



М. В. Лебков, М. А. Носов



Сопоставление  
длинноволновой и потенциальной  
моделей генерации волн  
при движении тела по дну бассейна  
в рамках  
аналитических решений

«ВОЛНЫ ЦУНАМИ: МОДЕЛИРОВАНИЕ, МОНИТОРИНГ, ПРОГНОЗ», 12-13 ноября 2024

## **Цель:**

Оценить применимость теории длинных волн для описания генерации цунами подводными оползнями.

## **Задачи:**

1. Определение типичных параметров подводных оползней и формулировка физической постановки задачи;

2. Получение и сопоставление аналитических решений линейных задач о генерации волн в рамках длинноволновой и потенциальной теорий.

# Оценка скорости движения подводного оползня

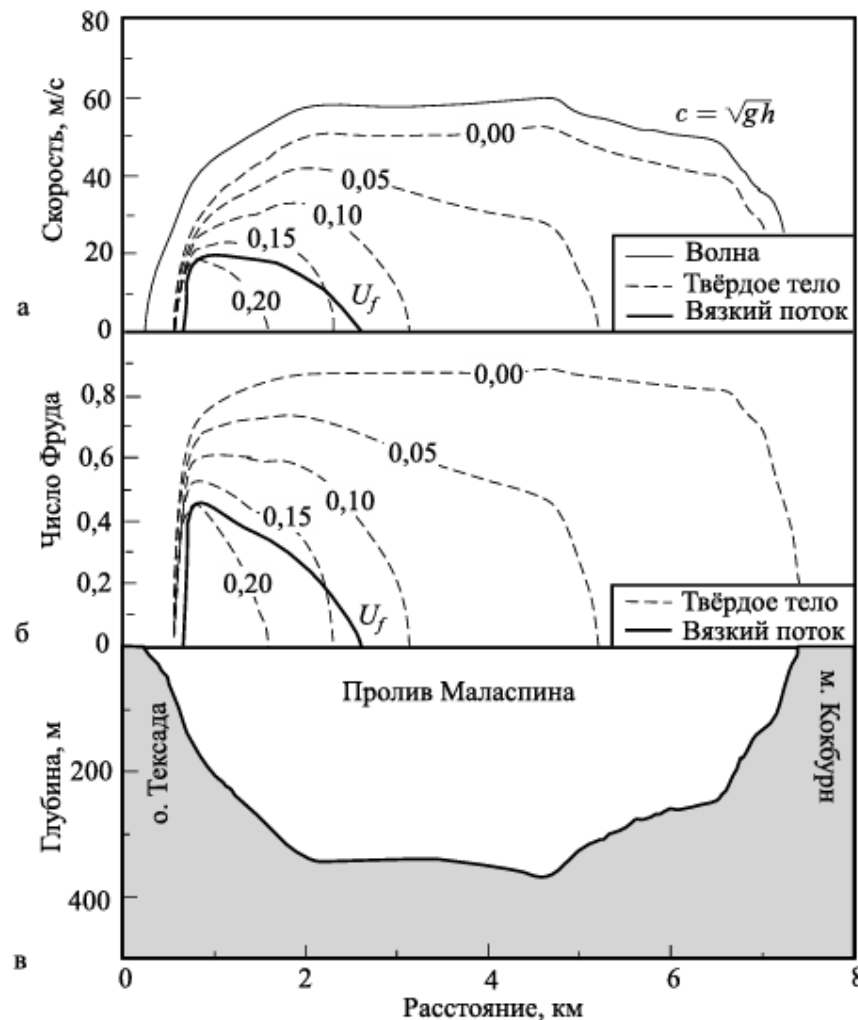


Рис. 4.6. Скорости длинных гравитационных волн, твёрдого оползня и фронта вязкого оползня в проливе Маласпина. Скорости движения твёрдого оползня рассчитаны для различных коэффициентов трения (от 0 до 0,2) (а). Числа Фруда, соответствующие этим скоростям (б); Профиль глубины в проливе (в)

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gH}}$$

[Левин, Носов, 2005]

$$U = \sqrt{2g \frac{\rho_{ls} - \rho_w}{\rho_{ls}} \Delta H}$$

$Fr = 1$  только при  $\rho_{ls} \geq 2 \text{ г/см}^3$

# Параметры реальных подводных оползней

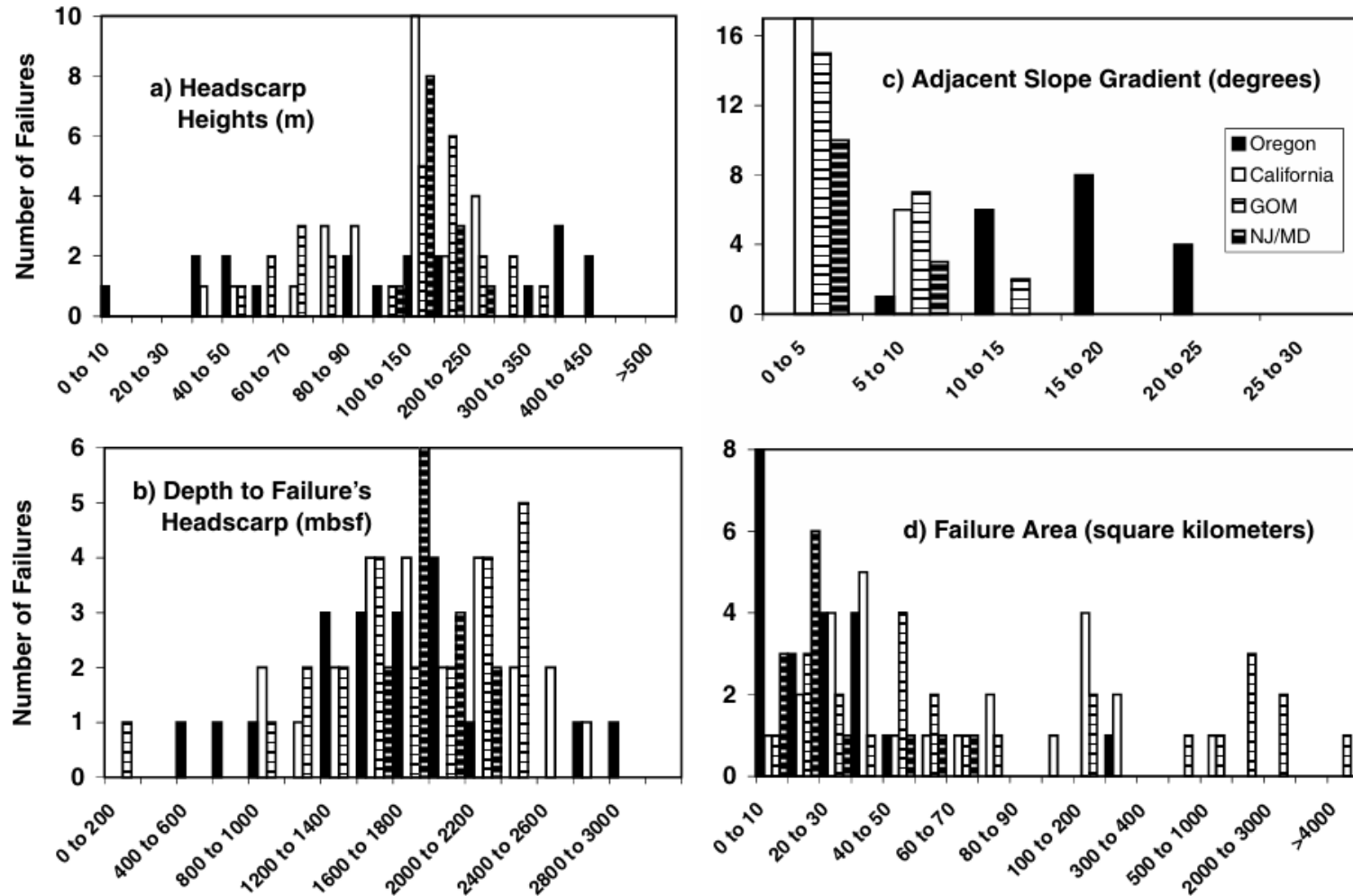
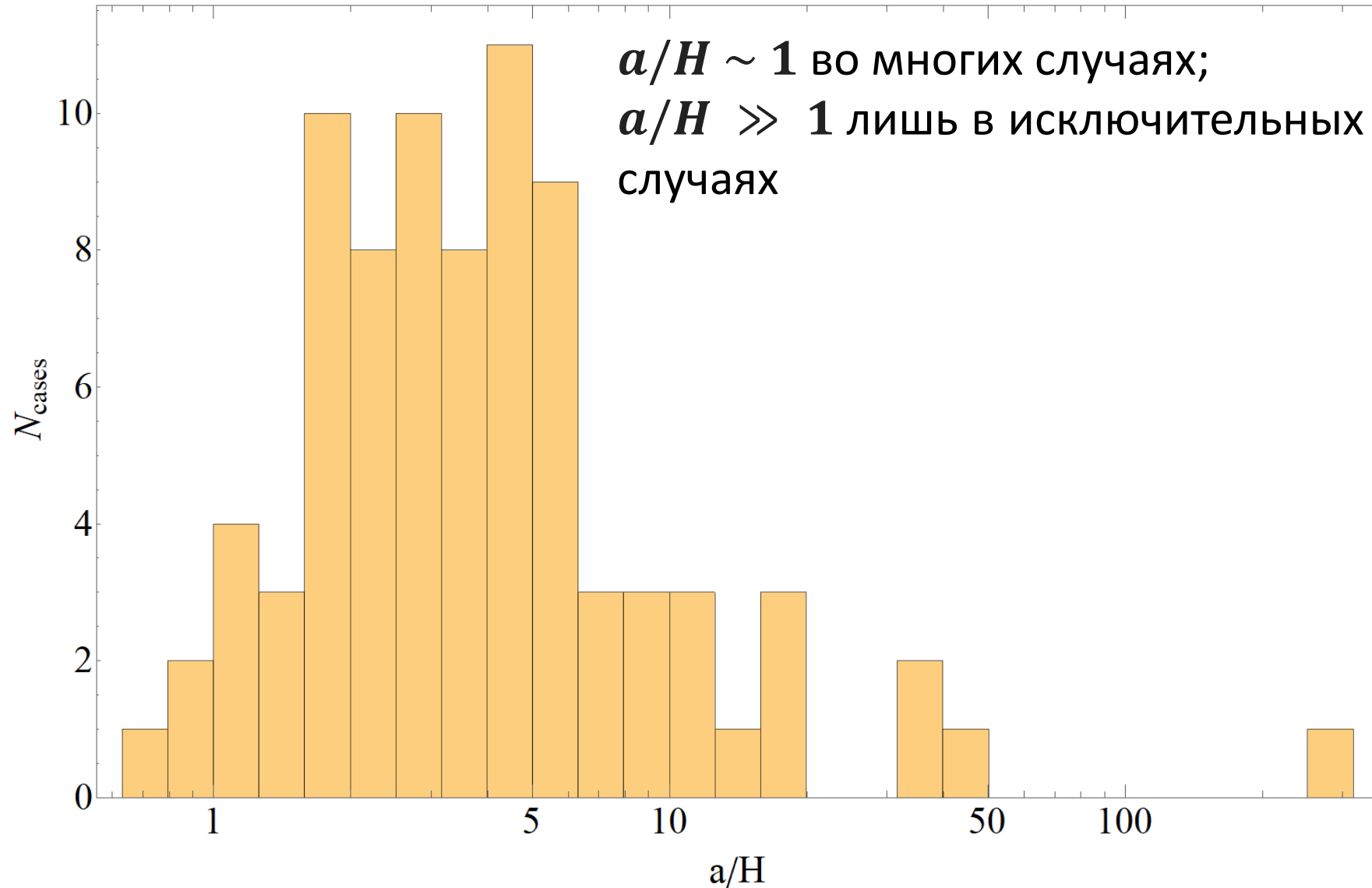


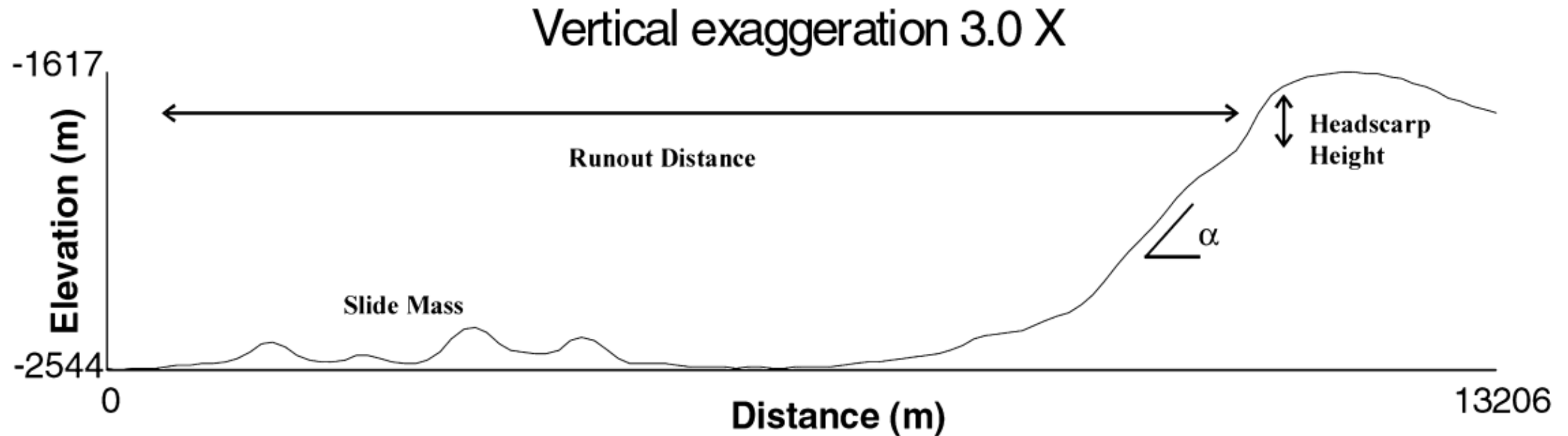
Fig. 13. a–d. Histograms separated by margin. (a) Height of the failure’s headscarp, (b) depth to the headscarp of the failure (in meters below sea level), (c) adjacent slope gradient, which we infer to be similar to the gradient of the slope before it failed, and (d) total area affected by landslide mass. Headscarp heights tend to be higher in Oregon and New Jersey, slightly lower in California, and very low in the Gulf of Mexico, which we interpret to be related to sediment strength (see text). There does not appear to be any systematic trends in depth to the headscarp of the failure, with the exception of the clustering in the mid-depth ranges. The slope adjacent to the failure is very steep in Oregon where most of the failures occur on slope gradients greater than 15°, and very low in the Gulf of Mexico, where most occur on slope angles less than 5°. The Gulf of Mexico has the largest range in failure size, California and New Jersey have a similar area distribution, and the landslides in Oregon tend to be the smallest.

# Оценка размеров реальных оползневых тел



Данные из [McAdoo et al., 2000];  $a = \sqrt{S}$ ,  $H = \text{Headscarp Height}$  – начальная глубина оползневого тела (при движении вниз  $a/H$  уменьшается)

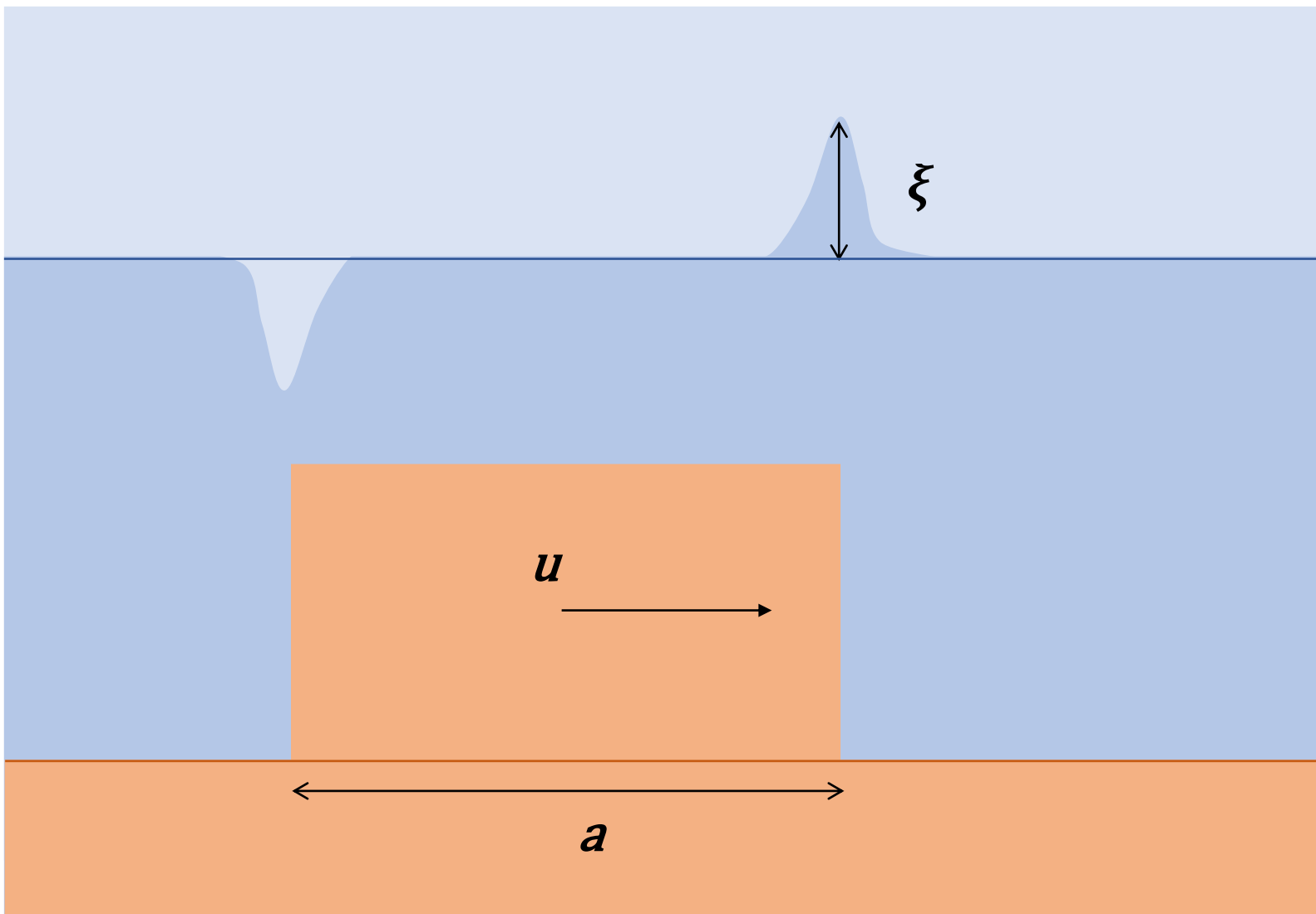
# Задача о движении подводного оползневого тела с остановкой



[McAdoo et al., 2000]

Для простоты оценки можно считать, что подводный оползень проходит расстояние, равное своей полной длине

# Генерація волн при русі підводного тіла по рівному дну



# Постановка задачи в рамках линейной теории длинных волн

$$\eta(x, t) = \begin{cases} \eta(x), t \leq 0 \\ \eta(x - Ut), t > 0 \end{cases}$$

Линейная теория длинных волн,

$$p_{atm} = const, H = const :$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - gH \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2},$$

$$\text{НУ: } \xi(x, 0)|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{t=0} = -u \left. \frac{d\eta}{dx} \right|_{t=0}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - gH \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -g \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t},$$

$$\text{НУ: } u(x, 0)|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0$$



# Решение задачи в рамках линейной теории длинных волн

Переход к безразмерным переменным:

$$x^* = \frac{x}{H}, z^* = \frac{z}{H}, a^* = \frac{a}{H}, k^* = kH, t^* = t \sqrt{\frac{g}{H}}, \xi^* = \frac{\xi}{\eta_0}, U^* = U/\sqrt{gH}, b^* = \frac{b}{H}$$

[Tinty et al., 2000]:

$$\xi_{lw}^*(x^*, t^*) = -\frac{U^{*2}}{1 - U^{*2}} \eta^*(x^* - U^* t^*) + \frac{U^*}{2(1 - U^*)} \eta^*(x^* - t^*) - \frac{U^*}{2(1 + U^*)} \eta^*(x^* + t^*)$$

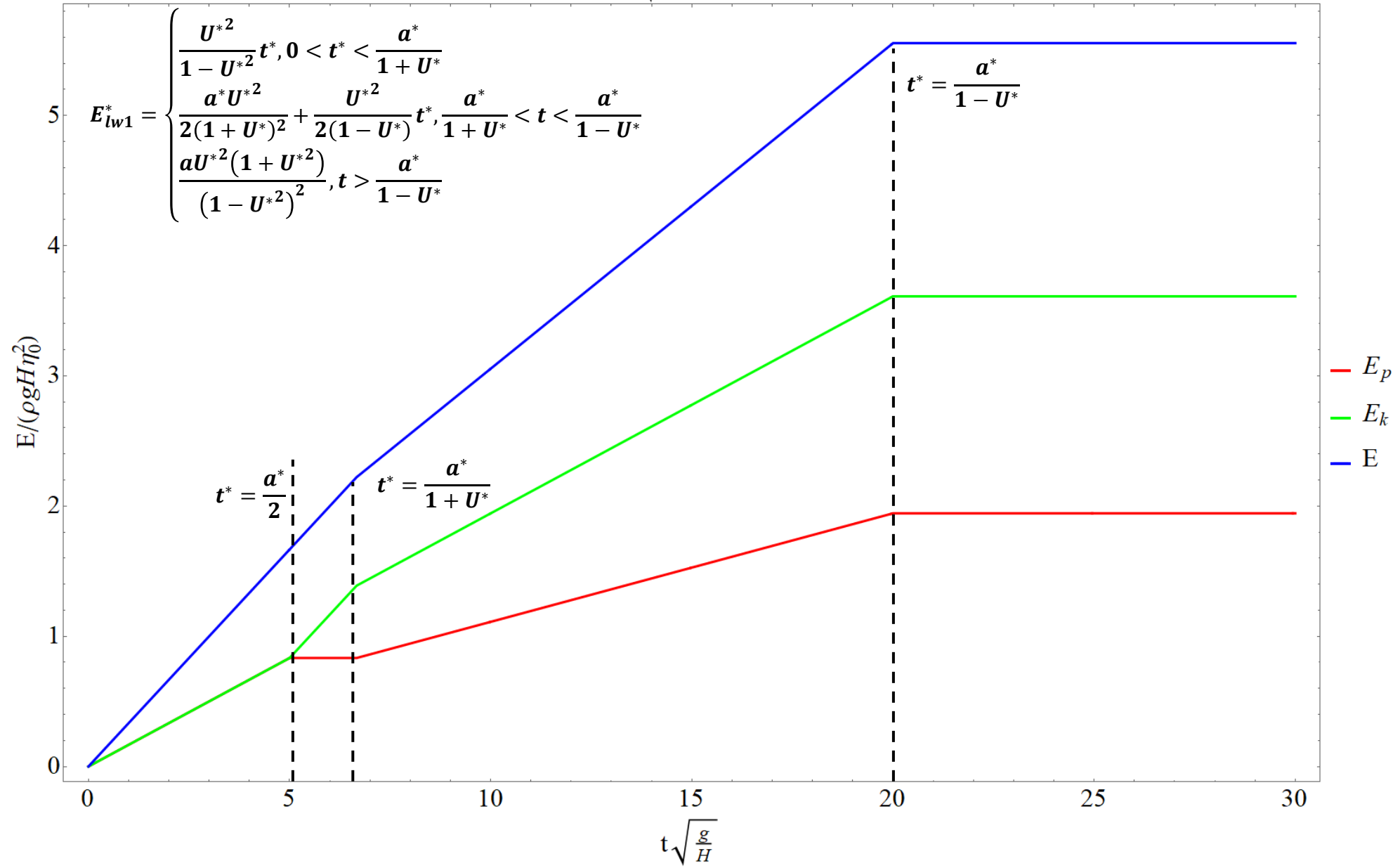
$$u_{lw}^*(x^*, t^*) = -\frac{U^*}{1 - U^{*2}} \eta^*(x^* - U^* t^*) + \frac{U^*}{2(1 - U^*)} \eta^*(x^* - t^*) + \frac{U^*}{2(1 + U^*)} \eta^*(x^* + t^*)$$

$$\eta^*(x^*) = \theta\left(x^* + \frac{a^*}{2}\right) - \theta\left(x^* - \frac{a^*}{2}\right)$$

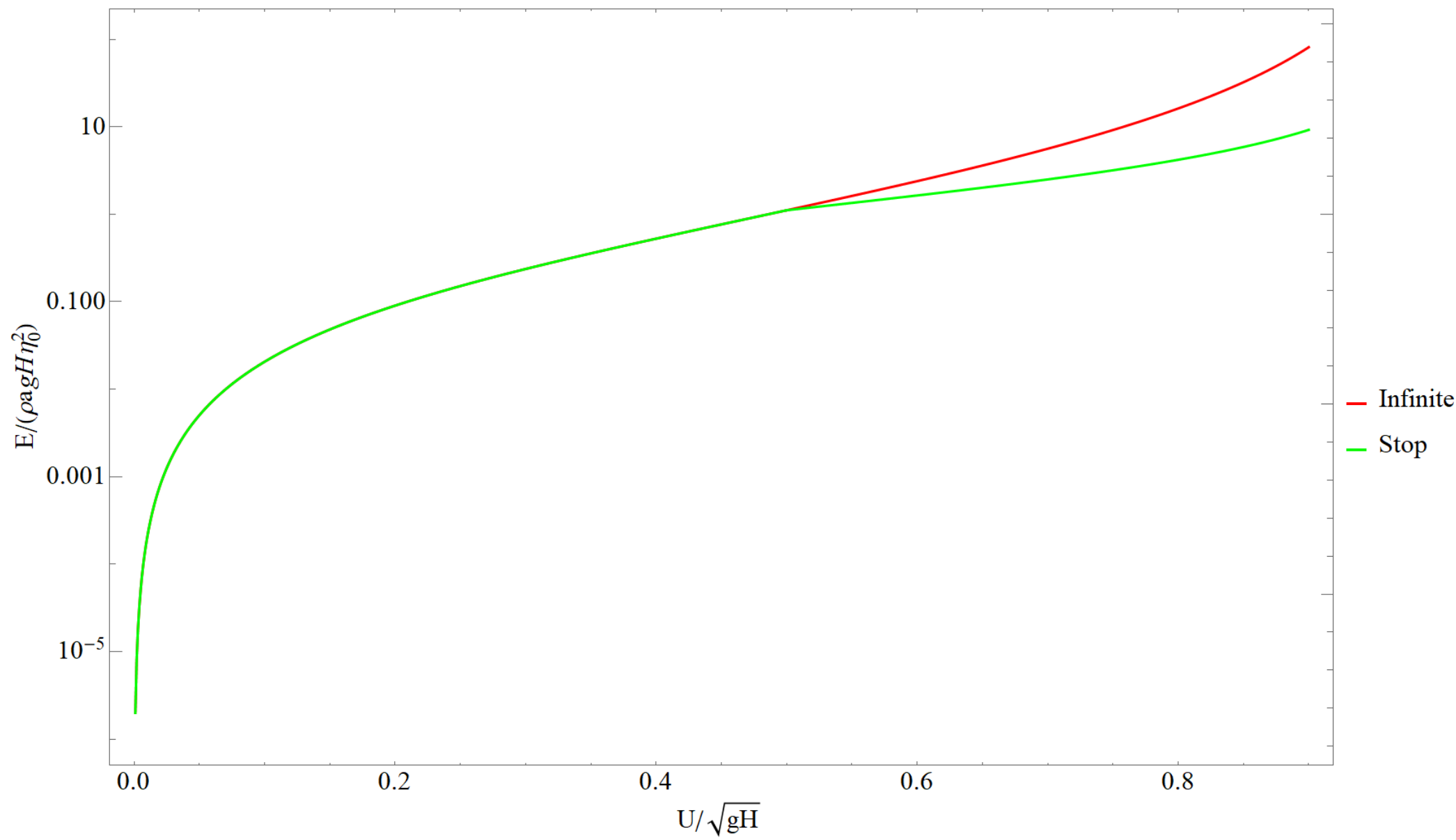
$$E_p^* = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi^{*2}}{2} dx^* \quad E_k^* = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-H}^0 \frac{u^{*2}}{2} dx^* dy^* \quad E^* = E_p^* + E_k^*$$

# Изменение полной энергии при $U^* < 1$

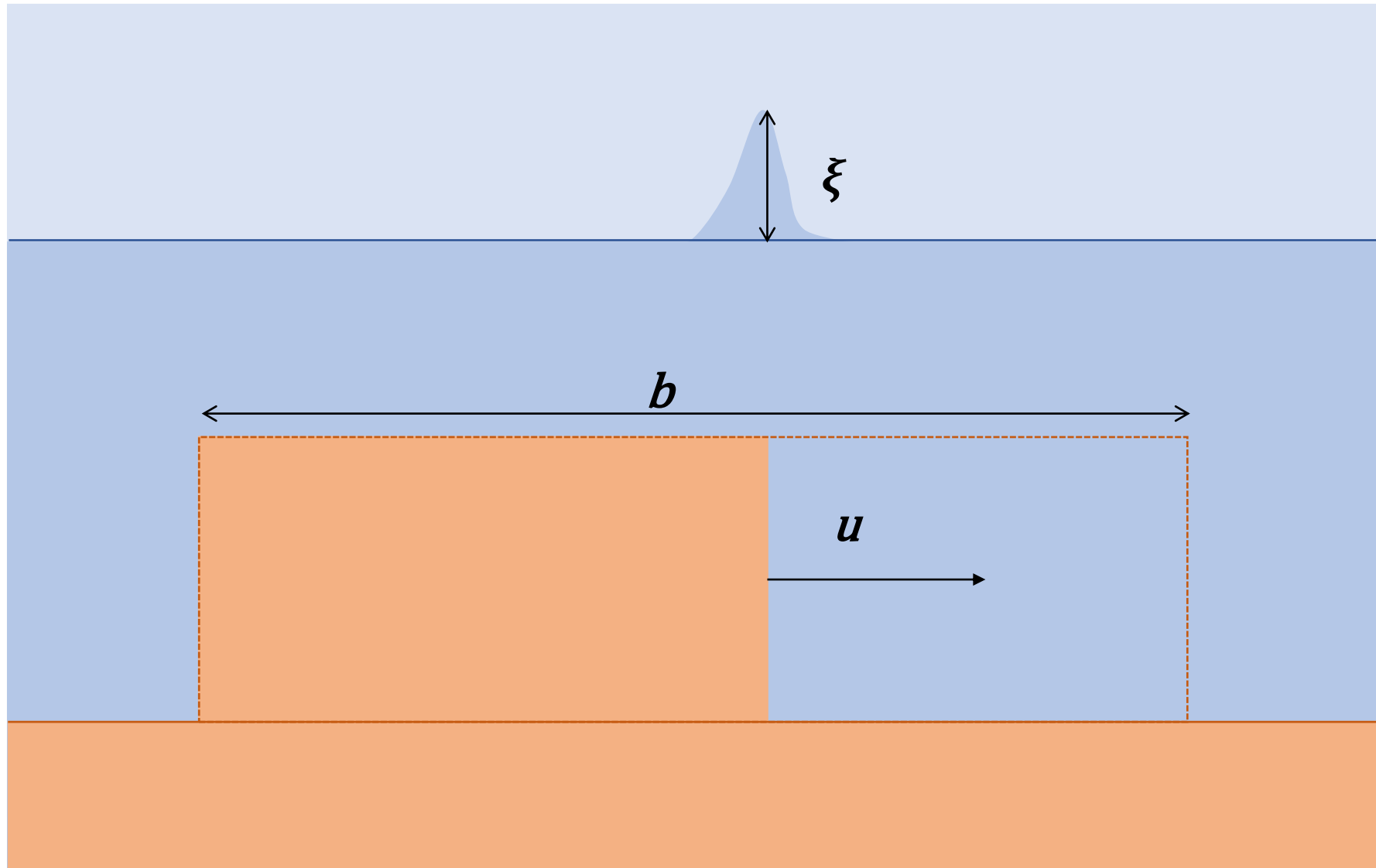
$$U/\sqrt{gH} = 0.5$$



# Зависимость полной энергии волн от скорости тела



# Задача для бегущей подвижки



# Линейная потенциальная теория для несжимаемой жидкости

Потенциальная теория [Носов, 1998]:

$$\vec{u}(x, z, t) = \vec{\nabla}F(x, z, t),$$

$$\vec{u} = (u, w), \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}.$$

Уравнение Лапласа для потенциала:

$$\Delta F = 0, \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \Big|_{z=0}, \frac{\partial F}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{z=-H}$$

# Решение задачи о бегущей подвижке

[Носов, 1995; Левин, Носов, 2005]

$$\xi_p^*(x^*, t^*) = \frac{1}{4\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} dk^* \frac{e^{-ik^* x^*}}{ch(k^*)} \left[ e^{-i\sqrt{k^* th(k^*)} t^*} \frac{e^{ib^*(k^* + \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*})} - 1}{k^* + \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*}} + e^{i\sqrt{k^* th(k^*)} t^*} \frac{e^{ib^*(k^* - \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*})} - 1}{k^* - \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*}} \right]$$

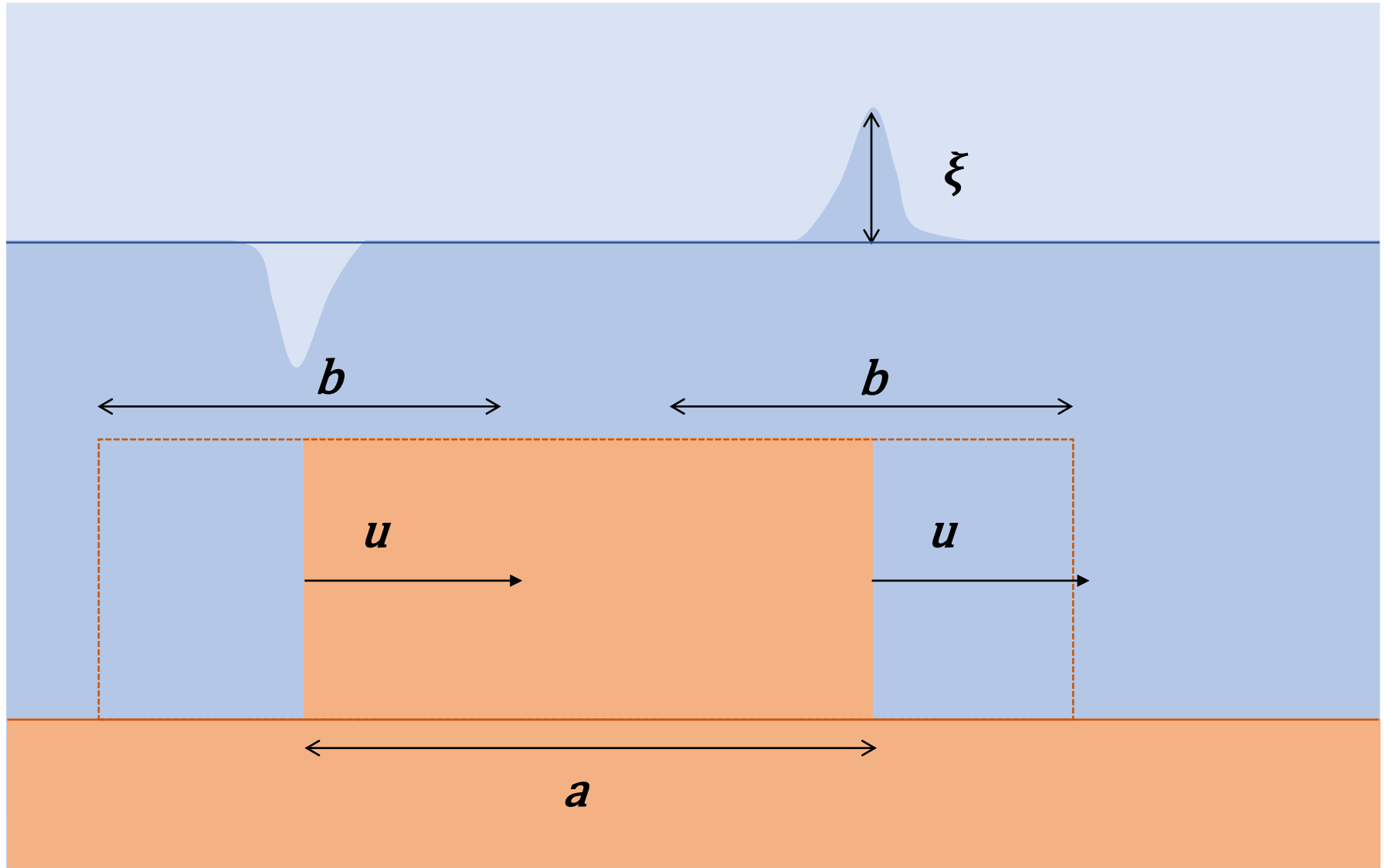
$$u_p^*(x^*, z^*, t^*) = \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk^* \frac{k^* e^{-ik^* x^*} ch(k^* z^*)}{ch(k^*)} \left( \frac{1 + th(k^*) th(k^* z^*)}{\sqrt{gkth(kH)}} \right) \times$$

$$\times \left[ e^{-i\sqrt{k^* th(k^*)} t^*} \frac{e^{ib^*(k^* + \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*})} - 1}{k^* + \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*}} - e^{i\sqrt{k^* th(k^*)} t^*} \frac{e^{ib^*(k^* - \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*})} - 1}{k^* - \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*}} \right]$$

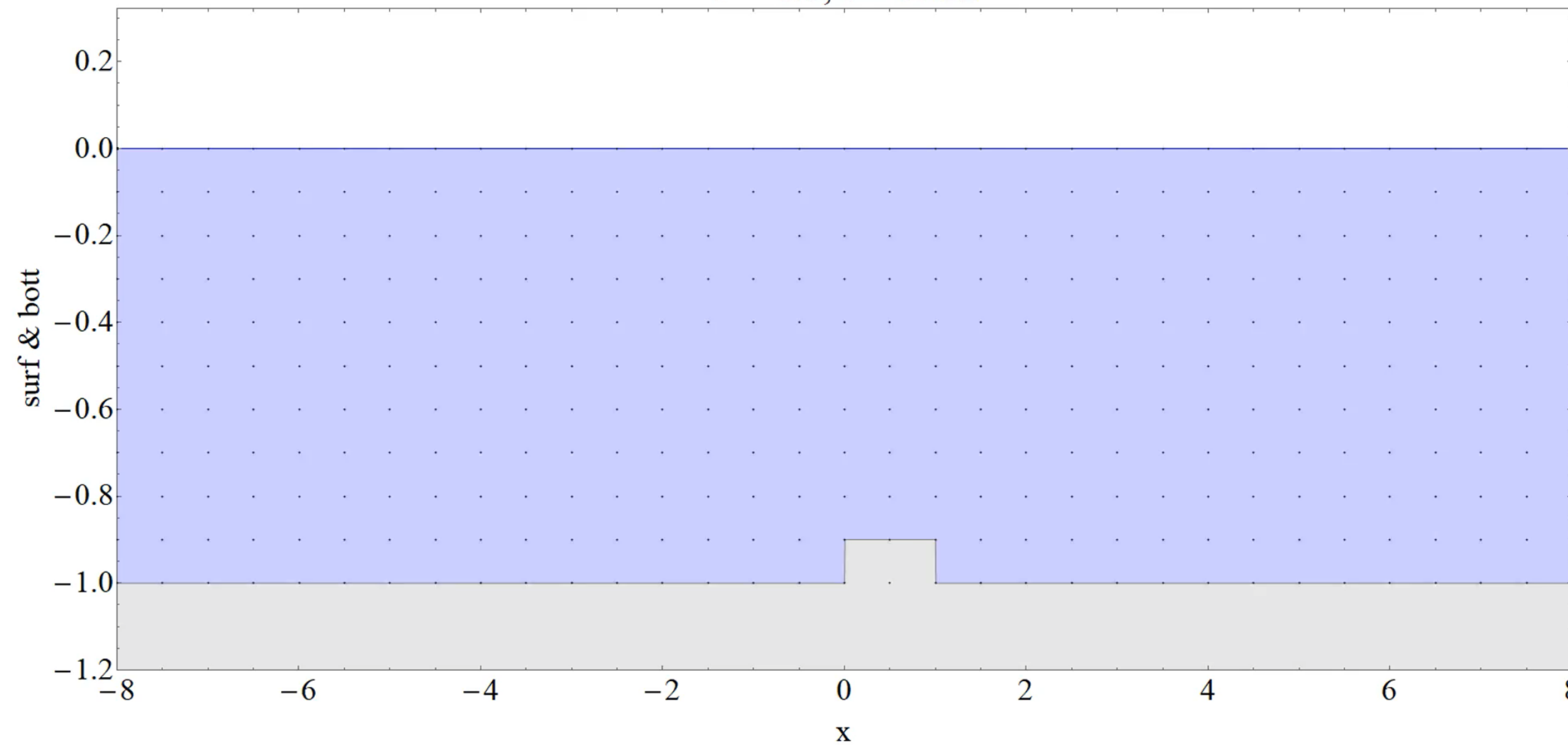
$$w_p^*(x^*, z^*, t^*) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk^* \frac{k^* e^{-ik^* x^*} ch(k^* z^*)}{ch(k^*)} \left( \frac{th(k^*) + th(k^* z^*)}{\sqrt{gkth(kH)}} \right) \times$$

$$\times \left[ e^{-i\sqrt{k^* th(k^*)} t^*} \frac{e^{ib^*(k^* + \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*})} - 1}{k^* + \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*}} - e^{i\sqrt{k^* th(k^*)} t^*} \frac{e^{ib^*(k^* - \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*})} - 1}{k^* - \frac{\sqrt{k^* th(k^*)}}{U^*}} \right]$$

# Задача для движения прямоугольного оползневого тела как суперпозиция задач для бегущей подвижки



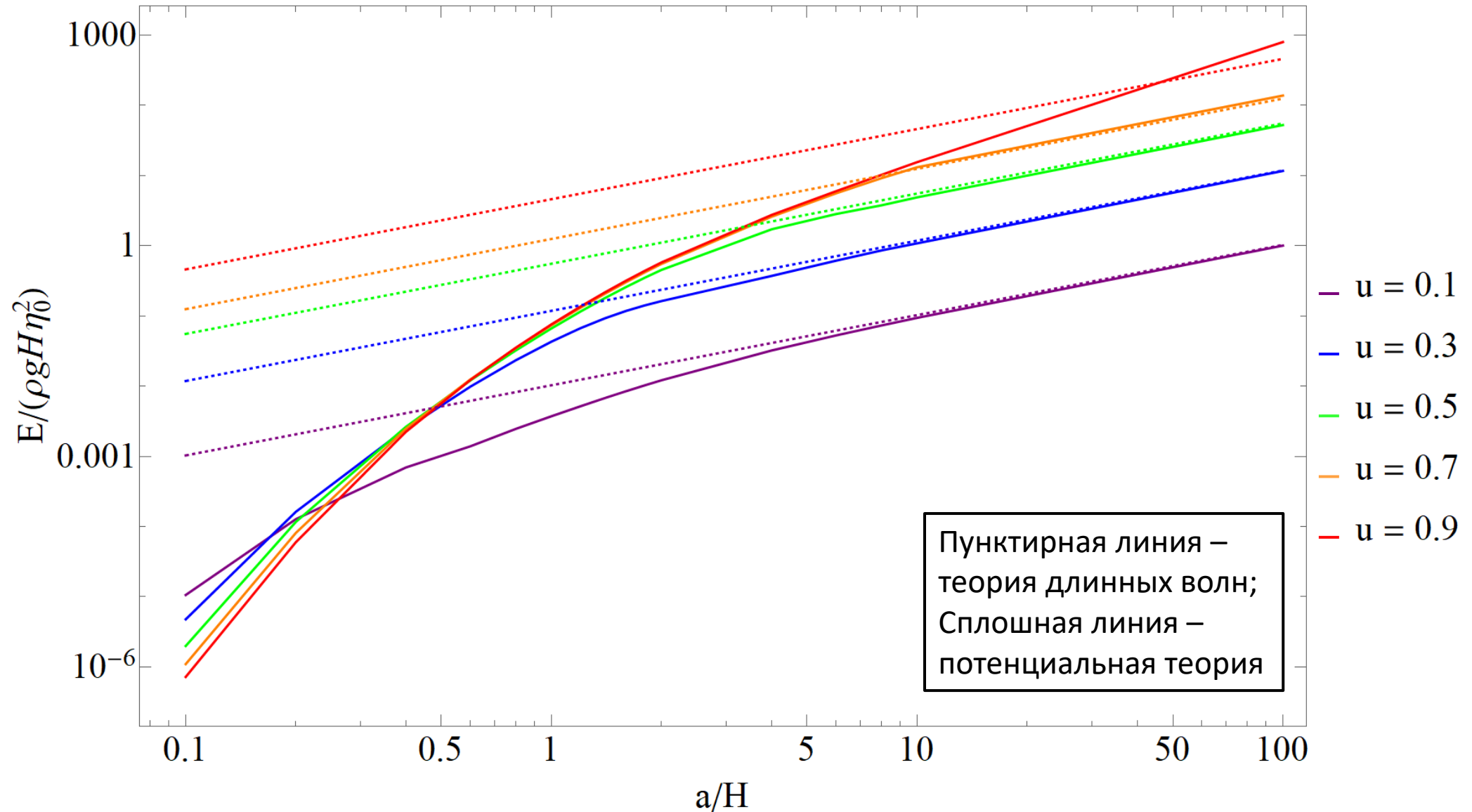
$U = 0.3, t = 0000.$





# Зависимость полной энергии волн от длины подводного тела

## ПОДВОДНОГО ТЕЛА



# Выводы

1. Большая часть подводных оползней имеет размеры  $a/H < 5$ , скорости движения, соответствующие  $Fr < 0.5$  и проходит расстояние сравнимое со своими размерами;
2. При малых длинах тела  $a/H \sim 1$  и скоростях  $Fr < 0.5$  теория длинных волн значительно завышает оценку энергии волн по сравнению с потенциальной теорией; при росте длины оползневого тела энергия, рассчитанная в рамках потенциальной теории, асимптотически устремляется к значению, полученному в рамках теории длинных волн. При скоростях  $Fr > 0.5$  при больших длинах тела потенциальная теория даёт энергию, превышающую значения, полученные в рамках теории длинных волн;
3. Длинноволновое приближение может значительно переоценивать энергию волн, создаваемых оползнями. При определенных условиях ( $a/H \gg 1$ ,  $Fr > 0.5$ ) возможна также и недооценка энергии

# Спасибо за внимание!



«Ликвидация последствий цунами Санрику»,  
Утагава Кокунимаса, 1896