

V Всероссийская научная конференция  
«ВОЛНЫ ЦУНАМИ: МОДЕЛИРОВАНИЕ, МОНИТОРИНГ, ПРОГНОЗ»  
Москва 12-14 ноября 2024 г.

# ВОЛНЫ В ЖИДКОСТИ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ МГНОВЕННЫМ ИМПУЛЬСОМ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

*Ю.П. Королёв*



*Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН  
Южно-Сахалинск*

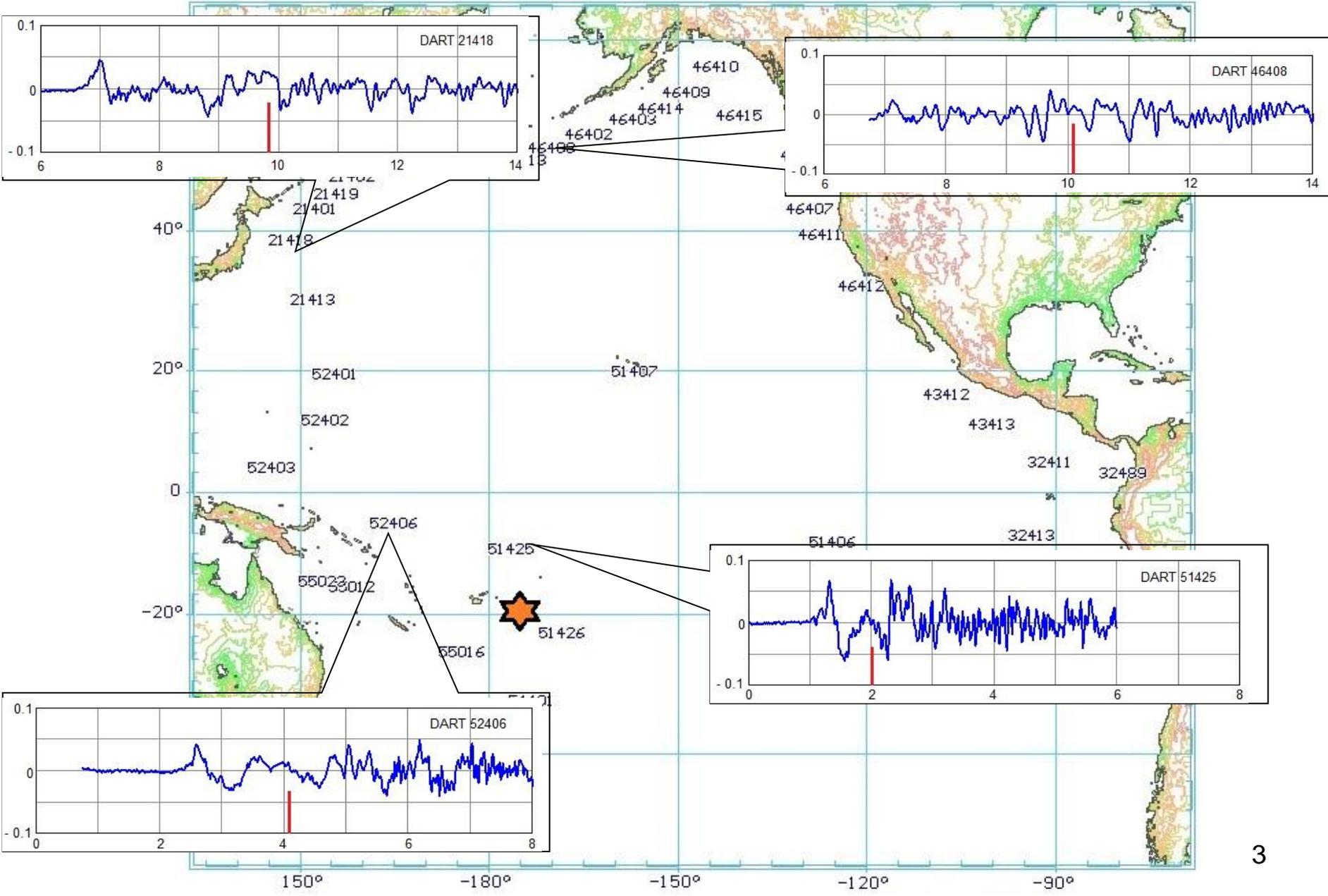
15 января 2022 г. в южной части Тихого океана, в районе архипелага Тонга, произошло взрывное извержение вулкана Хунга Тонга-Хунга Хаапай.

Извержение вызвало катастрофическое цунами на ближних островах архипелага Тонга: до 22 м на расстояниях 60 – 80 км от вулкана.

Взрывное извержение вызвало волны повышенного давления в атмосфере, в толще океана, а также вынужденные и свободные гравитационные волны на поверхности океана. Волны давления зарегистрированы наземными барографами на больших расстояниях от эпицентра. Возмущения в океане зарегистрированы множеством глубоководных донных станций в Тихом океане.

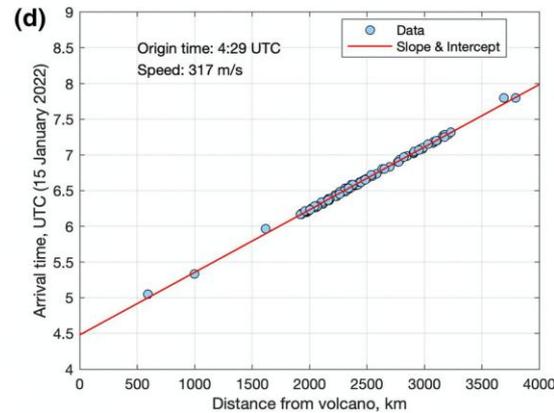
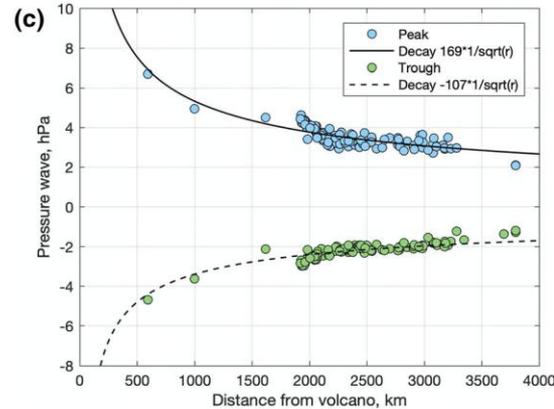
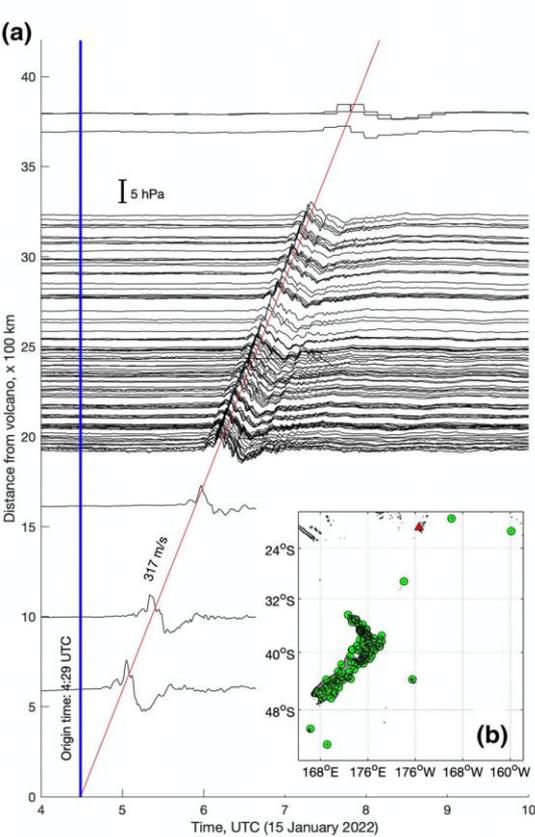
Зарегистрированные в океане волны представляли собой вынужденные волны, обусловленные бегущей со скоростью, близкой, но меньшей скорости звука в воздухе, волной повышенного давления, движущиеся с той же скоростью, а также поверхностные гравитационные волны, распространяющиеся со скоростью длинных волн.

# Примеры записей донных станций DART в океане



## Барическая волна в атмосфере

Затухание амплитуды волны  
(положительной или отрицательной)  $\sim \frac{1}{\sqrt{r}}$



Скорость распространения 317 м/сек (а и d),  
меньше, чем скорость звука в воздухе (331 –  
343 м/с).

### The 2022 Hunga Tonga-Hunga Ha'apai Volcano Air-Wave Generated Tsunami

A. R. Gusman, J. Roger, C. Noble, X. Wang, W. Power, and  
D. Burbidge.

*Pure Appl. Geophys.* 179 (2022), 3511–3525

Задача о распространении возмущений от сферической области повышенного давления в однородной среде решена, например в [Ламб, 1947; Ландау, Лифшиц, 1988]. Согласно решению, волна имеет передний и задний фронты, длительность волны равна  $R/c$ , где  $R$  – радиус возмущения,  $c$  – скорость распространения волны, амплитуда волны затухает как  $1/r$ , где  $r$  – расстояние от центра возмущения. Этот закон затухания амплитуды не согласуется с результатами измерений давления в барической волне от взрыва вулкана Тонга.

В [Госсард, Хук, 1978] рассмотрены волны, распространяющиеся в атмосфере со скоростью звука, волны Лэмба. Описывающее эти волны уравнение выведено в предположении, что вертикальная составляющая массовой скорости равна нулю всюду, не только на границе раздела сред.

Имеется ряд работ, посвященных событию Тонга, в которых моделировалось распространение волн на поверхности океана от барической волны. Предполагалось, что затухание амплитуды барической волны пропорционально  $r^{-1/2}$  (без теоретического обоснования), видимо, на основе данных измерений.

Механизм возбуждения свободных гравитационных волн в событии Тонга не выяснен. Не ясно, являлось ли их причиной барическое возмущение при взрыве вулкана или «расталкивание» воды, образование воронки, в результате извержения.

Целью работы является исследование распространения волн на поверхности жидкости и волн давления на дне жидкости под действием распада начального возмущения в виде аксиально-симметричной области повышенного давления над водной поверхностью.

Рассматривается задача Коши-Пуассона о волнах в газе, волнах на свободной поверхности слоя жидкости постоянной глубины и волнах придонного давления.

В качестве источника в начальный момент времени принимается аксиально-симметричная локализованная область повышенного давления.

Задача решается в линейном приближении.

Изотермическая атмосфера (области I и II)  $\rho_{10} = \rho_{1s} e^{-\frac{gz}{c^2}}$   $p_{10} = \rho_{1s} c^2 e^{-\frac{gz}{c^2}}$

Для малых возмущений  $p_1$  ( $p_1 \ll p_{10}$ ):  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right) - \frac{\partial^2 p_1}{\partial z^2} - \frac{g}{c^2} \frac{\partial p_1}{\partial z} = 0$

$$\frac{\partial w_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{10}} \frac{\partial p_1}{\partial z} - \frac{g}{\rho_{10} c^2} p_1$$

I

Преобразования Лапласа и Фурье-Бесселя:

$$\tilde{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad \tilde{f}(\xi) = \int_0^{\infty} f(r) J_0(r\xi) r dr$$

Решение в I:

$$p_1 = B e^{-\mu z - \kappa \frac{z}{c}}$$

$$\mu = \frac{g}{2c^2} \quad \kappa^2 = s^2 + c^2 \xi^2 + \mu^2 c^2$$

Граничные условия



в II:  $p_1 = \frac{sp_*}{s^2 + c^2 \xi^2} + A_1 e^{-\mu z + \kappa \frac{z}{c}} + A_2 e^{-\mu z - \kappa \frac{z}{c}}$

$$p_* = \Delta p R^2 \frac{J_1(\xi R)}{\xi R}$$

III

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = 0$$

Решение в III:  $\varphi = C_1 e^{\xi z} + C_2 e^{-\xi z}$

z=H:  $p_{1I} = p_{1II}$   
 $w_{1I} = w_{1II}$

z=ξ:  $w_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{p_1}{\rho_2} + g \zeta = 0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$$

z=-D:  $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$  7

Искались решения, описывающие форму водной поверхности  $\zeta(t,r)$  и вариации давления на дне

$$p_{/z=-D} = \rho_2 g D + p_a - \rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \rho_2 g D + p_a + \rho_2 g \eta$$

Определитель системы, составленной, исходя из граничных условий:

$$\Delta = 4\rho_2 \kappa \xi \cdot ch \xi D \cdot \left[ \frac{(s^2 + \Omega^2)(\kappa - \mu c)}{c} + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{s^2}{g} \Omega^2 \right] \quad \begin{aligned} \kappa^2 &= s^2 + c^2 \xi^2 + \mu^2 c^2 \\ \mu &= \frac{g}{2c^2} \quad \Omega^2 = g \xi th \xi D \end{aligned}$$

В предположении, что  $\rho_1/\rho_2 \rightarrow 0$ , и в приближении длинных волн:  $ch \xi D = 1$ ,  $\Omega^2 = g D \xi^2$ , - определитель имеет нули  $s = \pm ic \xi$  и  $s = \pm i \sqrt{g D} \xi$ , соответствующие барическим и гравитационным волнам.

При  $t > H/c$ :

форма волны на свободной поверхности:

$$\zeta(t,r) = \frac{\Delta p}{\rho g} R^2 \frac{g D}{c^2 - g D} \int_0^\infty \left( \frac{g H}{c^2} \cos ct \xi - \frac{(\sqrt{(c^2 - g D) \xi^2 + \mu^2 c^2} + \mu c)^2}{(c^2 - g D) \xi^2} (1 - e^{\mu H - \sqrt{(c^2 - g D) \xi^2 + \mu^2 c^2} \frac{H}{c}}) \cos \sqrt{g D} t \xi \right) \frac{J_1(\xi R)}{\xi R} J_0(r \xi) \xi d \xi$$

вариации давления на дне, приведенные к линейным величинам:

$$\eta(t,r) = \frac{\Delta p}{\rho g} R^2 \frac{g D}{c^2 - g D} \int_0^\infty \left( \frac{g H}{c^2} \frac{c^2}{g D} \cos ct \xi - \frac{(\sqrt{(c^2 - g D) \xi^2 + \mu^2 c^2} + \mu c)^2}{(c^2 - g D) \xi^2} (1 - e^{\mu H - \sqrt{(c^2 - g D) \xi^2 + \mu^2 c^2} \frac{H}{c}}) \cos \sqrt{g D} t \xi \right) \frac{J_1(\xi R)}{\xi R} J_0(r \xi) \xi d \xi$$

Решение задачи о волнах, возбужденных в результате распада начального импульса атмосферного давления, после обратного преобразования Фурье-Бесселя описывает совокупности поверхностных волн на границе раздела воздух/вода и волн давления на дне.

Как поверхностные волны, так и волны давления на дне представляют собой сумму вынужденных волн, распространяющихся под действием барического возмущения в атмосфере со скоростью звука в воздухе  $c$ , и свободных волн, вызванных возмущениями водной поверхности в очаге, распространяющихся со скоростью длинных волн  $(gD)^{-1/2}$ . Асимптотическое затухание амплитуды с расстоянием одинаково у всех составляющих: как  $r^{-1/2}$ .

Волны на свободной поверхности:  $\zeta(t, r) = \zeta_{\text{вын}}(t, r) + \zeta_{\text{своб}}(t, r)$

Волны на дне,  
приведенные к линейным величинам:  $\eta(t, r) = \frac{p(t, r, z = -D)}{\rho_2 g} = \eta_{\text{вын}}(t, r) + \eta_{\text{своб}}(t, r)$

Полученное решение показывает, что  $\zeta_{\text{своб}}(t, r) = \eta_{\text{своб}}(t, r)$

Но  $\eta_{\text{вын}}(t, r) = \zeta_{\text{вын}}(t, r) \cdot \frac{c^2}{gD}$

В работе [Носов и др. 2022] приведены выражения для амплитуд вынужденных смещений водной поверхности и вариаций придонного давления в приближении длинных волн. В обозначениях настоящей презентации

$$\zeta_0 = \frac{p_a}{\rho_2 g} \frac{gD}{c^2 - gD} \quad \eta_0 = \frac{p_b}{\rho_2 g} = \frac{p_a}{\rho_2 g} \frac{c^2}{c^2 - gD}$$

Отношение амплитуд также равно  $\frac{\eta_0}{\zeta_0} = \frac{c^2}{gD}$

**Возникает вопрос: адекватно ли оценивается амплитуда волн на свободной поверхности по данным о давлении на дне?**

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрена задача Коши-Пуассона о волнах на свободной поверхности слоя жидкости постоянной глубины и волнах придонного давления. В качестве источника в начальный момент времени принималась аксиально-симметричная локализованная область повышенного давления. Задача решалась в линейном приближении.

Получены решения для волн, распространяющихся вдоль свободной поверхности жидкости, и волн давления на дне. Волны представляют собой **вынужденные** волны, генерируемые бегущей осесимметричной волной повышенного давления над свободной поверхностью, распространяющиеся с той же скоростью, и **свободные** волны, распространяющиеся со скоростью длинных волн. Затухание волн обратно пропорционально корню квадратному из пройденного расстояния, что совпадает с опубликованными результатами анализа на основании фактических данных.

## ВЫВОДЫ

Формы **свободных** волн на поверхности жидкости и соответствующих им волн давления на дне **одинаковы**.

Формы **вынужденных** волн на поверхности жидкости и **вынужденных** волн давления на дне различаются множителем  $c^2/gD > 2$ .

**Этот факт, видимо, не позволит адекватно оценивать форму свободной поверхности по данным донных датчиков давления.**

## Литература

Э.Э. Госсард, У.Х. Хук. Волны в атмосфере. М.: Мир. 1978. 532 с.

Г. Ламб. Гидродинамика. ОГИЗ.Гостехиздат. 1947. 927 с.

Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика: т. VI Гидродинамика. М.: Наука. 1988. 736 с.

М.А. Носов, К.А. Семенцов, С. В. Колесов, В. В. Прядун. Проявления атмосферной волны Лэмба в вариациях придонного давления. Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2022. №6. С. 66–73.



*Спасибо за внимание!*