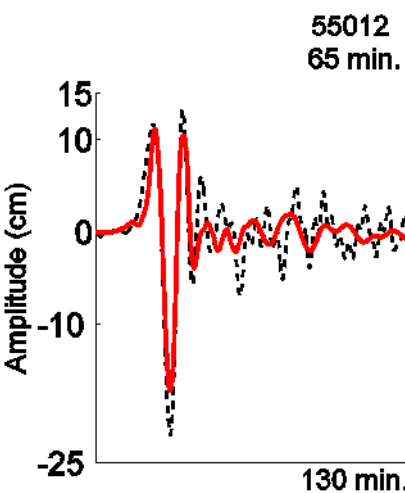
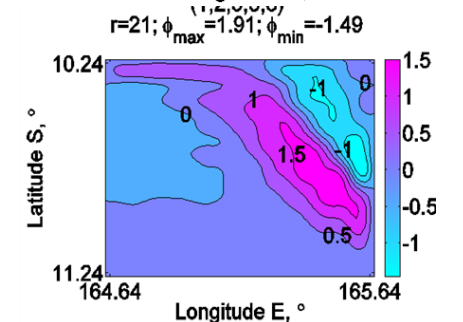
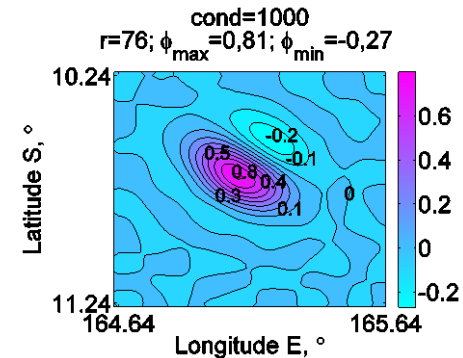
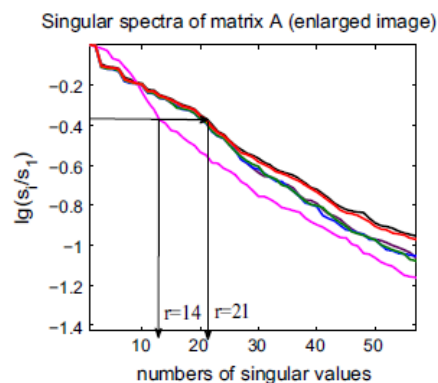
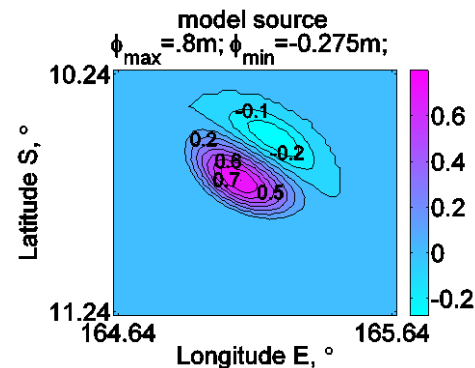
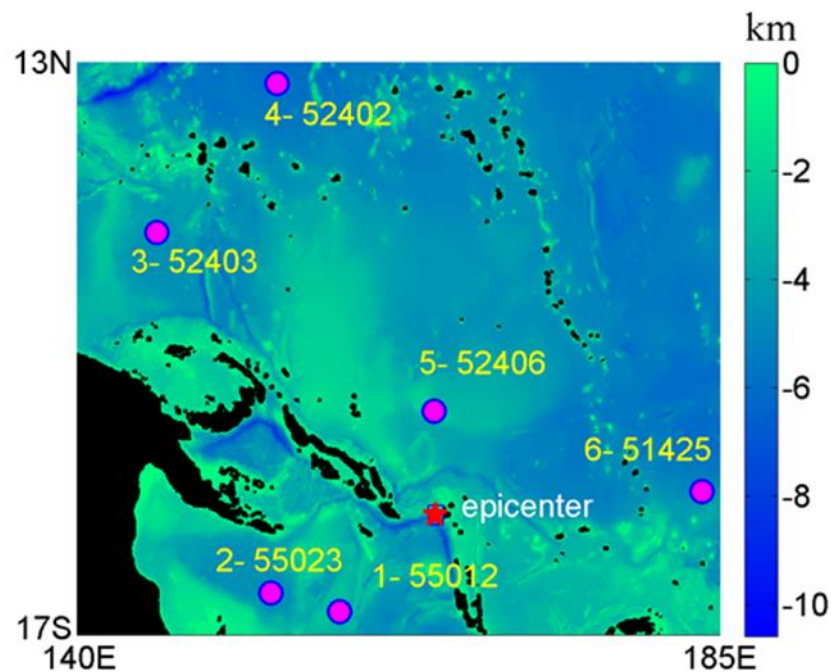


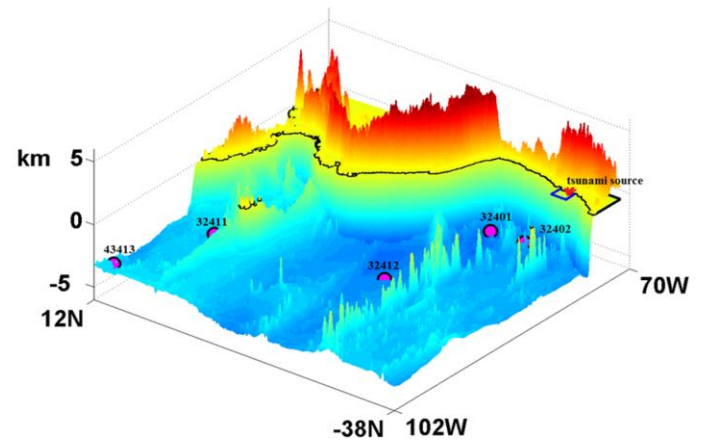
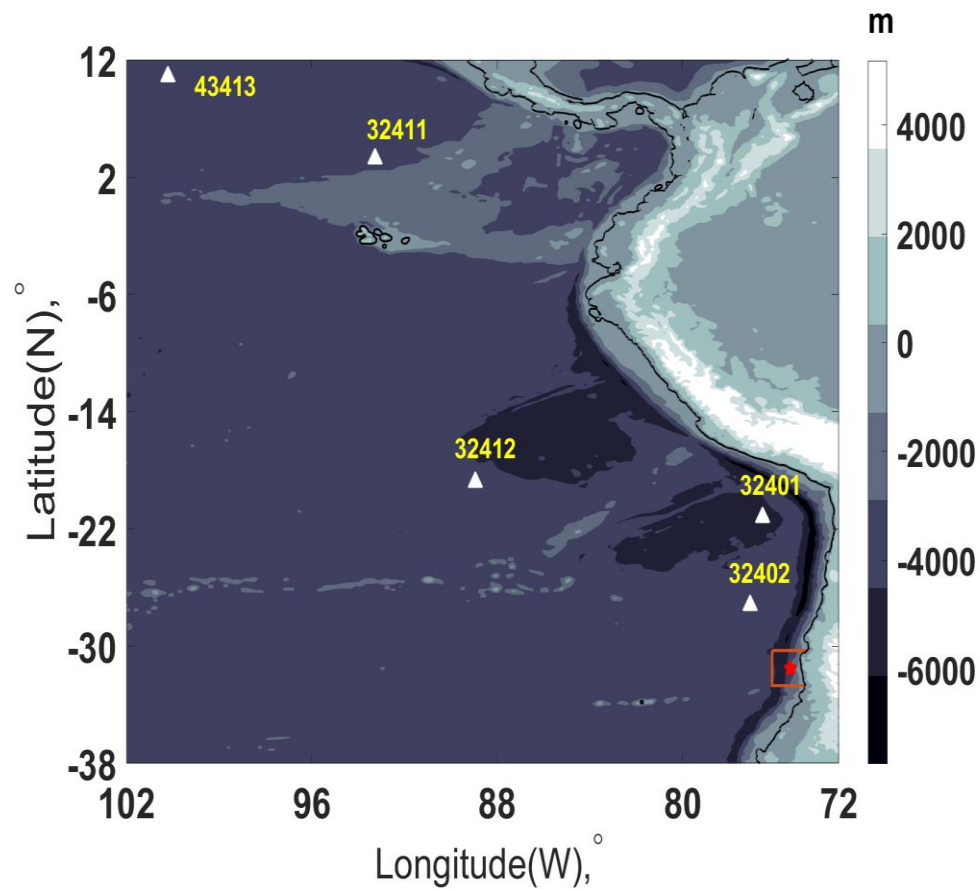
(71W)



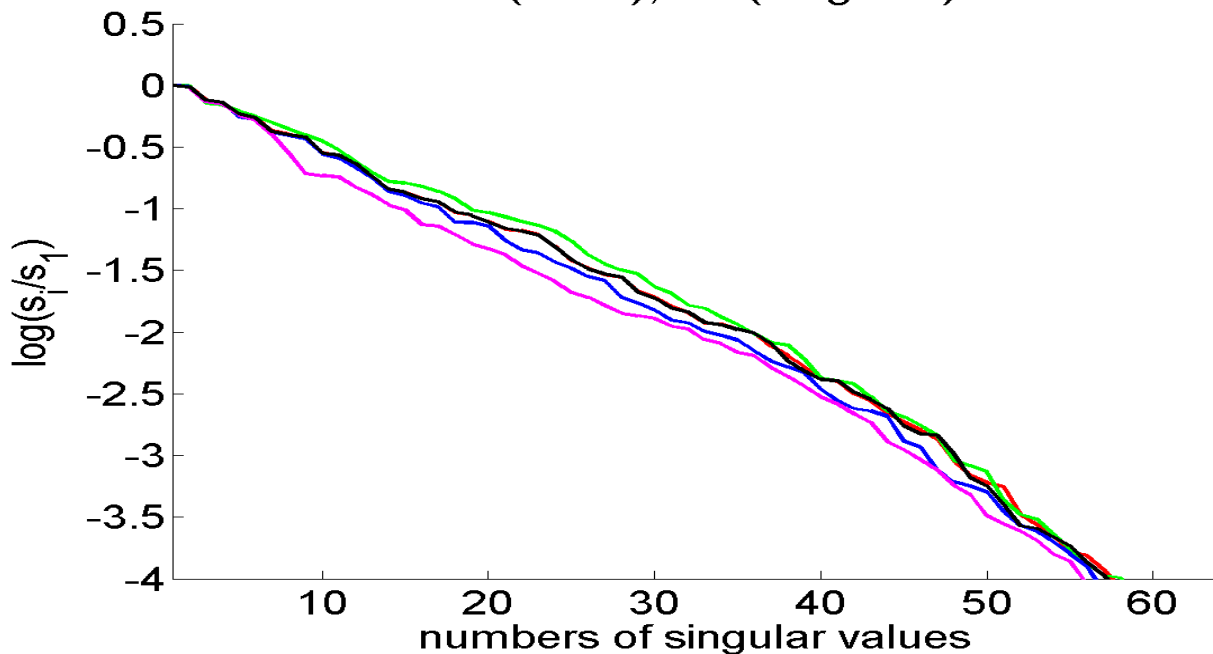
M	cond	r	err%	used receivers (red)
V1.1	100	23	62.8	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14
V1.2	10000	32	52	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14
v2.1	100	73	37.7	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14
V2.2	1000	92	32.6	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14
V3.1	100	65	45.9	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14
V3.2	10000	99	26.7	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14
v4	1000	104	60	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14







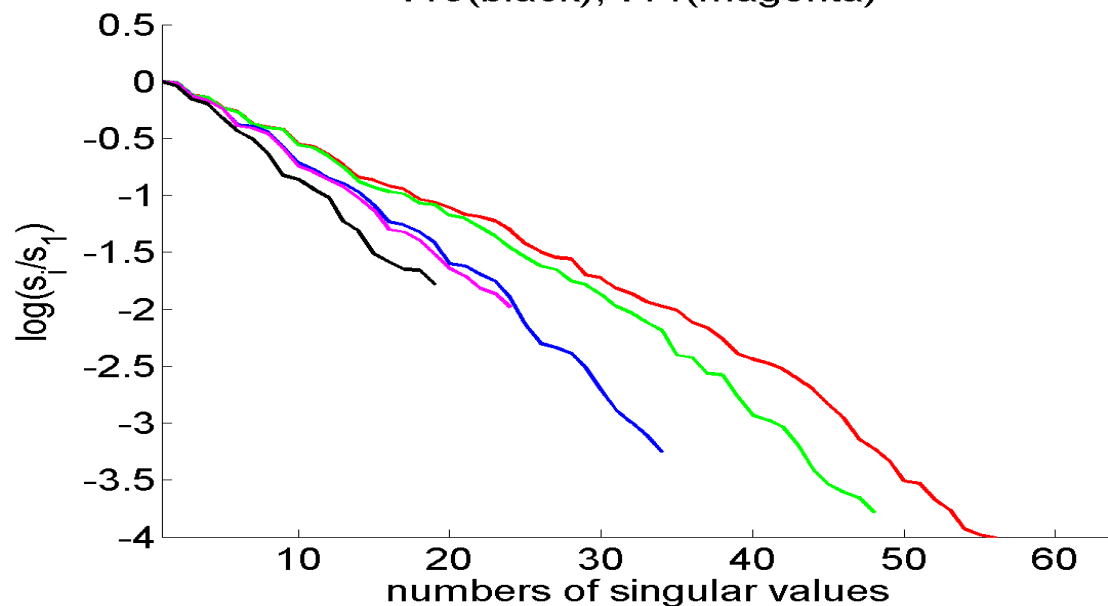
v80(green); v79(red); v81(blue);
v83(black); v82(magenta)



d=0.02; k=88;

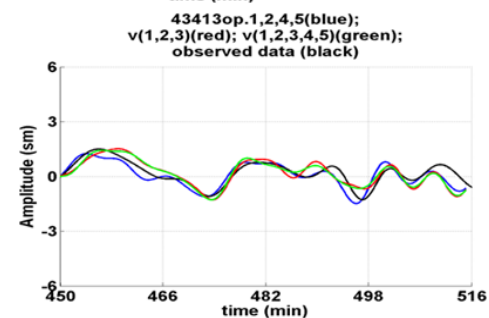
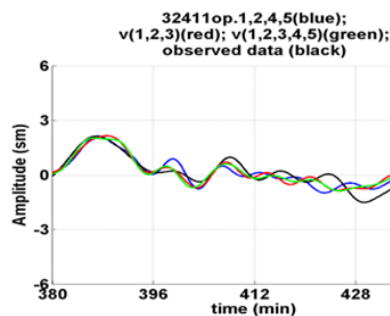
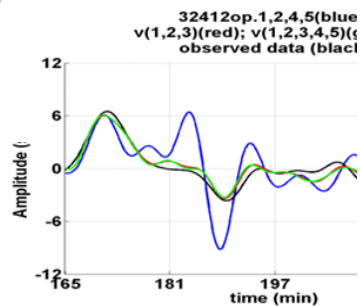
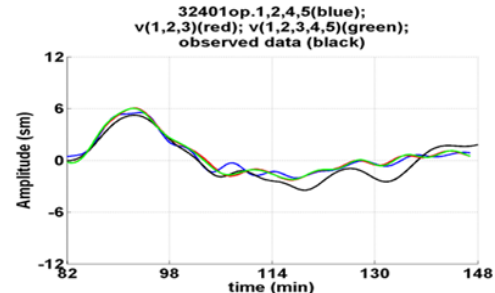
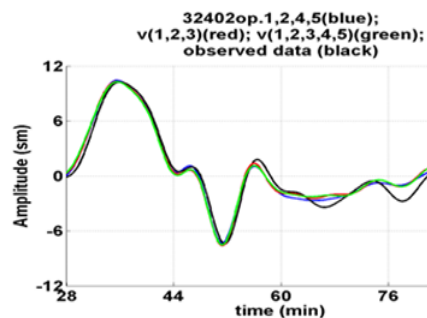
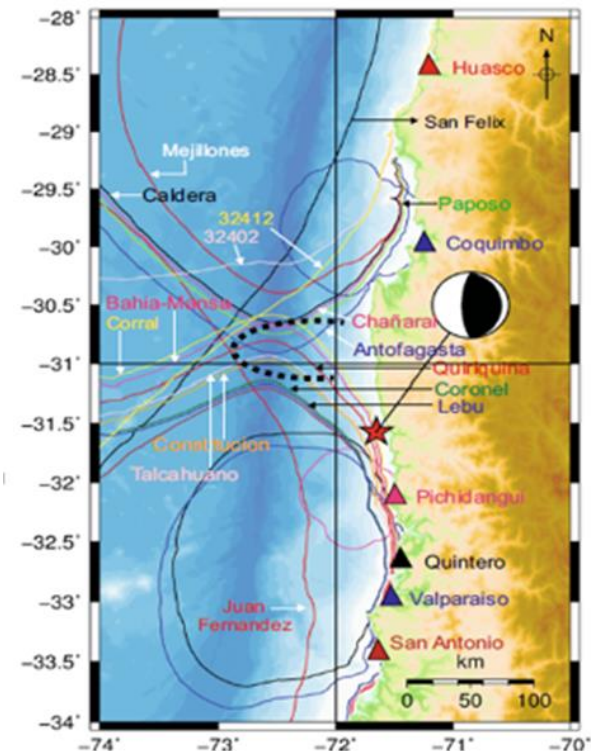
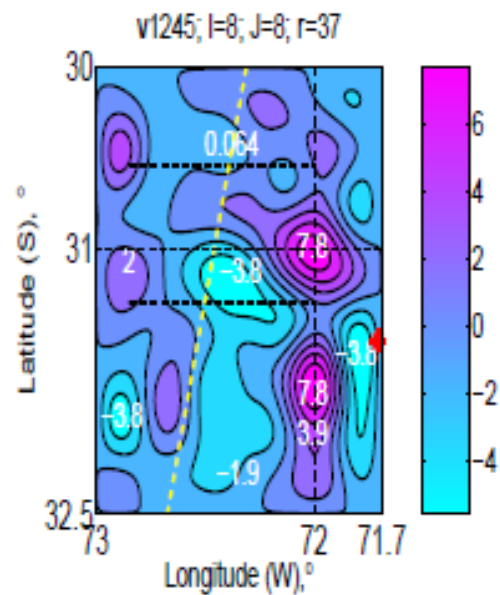
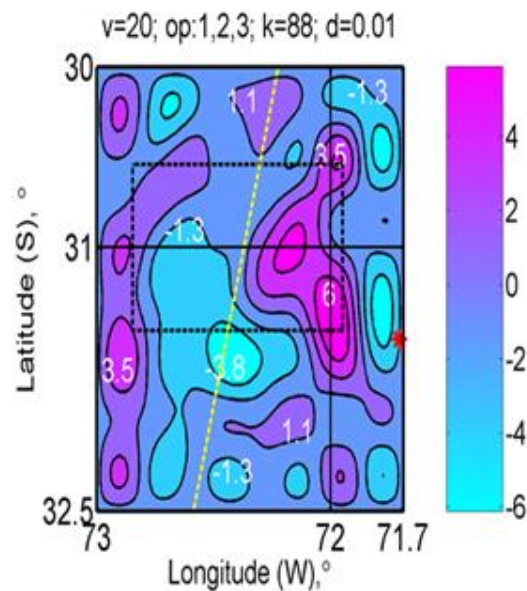
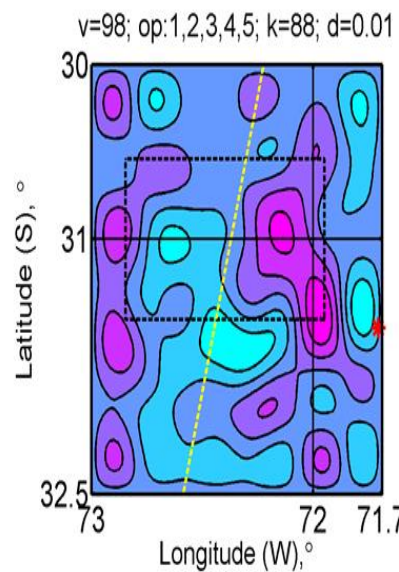
V80(green) C2345; r=31;
V79 (red) C1234; r=29;
V81(blue) - C1345; r=25;
V83 (black) C1235; r=27;
V82(magenta) - C1245; r=25;

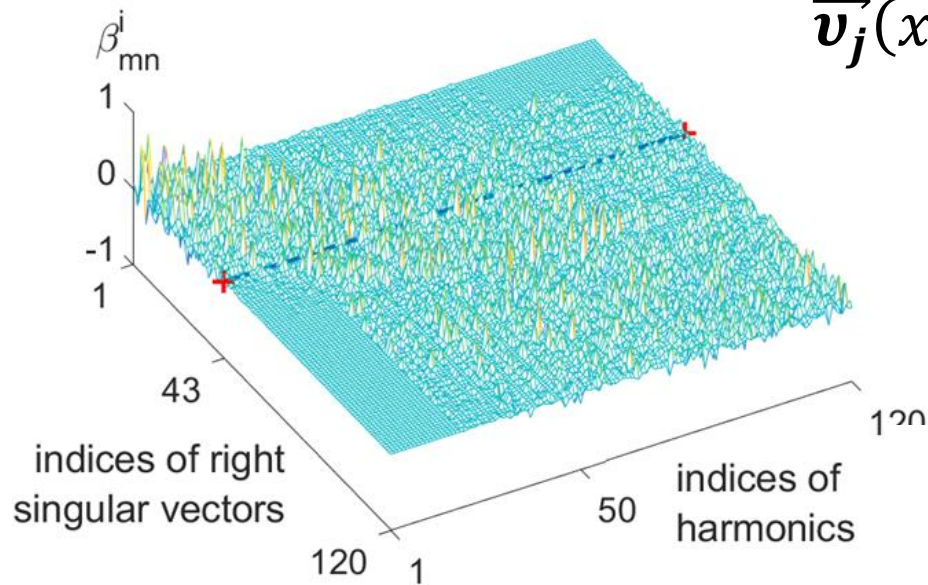
v18(green); v19(red); v17(blue);
v15(black); v14(magenta)



d=0.007; C123;

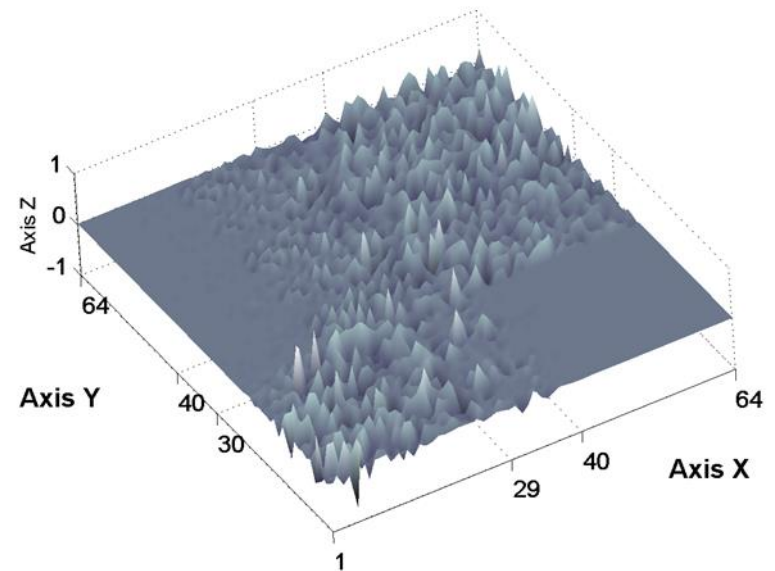
V18(green) - k=77; r=38;
V19 (red) - k=88; r=36;
V17(blue) - k=75; r=25;
V15 (black) - k=54; r=19;
V14(magenta) - k=55; r=24;





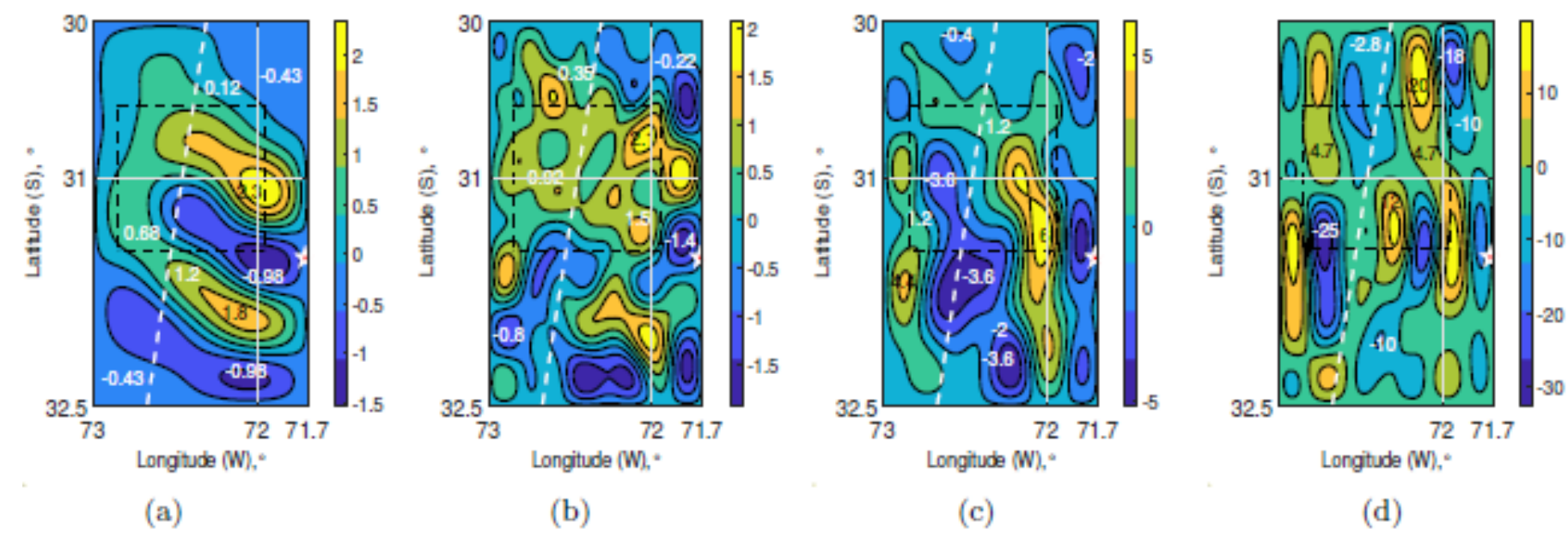
$$\vec{v}_j(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \beta_{mn}^j \varphi_{mn}(x, y)$$

$$\gamma_{mn} = (m/l_1)^2 + (n/l_2)^2$$



$$\varphi_k = \varphi_{mn}; \quad k = n + (m-1) \times N; m = 1, \dots, M; n = 1, \dots, N;$$

The inversion results for configuration v12345, M=8, N=8 with different values of r:



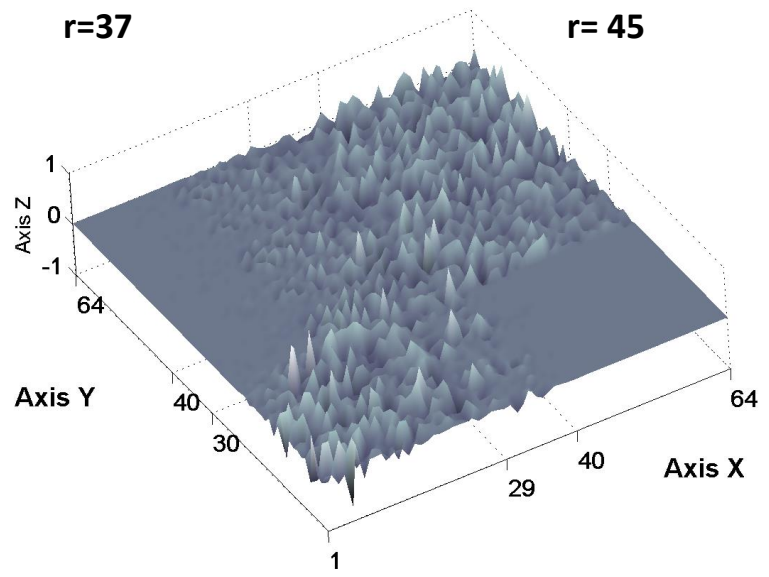
r=17

r=29

r=37

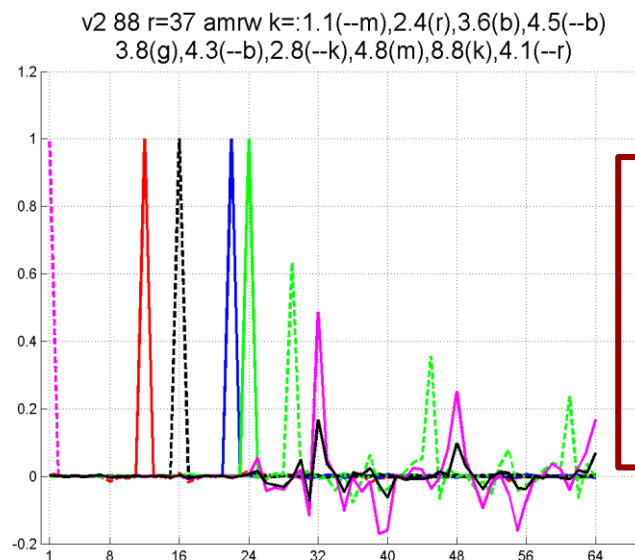
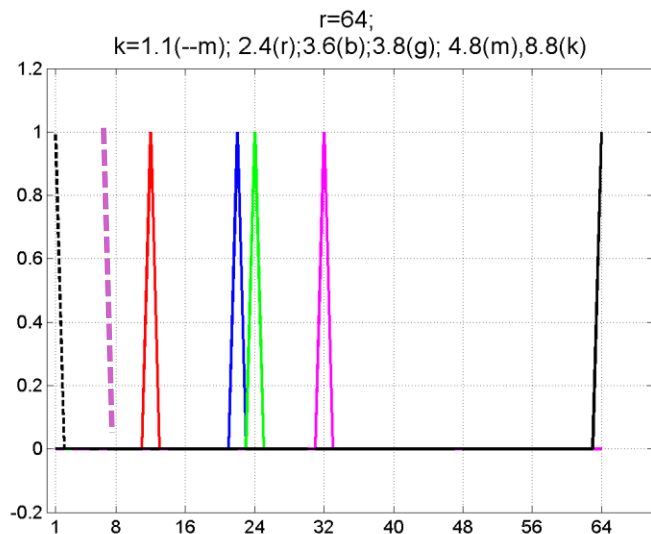
r= 45

Comparison of the inversion results for configuration v12345, M=8, N=8 with different values of r: (a) r=17 ; (b) r=29; (c) r=37; d) r=45. The color bar shows the displacement of the water surface in meters.

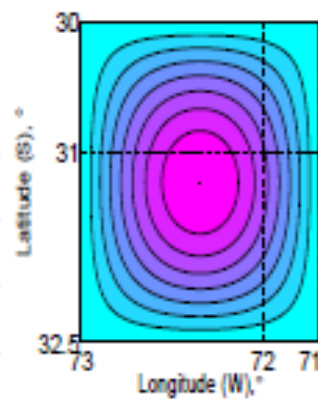
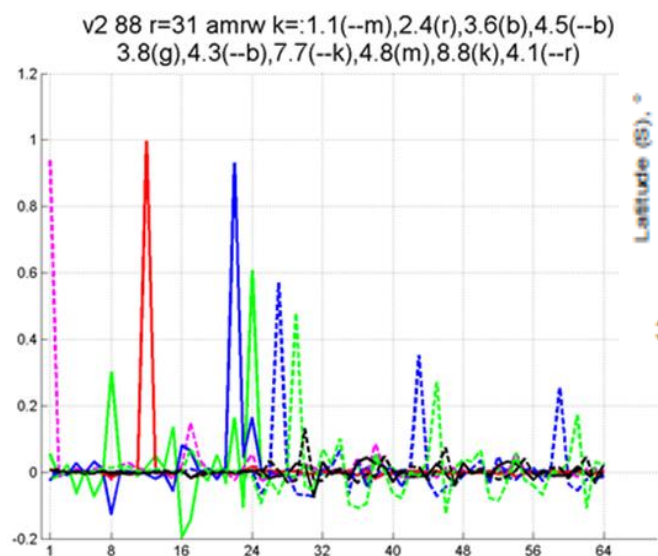


$$\varphi(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \sin \frac{\pi m}{l_1} x \cdot \sin \frac{\pi n}{l_2} y = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \varphi_{mn}(x, y)$$

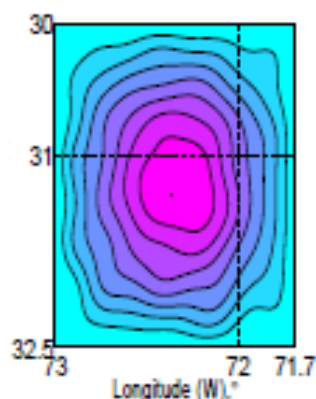
$$\varphi_k = \varphi_{mn}; \quad k = n + (m-1) \times N; m=1, \dots, M; n=1, \dots, N;$$



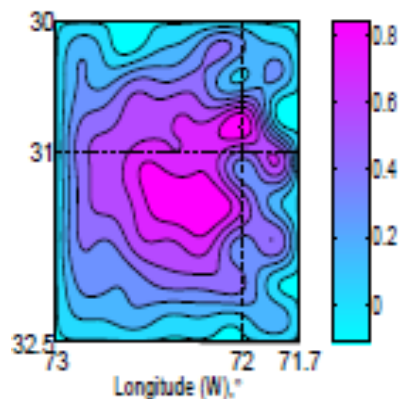
K=1 -- {1.1} K=12 {2.4}
K=16 -- 4.3} K=22 {3.6}
K=24 {3.8} K=25 -- {4.1}
; K=27 -- (4.3} K=32 {4.8}
K=64 {8.8}



r=64

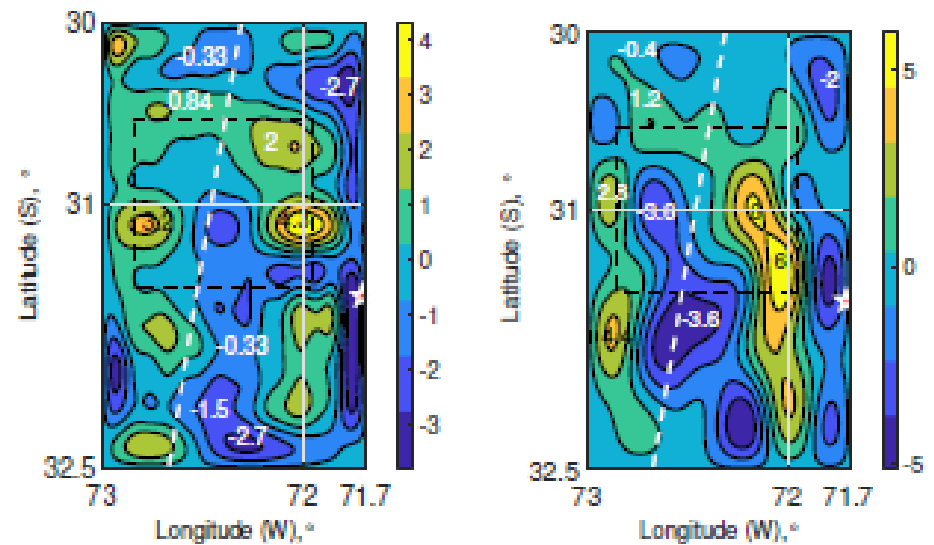
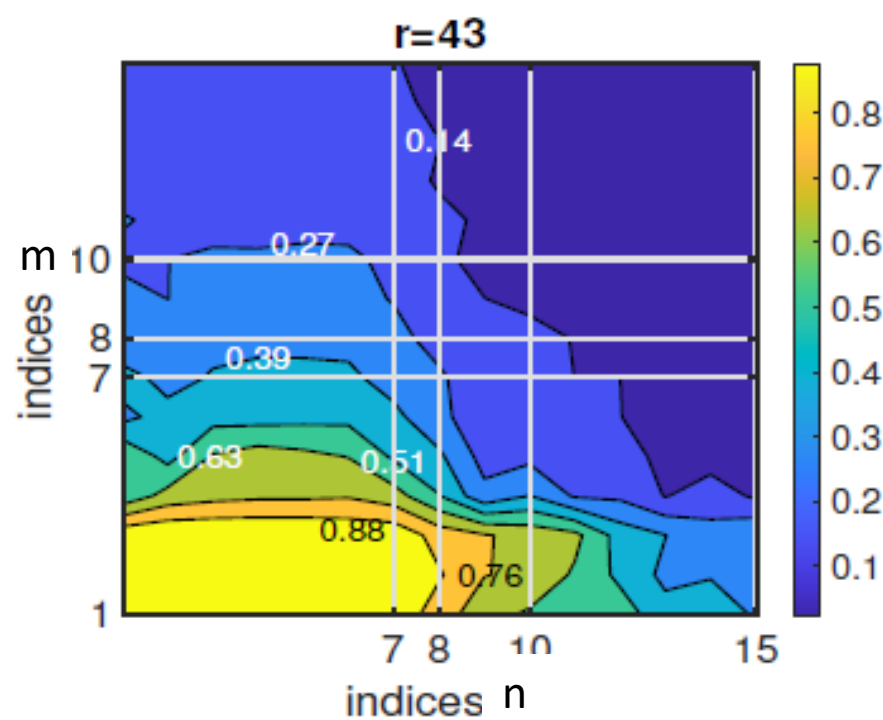


r=37



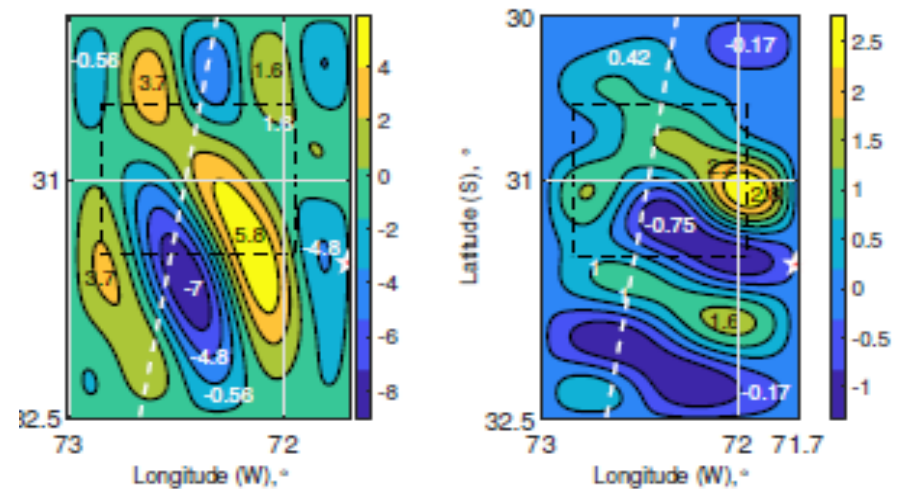
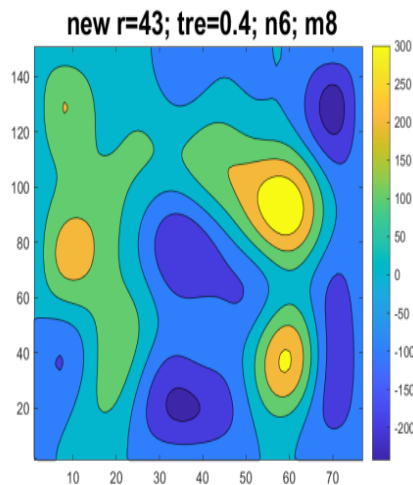
r=31

Восстановление 1-ой гармоник при разных r

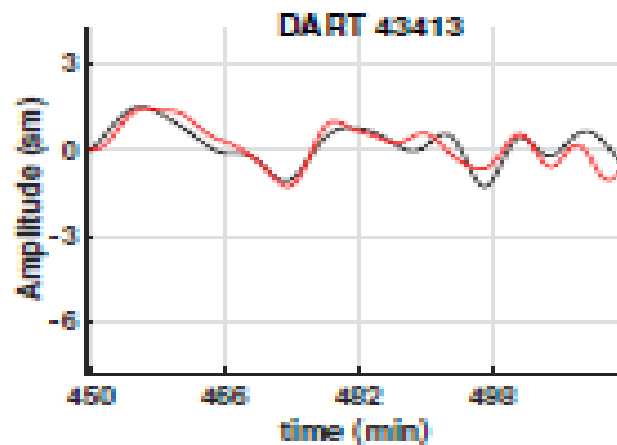
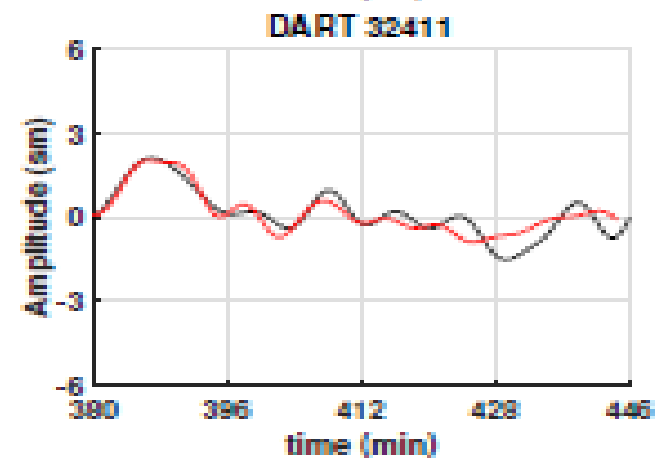
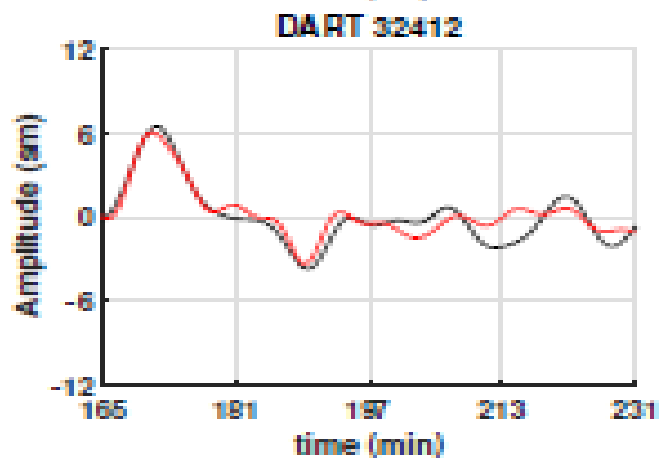
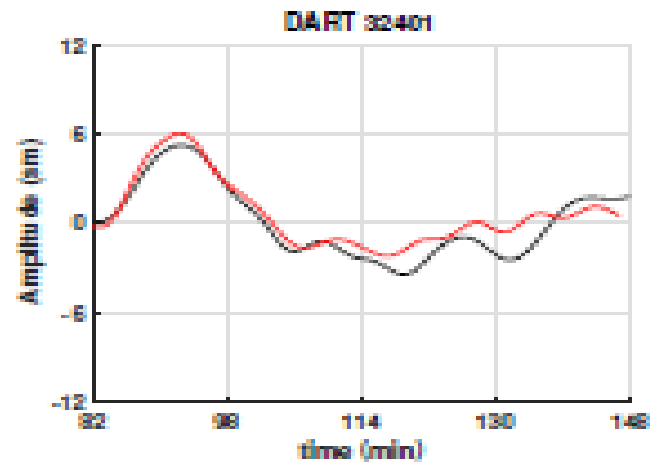
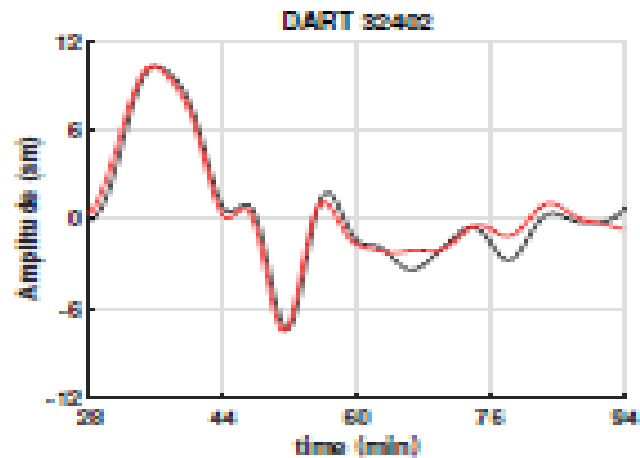
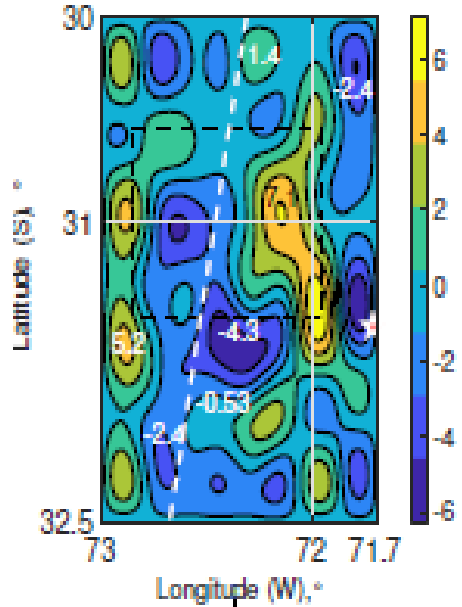


(a) $M=15$, $N=15$, $\varphi_{\max}=5.5\text{m}$, $\varphi_{\min}=-3.8\text{m}$, $r=43$;
 (b) $M=7$, $N=7$, $\varphi_{\max}=7.6\text{m}$, $\varphi_{\min}=-5.2\text{m}$, $r=32$;

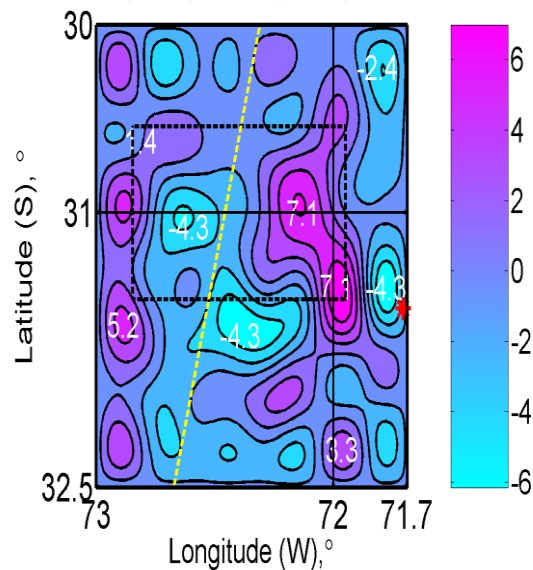
**The cosine of the angle between
 each harmonic and a subspace of r -
 solutions, $r=43$**



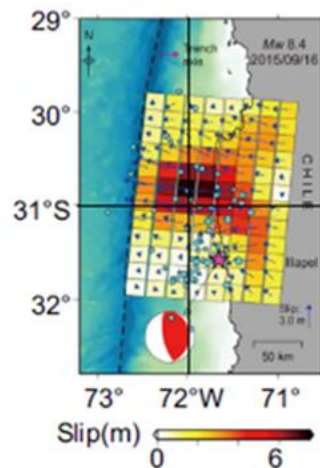
(c) $M=5$, $N=5$, $\varphi_{\max}=7.9\text{m}$, $\varphi_{\min}=-9.1\text{m}$, $r=24$;
 (d) $M=3$, $N=8$, $\varphi_{\max}=3.3\text{m}$, $\varphi_{\min}=-1.4\text{m}$, $r=24$.



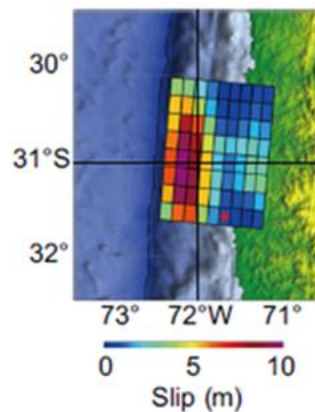
$v=98$; $r=36$; $v12345$; $k=88$; $d=0.01$



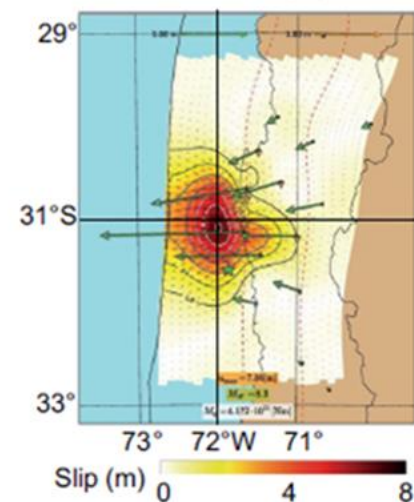
(a) Heidarzadeh (S and T)



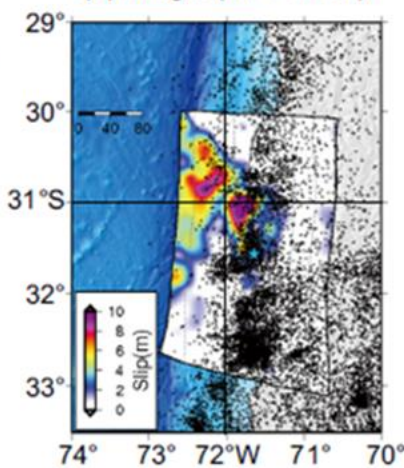
(b) Li (S and T)



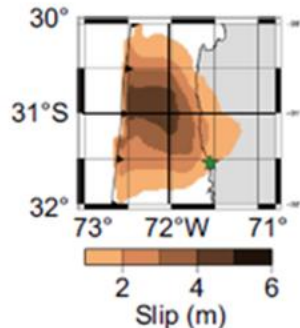
(c) Ruiz (G)



(e) Melgar (S, G and T)



(d) Tilmann (G and S)



(f) Lee (S)

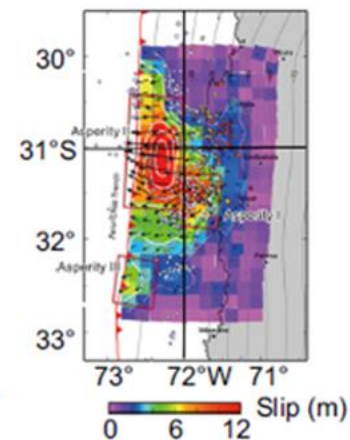
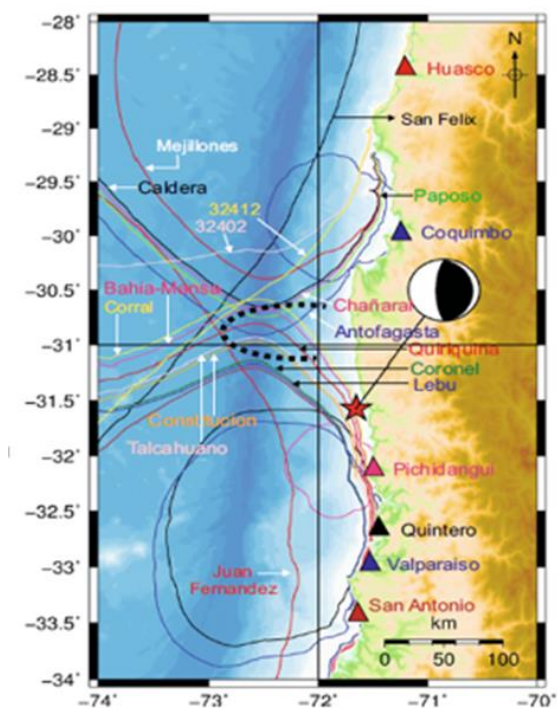


Figure 4

Six slip distribution models estimated by various data sets. *S*, *T*, and *G* stand for seismic, tsunami, and geodetic data, respectively. Reference are a Heidarzadeh et al. (2016), b Li et al. (2016), c Ruiz et al. (2016), d Tilmann et al. (2016), e Melgar et al. (2016), and f Lee et al. (2016).



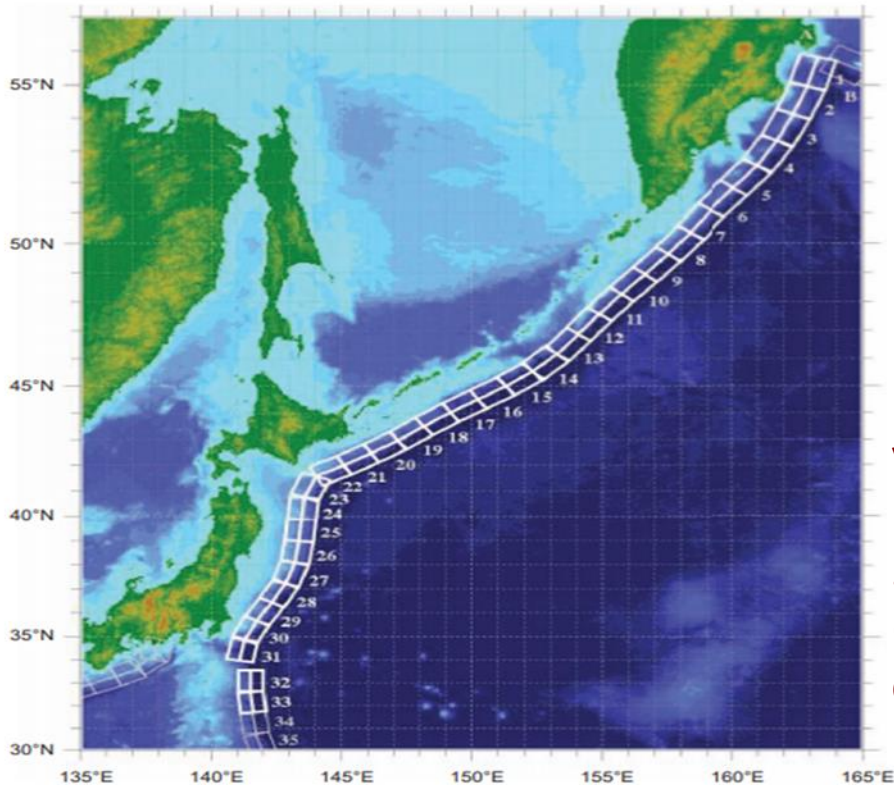
Выводы

Известно, что численное решение рассматриваемой некорректной задачи неустойчиво.

1. *Метод r -решения позволяет выбрать подпространство, в котором решение будет устойчивым.* Преимуществом предлагаемого подхода является надежность результата восстановления, обеспечиваемая построением решения на основе анализа свойств оператора задачи, определяемых выбранной системой наблюдения, реальной батиметрией уровнем шумов.
2. В рамках предлагаемого подхода можно сделать выбор, сколько и какие мареограммы следует использовать для инверсии. Это может быть сделано на отдельной стадии до фактического события. *Как оказалось, наилучшее расположение станций тесно связано с направлениями наиболее интенсивного распространения энергии цунами.*
3. Использование наиболее «информативной» системы наблюдения обеспечивает возможность *быстро вычислять высоты волны цунами в точках, в которых не было наблюдений, но которые были приняты во внимание при расчете матрицы оператора прямой задачи.* Дело в том, что нет необходимости снова вычислять распространение волны цунами от восстановленного источника, что является одним из значительных преимуществ представленного подхода.
4. Появление артефактов в решении - неизбежный побочный эффект метода r -решения.

Предложение

На основе предложенного подхода создать вычислительный комплекс решения обратной задачи восстановления источника цунами и вычисления высот волны в заранее указанных пунктах для оперативного прогноза цунами в определенных регионах Курило-Камчатского желоба.



1. Проведение тестовых расчетов позволит предложить наиболее «информативный» вариант системы наблюдения для конкретных регионов. То есть, подобрать для данного рельефа дна и данного района расположения источника наиболее «информативное» размещение глубоководных регистраторов уровня океана.

2. Использование ПЛИСсов (программируемые логически интегральные схемы)

Figure B12a: Kamchatka-Yap-Mariana-Izu-Bonin unit sources, part 1.

DEVELOPMENT OF THE FORECAST PROPAGATION DATABASE FOR NOAA'S SHORT-TERM INUNDATION FORECAST FOR TSUNAMIS (SIFT)

Edison Gica, Mick C. Spillane, Vasily V. Titov, Christopher D. Chamberlin, Jean C. Newman

Pacific Marine Environmental Laboratory Seattle, WA March 2008

Хочу поблагодарить к.ф.- м.н. Артема Владимировича Лоскутова, Институт морской геологии и геофизики Дальневосточного отделения Российской Академии Наук, за помощь в подготовке данных наблюдений.

Предлагаемое исследование выполнено в рамках Государственной бюджетной программы с ИВММГ СО РАН (0315-2019-0005).



Thank for your attention