



ВЫБОР НАИБОЛЕЕ ИНФОРМАТИВНЫХ ДАТЧИКОВ СИСТЕМЫ НАБЛЮДЕНИЯ ДЛЯ ИНВЕРСИИ ЦУНАМИ НА ПРИМЕРЕ СОБЫТИЯ 6 ФЕВРАЛЯ 2013 ГОДА ВБЛИЗИ СОЛОМОНОВЫХ ОСТРОВОВ

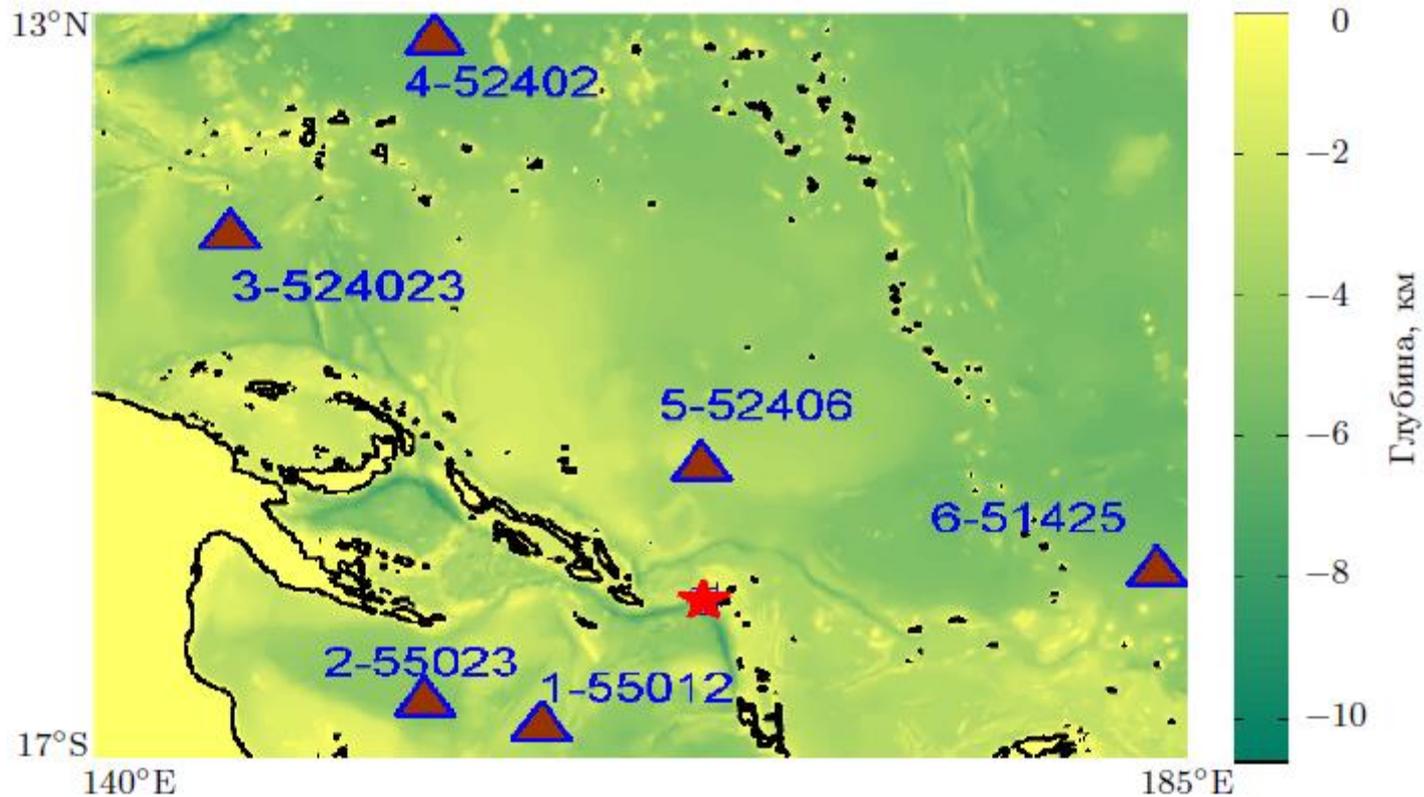
Воронина Т.А.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
г. Новосибирск*

E-mail: tanvor@bk.ru

V Всероссийская научная конференция с международным участием
«ВОЛНЫ ЦУНАМИ: МОДЕЛИРОВАНИЕ, МОНИТОРИНГ, ПРОГНОЗ»
(15-16 ноября 2022 г . Москва)

Воронина Т. А., Воронин В. В. Выбор наиболее информативной части системы мониторинга цунами на основе метода R-решения // Вычислительные методы и программирование. 2022. 23. 230-239. doi 10.26089/NumMet.v23r314



Глубины в области моделирования цунами 06.02.2013 на Соломоновых островах. Буи ДАРТ (1-55012, 2-55023, 3-52403, 4-52402, 5-52406, 6-51425) отмечены коричневыми треугольниками; красная звездочка — эпицентр землетрясения; черная линия соответствует нулевой глубине,

$$\eta_{tt} = \nabla^T (gh(x, y) \nabla \eta) \quad (1)$$

The initial conditions:

$$\eta \Big|_{t=0} = \varphi(x, y); \quad \eta_t \Big|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

The boundary conditions: (3)

$$\frac{\partial \eta}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \text{on the solid boundary}$$

$$-c\vec{V} \cdot \vec{n} - \eta_{tt} + \frac{c^2 \partial^2 \eta}{2 \partial \vec{t}^2} \Big|_{\Gamma} = 0 \quad \text{on the open boundary}$$

$$\eta(x, y, t) \Big|_M = \eta_0(x_i, y_i, t), \quad M = \{(x_i, y_i), i=1, \dots, P\} \quad (4)$$

$\eta(x, y, t)$ the water elevation above the mean level

$\varphi(x, y) \in \Omega$ the initial sea surface displacement

$c(x, y) = \sqrt{gh(x, y)}$ the wave phase velocity

g the gravity acceleration

$h(x, y)$ the depth of the ocean

$\Omega = \{(x, y) \in [(0, l_1) \times (0, l_2)]\}$ the tsunami source area
 $\Omega \subset \Phi$

$\eta_0(x_i, y_i, t)$ the observed tsunami waveform

Обратная задача состоит в определении функции $\varphi(x, y)$ из уравнения:

$$A\varphi = \eta_0(t) \quad (5)$$

$$\eta(x, y, t)|_M = \eta_0(x_i, y_i, t), \quad M = \{(x_i, y_i), i=1, \dots, P\}$$

Неизвестная функция $\varphi(x, y)$ ищется в прямоугольнике $\Omega = [0, l_1] \times [0, l_2]$ в виде конечного отрезка ряда Фурье по пространственным гармоникам:

$$\varphi(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \sin \frac{\pi m}{l_1} x \cdot \sin \frac{\pi n}{l_2} y = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \varphi_{mn}(x, y)$$

$$A\bar{c} = \bar{\eta}_0, \quad (6)$$

$$\bar{\eta}_0 = \{\eta_0(x_p, y_p, t_j)\}, \quad p=1, \dots, P; j=1, \dots, N_t$$

$$A: (P \times N_t) \times (M \times N);$$

Сингулярная система матрицы A : $(\bar{v}_i, \bar{u}_i, s_i)$

\bar{v}_i, \bar{u}_i правые и левые сингулярные векторы, $\{s_i\}$ сингулярные числа, $s_i \rightarrow 0$

$$\varphi^{[r]}(x, y) = \sum_{i=1}^{i=r} \frac{(\bar{\eta}_0 + \bar{\varepsilon}, \bar{u}_i)}{s_i} \bar{v}_i \quad (7)$$

Пусть правый сингулярный вектор имеет компоненты

$$\mathbf{v}_i = (\beta_{11}^i, \beta_{12}^i, \dots, \beta_{MN}^i)$$

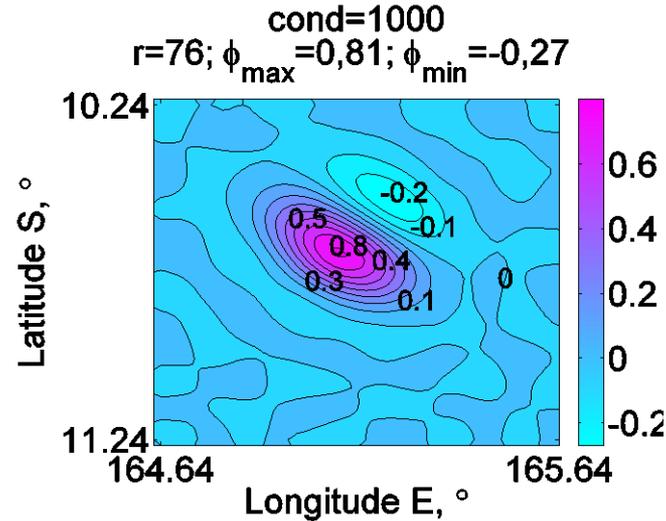
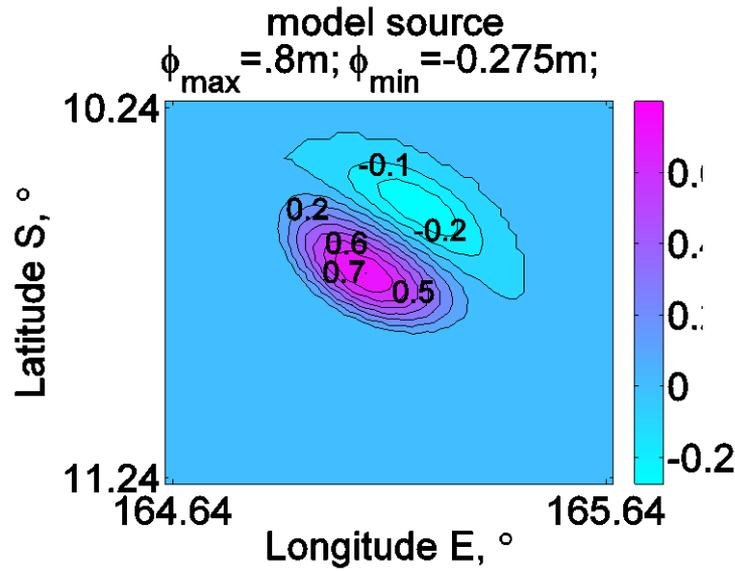
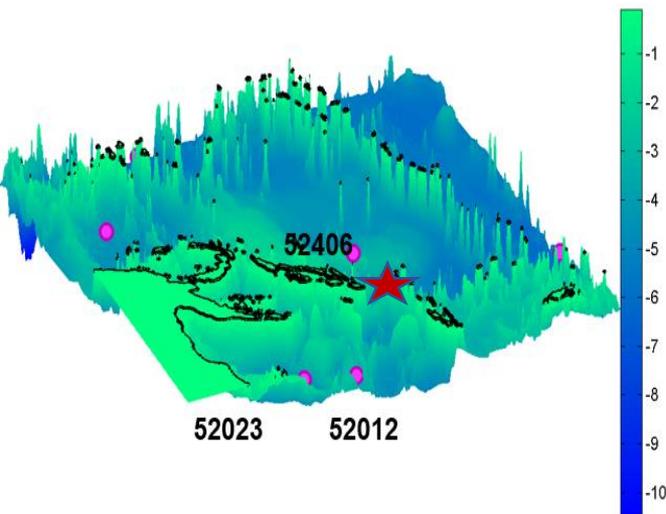
обозначим соответствующую ему непрерывную функцию как

$$\Phi_i(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \beta_{mn}^i \varphi_{mn}(x, y);$$

тогда r-решение задачи (1)–(3) имеет вид:

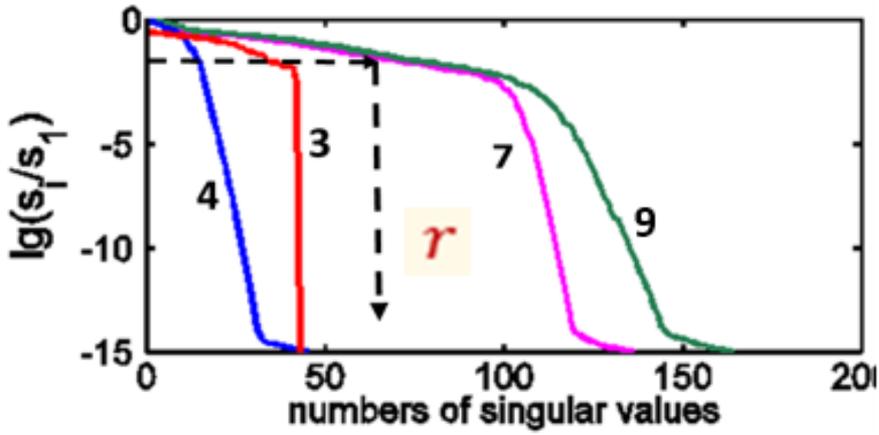
$$\varphi^{[r]}(x, y) = \sum_{j=1}^{j=r} \alpha_j \Phi_j, \quad \alpha_j = \frac{(\eta_0 \circ \mathbf{u}_j)}{s_j}$$

Восстановление модельного источника цунами для батиметрии и системы наблюдения для события 06.02.2013

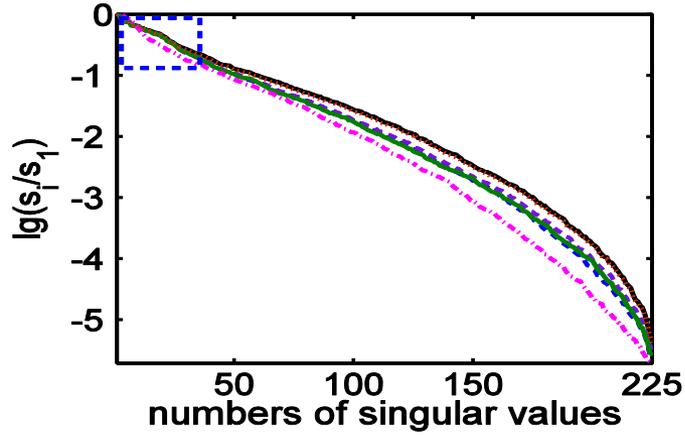


Величина r зависит от скорости уменьшения сингулярного спектра матрицы A , что связано с расположением и количеством датчиков цунами, и, в свою очередь, должно рассматриваться как один из основных параметров эффективности инверсии. Таким образом, конфигурация системы наблюдения, батиметрия и величина используемого временного интервала влияют на выбор числа r через сингулярный спектр матрицы A . Число r может, например, определяться из соотношения:

$$r = \max \left\{ k: \frac{s_k}{s_1} \geq d \right\} \tag{8}$$

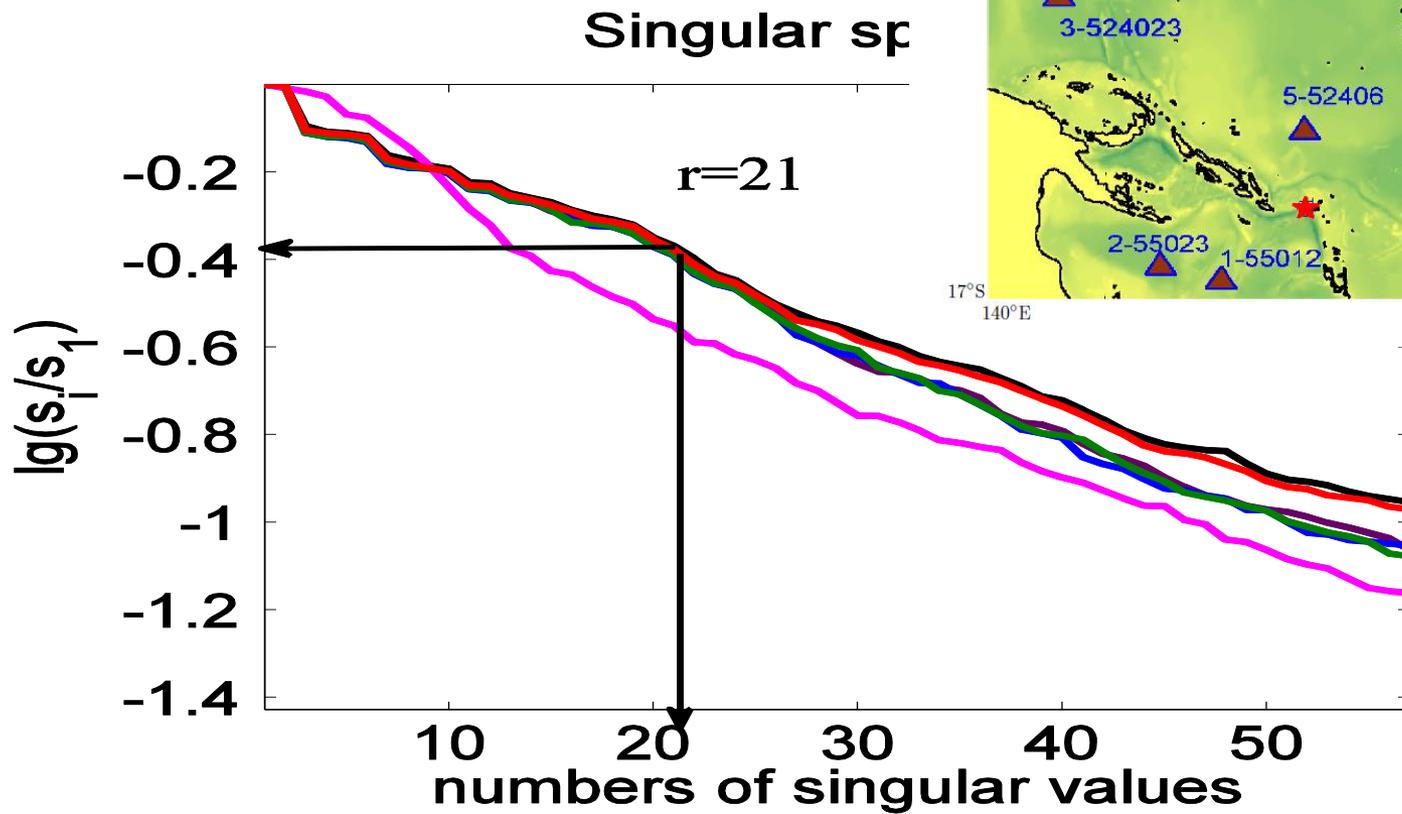


a)



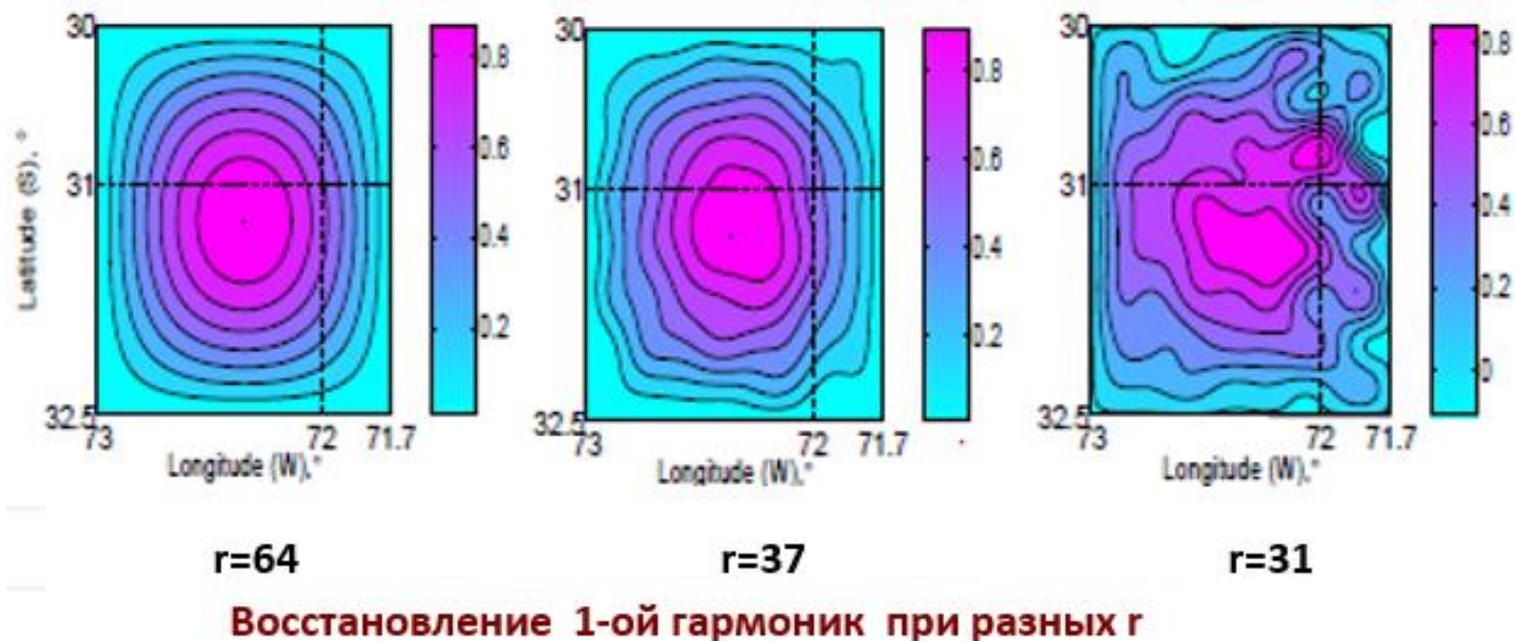
б)

Сингулярные спектры. а) полусинтетический случай: реальная батиметрия и модельные источники и система наблюдения; цифры 4, 3, 7, 9 соответствуют количеству датчиков в системе наблюдения; б) реальное событие 06.02.2013



Графики сингулярных спектров матриц A , полученные при разных вариантах системы наблюдения. Цвета линий спектров соответствуют цветам систем наблюдения с номерами ДАРТ, данные которых использовались в инверсии: {4, 5, 6}, {1, 2, 5}, {1, 3, 5}, {1, 5, 6}, {1, 2, 3, 5, 6} and {1,2,3,4,5,6}.

Влияние размерности подпространства решения на восстановление первой гармоники



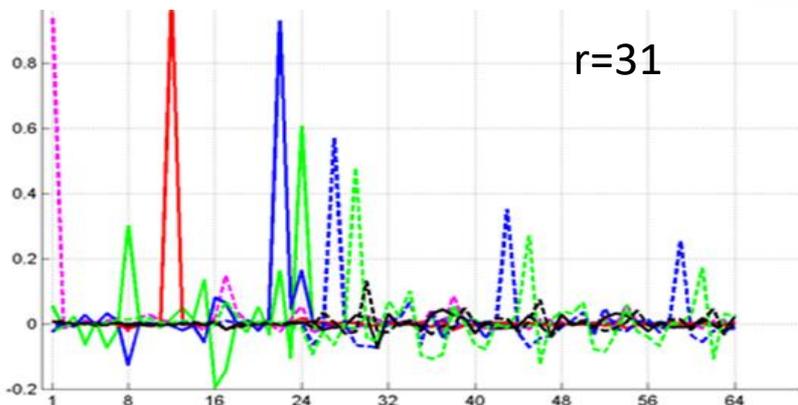
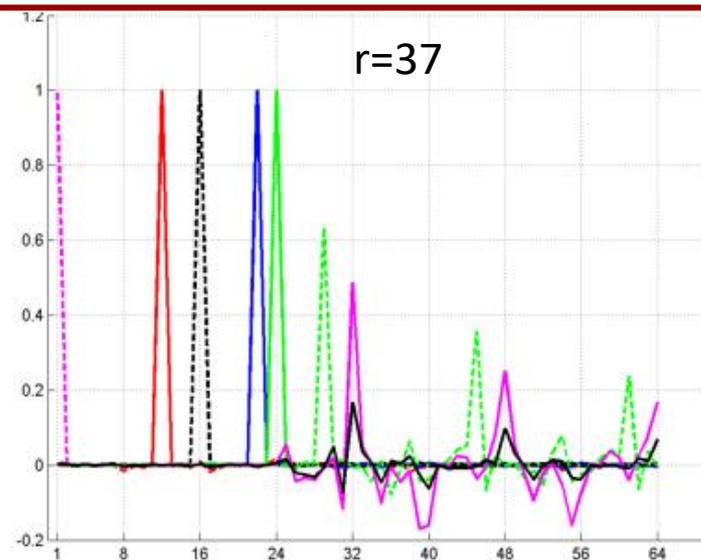
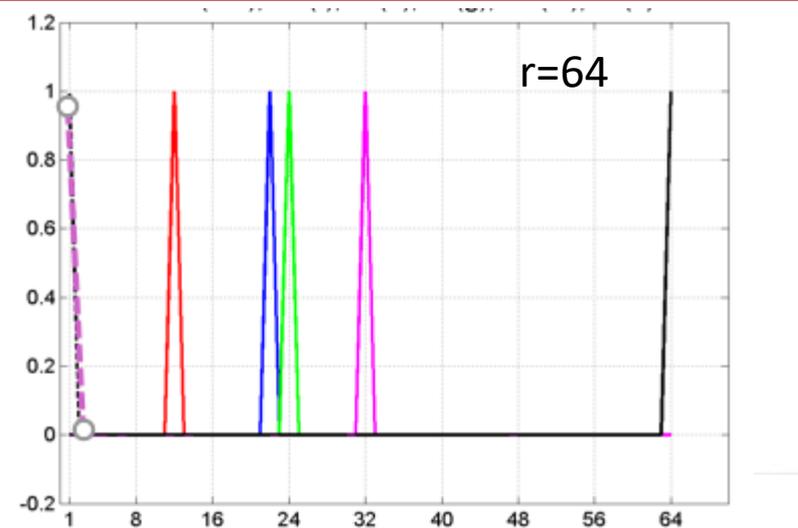
Влияние размерности подпространства решения r на восстановление гармоник частоты

$\varphi_k = \varphi_{mn}$; нумерация гармоник $k = n + (m-1) \times N; m = 1, \dots, M; n = 1, \dots, N;$

Цвета соответствуют номерам и графикам гармоник:

$K=1$ -- {1.1} $K=12$ {2.4} $K=16$ -- 4.3} $K=22$ {3.6} $K=24$ {3.8} $K=25$ -- {4.1} ; $K=27$ -- (4.3} $K=32$ {4.8}

$K=64$ {8.8}



Номера гармоник по горизонтали, величина восстановленной гармоники по вертикали. $r=64$ – полное пространство.

Каждый правый сингулярный вектор \bar{v}_i генерирует пространственную моду $s_i \bar{u}_i$ согласно формуле

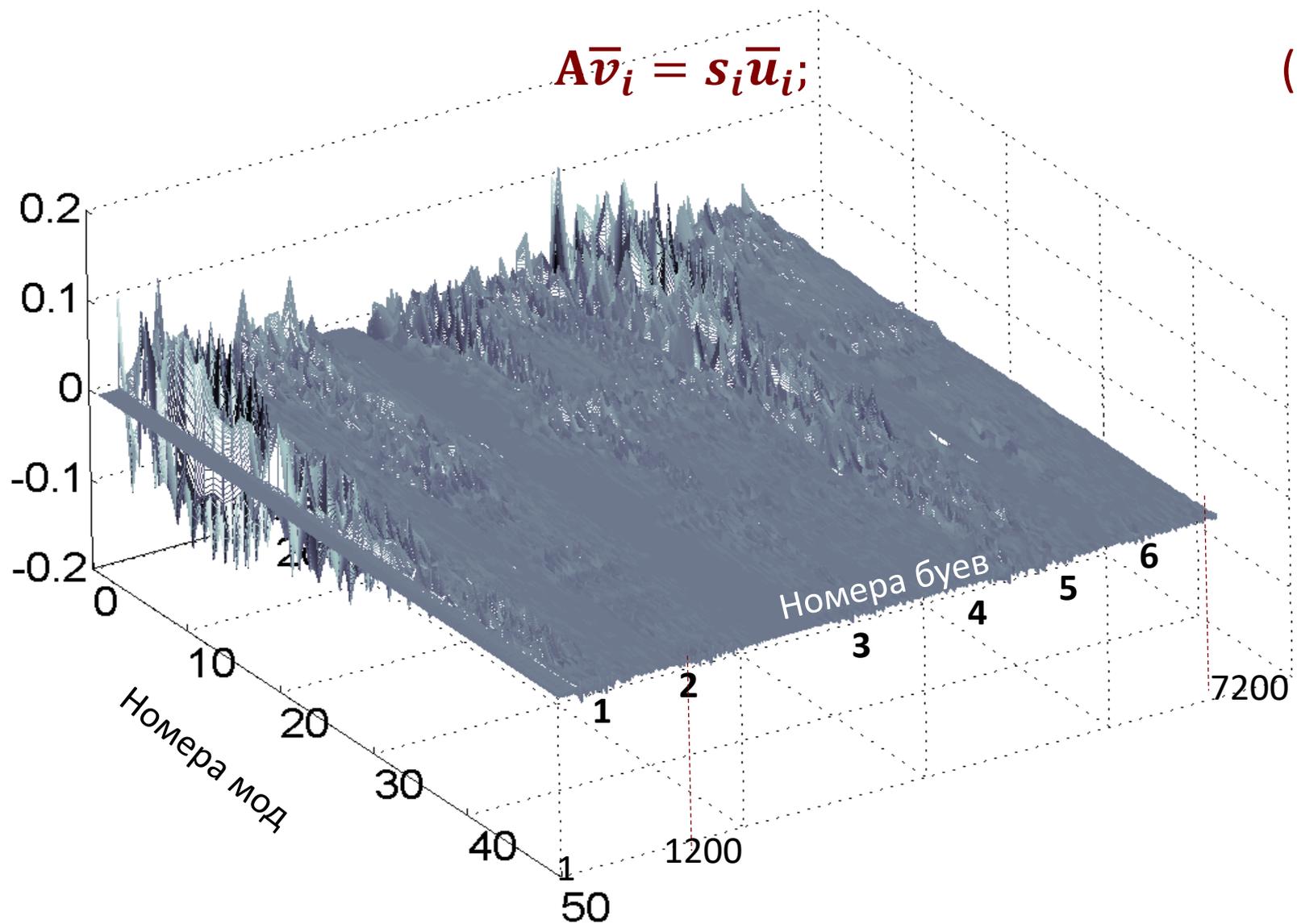
$$A \bar{v}_i = s_i \bar{u}_i$$

Учитывая резкое уменьшение сингулярных значений с ростом их номеров, можно утверждать, что значимыми в смысле переноса информации являются только первые пространственные моды, соответствующие первым сингулярным значениям. Таким образом, в результате применения процедуры SVD и анализа убывания амплитуд в каждой моде можно понять, какое разумное значение параметра r следует использовать при инверсии.

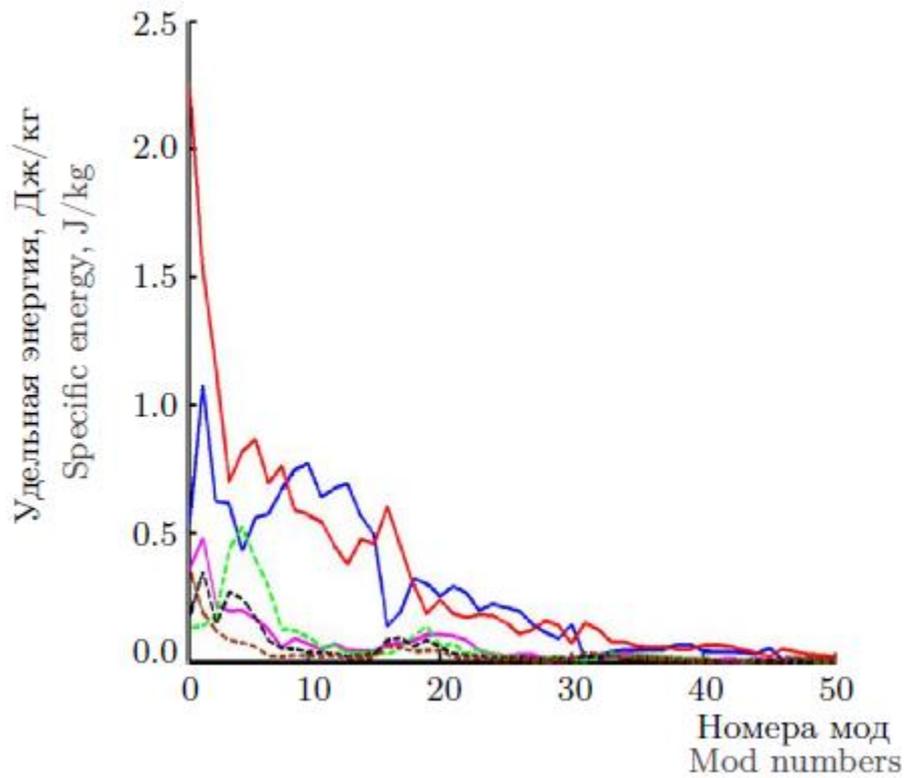
Для выбора r предлагается использовать сравнение удельных энергий, переносимых разными модами. Удельная энергия на единицу массы жидкости пропорциональна сумме квадратов отклонений временного ряда (для наблюдаемых мареограмм или для каждой моды).

$$A\bar{v}_i = s_i\bar{u}_i;$$

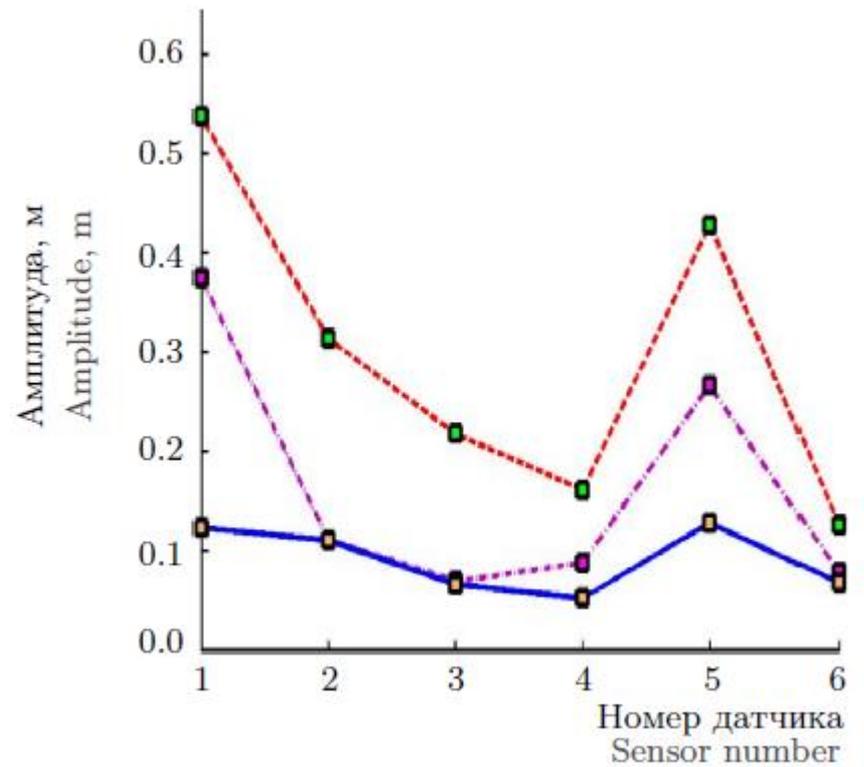
(9)



Первые 50 мод в локации каждого из буев DART: 1-55012, 2-55023, 3-52403, 4-52402, 5-52406, 6-51425; длина каждой моды 1200 через 4 сек.

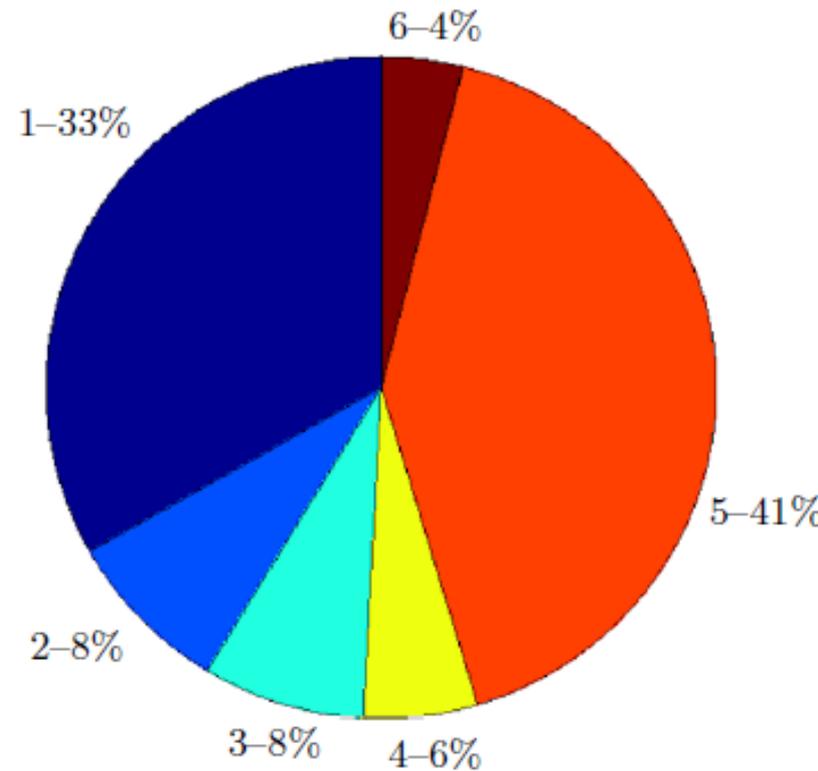
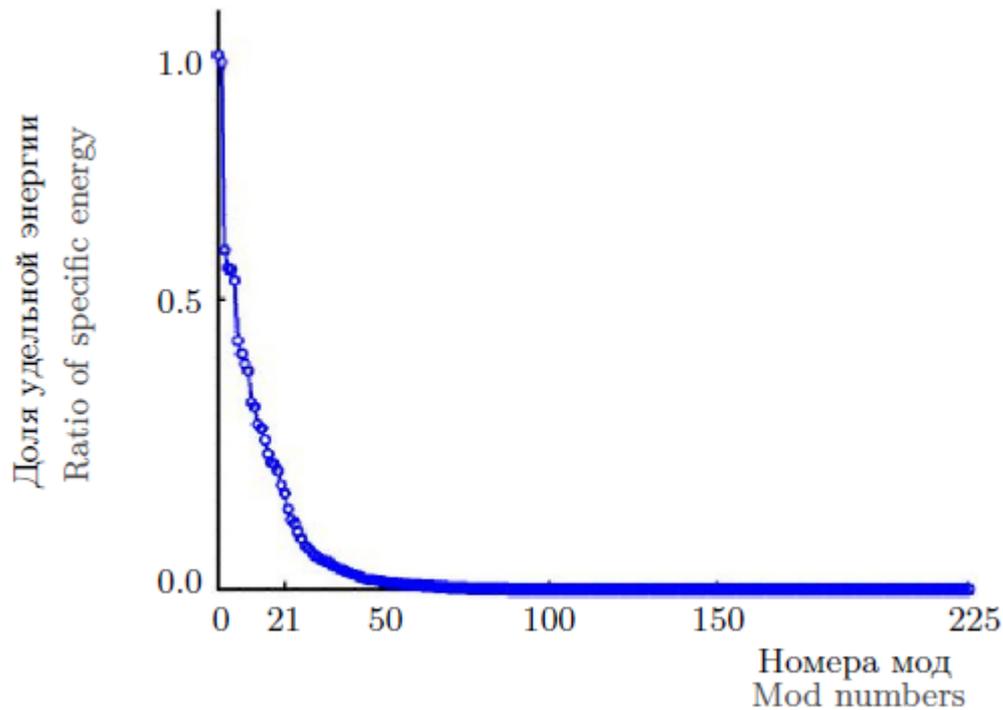


a)



b)

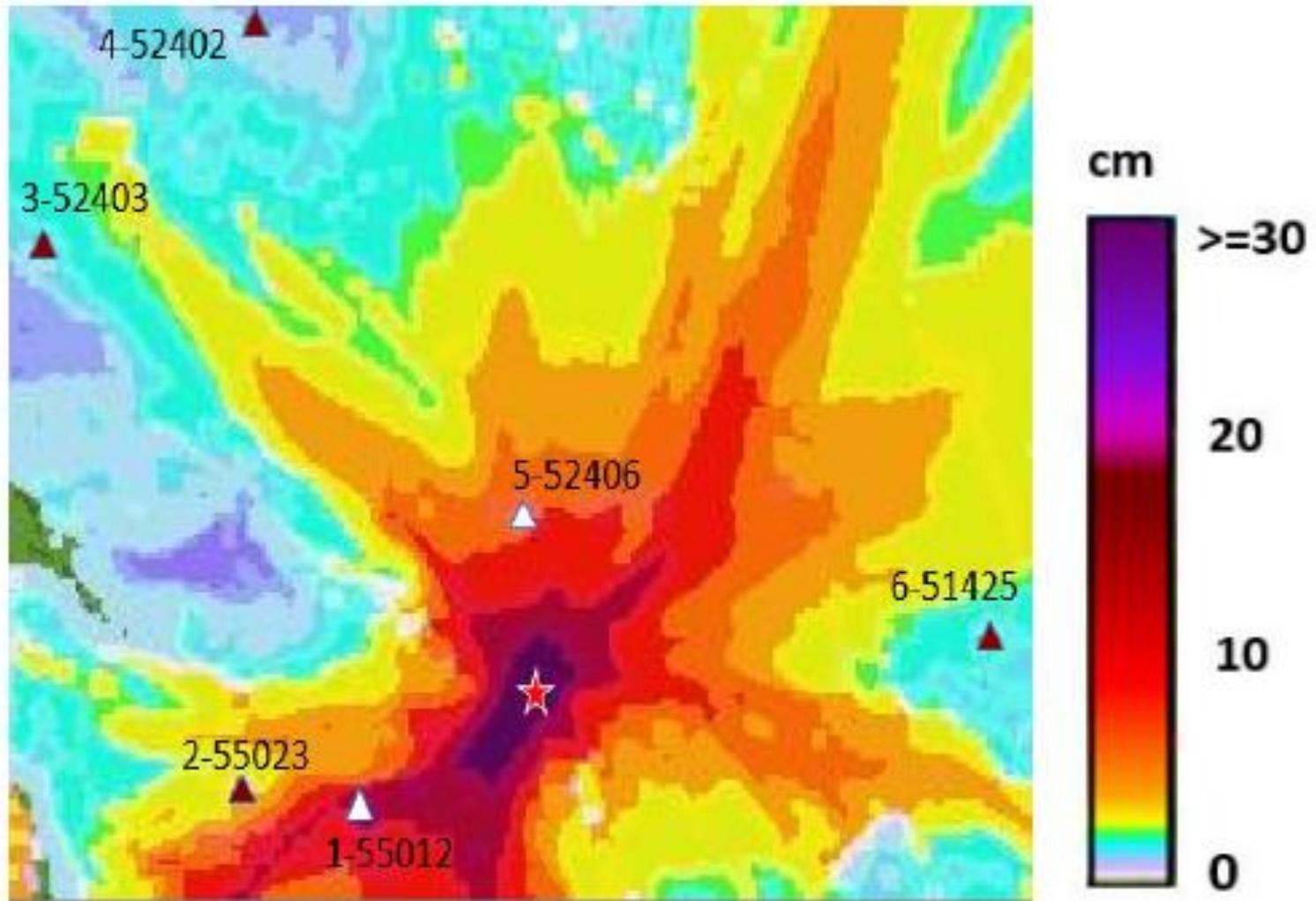
Уменьшение доли удельной энергии и амплитуды волны в каждом датчике с ростом номеров мод: (а) удельные энергии каждой из 50 первых мод в локации каждого буя представлены цветными линиями: синяя - 55012, розовая - 55023, штриховая черная - 52402, штриховая зеленая - 52403, красная - 52406, штриховая коричневая - 51625; (б) среднеквадратичные амплитуды мод в каждом из буюв для 21-ой, 30-ой и 50-ой мод изображены линиями: красной штриховой, пурпурной штрих-точечной и синей сплошной, соответственно.



a)
$$\frac{s_i^2}{\sum_i s_i^2}, i = 1, \dots, 225$$

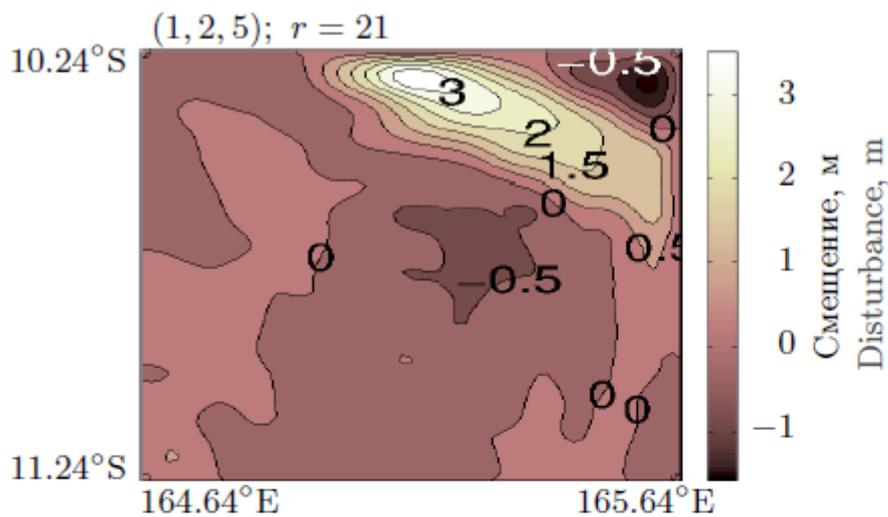
b)

Распределение удельной энергии по модам и по датчикам: (a) доли удельной энергии, создаваемые каждой модой; (b) доли удельной энергии волны исследуемого цунами в каждом из шести датчиков.

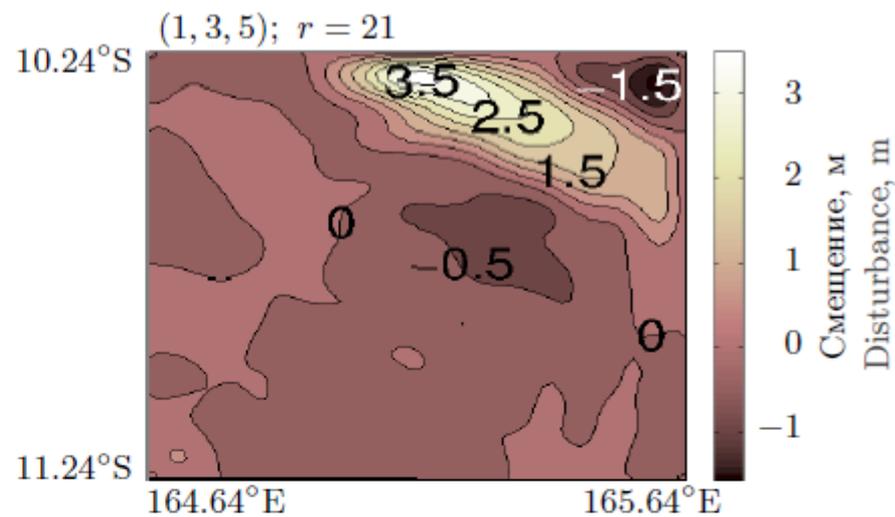


Рассчитанные с помощью кода MOST амплитуды волны цунами за 24 часа распространения волны.

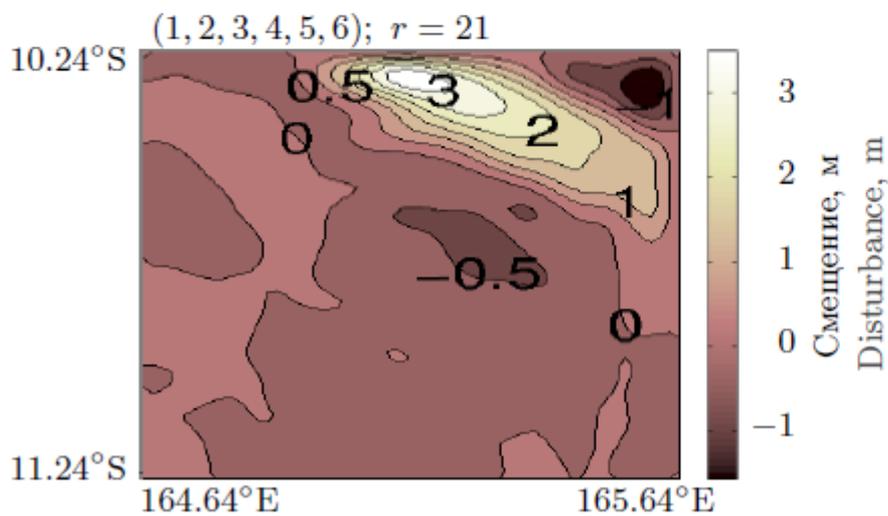
Буи DART пронумерованы по часовой стрелке и отмечены треугольниками: 2-55023, 3-52403, 4-52402, 6-51425 - коричневыми, 1-55012 и 5-5240 - белыми.



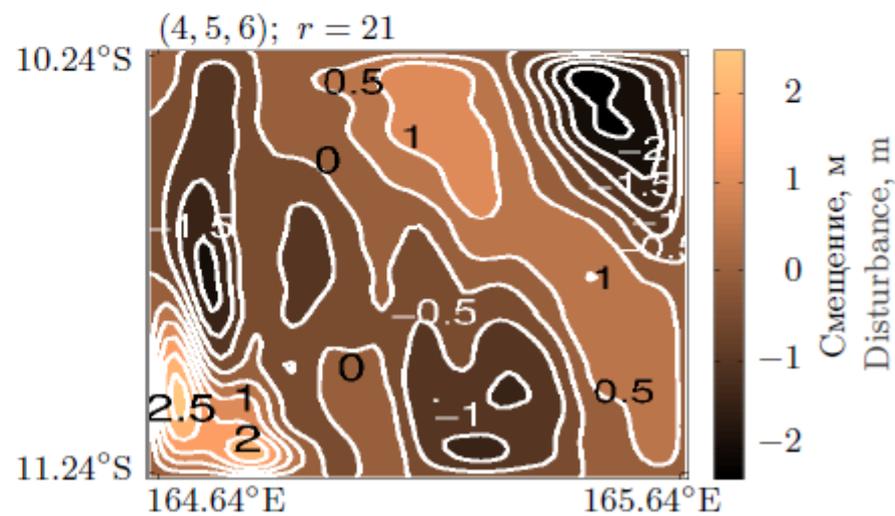
a)



b)



c)



d)

Начальное смещение поверхности моря, полученное инверсией наблюдаемых мареограмм зарегистрированных буями DART 1-55012 и 5-52406 с привлечением данных: (a) 2-55023; (b) 3-52403; (c) 2-55023, 3-52403, 4-53402, 6-51425; (d) используются данные буев 4-53402, 5-52406, 6-51425.

В итоге, использование методики представляется следующим образом:

(1). Цунамигенная зона (сейсмического разлома, субдукции) покрывается набором областей поиска, для каждой из которых заранее насчитывается матрица A (состоящая от откликов на пространственные гармоники) для серии датчиков, включающих как реально существующие станции, так и «фиктивные», где хотелось бы быстро получить высоты волны. Затем для каждой области поиска можно заранее определить набор наиболее информативных буев. При этом локации датчиков, оказавшихся наиболее информативными для нескольких зон поиска, нужно считать наиболее перспективными для построения системы раннего предупреждения о цунами.

(2). Эпицентр землетрясения быстро определяется, исходя из времен прихода сейсмических волн. Тогда становится известно, какую из областей поиска надо выбрать для произошедшего события, а также, какие из данных, записанных буюми, следует взять в качестве наиболее информативных. Для этих данных проводится инверсия. Получив начальную форму волны цунами, можно быстро вычислить высоты волны в точках расположения «фиктивных» станций, так как решение прямой задачи для них уже произведено при расчете матрицы A .

The research proposed supported by the State Budget Program with ICMMG SB RAS
(0315-2021-0005)



Thank for your attention