

# Волны в замкнутых водоемах, инициируемые землетрясениями

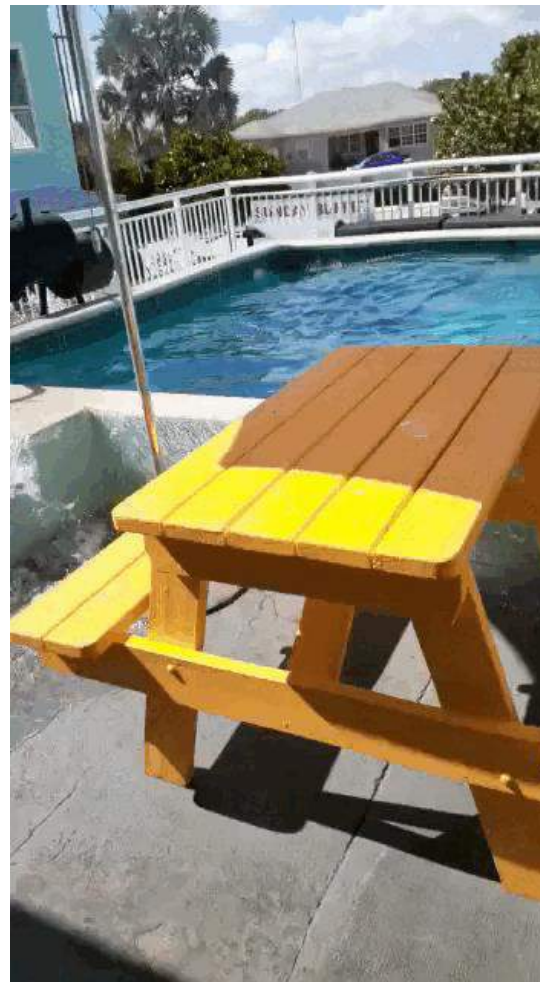
Д. Н. Валеева, М. А. Носов

Московский государственный  
университет имени М.В. Ломоносова



«ВОЛНЫ ЦУНАМИ: МОДЕЛИРОВАНИЕ, МОНИТОРИНГ, ПРОГНОЗ», 15-16 ноября 2022

# Введение



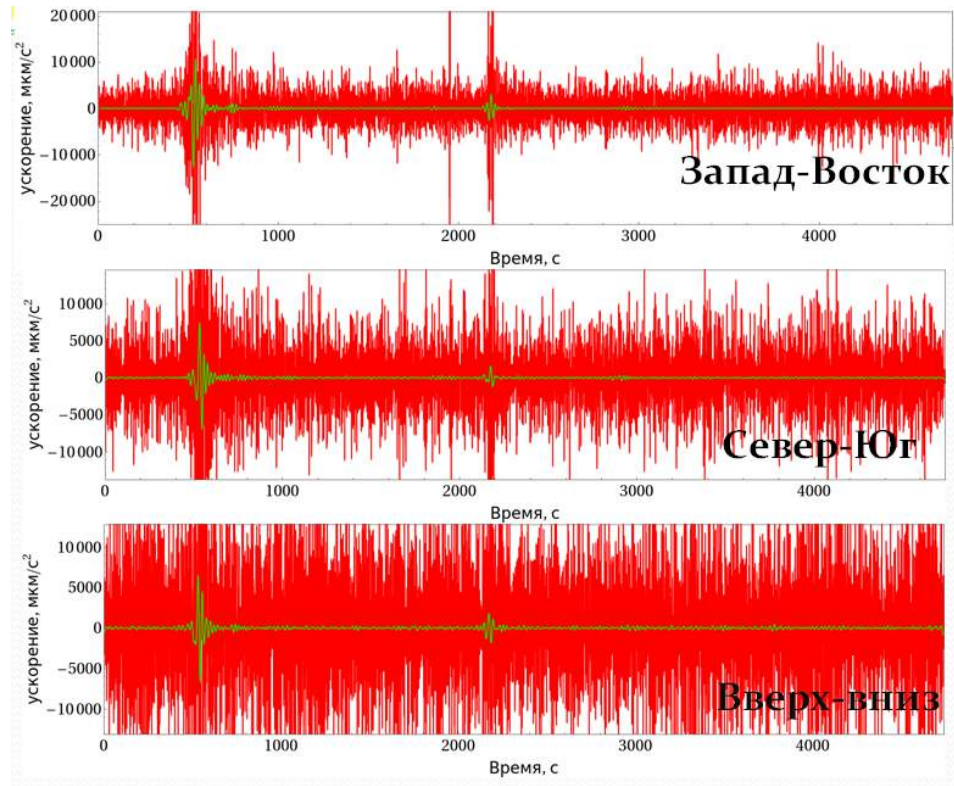
- Фарадей (1831)
- Kvale (1955)
- McGarr (1965)
- Сретенский (1977)
- Левин (1986)
- Архипкин (1989)
- Рабинович (1993)
- Иванов и др. (1994)
- Секерж-Зенькович (1996)
- Ichinose (2000)

- Губанова и др. (2000)
- Калиниченко и др. (2010)
- Bondevik и др. (2013)
- Букреев и др. (2013)
- Манилюк (2017)
- Елизарова (2017)
- Sanitano и др. (2017)
- Ковалев (2018)
- Сабурин (2018)

# Физическая постановка задачи

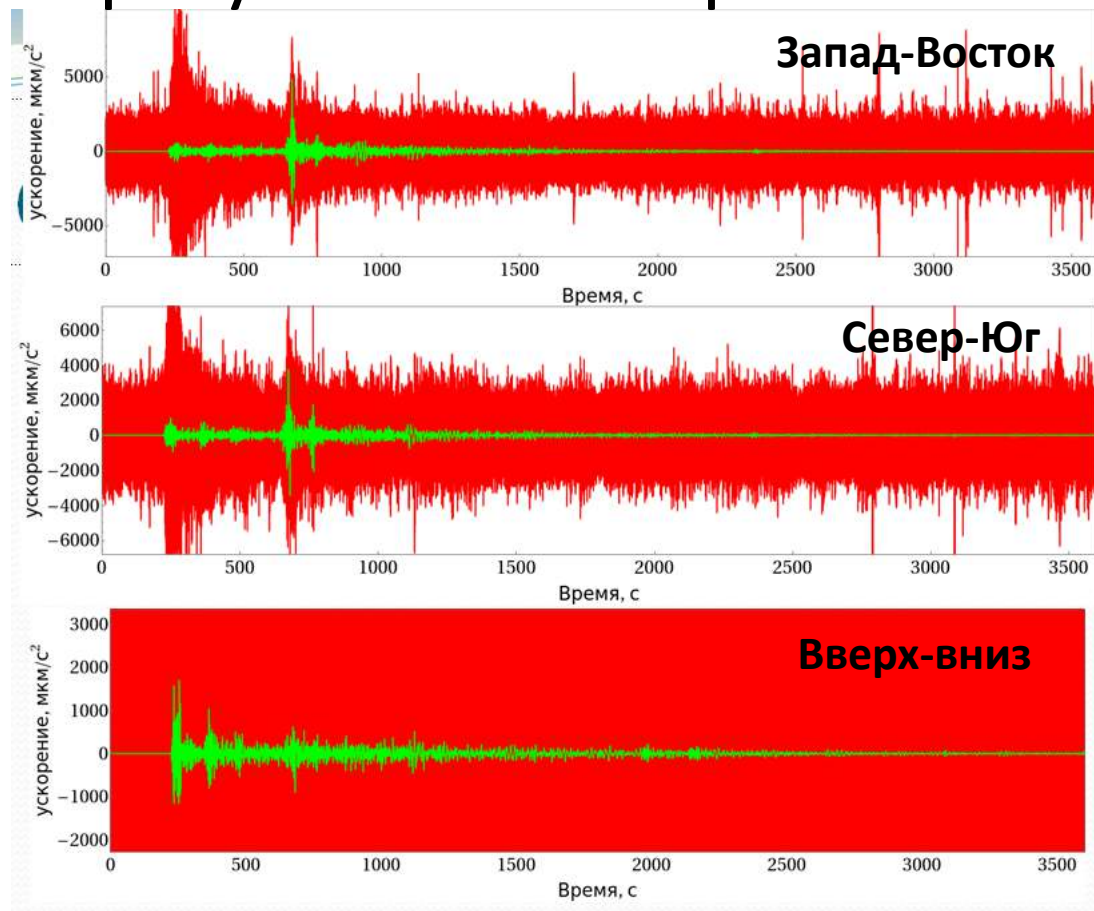
- $L \ll \Lambda$ , где  $\Lambda$  – длина сейсмических волн;
- $\lambda \gg H$ , где  $\lambda$  – характерная длина волны в водоеме;
- Линейное приближение;
- Длиннопериодные сейсмические колебания:  $T > 10 \sqrt{\frac{H}{g}}$ .

Землетрясение Тохоку 11 марта 2011 Mw=9.0. GPS-станция 3068 (координаты 139.049 35.245 ) – 450 км от эпицентра



# Охотоморское глубокофокусное землетрясение

- 23 мая 2013 года
- $M_w=8,3$
- Запись получена сейсмометром кафедры физики Земли МГУ.



# Система уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = (f_z - g) \frac{\partial \eta}{\partial x} + f_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} = (f_z - g) \frac{\partial \eta}{\partial y} + f_y \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(uH)}{\partial x} + \frac{\partial(vH)}{\partial y} = 0 \\ (\mathbf{V}, \mathbf{n}) \Big|_{\partial\Omega} = 0 \end{cases}$$

- $\eta$  – возмущение водной поверхности;
- $\mathbf{V}=(u, v)$  – вектор горизонтальной скорости;
- $(\mathbf{V}, \mathbf{n})=0$ ,  $\mathbf{n}$  – нормаль к границе области  $\Omega$ ;
- $f_x, f_y$  и  $f_z$  - компоненты ускорения колебаний дна;
- $g$  – ускорение свободного падения.

# Вклад вертикальной составляющей

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = (a_z - g) \frac{\partial \eta}{\partial x} + a_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} = (a_z - g) \frac{\partial \eta}{\partial y} + a_y ; \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (uH)}{\partial x} + \frac{\partial (vH)}{\partial y} = 0, \end{cases}$$

$$w|_{(x,y) \in \partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial n}|_{(x,y) \in \partial\Omega} = 0.$$

Исключая скорости, получаем

$$\eta_{tt} + \left( (a_z - g)H\eta_x \right)_x + \left( (a_z - g)H\eta_y \right)_y + (Ha_x)_x + (Ha_y)_y = 0.$$

$$\eta_{tt} + (a_z(t) - g)(\operatorname{div}(H\nabla\eta) = \operatorname{div}(Ha))$$

$$\eta_{tt} - (g + \sigma r(t))(\operatorname{div}(H \nabla \eta)) = \varepsilon a(t), \quad \left. \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{n}} \right|_{(x,y) \in \partial \Omega} = 0,$$

$$\text{где } \sigma r(t) = a_z(t), \quad \varepsilon a(t) = \operatorname{div}(H \mathbf{a}).$$

Решение можно представить в виде сходящегося ряда

$$\eta(x, y, t) = \eta^0(x, y, t) + \eta^{1,1}(x, y, t)\sigma + \eta^{1,2}(x, y, t)\varepsilon + \dots$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $\sigma$  и  $\varepsilon$ , выпишем уравнения для  $\eta^0(x, y, t)$ ,  $\eta^{1,1}(x, y, t)$ ,  $\eta^{1,2}(x, y, t)$ .

$$\eta_{tt}^0 - g(\operatorname{div}(H \nabla \eta^0)) = 0, \quad \left. \frac{\partial \eta^0}{\partial \mathbf{n}} \right|_{(x,y) \in \partial \Omega} = 0$$

$$\eta_{tt}^{1,1} - g(\operatorname{div}(H \nabla \eta^{1,1})) = r(t)(\operatorname{div}(H \nabla \eta^0)), \quad \left. \frac{\partial \eta^{1,1}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{(x,y) \in \partial \Omega} = 0$$

$$\eta_{tt}^{1,2} - g(\operatorname{div}(H \nabla \eta^{1,2})) = a(t), \quad \left. \frac{\partial \eta^{1,2}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{(x,y) \in \partial \Omega} = 0$$



# Оценка вклада параметрического резонанса

1) амплитуда их ускорения сопоставима с порядком  $g$ . В этом случае приведенные выше выкладки теряют силу.

2) длительность воздействия сейсмических колебаний достаточна для значимого проявления параметрического резонанса. В этом случае в рядах слагаемые начинают расти по  $t$ .

Обе эти оценки выражаются в следующей формуле характерного времени роста амплитуды при параметрическом резонансе

$$\tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{8g}{\eta_0 \omega^3}$$

Характерное время роста амплитуды для Охотоморского глубокофокусного землетрясения  $10^6$ с, для землетрясения Тохоку  $10^4$ с

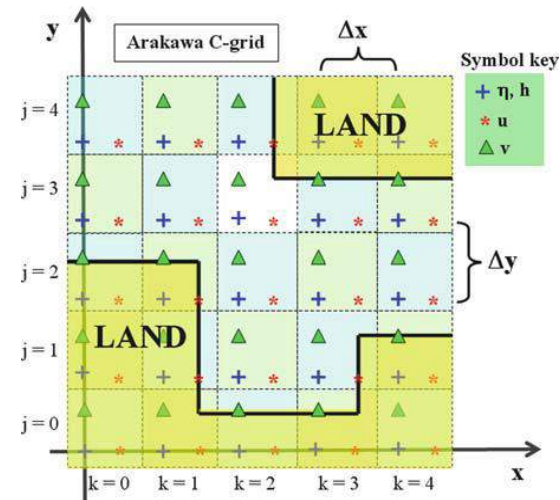
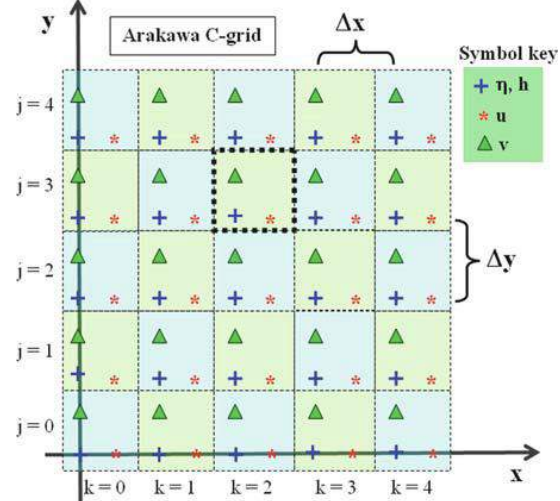
# Расчетная схема

$$u_{j,k}^{n+1} = u_{j,k}^n - \Delta t (g + f_z^n) \frac{\eta_{j,k+1}^n - \eta_{j,k}^n}{\Delta x} + \Delta t f_x^n$$

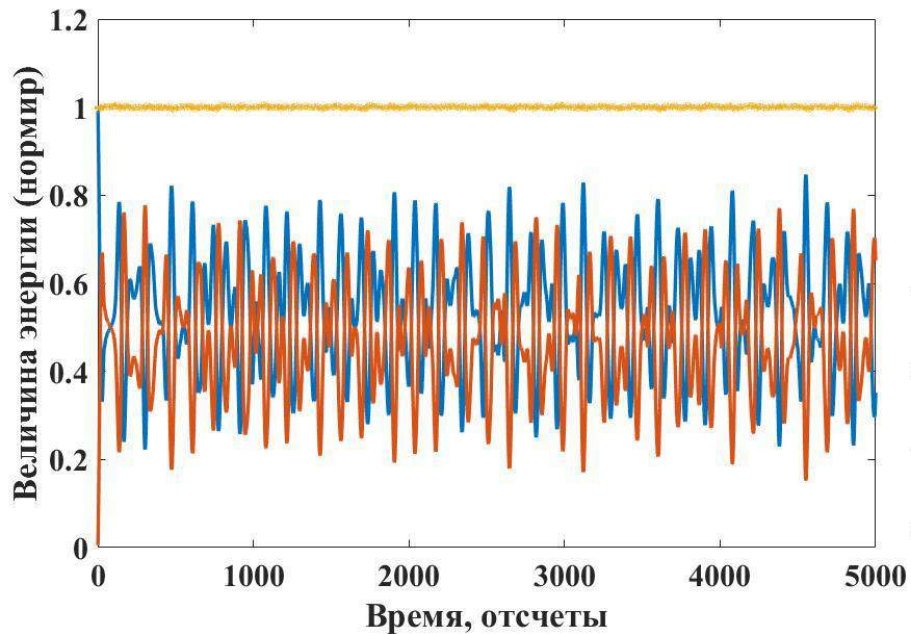
$$v_{j,k}^{n+1} = v_{j,k}^n - \Delta t (g + f_z^n) \frac{\eta_{j+1,k}^n - \eta_{j,k}^n}{\Delta y} + \Delta t f_y^n$$

$$\eta_{j,k}^{n+1} = \eta_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{j,k+1}^n H_{j,k+1} - u_{j,k}^n H_{j,k}) + \frac{\Delta t}{\Delta y} (v_{j,k+1}^n H_{j,k+1} - v_{j,k}^n H_{j,k})$$

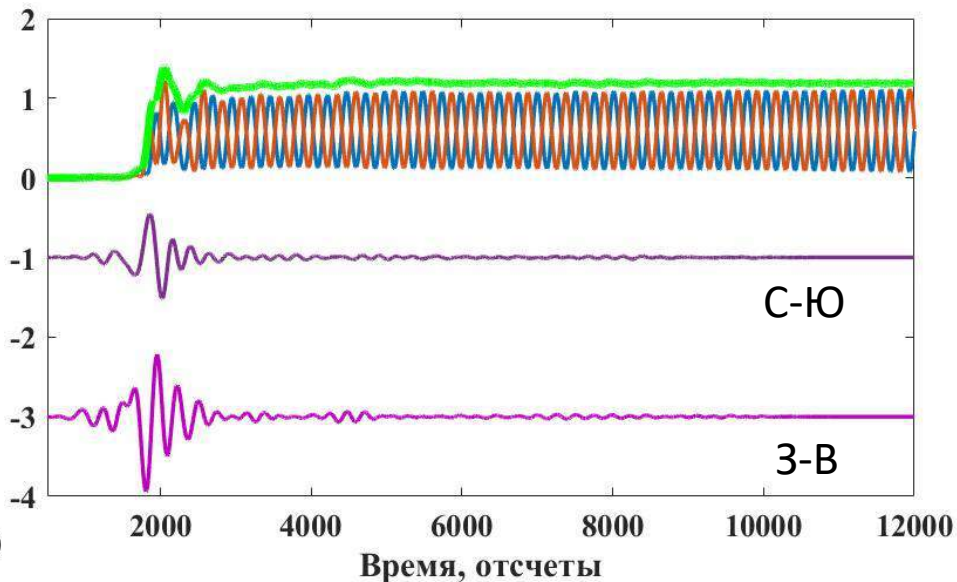
- Аракава (1979);
- Зильберштейн (1990);



# Выполнение законов сохранения

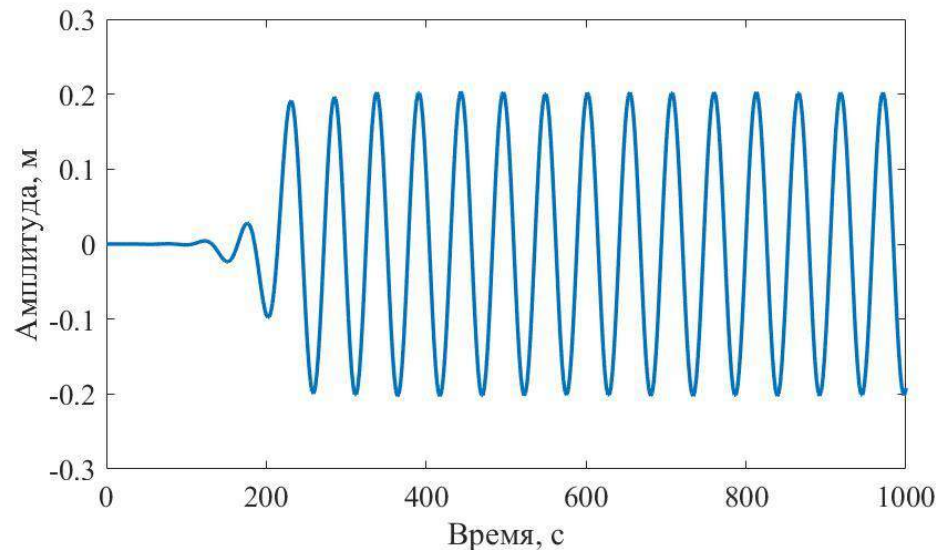
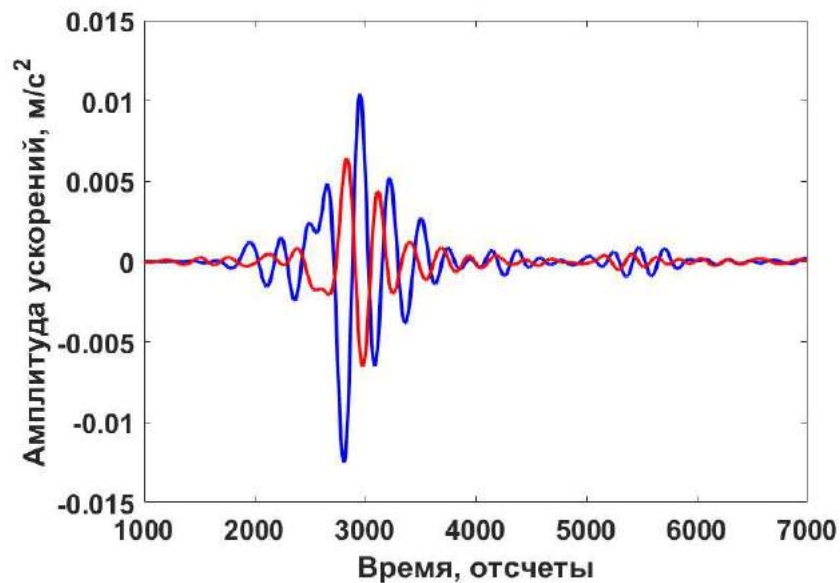


- - Полная энергия
- - Потенциальная энергия
- - Кинетическая энергия



- - Полная энергия
- - Потенциальная энергия
- - Кинетическая энергия

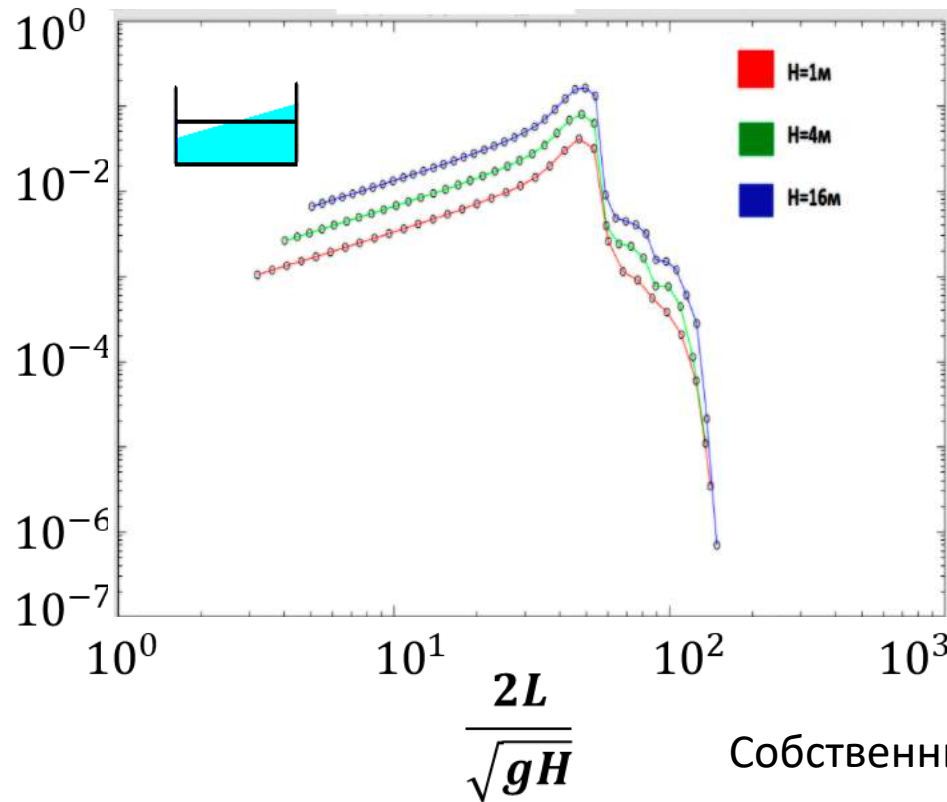
# Одномерная задача (канал). Резонанс



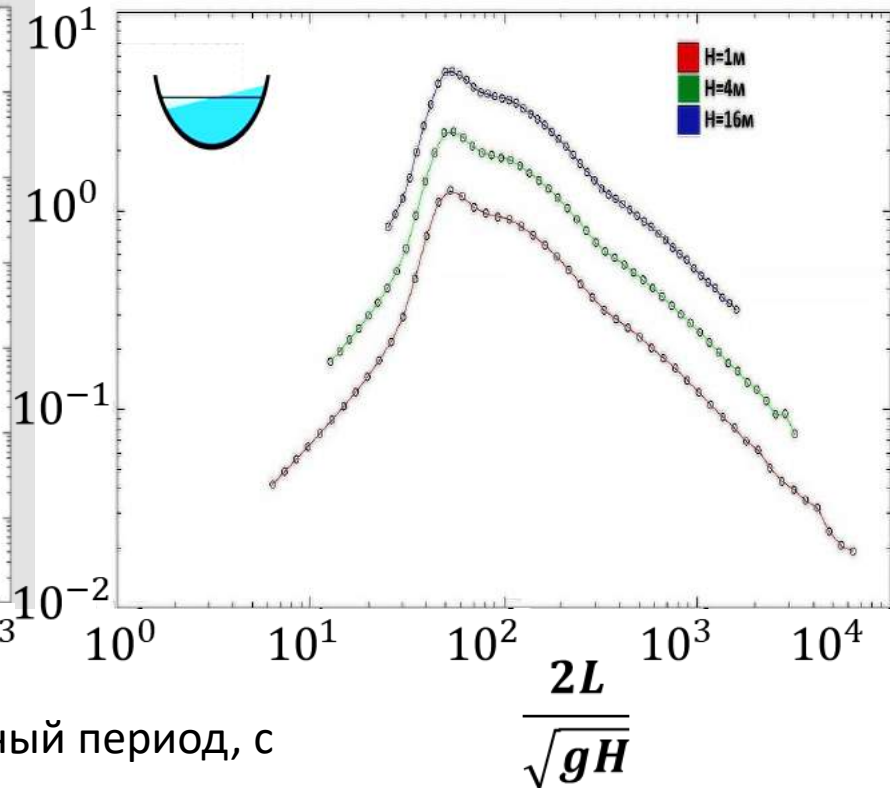
- Горизонтальная составляющая (З-В)
- Вертикальная составляющая

# Одномерная задача (канал)

Амплитуда, м

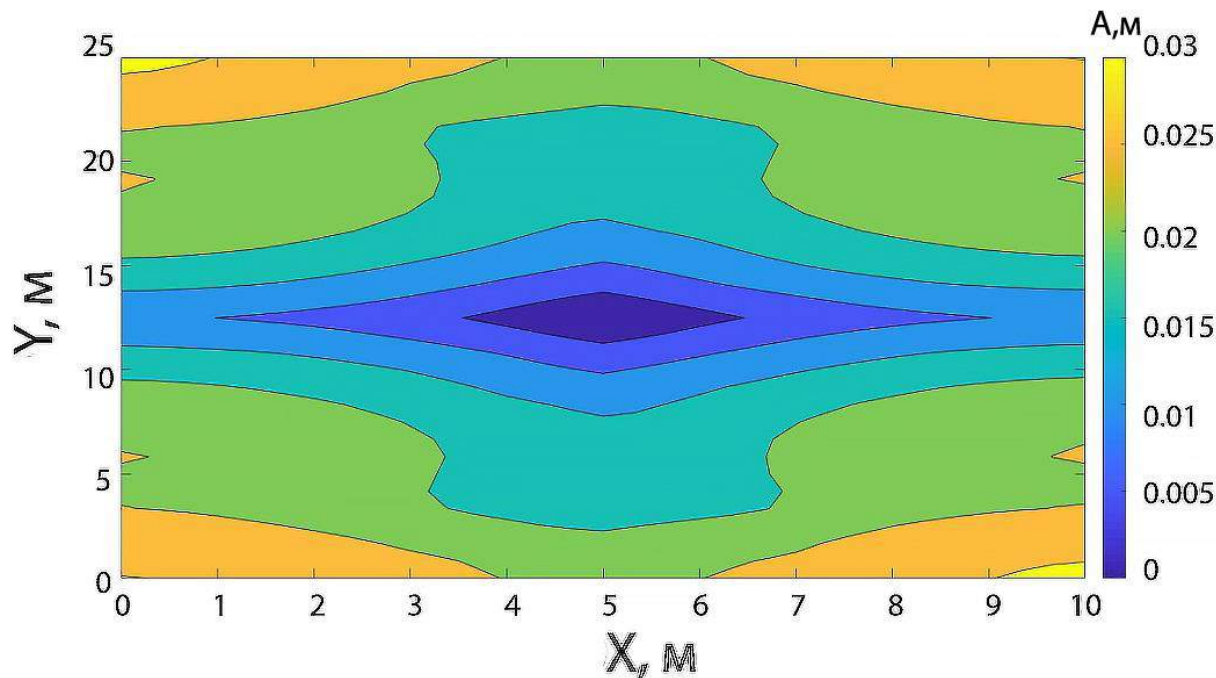


Амплитуда, м

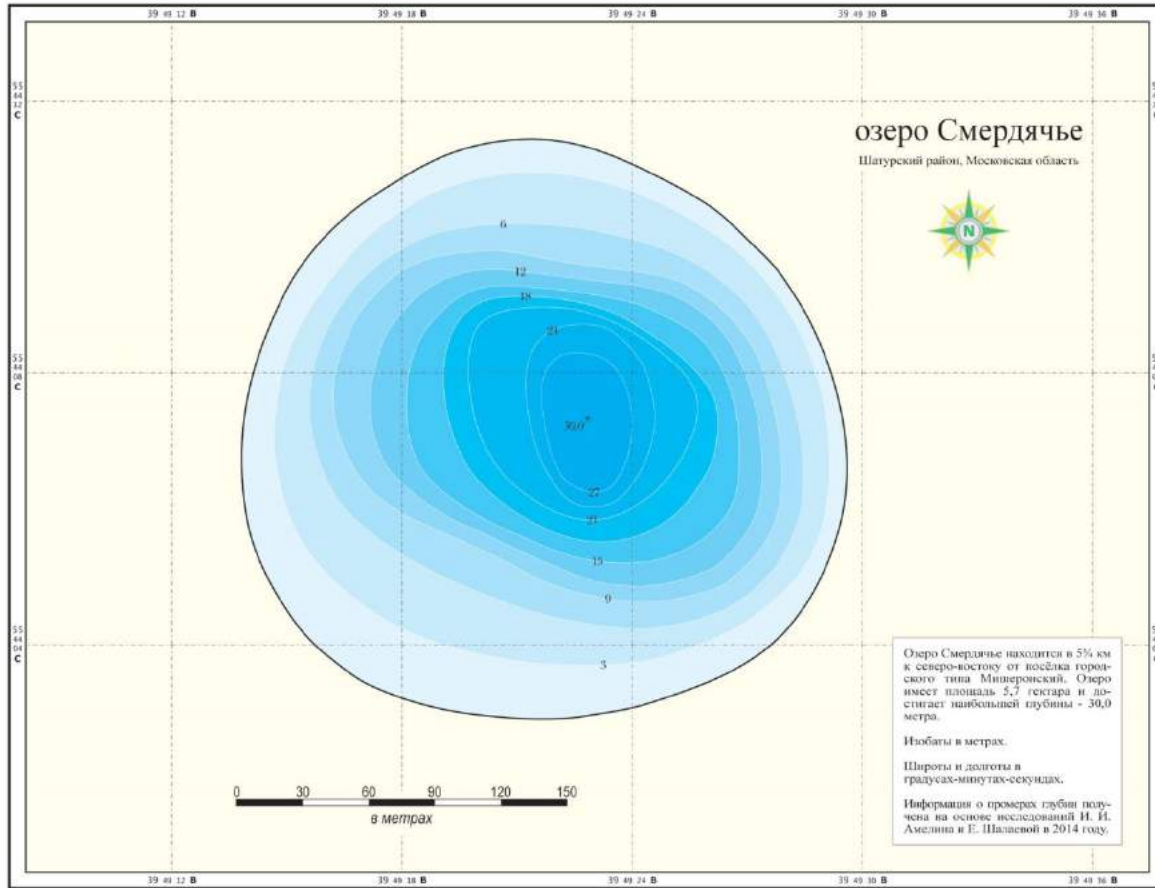


# Распределение максимальных амплитуд для прямоугольного бассейна

- Бассейн  
25 x 10 x 2 м
- Охотоморское  
землетрясение



# Батиметрия озера Смердячье

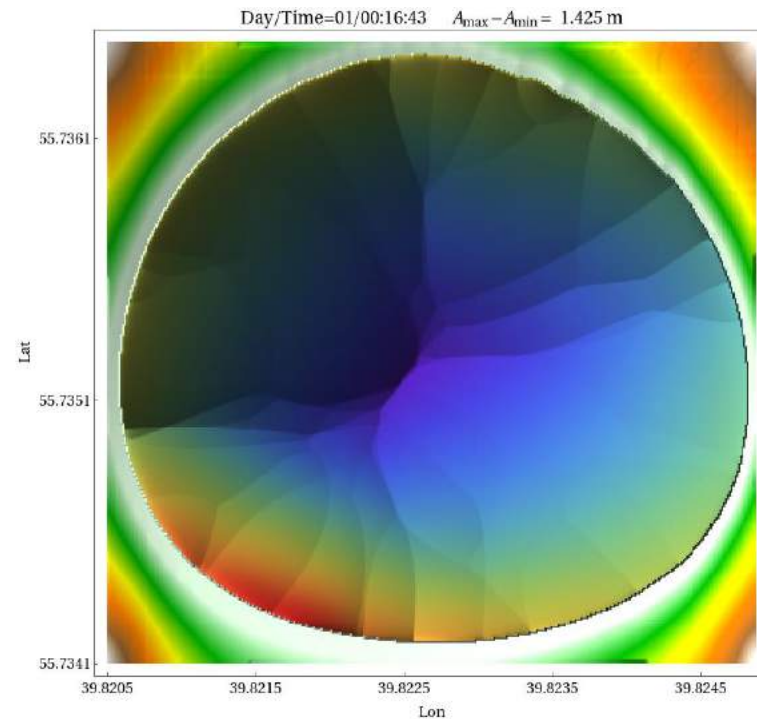
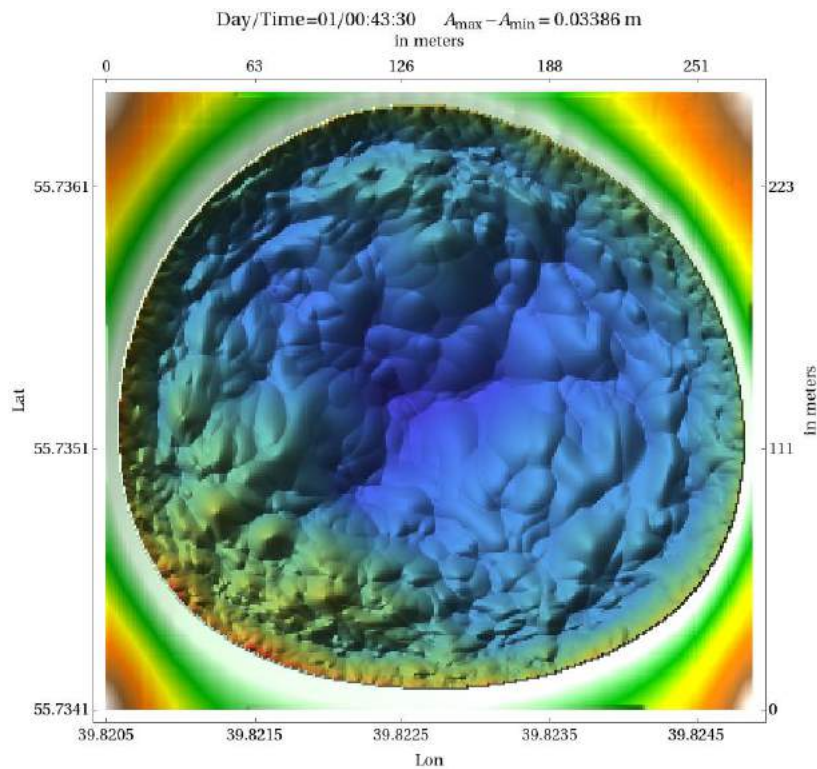


# Распределения максимальных амплитуд, рассчитанные с использованием батиметрии оз.

## Смердячье

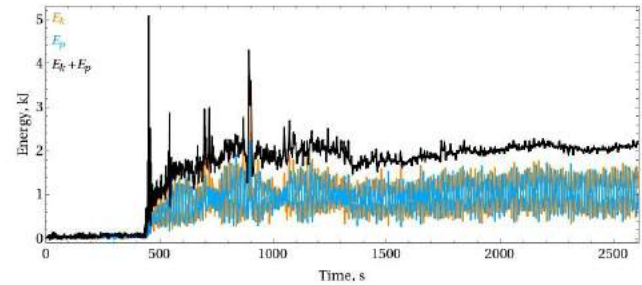
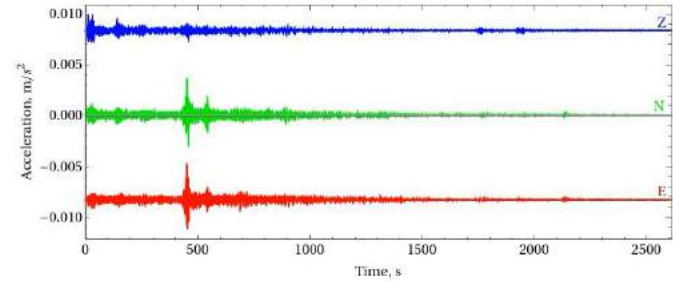
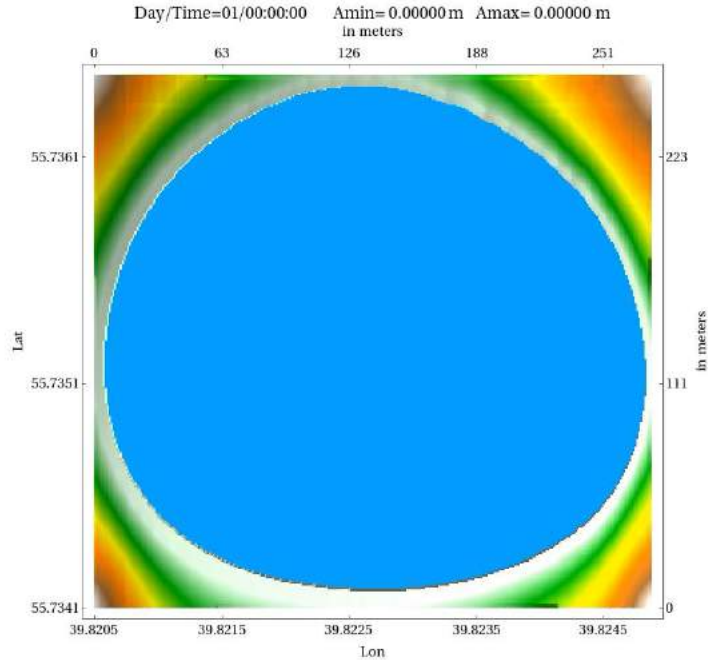
Охотоморское глубокофокусное

Тохоку 2011, 450 км от эпицентра

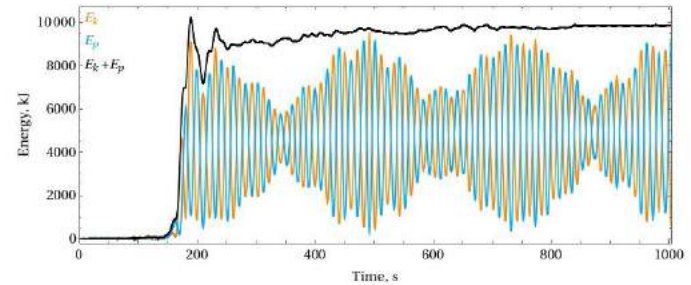
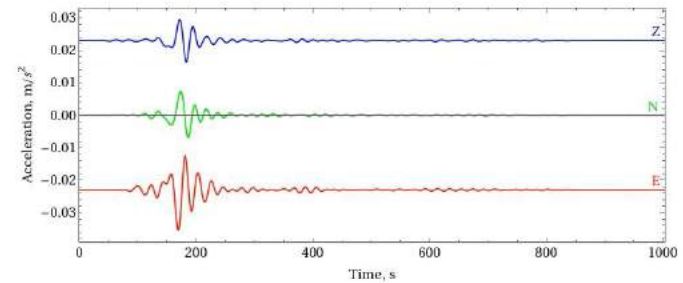
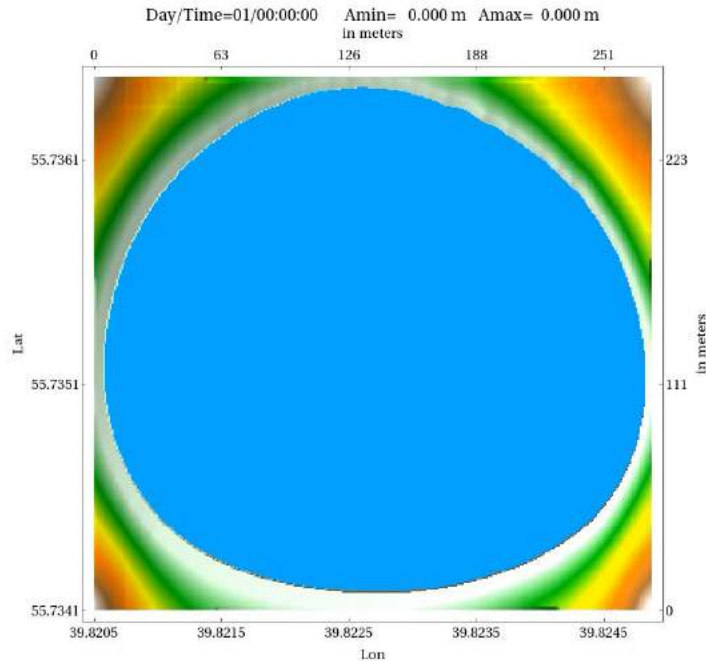




# Оз. Смердячье, Охотоморское землетрясение



# Оз. Смердячье, землетрясение Тохоку



# Выводы

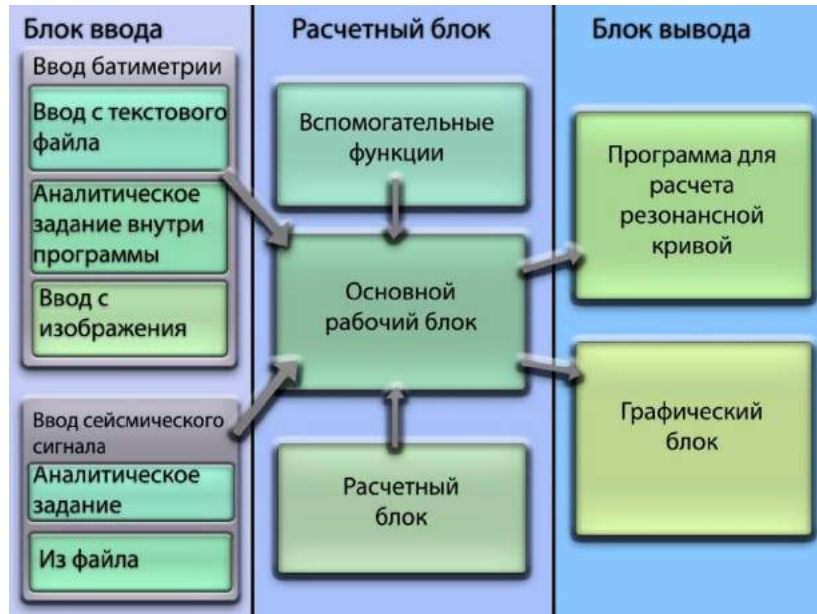
- При слабых ( $|f| \ll g$ ) сейсмических движениях сейшевые колебания в водоемах малых размеров формируются за счет горизонтальных ускорений, вертикальные ускорения играют пренебрежимо малую роль;
- Амплитуда сейшевых колебаний, вызываемых сейсмическими движениями дна, растет с увеличением глубины водоема;
- Численно воспроизведены сейшевые колебания в бассейне прямоугольной формы (бассейн МГУ) и в оз. Смердячье, вызываемые реальными сейсмическими движениями дна;
- Установлено, что глубокофокусное Охотоморское землетрясение (23 мая 2013) должно было раскачать в этих водоемах сейши с амплитудами порядка нескольких сантиметров;
- Землетрясение Тохоку (11 марта 2011) года в водоеме, аналогичном озеру Смердячье, должно было раскачать волны с амплитудой до полутора метров.

Спасибо за внимание!

# **ПРИЛОЖЕНИЯ**

# Блок-схема программного комплекса

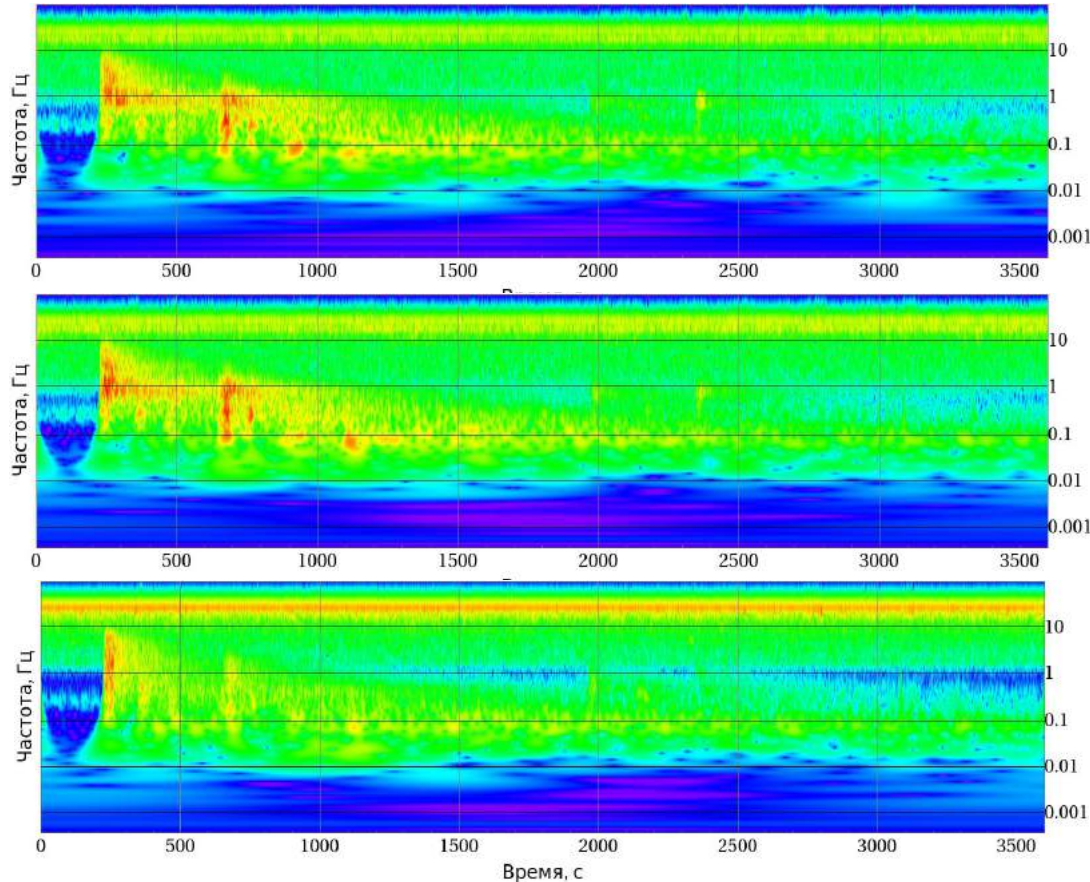
1D



2D



# Охотоморское глубокофокусное землетрясение



Сверху вниз –  
спектрограммы  
по  
направлениям:

- Восток-запад
- Север-юг
- Вверх-вниз

Срез на 0.5 Гц

# Землетрясение Тохоку 2011

Сверху вниз –  
спектрограммы  
по

направлениям:

- Восток-запад
- Север-юг
- Вверх-вниз

Срез на 0.05 Гц

