

# **БЫСТРОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ НА ПЕРСОНАЛЬНОМ КОМПЬЮТЕРЕ**

**М. Лаврентьев, Ан Марчук,  
К. Облаухов, М. Шадрин**

**Новосибирский государственный университет;  
Институт автоматки и электрометрии СО РАН.**

Целью работы является разработка оригинального алгоритма для расчета распространения волны цунами на вложенных сетках и портирование этого алгоритма на платформу FPGA. Спецвычислитель на базе FPGA для равномерных сеток был предложен и протестирован авторами ранее. Использование вложенных сеток позволяет вести расчет распространения волны практически до береговой линии.

# Мотивация



Тридцать первая сессия Ассамблеи Межправительственной океанографической комиссии (МОК) ЮНЕСКО (14 по 25 июня 2021 года), одобрила создание десятилетней Программы по

цунами, Научного комитета для подготовки проекта научного плана исследований и международной Коалиции по повышению готовности прибрежных сообществ к угрозе цунами. Эта программа призвана внести вклад в достижение социального результата «Безопасный океан» Десятилетия ООН, посвящённого науке об океане в интересах устойчивого развития, и предоставляет уникальную возможность выявить и восполнить критические пробелы в обнаружении, измерении, прогнозировании и обеспечении готовности к глобальным цунами.

# Цель исследования

Предоставить возможность надежного вычисления параметров волны уже через несколько минут после сейсмического события.

Ограничение – через 20 мин. после события волна достигает береговой линии.

Решение: (1) Система наблюдений; (2)

Восстановление параметров очага; (3)

**Расчет распространения волны; (4) Зоны затопления.**

# Распространение волны

Используется следующая эквивалентная форма системы уравнений мелкой воды:

$$H_t + (uH)_x + (vH)_y = 0,$$

$$u_t + uu_x + vu_y + gH_x = gD_x,$$

$$v_t + uv_x + vv_y + gH_y = gD_y,$$

здесь  $H(x, y, t) = Q(x, y, t) + D(x, y)$ ;  $Q$  – высота волны;  $D$  – профиль глубин,  $u(x, y, t)$ ,  $v(x, y, t)$  – компоненты вектора скорости по осям  $x$  и  $y$ ;  $g$  – ускорение свободного падения.

# Схема Мак-Кормака

Уравнения системы мелкой воды на  $n$ -ом шаге по времени аппроксимируются прямой двухшаговой конечно-разностной схемой Мак-Кормака, имеющей второй порядок аппроксимации:

$$\frac{\hat{H}_{ij}^{n+1} - H_{ij}^n}{\tau} + \frac{H_{ij}^n u_{ij}^n - H_{i-1j}^n u_{i-1j}^n}{\Delta x} + \frac{H_{ij}^n v_{ij}^n - H_{i-1j}^n v_{i-1j}^n}{\Delta y} = 0$$

$$\frac{\hat{u}_{ij}^{n+1} - u_{ij}^n}{\tau} + u_{ij}^n \frac{u_{ij}^n - u_{i-1j}^n}{\Delta x} + v_{ij}^n \frac{u_{ij}^n - u_{ij-1}^n}{\Delta y} + g \frac{\eta_{ij}^n - \eta_{i-1j}^n}{\Delta x} = 0$$

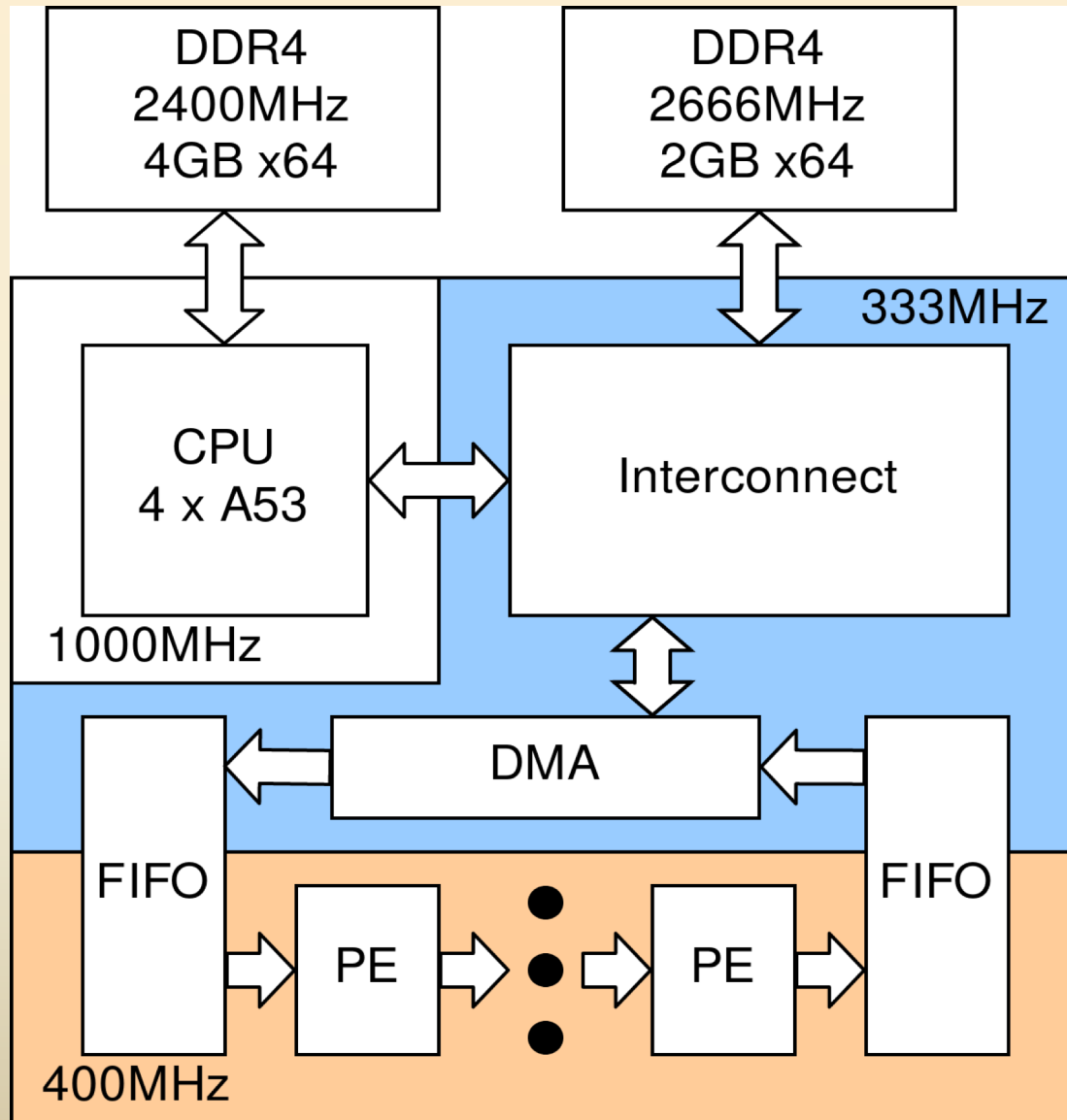
$$\frac{\hat{v}_{ij}^{n+1} - v_{ij}^n}{\tau} + u_{ij}^n \frac{v_{ij}^n - v_{i-1j}^n}{\Delta x} + v_{ij}^n \frac{v_{ij}^n - v_{ij-1}^n}{\Delta y} + g \frac{\eta_{ij}^n - \eta_{ij-1}^n}{\Delta y} = 0$$

$$\frac{H_{ij}^{n+1} - (\hat{H}_{ij}^{n+1} + H_{ij}^n)/2}{\tau/2} + \frac{\hat{H}_{i+1j}^{n+1} \hat{u}_{i+1j}^{n+1} - \hat{H}_{ij}^{n+1} \hat{u}_{ij}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{\hat{H}_{ij+1}^{n+1} \hat{v}_{ij+1}^{n+1} - \hat{H}_{ij}^{n+1} \hat{v}_{ij}^{n+1}}{\Delta y} = 0$$

$$\frac{u_{ij}^{n+1} - (\hat{u}_{ij}^{n+1} + u_{ij}^n)/2}{\tau/2} + u_{ij}^n \frac{\hat{u}_{i+1j}^{n+1} - \hat{u}_{ij}^{n+1}}{\Delta x} + v_{ij}^n \frac{\hat{u}_{ij+1}^{n+1} - \hat{u}_{ij}^{n+1}}{\Delta y} + g \frac{\hat{\eta}_{i+1j}^{n+1} - \hat{\eta}_{ij}^{n+1}}{\Delta x} = 0$$

$$\frac{v_{ij}^{n+1} - (\hat{v}_{ij}^{n+1} + v_{ij}^n)/2}{\tau/2} + u_{ij}^n \frac{\hat{v}_{i+1j}^{n+1} - \hat{v}_{ij}^{n+1}}{\Delta x} + v_{ij}^n \frac{\hat{v}_{ij+1}^{n+1} - \hat{v}_{ij}^{n+1}}{\Delta y} + g \frac{\hat{\eta}_{ij+1}^{n+1} - \hat{\eta}_{ij}^{n+1}}{\Delta y} = 0$$

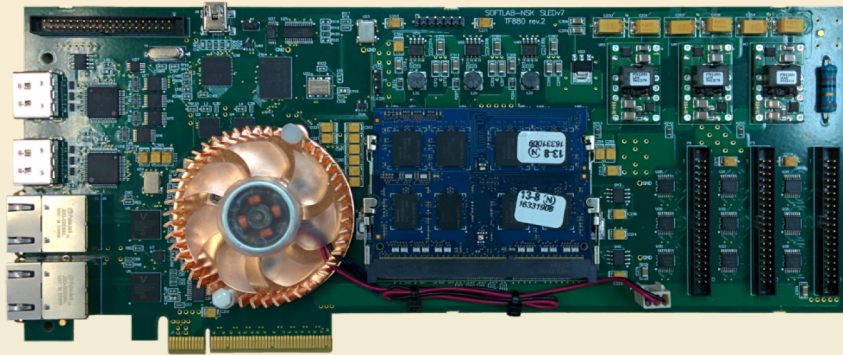
# Архитектура спецвычислителя



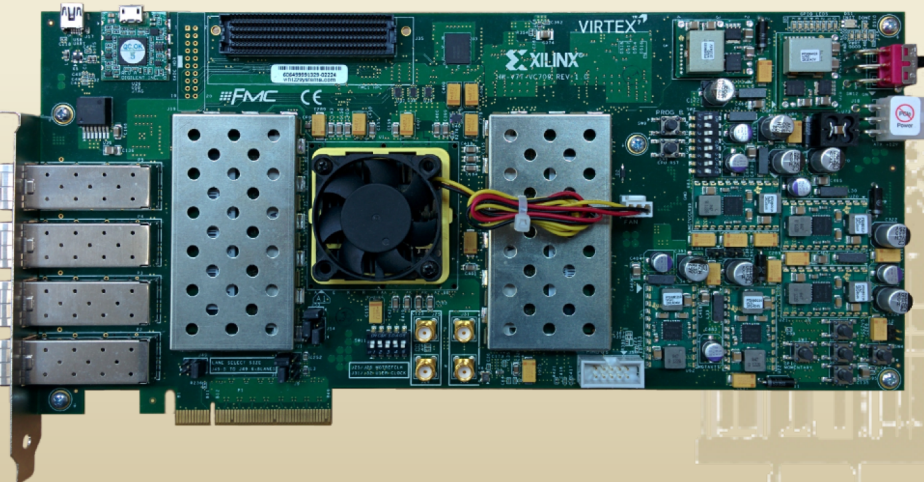
Вычислитель в составе современного ПК требует всего 25 сек. для моделирования распространения волны во всей расчетной области (будет показана ниже) от очаговой зоны до берега. «Реальное» время движения волны составляет 3200 сек., расчет происходит в 120 раз быстрее.

# Вычислительные платформы

Были использованы два различных чипа FPGA:



**SLEDv7** семейства Virtex-6



**Xilinx VC709** семейства  
Virtex-7

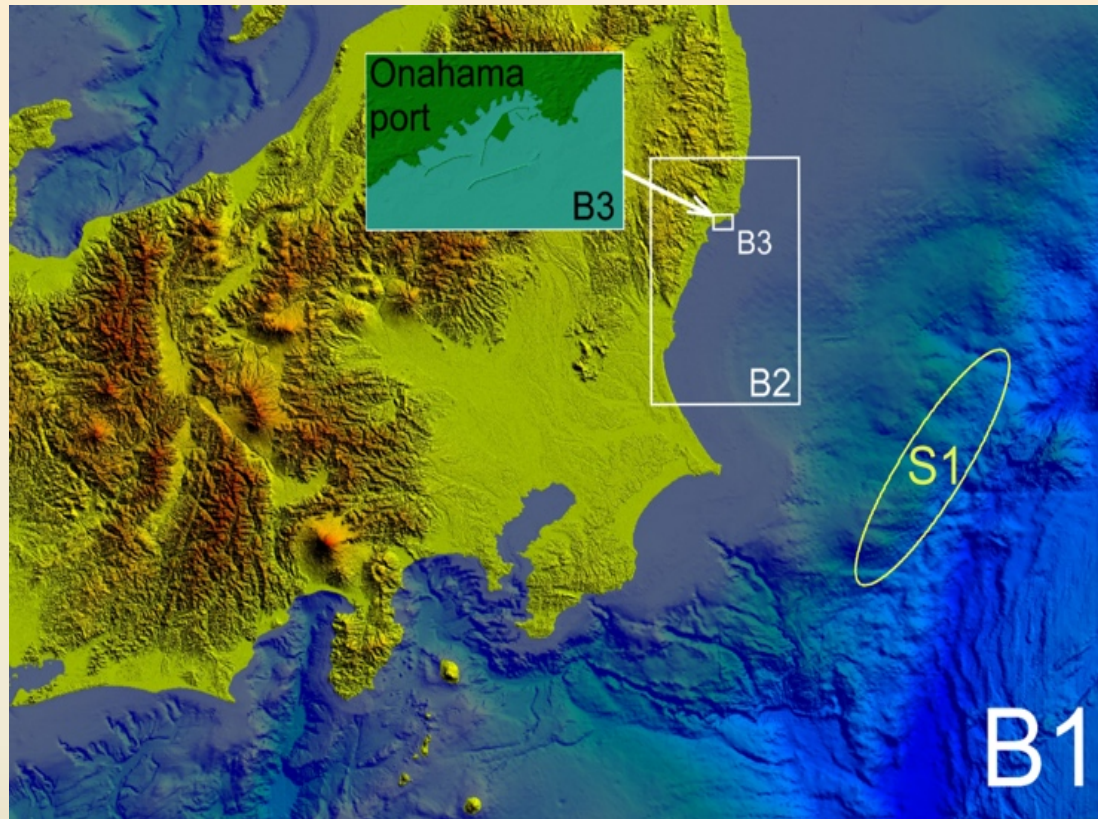
# Результаты по ускорению

	Platform	Before optimization	After optimization
1	Original code	3000 ms	3000 ms
2	AMD (6 core)	1800 ms	420 ms
3	Intel (8 cores)	300 ms	180 ms
4	CELL BE (PS3)	5000 ms	60 ms
5	GPU Tesla C1060	530 ms	20 ms
6	GPU Tesla K40	-	20 ms (double precision)
7	FPGA SLEDv7	-	7,85 ms
8	FPGA VC709	-	3,9 ms
9	FPGA VC709	7,85 ms	5,23 ms (double precision)

Поскольку глубина меняется от 0 до 10 000 м, а требуемое разрешение  $10^{-2}$  м, одинарной точности недостаточно. Тем не менее, строки 1-5 и 7-8 показывают результаты с одинарной точностью. В строке 6 показан результат расчета с двойной точностью на платформе GPU Tesla K40. Использование FPGA позволяет получить дополнительный рост производительности в 5 раз (одинарная точность или в 4 раза при двойной точности).



# Батиметрия расчетной области. Эллипс S1 показывает модельный источник.



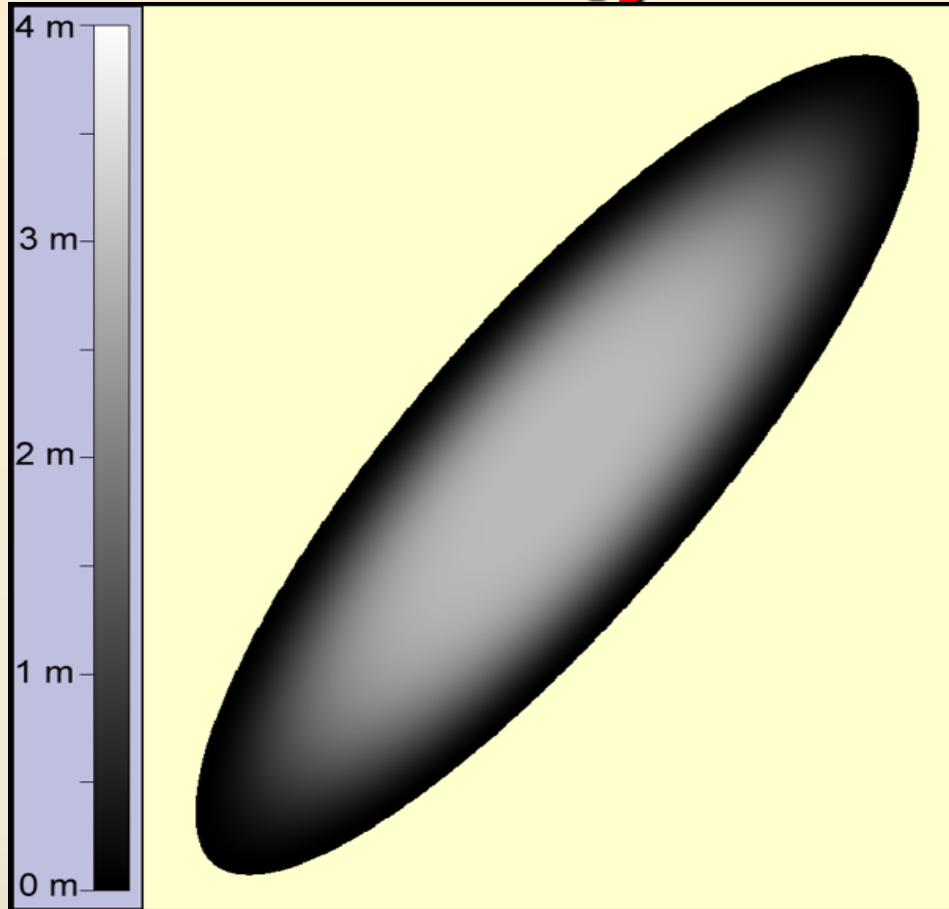
Область вычислений между  $137^{\circ}$  и  $143^{\circ}$  ВД и между  $34^{\circ}$  и  $38^{\circ}$  СШ.

Сетка из 3000 x 2000 узлов, шаг 0.002 градусов (180 м З-В и 222.6 м С-Ю).

# Вычислительный эксперимент

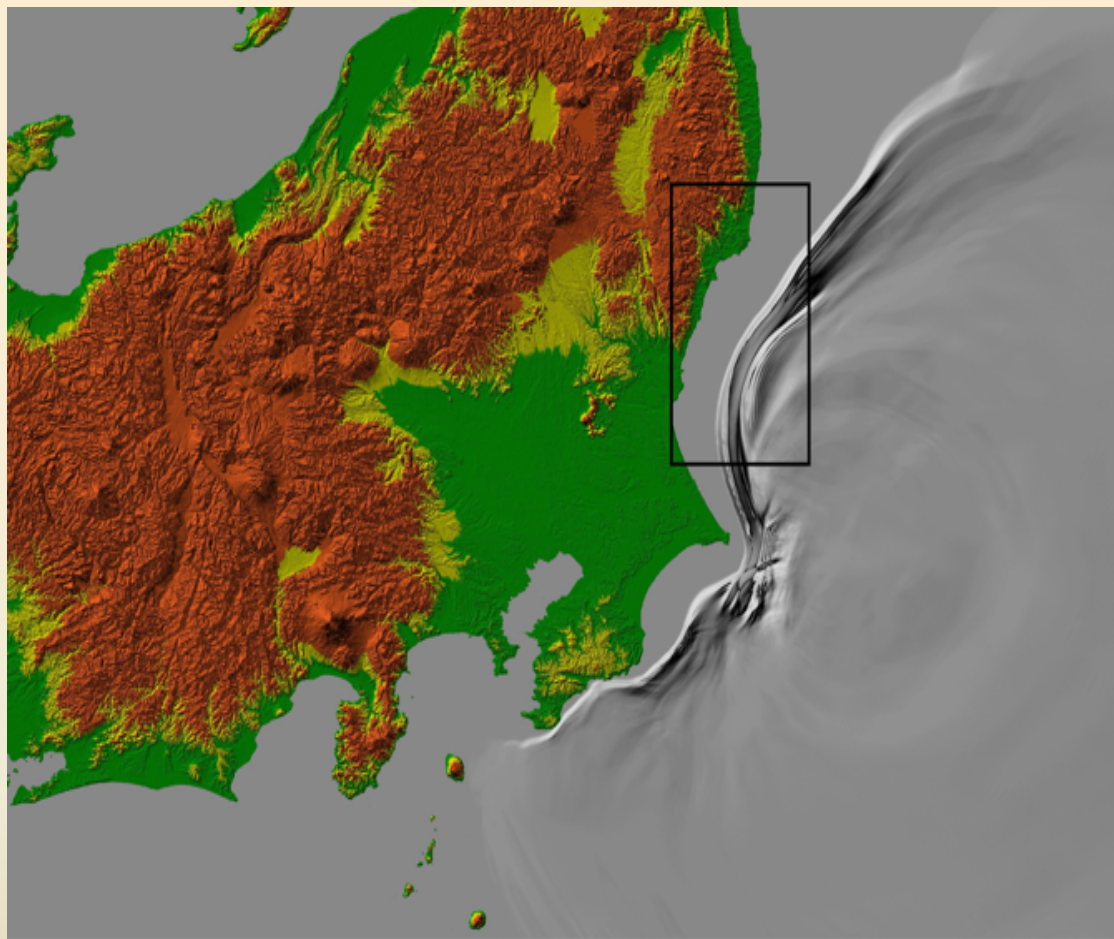
В исходной области  $V1$  размером  $3000 \times 2000$  на Японском глубоководном желобе расположено начальное возмущение водной поверхности (источник цунами). Значения параметров задачи на границах подобласти  $V2$  сохраняются в специальном файле “data\_b2” на каждом временном шаге. После завершения расчета на грубой сетке в области  $V1$ , сохраненные в файле “data\_b2” данные интерполируются на новую, более детальную сетку, которая будет использована в области  $V2$ . Затем численное моделирование распространения волны цунами производится уже в подобласти  $V2$ , вложенной в  $V1$ .

# Источник цунами



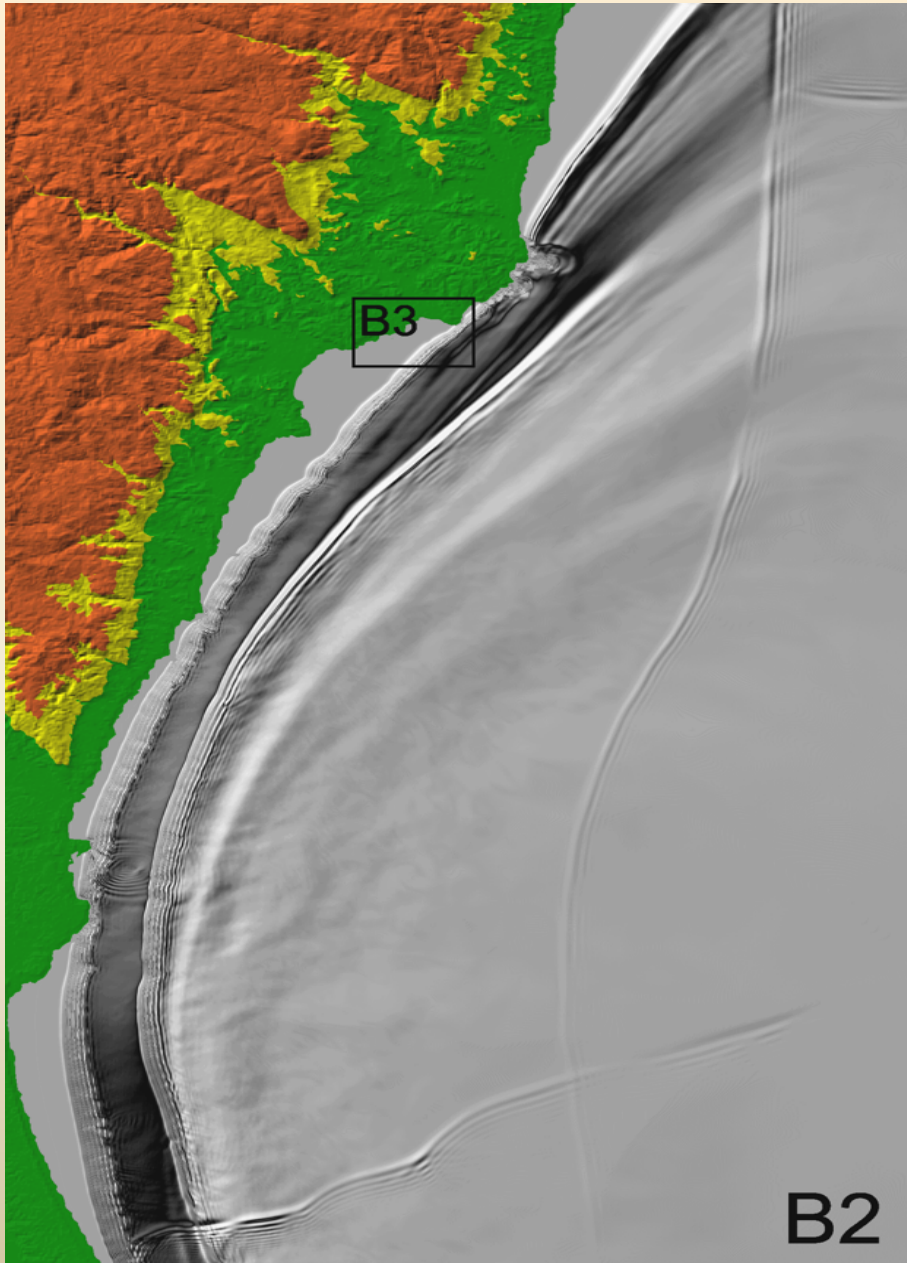
На рисунке показана форма эллипсоидального источника с амплитудой 400 см и длиной 200 км (отношение полуосей эллипса 4). Цветом показано распределение амплитуды в источнике.

# Вычислительный эксперимент



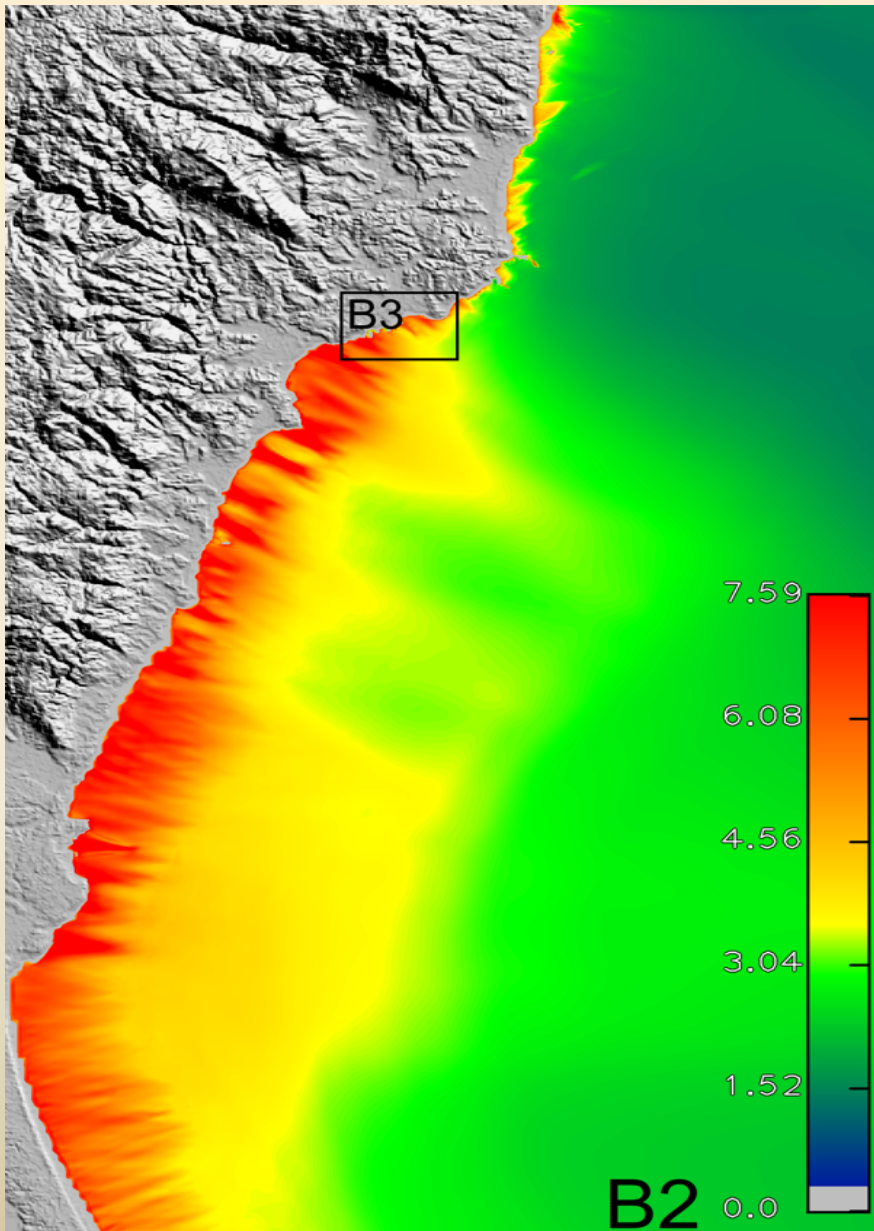
Водная поверхность через 1200 сек. после генерации цунами – результат моделирования распространения волны в области В1.

# Вычислительный эксперимент



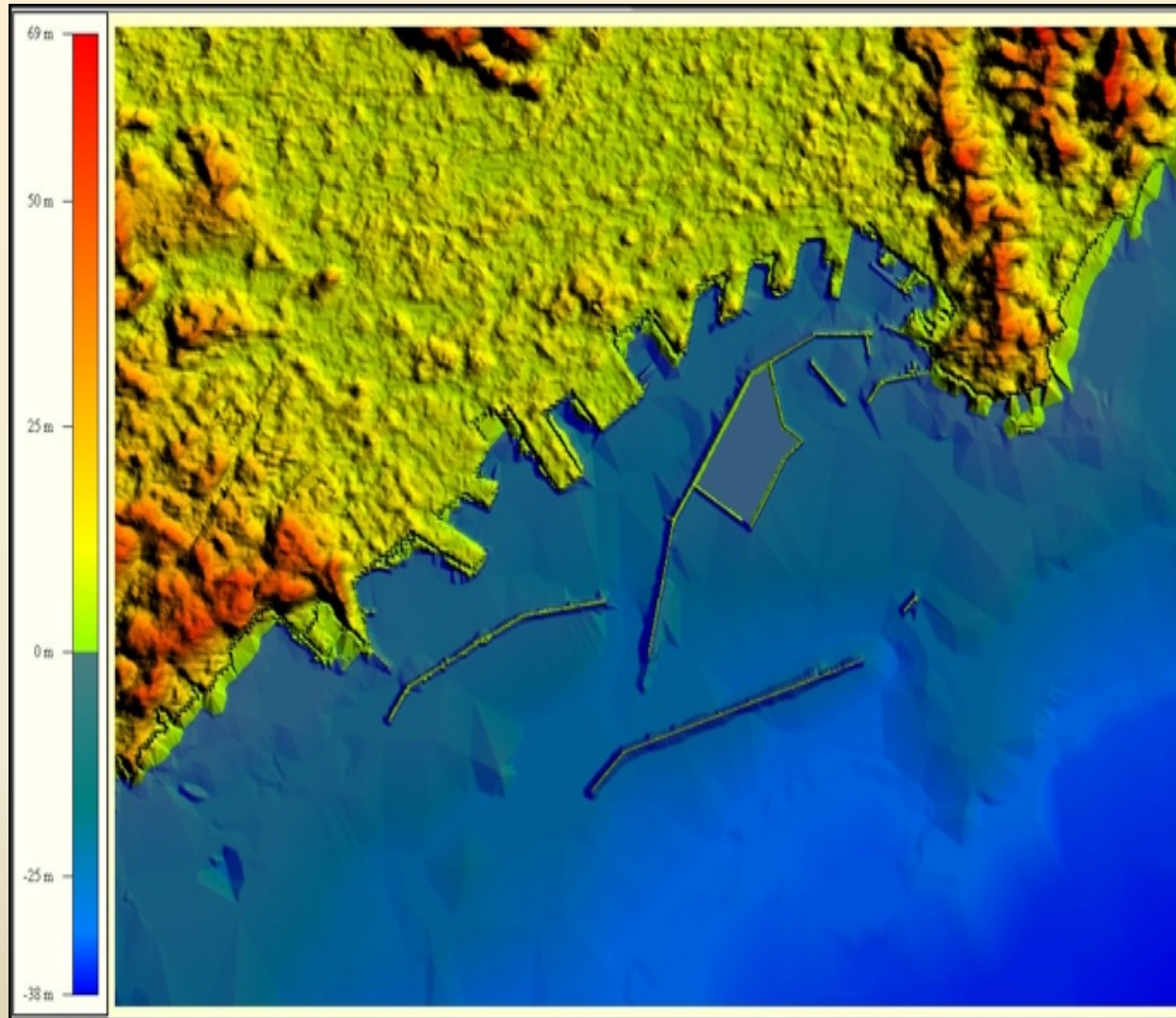
Водная  
поверхность через  
2100 сек. после  
генерации цунами  
– результат второй  
стадии  
моделирования в  
области B2.

# Вычислительный эксперимент



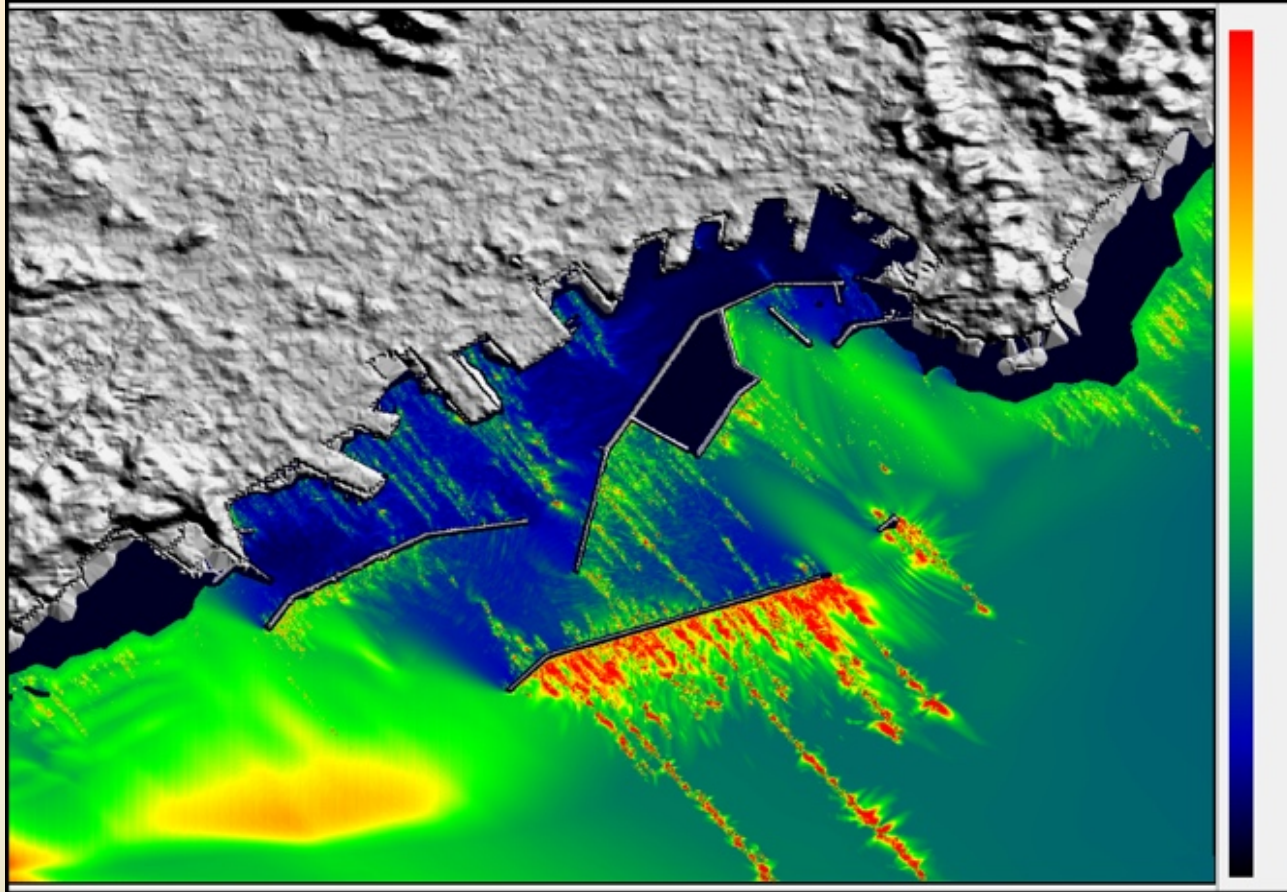
Распределение  
максимальных  
высот волны  
цунами в области  
B2. Черный  
прямоугольник  
показывает  
расположение  
подобласти B3.

# Вычислительный эксперимент



Батиметрия и береговая линия в подобласти<sub>15</sub> ВЗ.

# Вычислительный эксперимент



Распределение максимальных высот волны цунами в вычислительной области ВЗ. Черные области вдоль берега показывают, что метод не позволяет рассчитать параметры цунами при глубине менее 5 м.



# Заключение

Для расчета распространения волны цунами от глубоководного источника до береговой линии был использован метод вложенных сеток.

В каждой подобласти вычисления осуществлялись на платформе ПК с аппаратным ускорителем на базе FPGA.

Такой подход позволяет получить оценку высот волны цунами вдоль береговой линии с высоким разрешением за короткое время, сравнимое с несколькими минутами.

# Заключение

Детальное распределение максимальных высот волны цунами в окрестности порта Онахама, вызванной модельным источником, расположенном на Японском глубоководном желобе.

Вычислитель на базе FPGA делает возможным определение параметров волны внутри порта и в бухтах еще до прихода волны. Аппаратное ускорение исполнения кода обеспечивает высокую производительность а применение метода вложенных сеток позволяет вести расчет вплоть до береговой линии.