



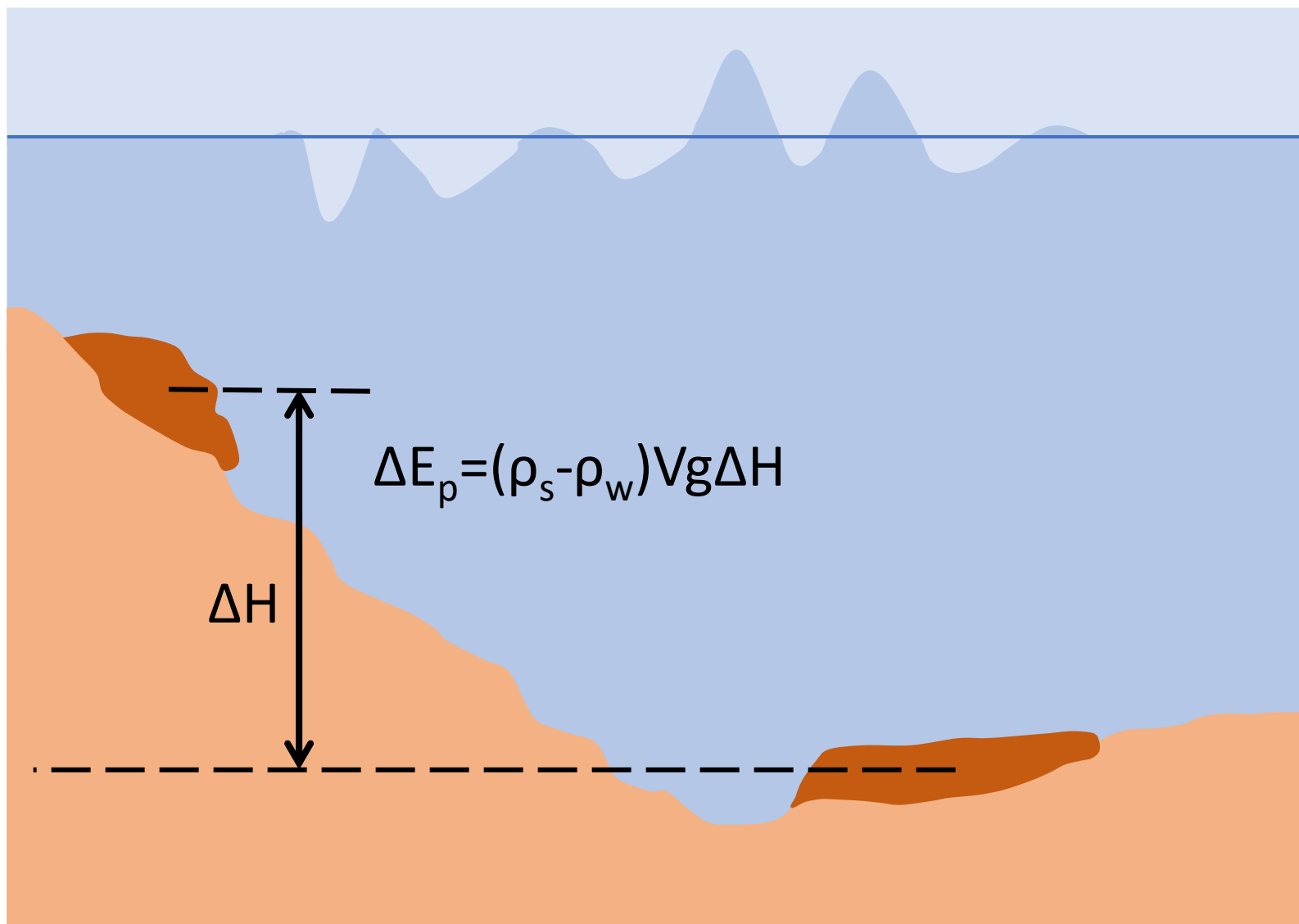
М. В. Лебков, М. А. Носов



РОЛЬ СИЛЫ РАДИАЦИОННОГО ТРЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ОПОЛЗНЕВОГО ТЕЛА

«ВОЛНЫ ЦУНАМИ: МОДЕЛИРОВАНИЕ, МОНИТОРИНГ, ПРОГНОЗ», 15-16 ноября 2022

Общая постановка задачи



Цели работы:

- 1) Аналитический расчёт полной энергии длинных гравитационных поверхностных волн, возбуждаемых при движении оползневого тела;
- 2) Анализ особенностей зависимости полной энергии волн от времени, оценка силы радиационного трения;
- 3) Сопоставление силы радиационного трения с силами «сухого» и турбулентного трения.

Расчёт смещения свободной поверхности

$$\eta(x, t) = \begin{cases} \eta(x - ut), t > 0 \\ \eta(x), t \leq 0 \end{cases}$$

Линейная теория длинных волн, $p_{\text{atm}} = \text{const}$:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}; \quad c = \sqrt{gH}$$

$$\text{НУ:} \quad \xi(x, 0)|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{t=0} = -u \left. \frac{d\eta}{dx} \right|_{t=0}$$

Классическое решение волнового уравнения на прямой с учётом НУ [Тихонов, Самарский, 1977]:

$$\xi(x, t) = -\frac{1}{2c} \int_{x-ct}^{x+ct} u \eta'(\gamma) d\gamma + \frac{u^2}{2c} \int_0^t d\tau \int_{x-c(t-\tau)}^{x+c(t-\tau)} \eta''(\gamma - u\tau) d\gamma$$

[Tinty et al., 2000]:

$$\xi(x, t) = -\frac{u^2}{c^2 - u^2} \eta(x - ut) - \frac{u}{2(u + c)} \eta(x + ct) + \frac{u}{2(c - u)} \eta(x - ct)$$

Расчёт скорости течения

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - gH \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -g \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t}$$

$$\text{НУ: } v(x, 0)|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{t=0} = 0$$

Классическое решение волнового уравнения на прямой с учётом НУ:

$$v(x, t) = \frac{gu}{2c} \int_0^t d\tau \int_{x-c(t-\tau)}^{x+c(t-\tau)} \eta''(\gamma - u\tau) d\gamma$$

$$v(x, t) = -\frac{gu}{(c^2 - u^2)} \eta(x - ut) + \frac{gu}{2c} \frac{1}{c - u} (\eta(x - ct)) + \frac{gu}{2c} \frac{1}{c + u} (\eta(x + ct))$$

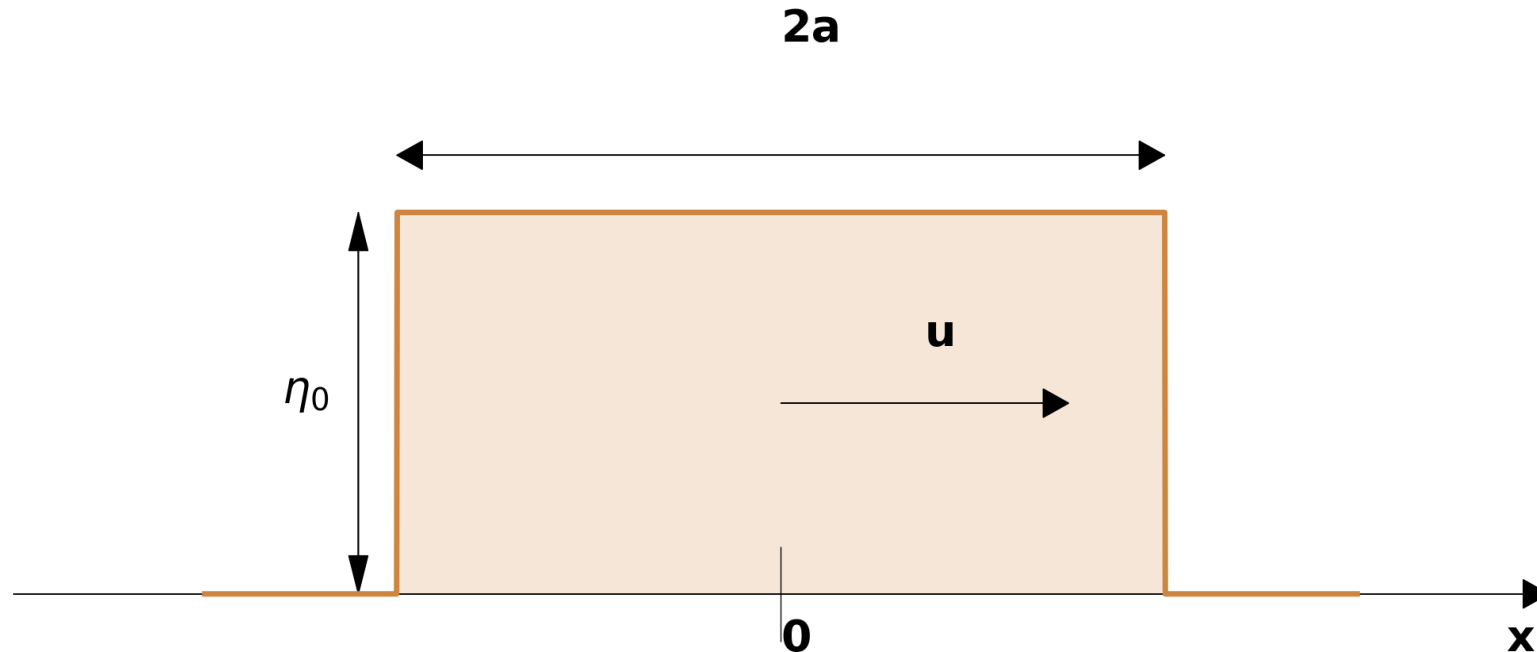
Потенциальная и кинетическая энергия волн

$$E_p = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_w g \frac{\xi^2}{2} dx;$$

$$E_k = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho_w H v^2}{2} dx;$$

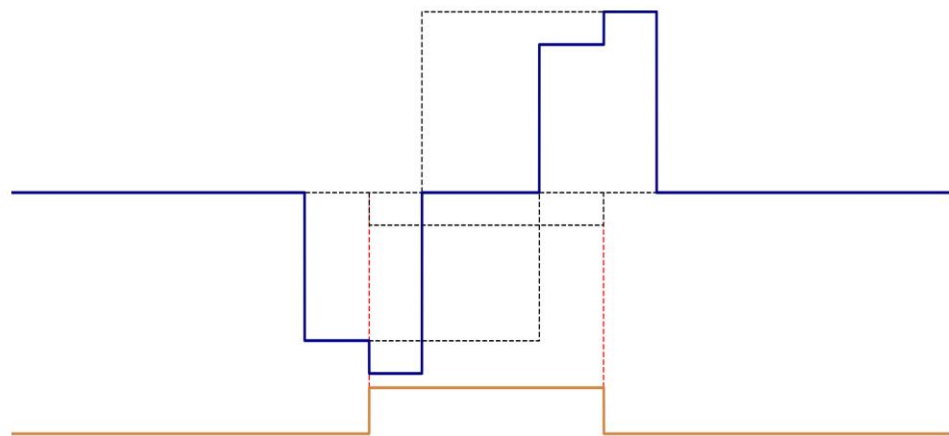
$$E = E_p + E_k$$

Модель оползневого тела

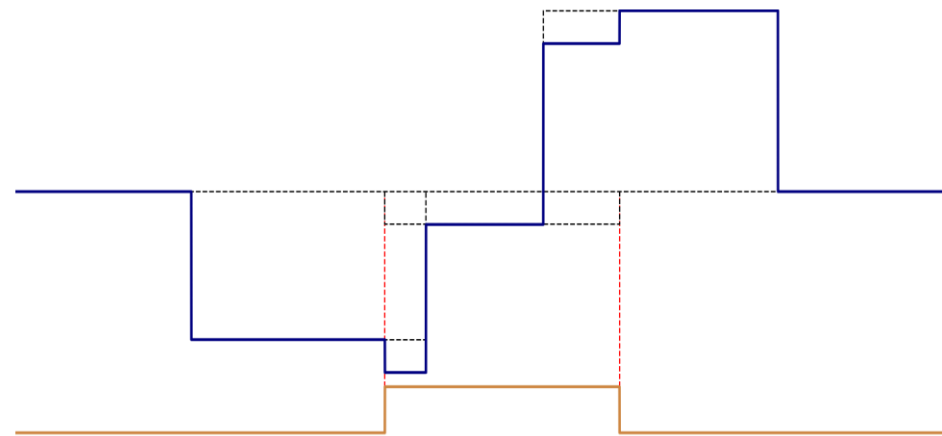


Смещение свободной поверхности

$0 < t < t_1$

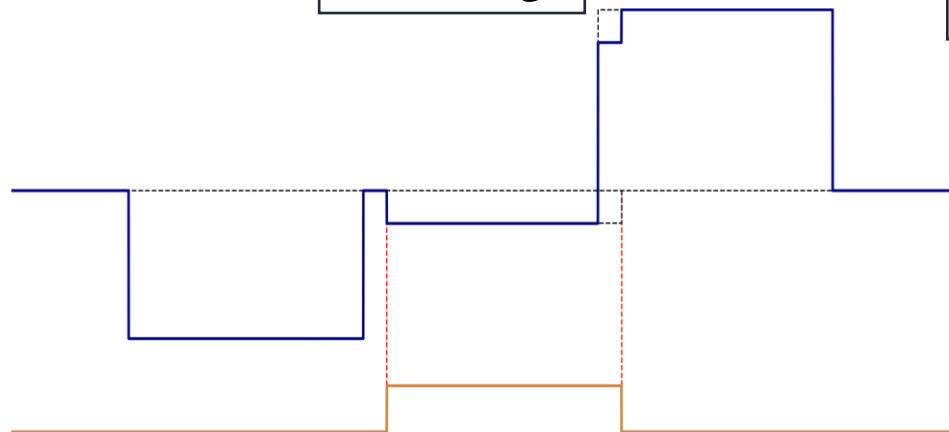


$t_1 < t < t_2$

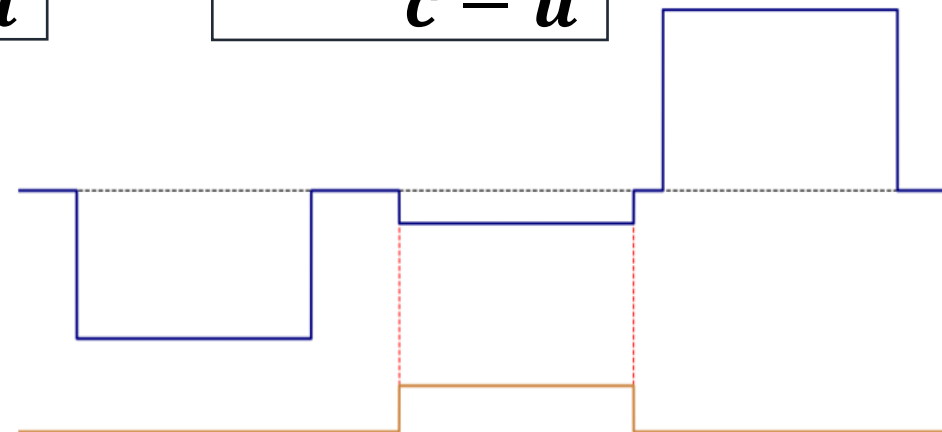


$t_2 < t < t_3$

$$t_1 = \frac{a}{c}$$



$$t_2 = \frac{2a}{c + u}$$

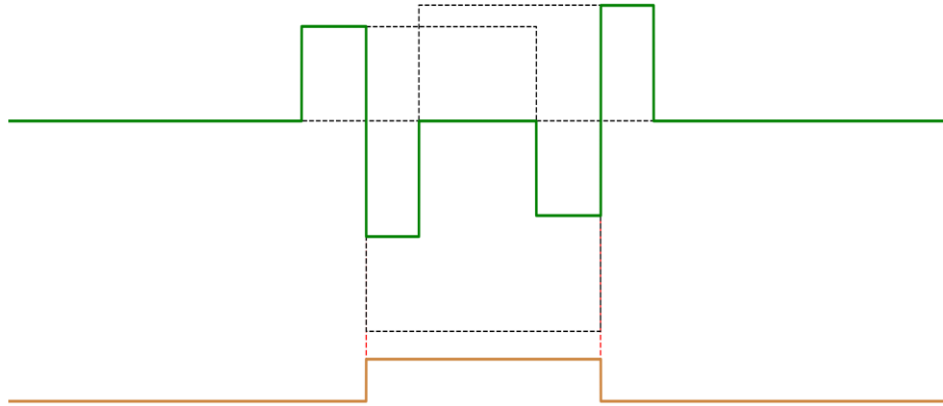


$$t_3 = \frac{2a}{c - u}$$

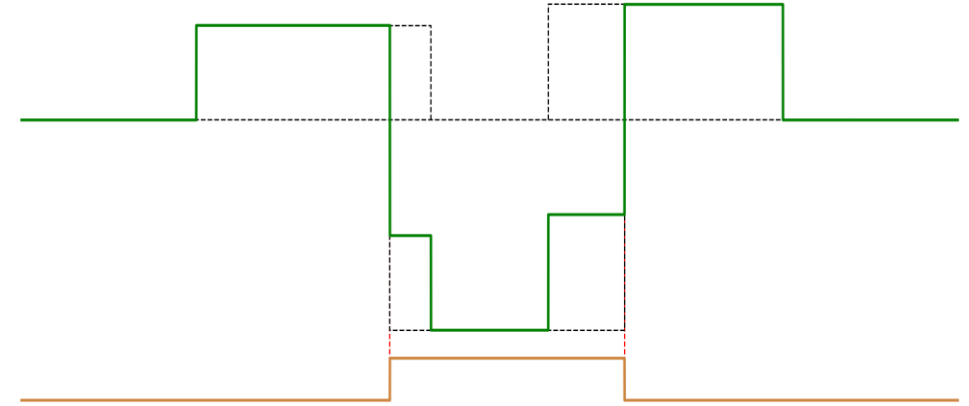
$t > t_3$

Скорость горизонтального волнового течения

$$0 < t < t_1$$



$$t_1 < t < t_2$$



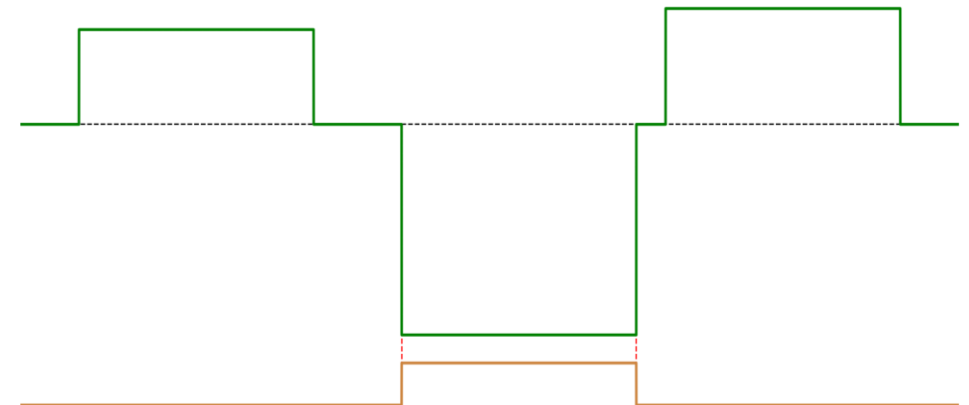
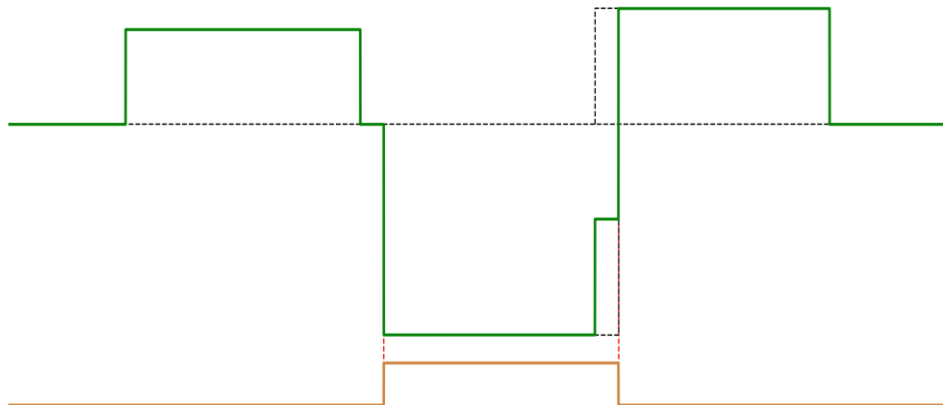
$$t_2 < t < t_3$$

$$t_1 = \frac{a}{c}$$

$$t_2 = \frac{2a}{c + u}$$

$$t_3 = \frac{2a}{c - u}$$

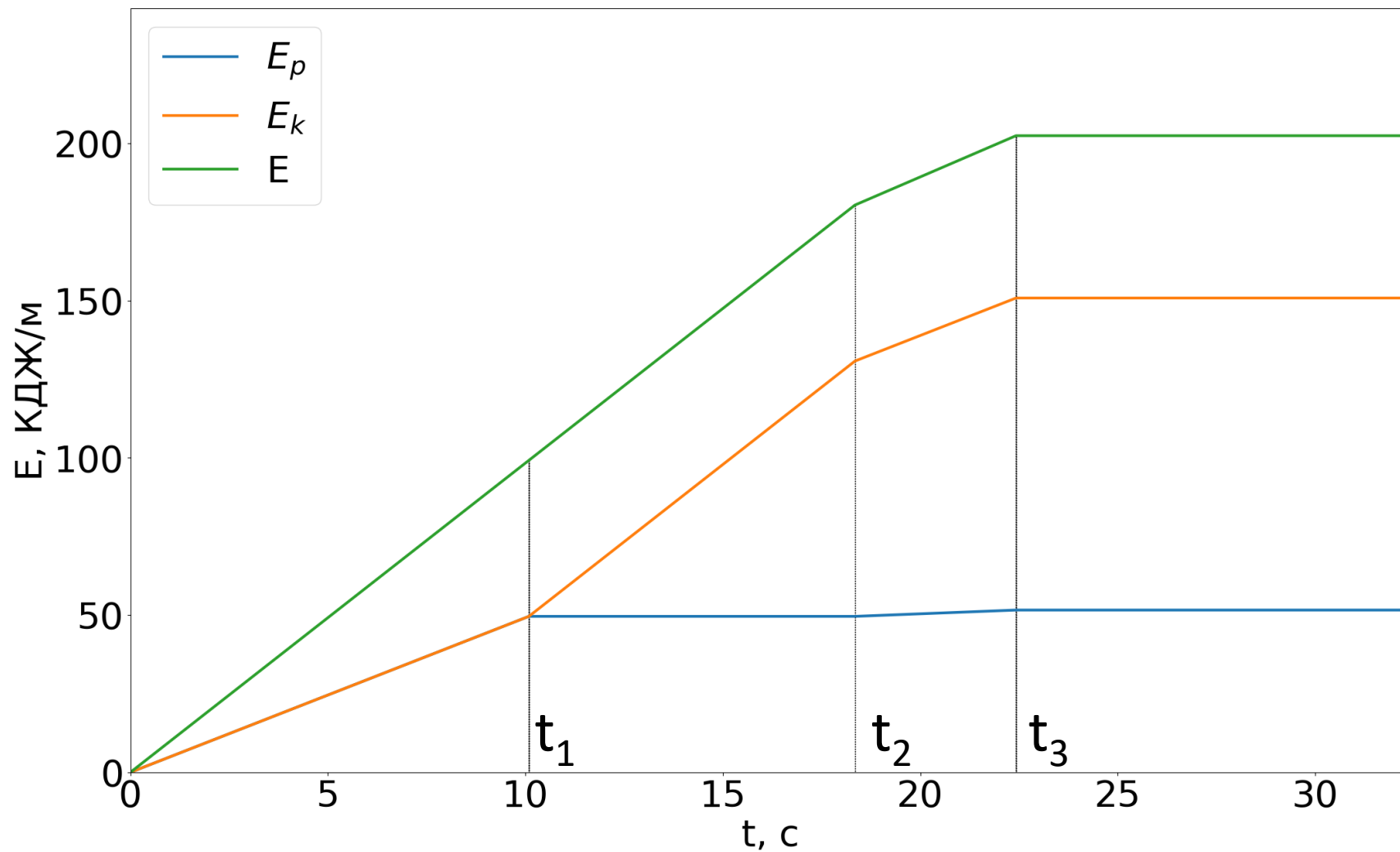
$$t > t_3$$



Зависимость энергии волн от времени

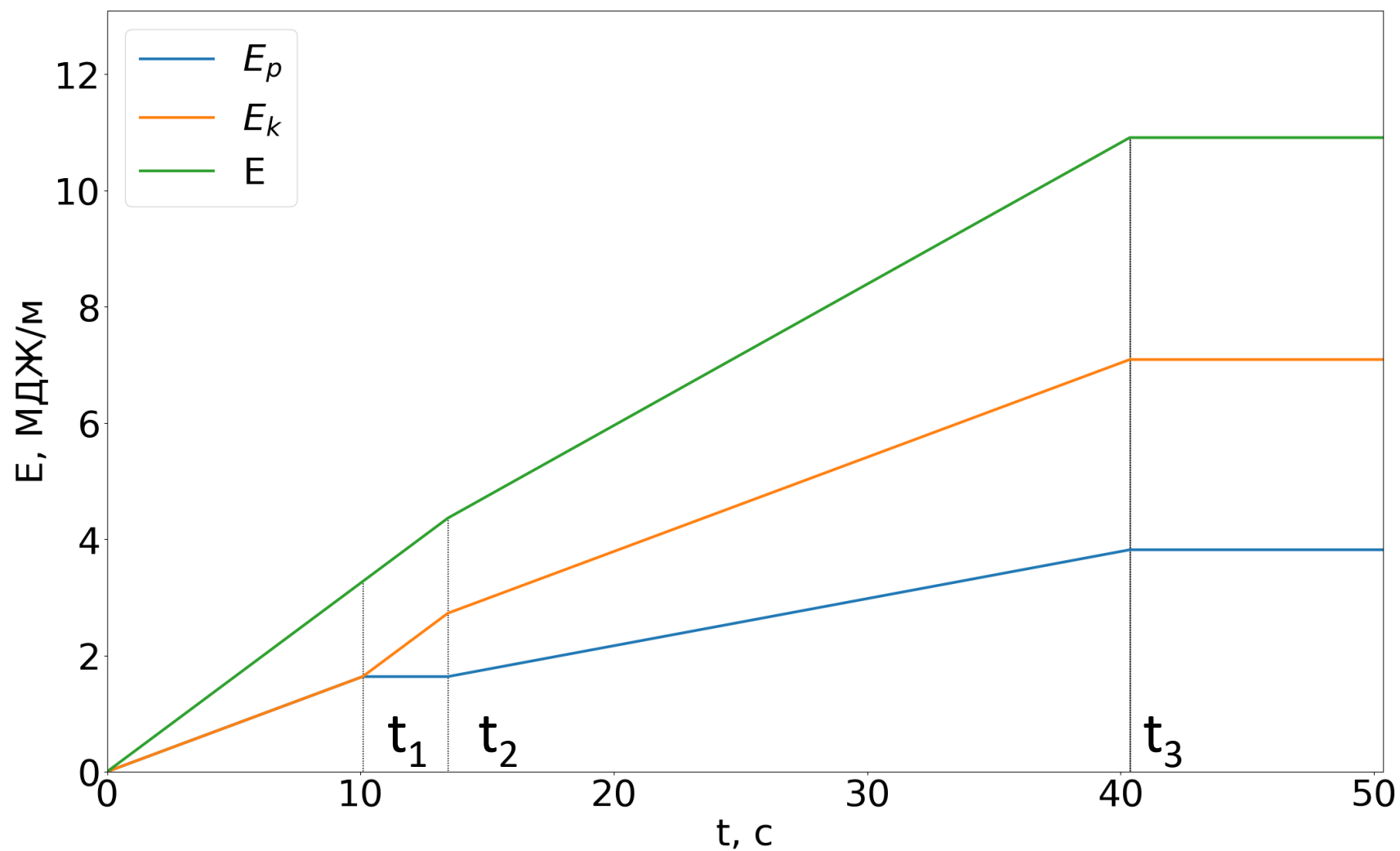
$$Fr = \frac{u^2}{c^2}$$

$$Fr = 0.01$$



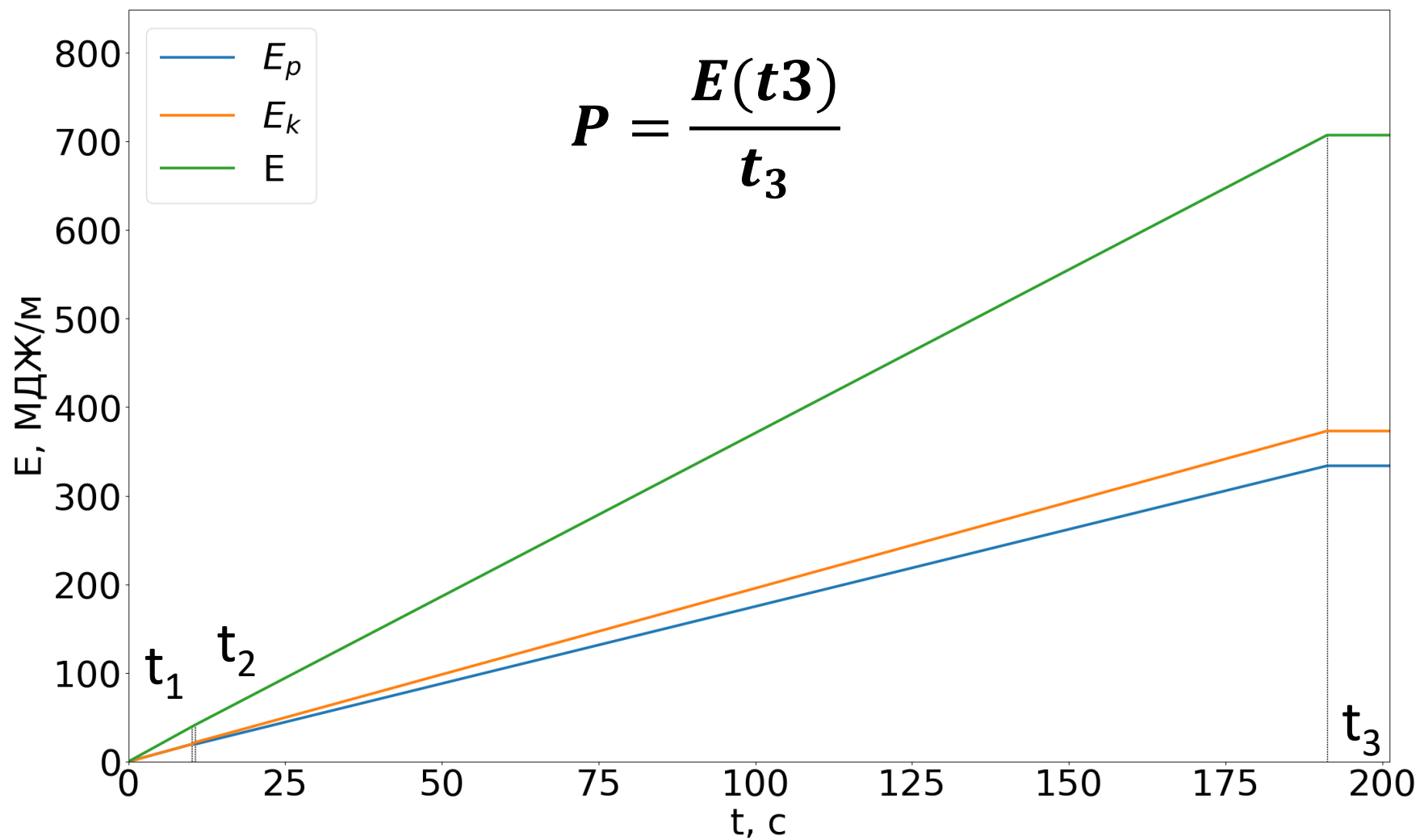
Зависимость энергии волн от времени

$Fr = 0.25$



Зависимость энергии волн от времени

Fr = 0.80



Влияние силы радиационного трения на траекторию

$$F_{rad} = \frac{E}{ut_3}$$

$$F_{rad} = \rho_w g \eta_0^2 \left(\frac{\sqrt{Fr}(1 - \sqrt{Fr})}{4(1 - \sqrt{Fr})^2} + \frac{\sqrt{Fr}(1 - \sqrt{Fr})}{4(1 + \sqrt{Fr})^2} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{Fr}(Fr + 1)(1 - \sqrt{Fr})}{(1 - Fr)^2} \right)$$

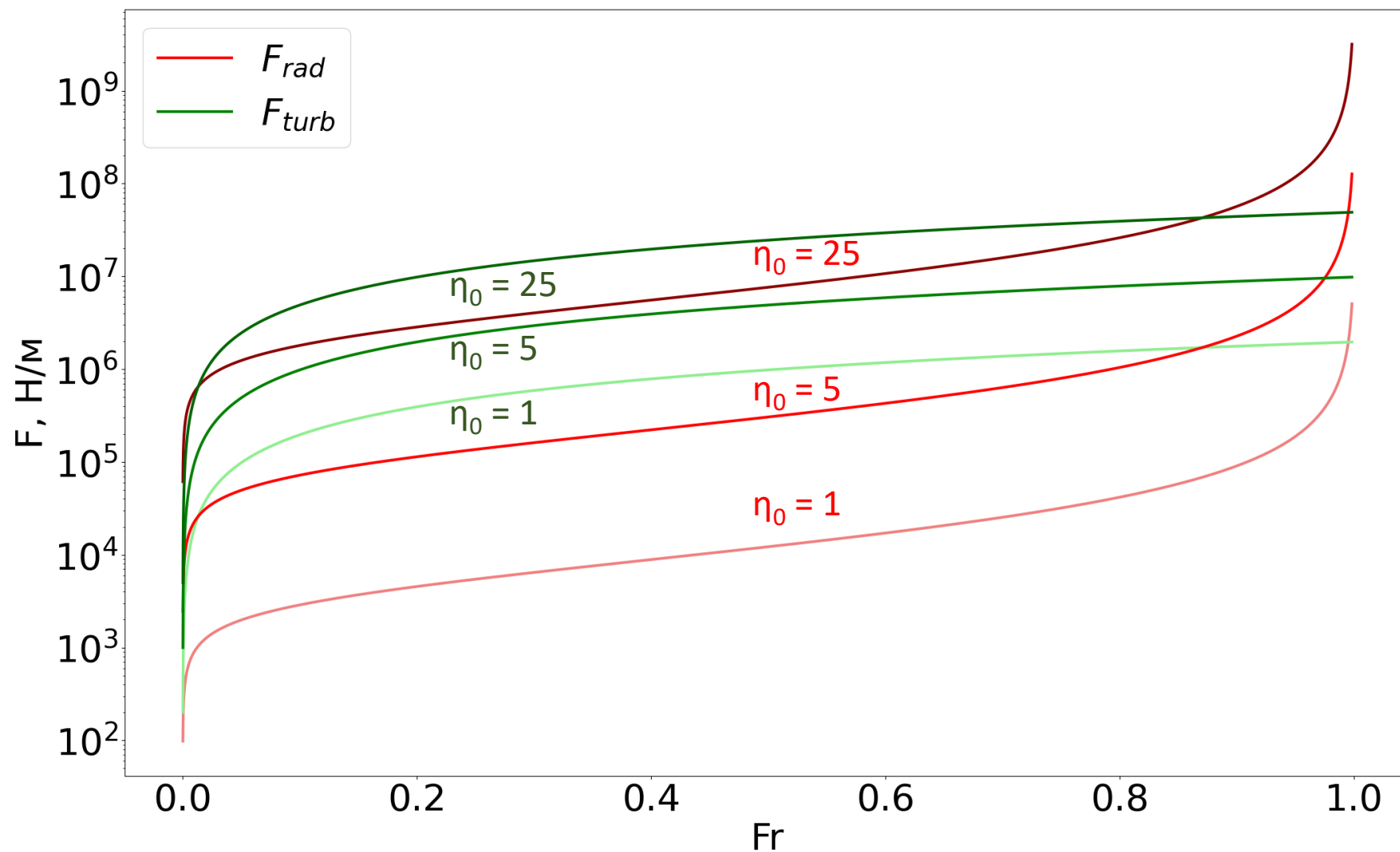
[Ландау, Лифшиц, 2001]:

$$F_{turb} = C_d \rho_w S \frac{u^2}{2} = C_d \rho_w \eta_0 \frac{Fr}{2c^2}$$

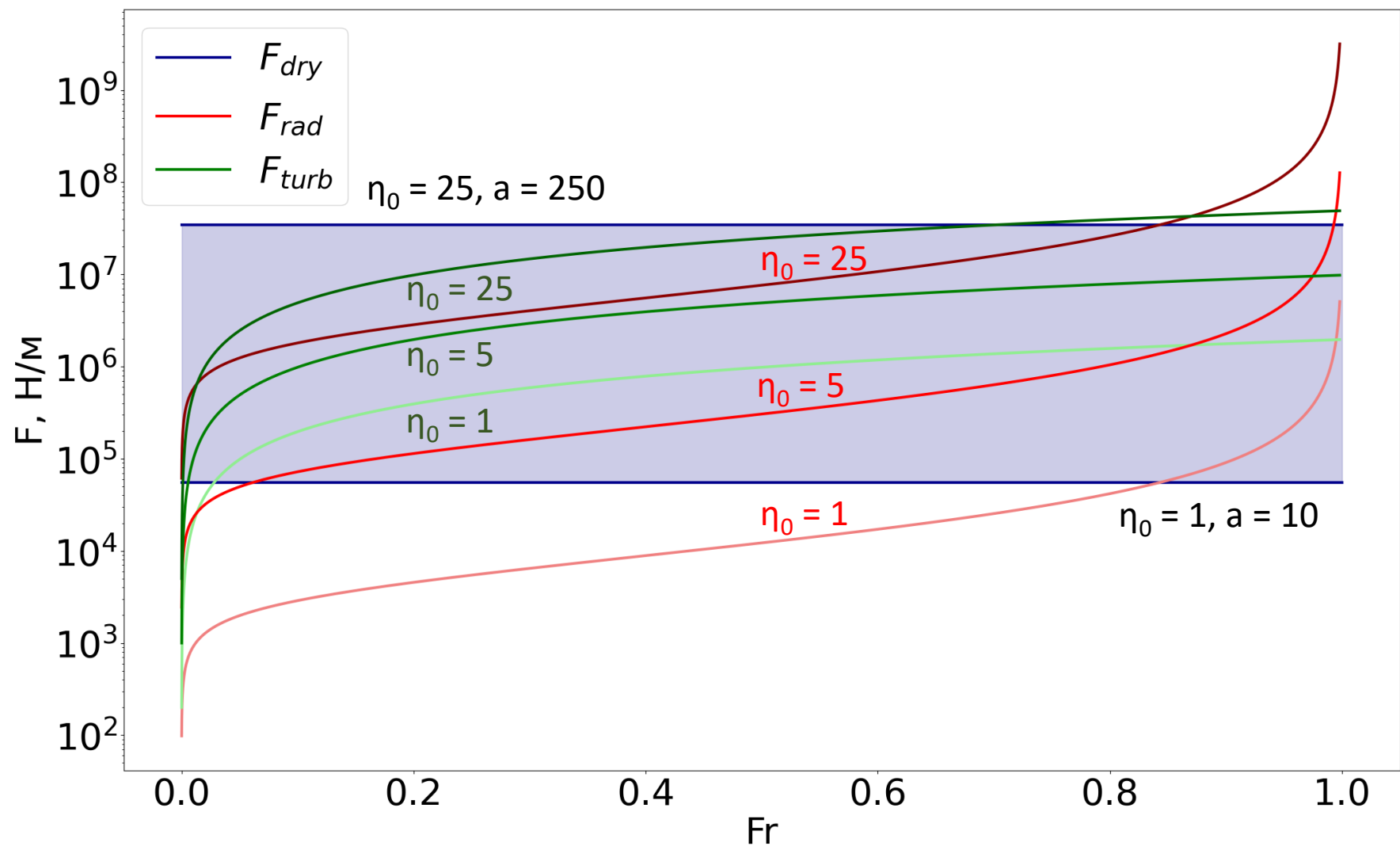
$$F_{dry} = 2\mu g(\rho_s - \rho_w)Sa = 2\mu g(\rho_s - \rho_w)\eta_0 a$$

Параметры: $\mu = 0.2$, $C_d = 0.4$, $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\rho_s = 2400 \text{ кг/м}^3$

Сравнение силы радиационного трения с другими силами, влияющими на движение оползня



Сравнение силы радиационного трения с другими силами, влияющими на движение оползня



Выводы

- 1) При движении тела по горизонтальному дну из положения покоя с постоянной скоростью генерация волн (накачка энергии к водному слою) происходит в течение ограниченного времени, поэтому действие силы радиационного трения также ограничено во времени;
- 2) Энергия волн увеличивается примерно по линейному закону, что позволяет считать силу радиационного трения постоянной величиной;
- 3) Сила радиационного трения не зависит от длины оползневого тела, но прямо пропорциональна квадрату его высоты;
- 4) Силы радиационного, турбулентного и "сухого" трения в целом сопоставимы между собой, поэтому нельзя пренебречь какой-либо из них при описании движения оползневого тела.

Схема расчёта энергии

