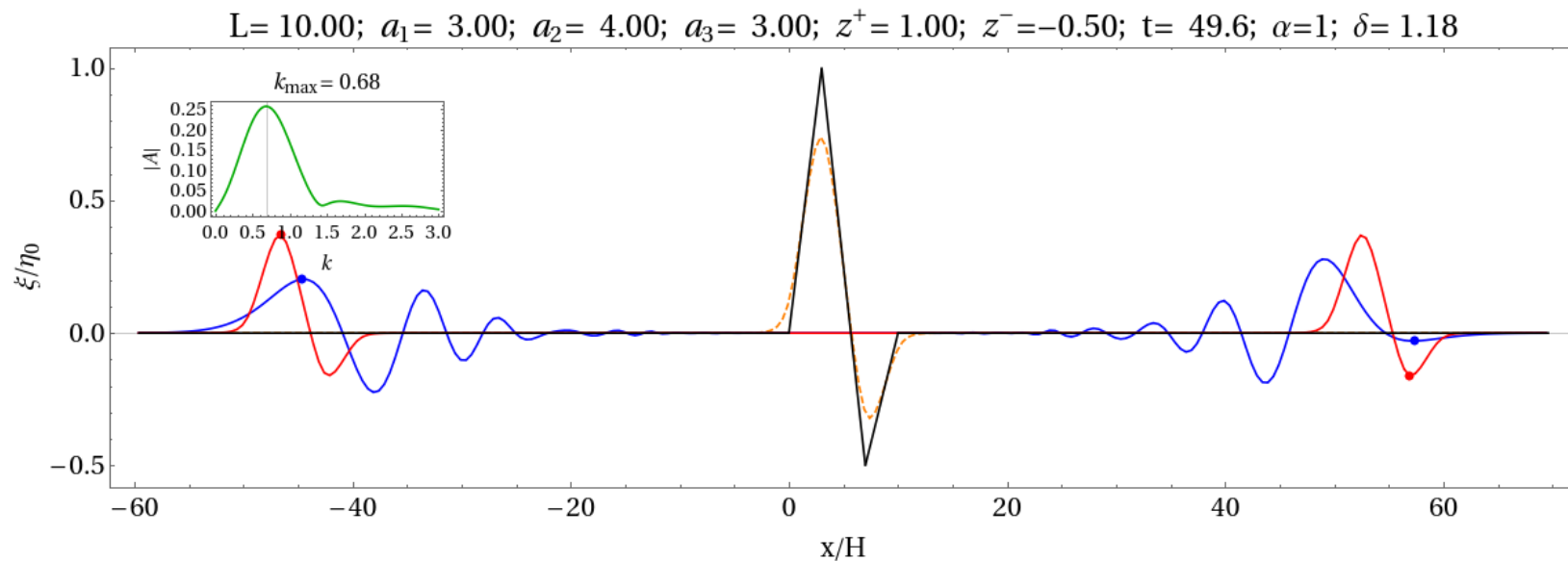
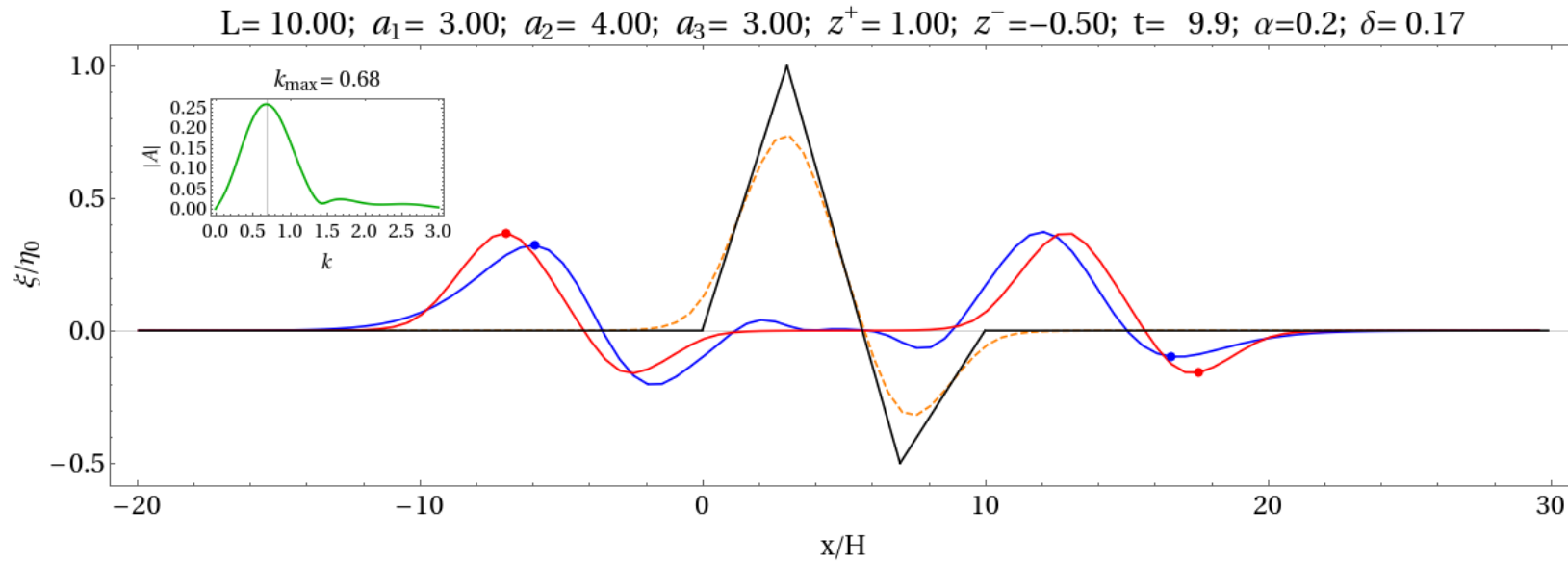


Метод оценки области применимости бездисперсионной теории длинных волн для воспроизведения диспергирующих цунами

А. И. Зарубина, М. А. Носов, С. В. Колесов

*Физический факультет
МГУ имени М.В. Ломоносова*

Профили волн, рассчитанные с учетом и без учета дисперсии



Критерии применимости теории длинных ВОЛН

- *Kajiura K.* The leading wave of a tsunami // Bull. Earthq. Res. Inst. 1963. V. 41. № 3. P. 535–571.
- *Mirchina N.R., Pelinovsky E.N.* Nonlinear and dispersive effects for tsunami waves in the open ocean // Int. J. Tsunami Soc. 1982. V. 2. № 4. P. 1073–1081.
- *Kulikov E.A., Rabinovich A.B., Thomson R.E. et al.* The landslide tsunami of November 3, 1994, Skagway harbor, Alaska // J. Geophys. Res.: Oceans. 1996. V. 101. № C3. P. 6609–6615.
- *Glimsdal S., Pedersen G.K., Harbitz C.B. et al.* Dispersion of tsunamis: does it really matter? // Nat. Hazard. Earth. Syst. Sci. 2013. V. 13. № 6. P. 1507–1526.

Расстояние, на котором дисперсионные эффекты становятся значимыми:

$$D = C \frac{\lambda^3}{H^2}$$

λ – длина волны

H – глубина океана

C – числовой коэффициент

Носов М.А., Зарубина А.И. Критерий применимости теории длинных волн для описания диспергирующих волн цунами // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2023. Т. 59. № 4. С. 485–496.

Степень различия между волновыми профилями, рассчитанная с учетом дисперсии (ξ_D) и по бездисперсионной теории длинных волн (ξ_{LW}):

$$\delta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\xi_D - \xi_{LW})^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \xi_{LW}^2 dx}$$

Модифицированный критерий Куликова [*Kulikov et al., 1996*] – «дистанция дисперсионного разрушения»:

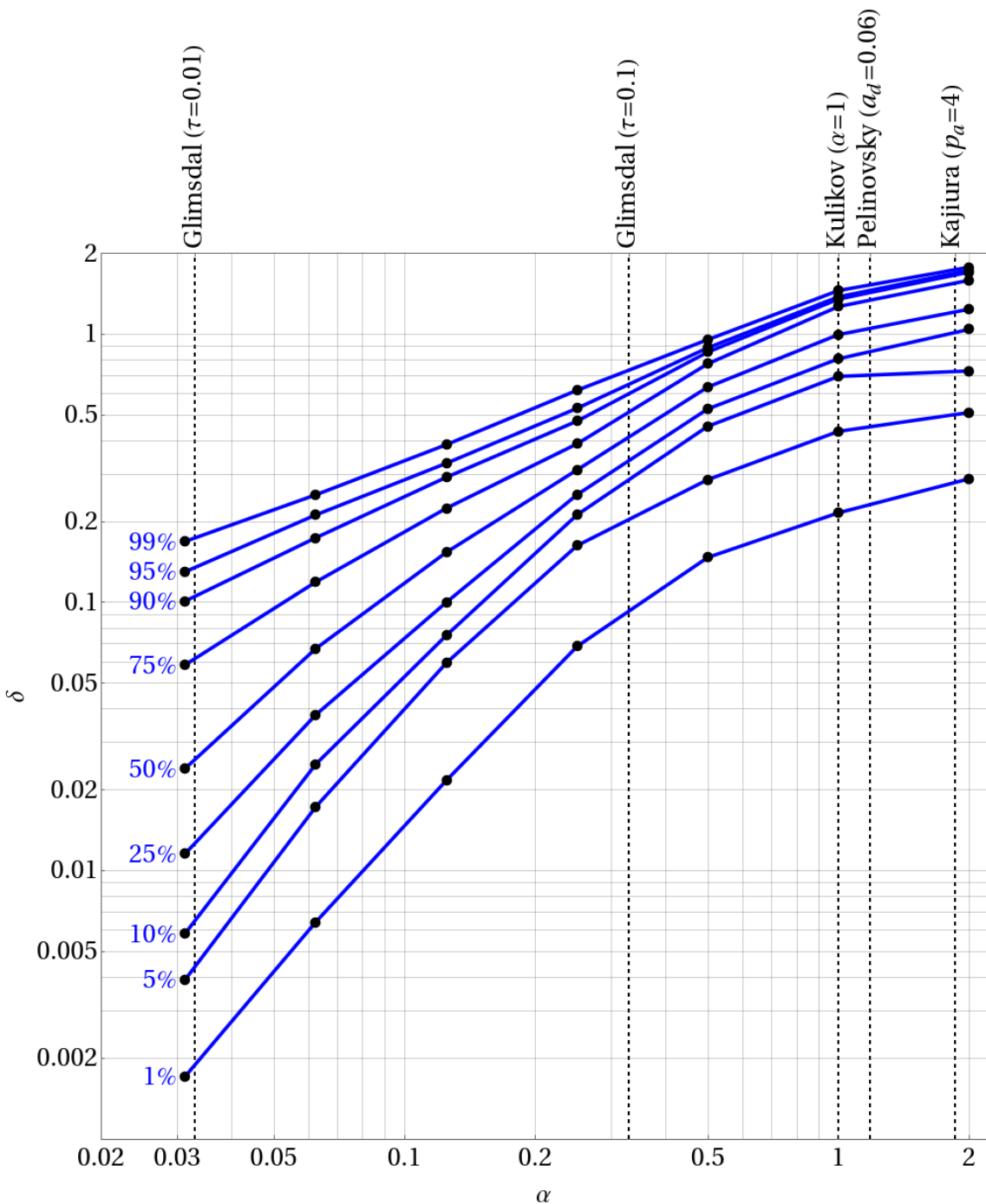
$$\Delta = \alpha \frac{\lambda_{\max}(gH)^{1/2}}{(gH)^{1/2} - C_{gr}(\lambda_{\max})}$$

Физический смысл α – это доля длины волны λ_{\max} , на которую диспергирующий пакет волн отстанет от фронта длинной волны, при распространении на расстояние, равное дистанции дисперсионного разрушения.

C_{gr} – групповая скорость гравитационных волн на воде, определяемая по дисперсионному соотношению ($C_{gr} = d\omega/dk$)
 λ_{\max} – доминирующая в спектре цунами длина волны
 α – корректирующий коэффициент

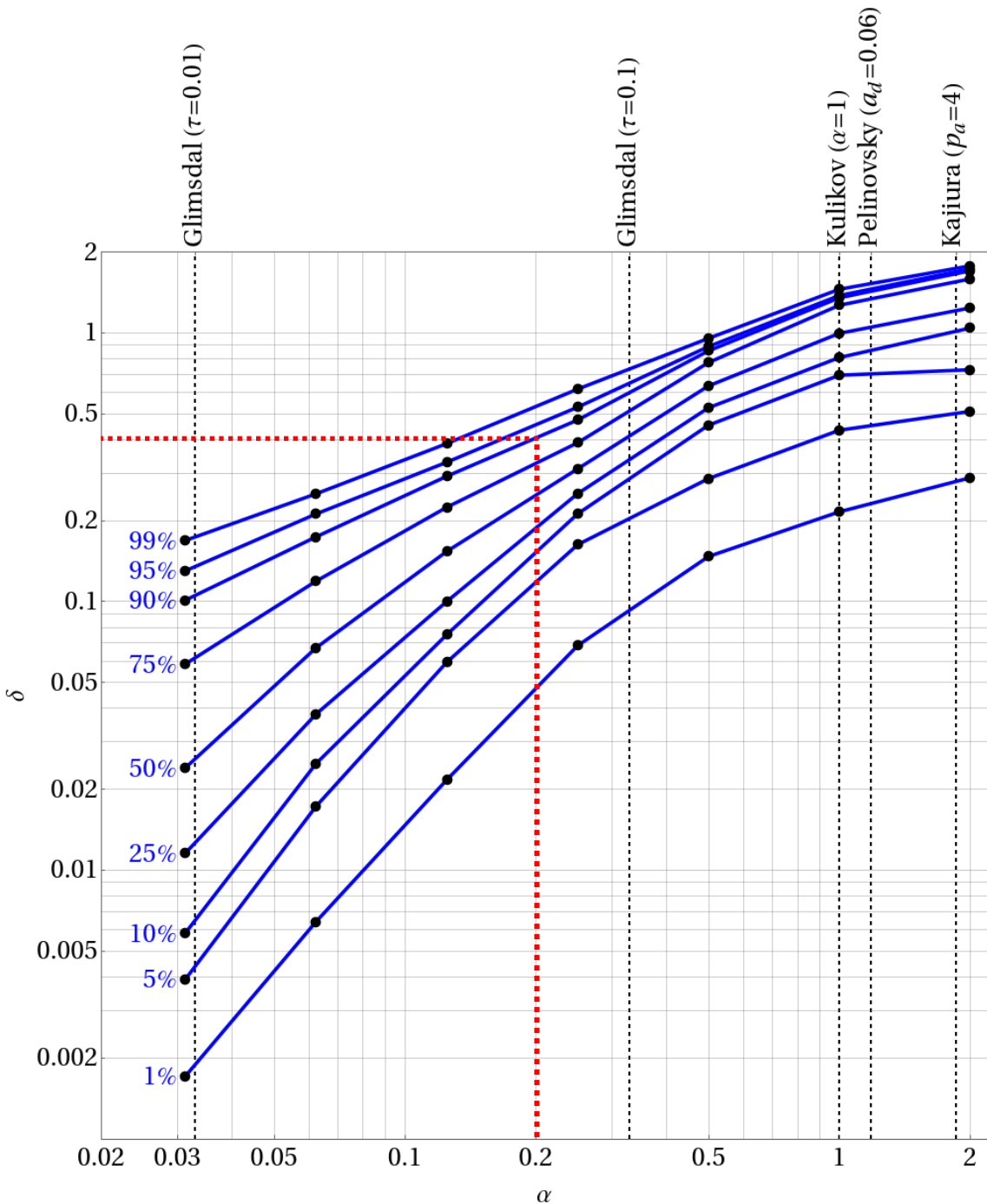
Зависимость процентов распределений величины δ от величины коэффициента α

Для обеспечения точности $\delta < 0.4$ с вероятностью 90% следует выбирать значение корректирующего коэффициента $\alpha = 0.2$.



Зависимость процентов распределений величины δ от величины коэффициента α

Для обеспечения точности $\delta < 0.4$ с вероятностью 90% следует выбирать значение корректирующего коэффициента $\alpha = 0.2$.



Цель: разработка практического метода* определения области пространства, в которой бездисперсионная теория длинных волн способна воспроизводить диспергирующие волны цунами с заданной точностью.

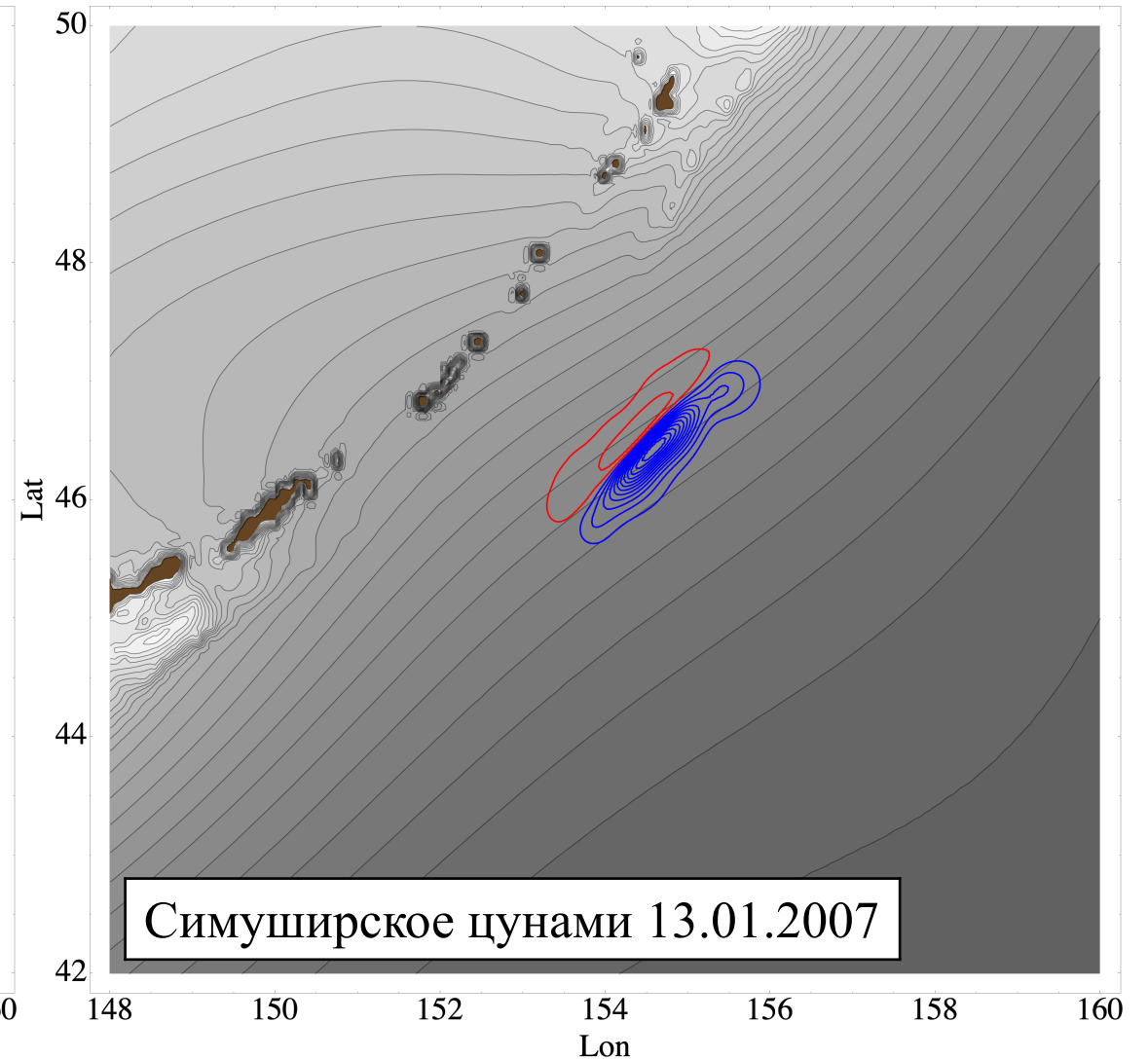
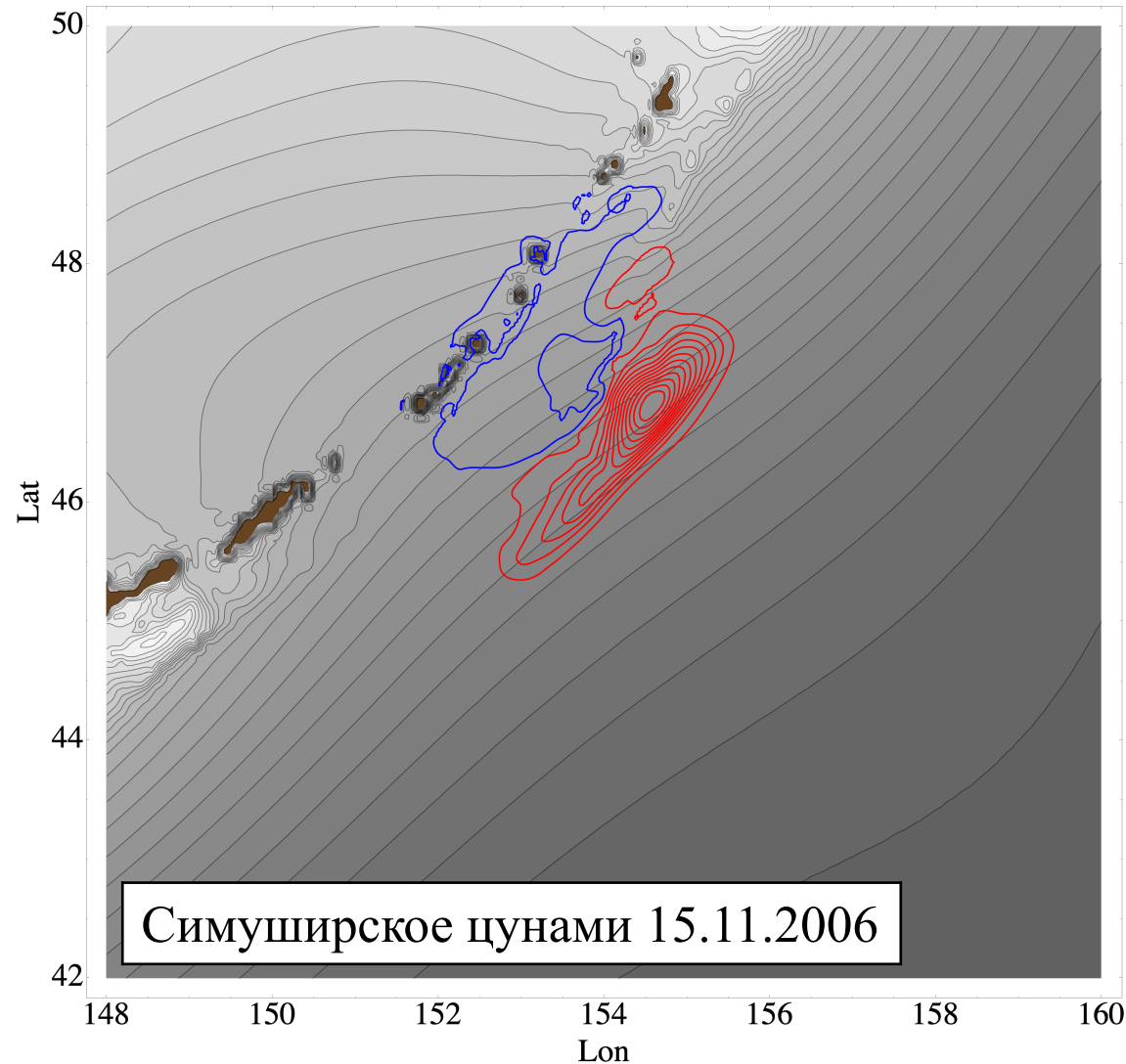
**Метод предполагает учет реальной формы начального возвышения в очаге цунами и топографии океанического дна;*

**Метод не использует гидродинамическое моделирование цунами, которое требует значительных вычислительных ресурсов.*

Методика расчета пространственного распределения

величины α

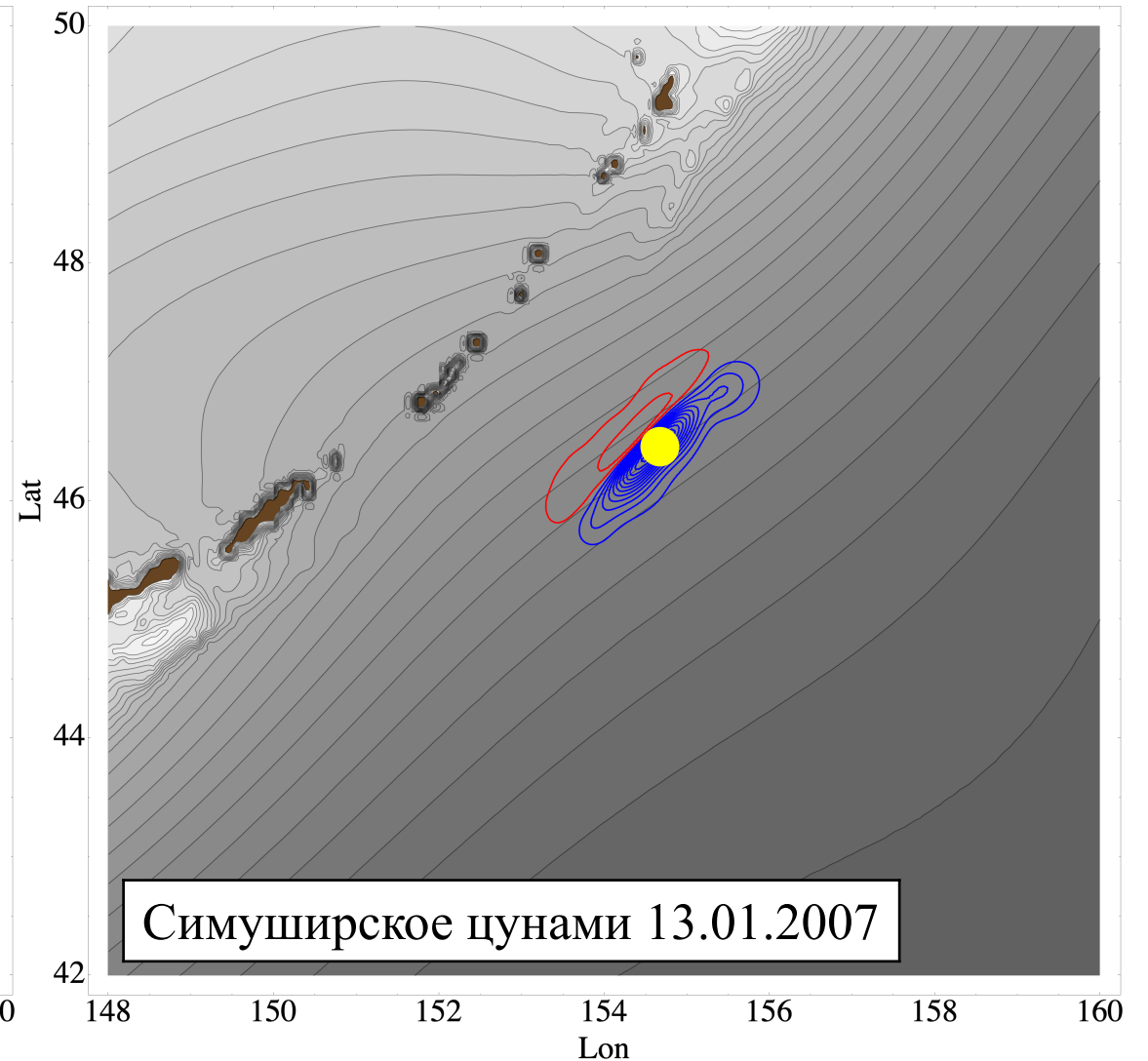
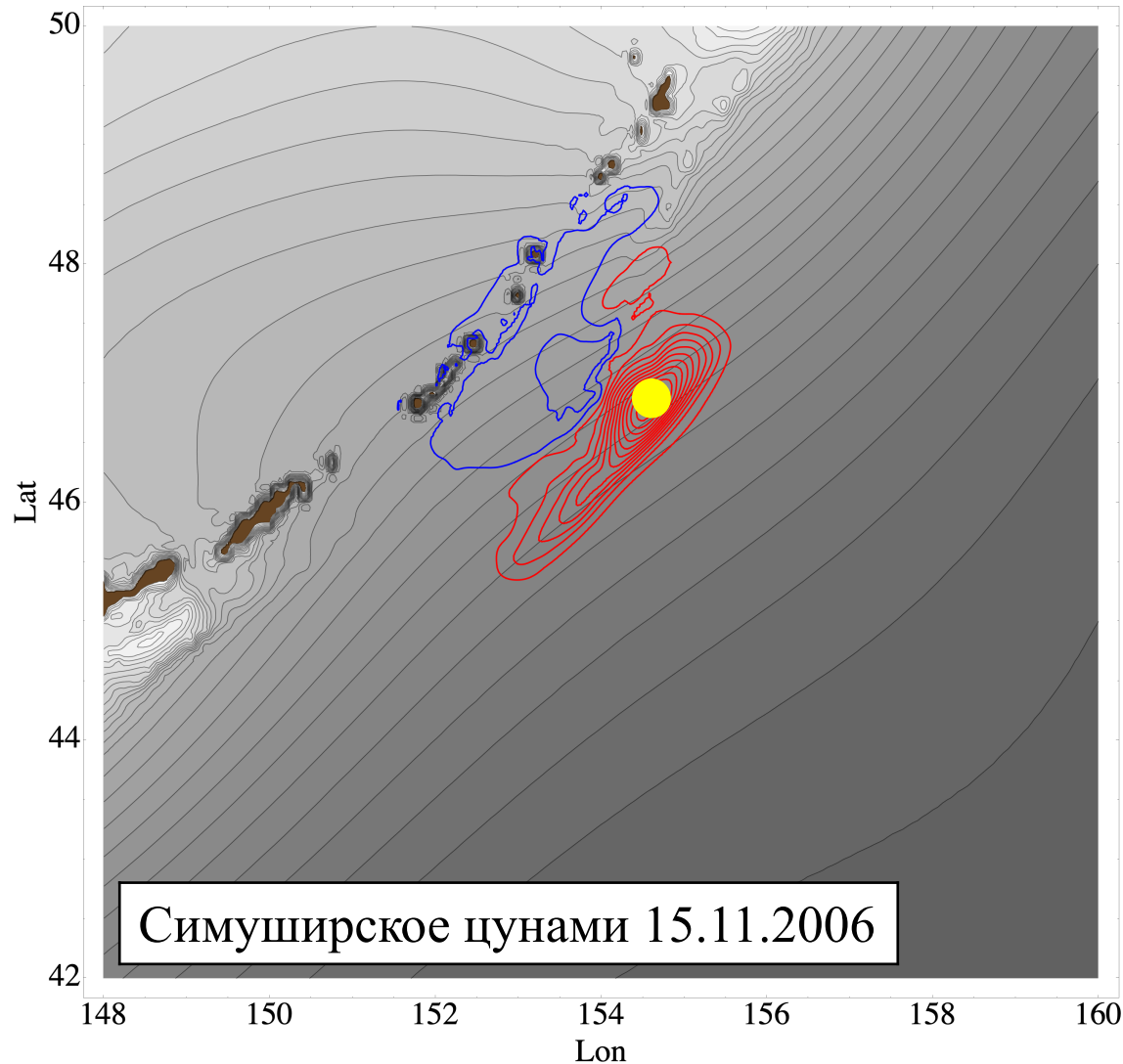
Определение “центра” источника цунами:



Методика расчета пространственного распределения

величины α

Определение “центра” источника цунами:



Методика расчета пространственного распределения

величины α

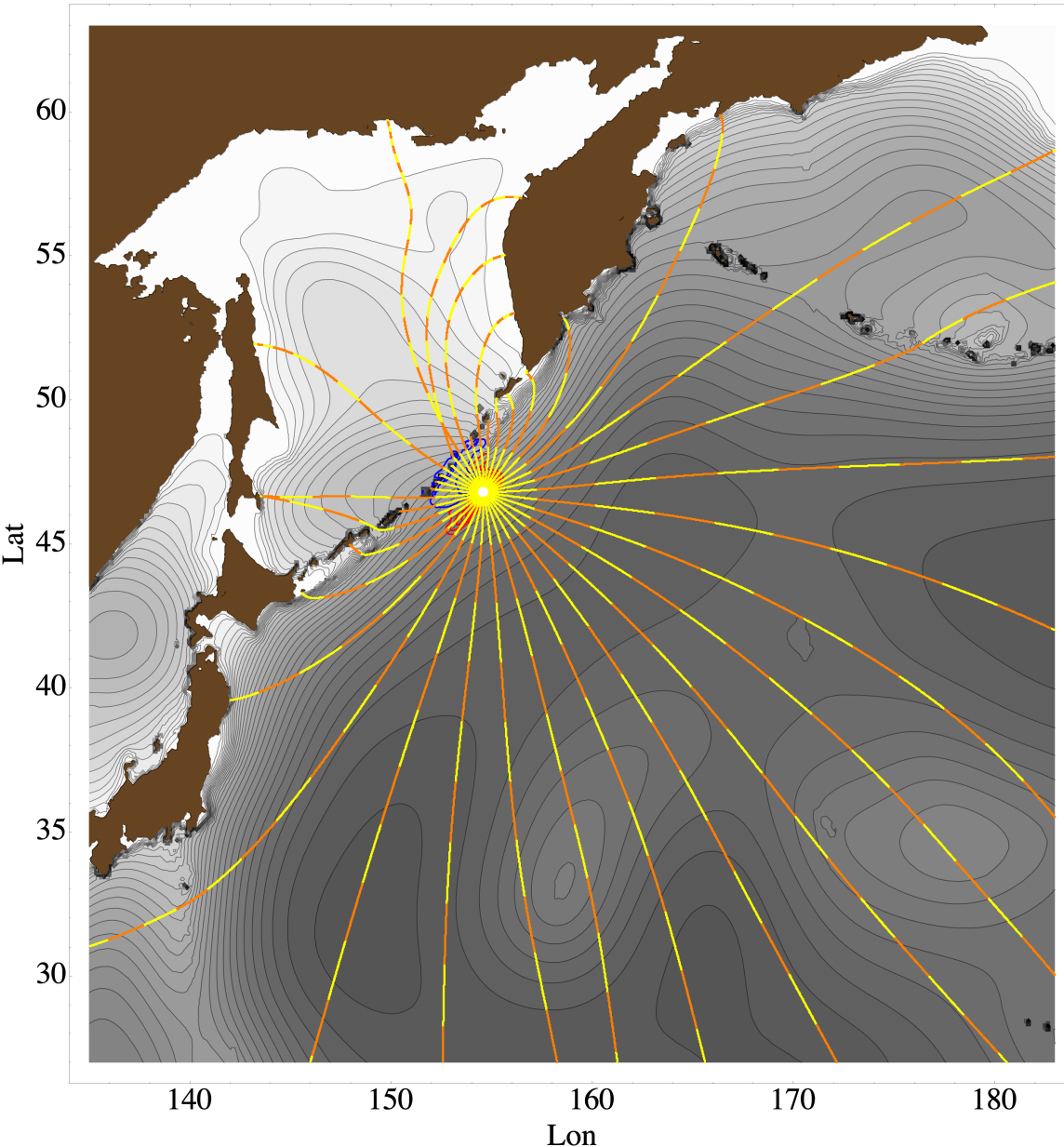
Расчет волновых лучей:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\cos \zeta}{nR}$$

[Satake, 1988]

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\sin \zeta}{nR \sin \theta}$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\frac{\sin \zeta}{n^2 R} \frac{\partial n}{\partial \theta} + \frac{\cos \zeta}{n^2 R \sin \theta} \frac{\partial n}{\partial \varphi} - \frac{\sin \zeta \cot \theta}{nR}$$



θ – колатитуда (дополнение до широты) луча

φ – долгота луча

t – время

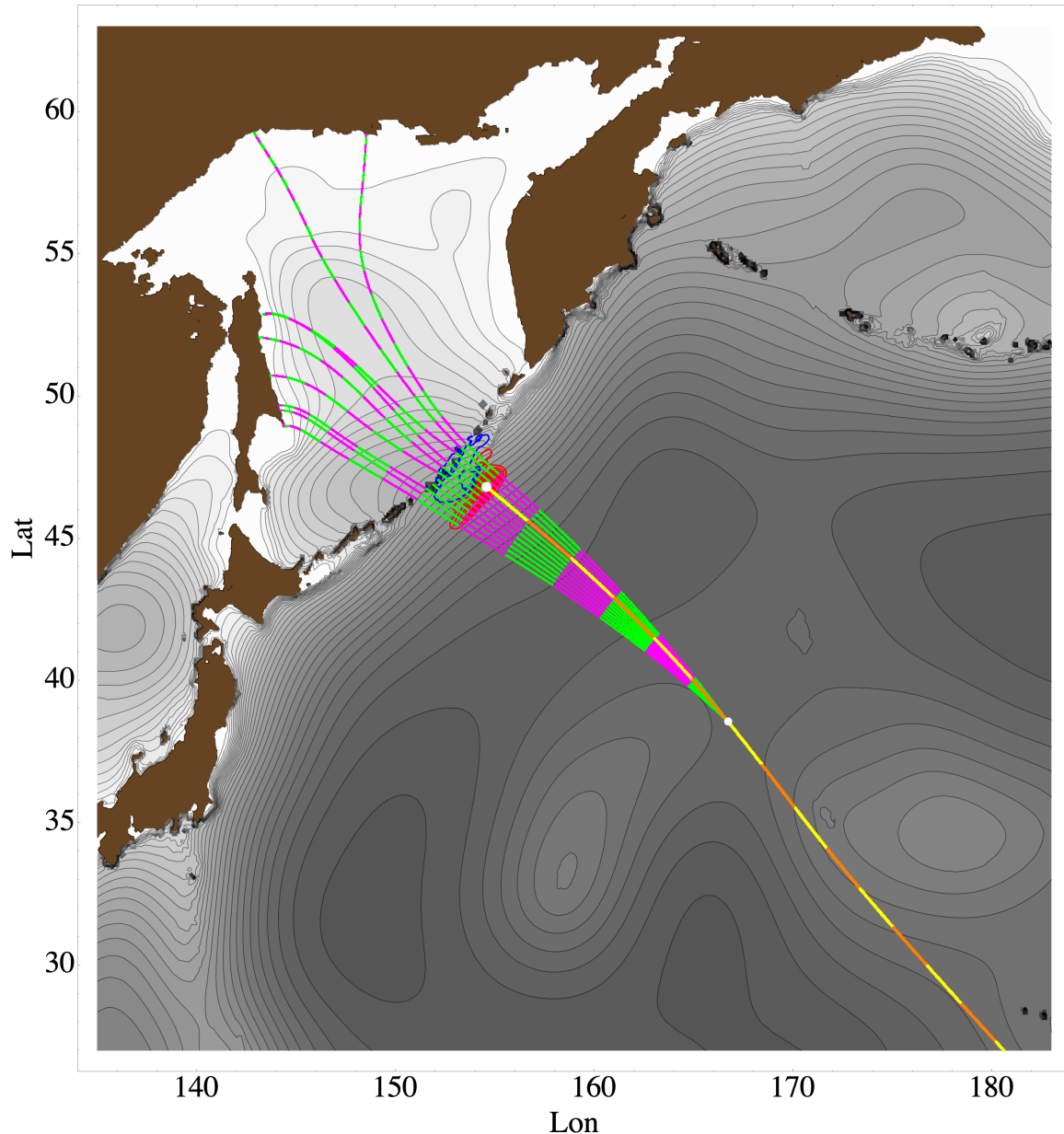
$n = (gH)^{-1/2}$ – «медленность» (величина, обратная скорости длинных волн)

g – ускорение силы тяжести ($g = 9.8 \text{ м/с}^2$)

R – радиус Земли ($R = 6371009 \text{ м}$)

ζ – направление луча, отсчитываемое против часовой стрелки от направления на юг.

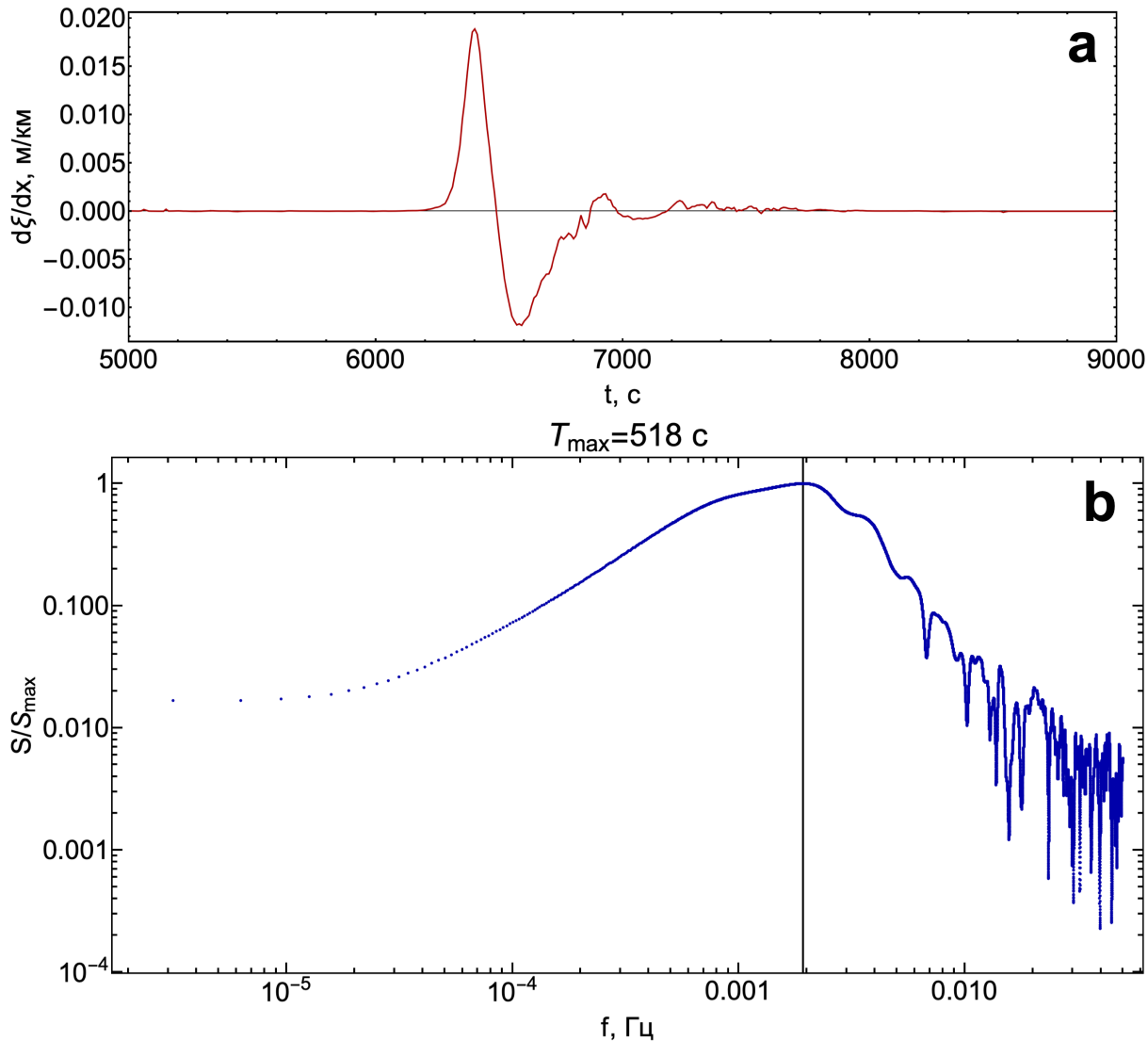
Методика расчета пространственного распределения величины α



Определение доминирующего периода волн:

- Из нескольких точек опорного луча выпускается набор лучей ("веер"), покрывающих источник.
- Вдоль каждого из лучей "веера" определялись профили начального возвышения ξ , глубины океана H , а также рассчитывалась первая пространственная производная начального возвышения: $\frac{d\xi}{dx}$.

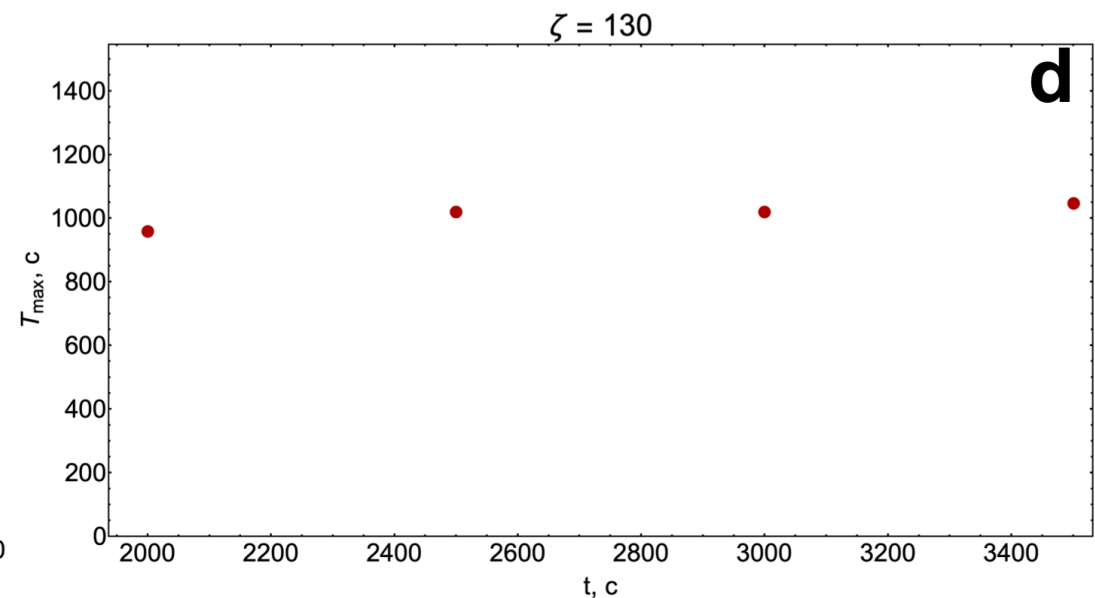
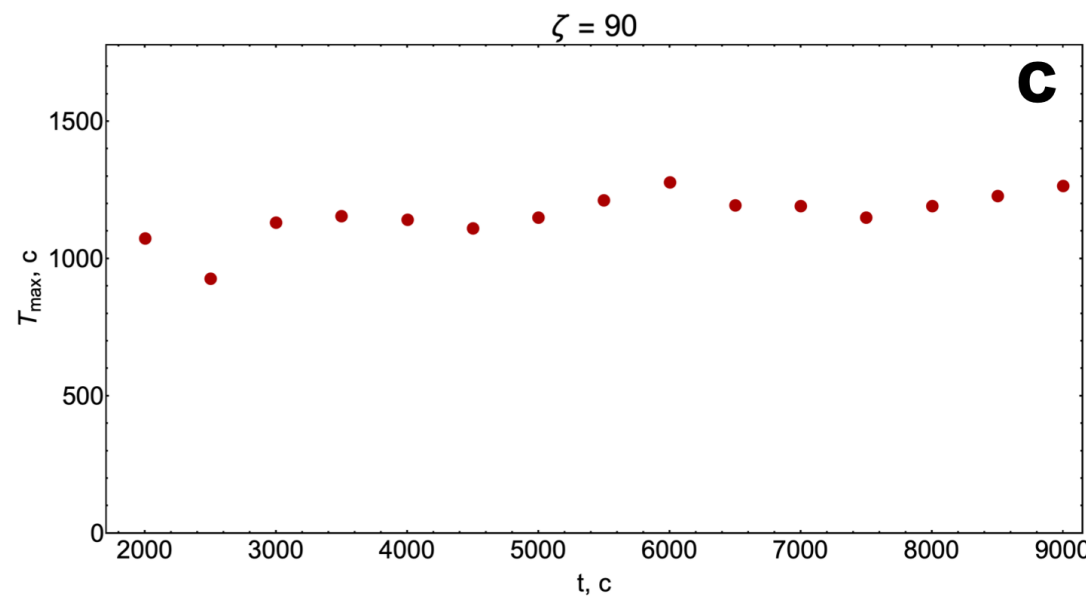
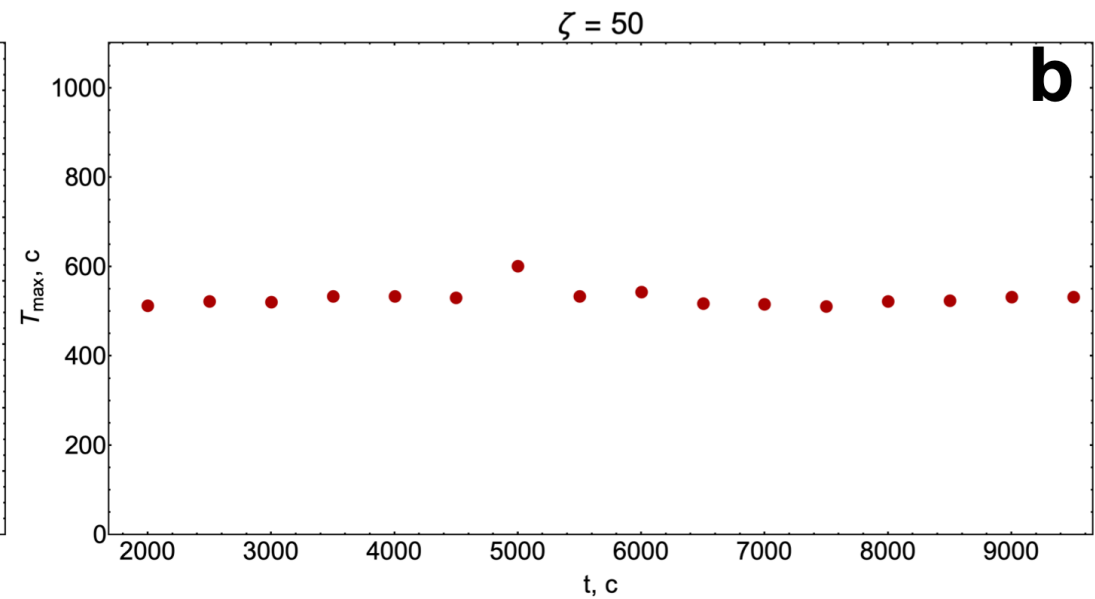
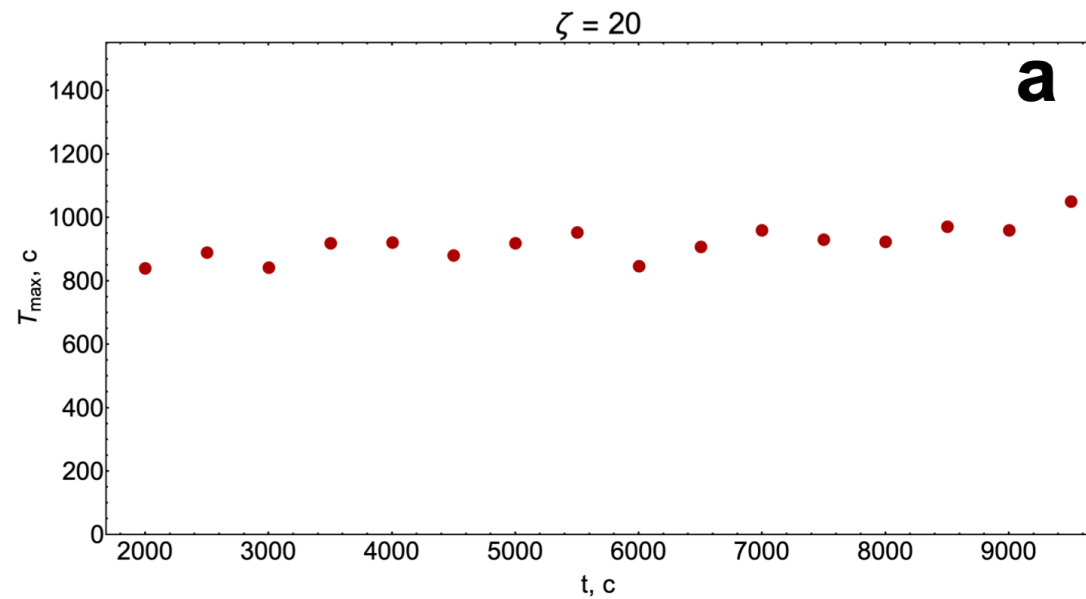
Методика расчета пространственного распределения величины α



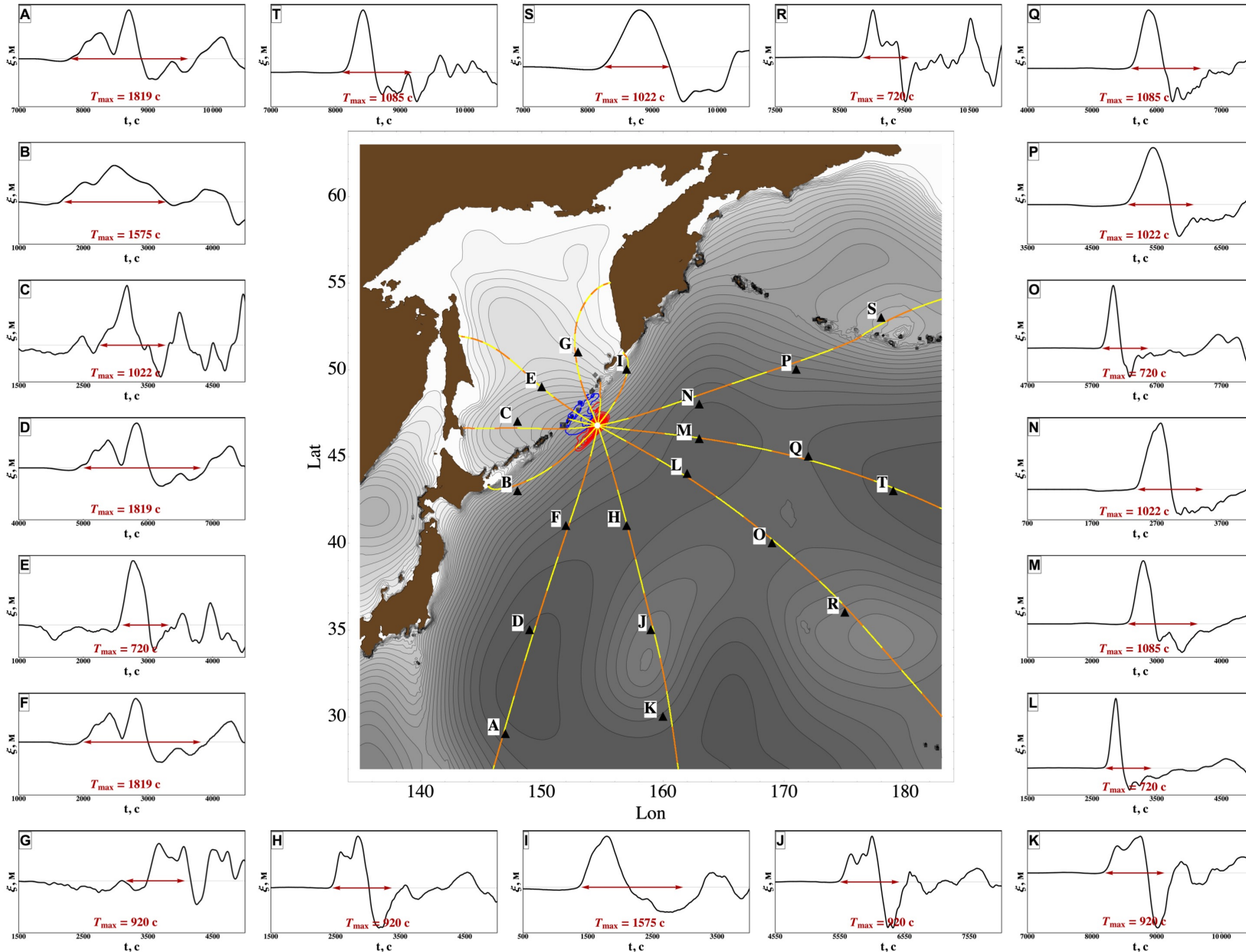
Определение доминирующего периода волн:

- Далее определялось осредненное значение первой пространственной производной $\langle \frac{d\xi}{dx} \rangle = \frac{1}{N} \sum_i \left(\frac{d\xi}{dx} \right)_i$.
- Применяя преобразование Фурье, рассчитывался амплитудный частотный спектр. Доминирующий период волн цунами в заданной точке направления ζ определяется по положению максимума спектра.

Изменчивость T_{max} вдоль опорных лучей



Проверка адекватности полученных оценок T_{max}

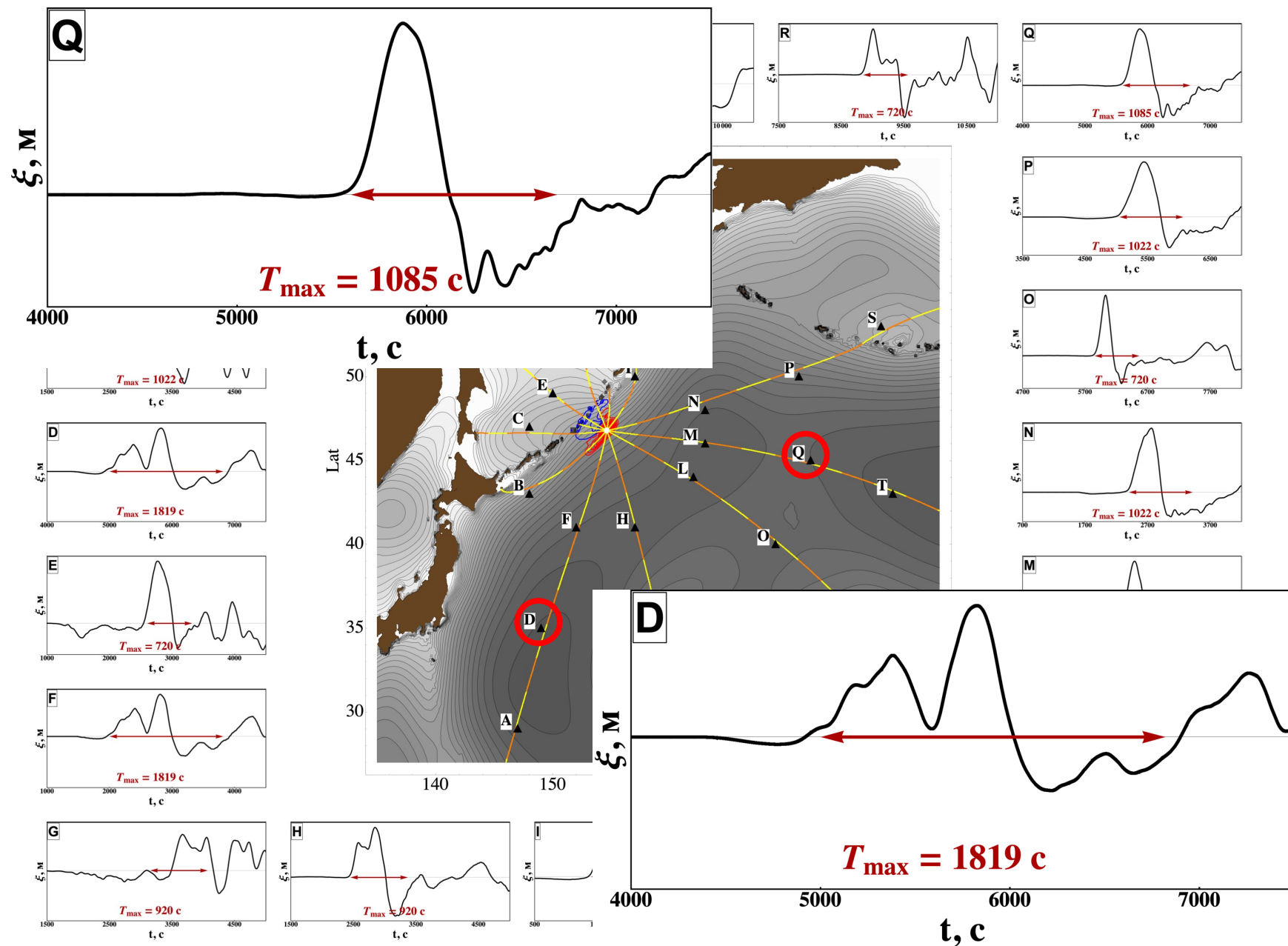


Черные кривые — волновые профили, рассчитанные по гидродинамической модели.

Красные стрелки — оценки доминирующего периода T_{max} .

Расчет производился для события 15.11.06

Проверка адекватности полученных оценок T_{max}

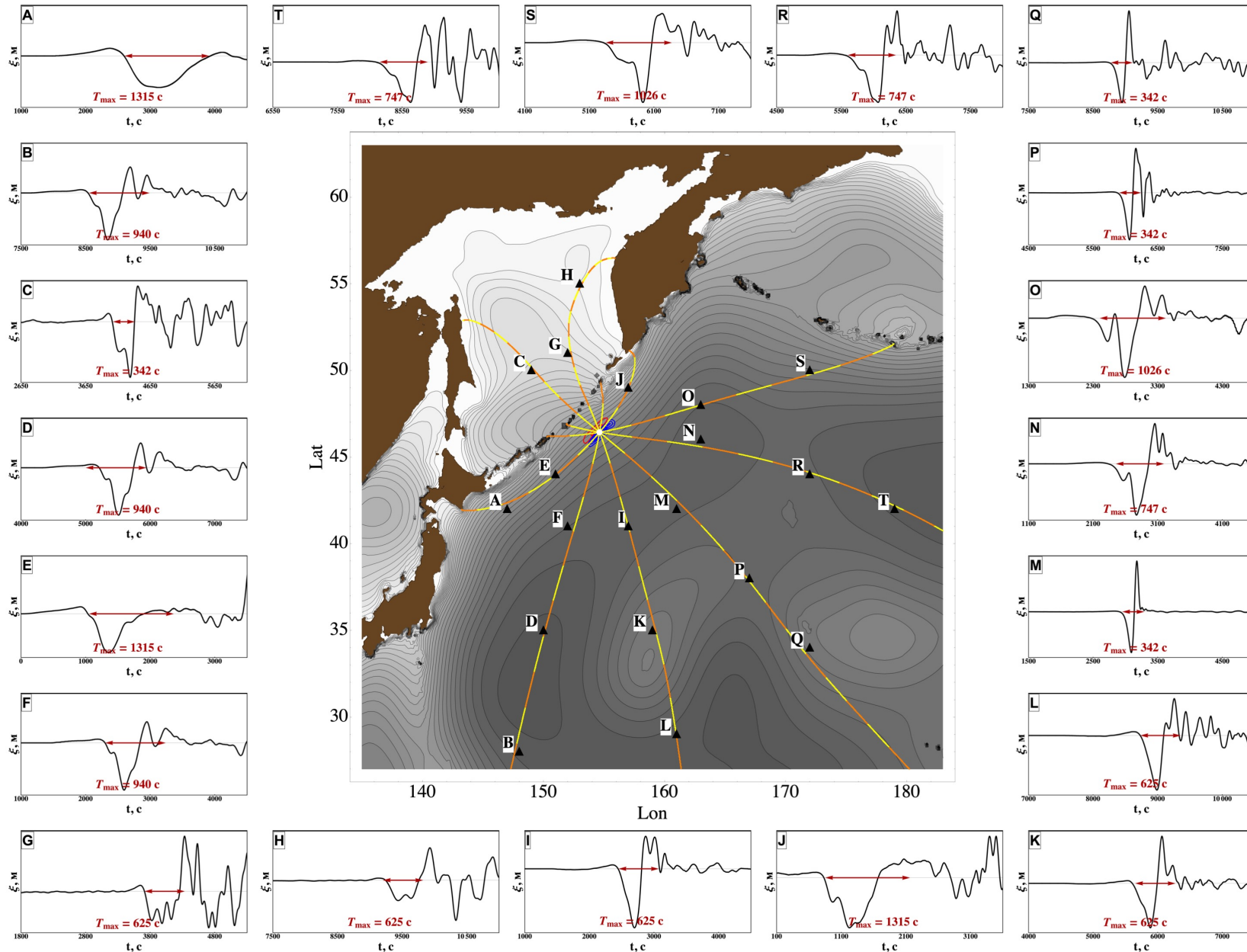


Черные кривые — волновые профили, рассчитанные по гидродинамической модели.

Красные стрелки — оценки доминирующего периода T_{max} .

Расчет производился для события 15.11.06

Проверка адекватности полученных оценок T_{max}

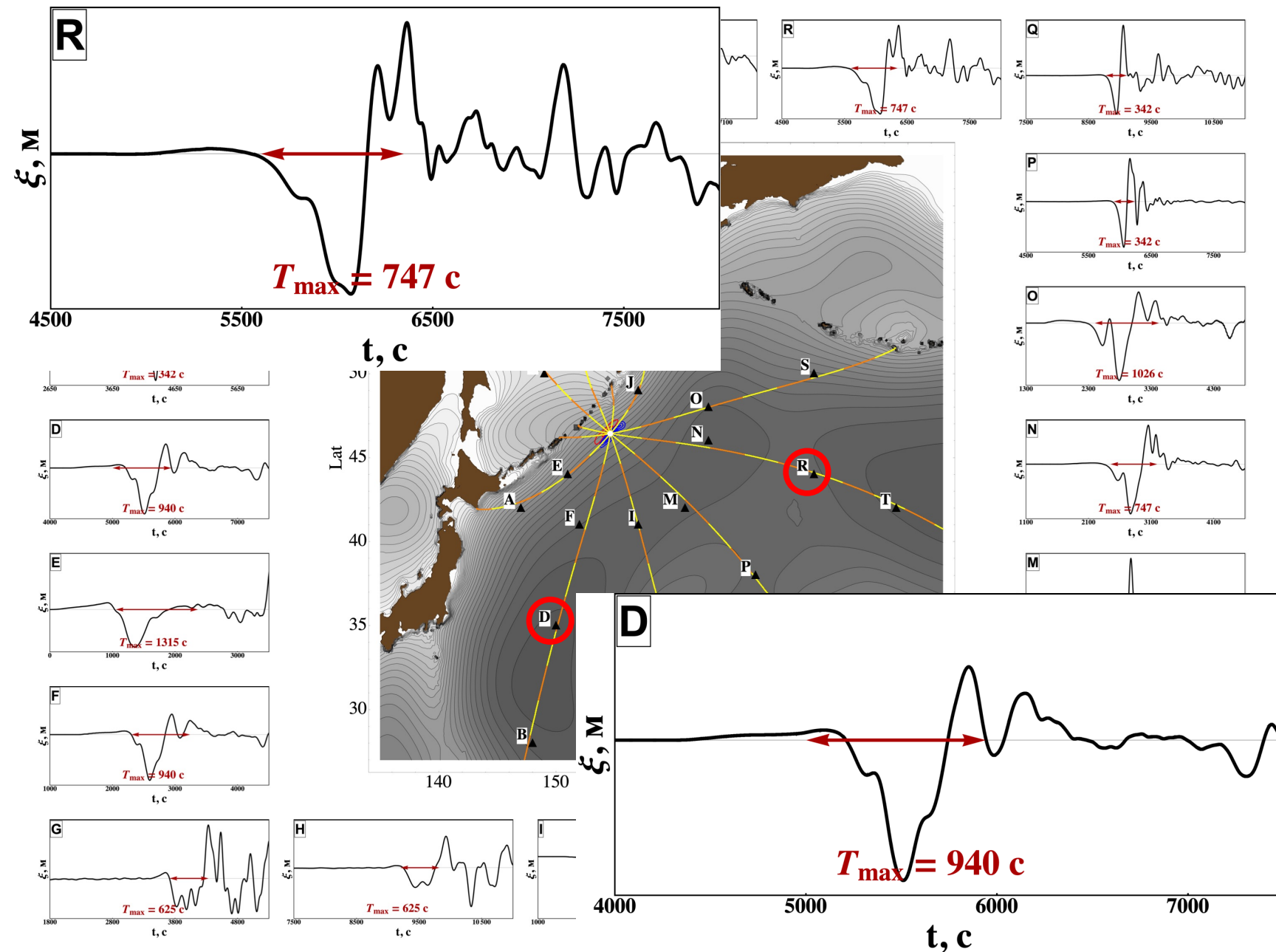


Черные кривые — волновые профили, рассчитанные по гидродинамической модели.

Красные стрелки — оценки доминирующего периода T_{max} .

Расчет производился для события 13.01.07

Проверка адекватности полученных оценок T_{max}



Черные кривые — волновые профили, рассчитанные по гидродинамической модели.

Красные стрелки — оценки доминирующего периода T_{max} .

Расчет производился для события 13.01.07

Методика расчета пространственного распределения величины α

Оценка степени проявления дисперсионных эффектов вдоль лучей:

В океане переменной глубины, величину α определим следующим образом:

$$\alpha = \frac{1}{T_{max}} \int_0^x d\hat{x} \left(\frac{1}{C_{gr}} - \frac{1}{(gH)^{1/2}} \right)$$

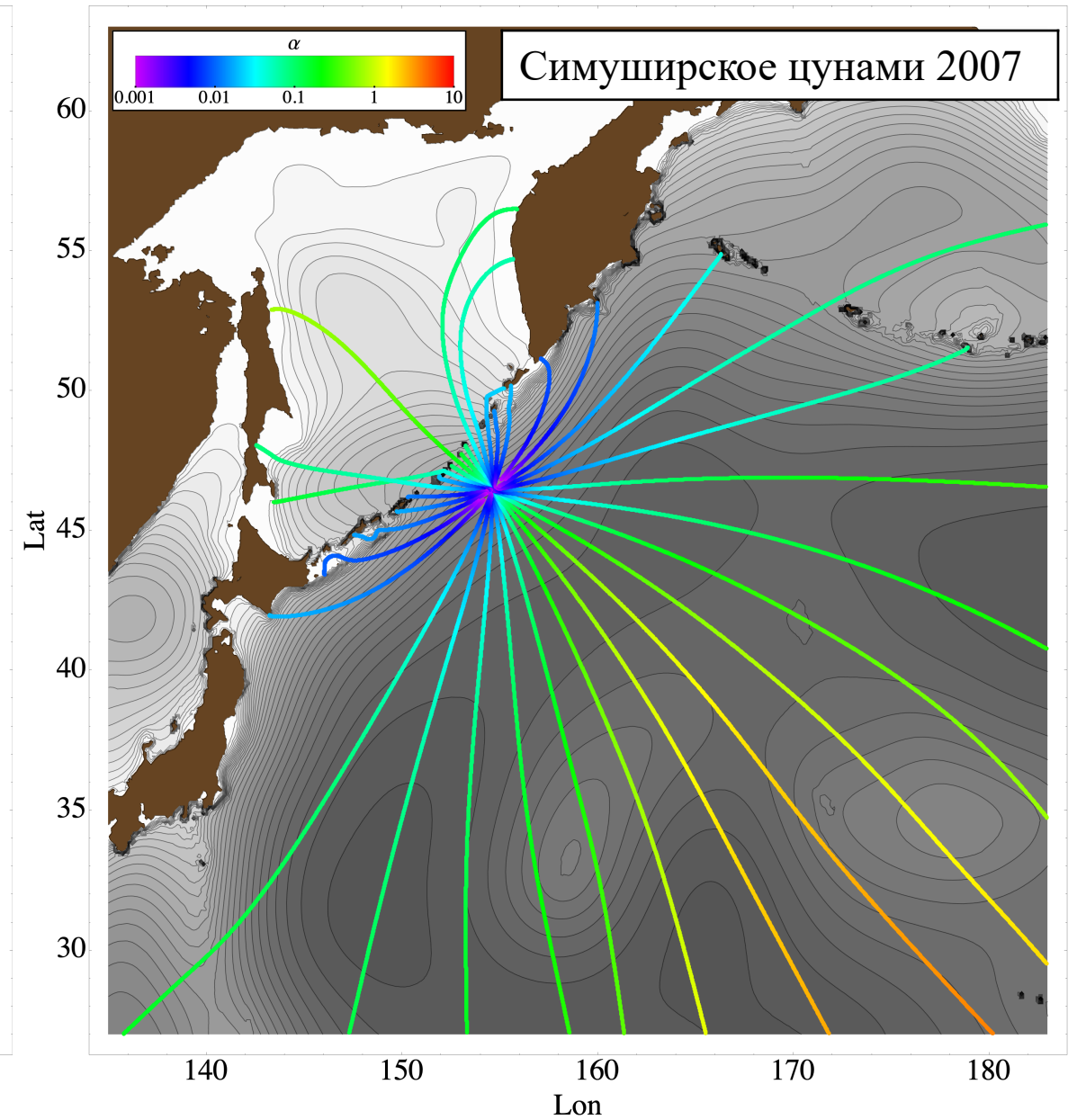
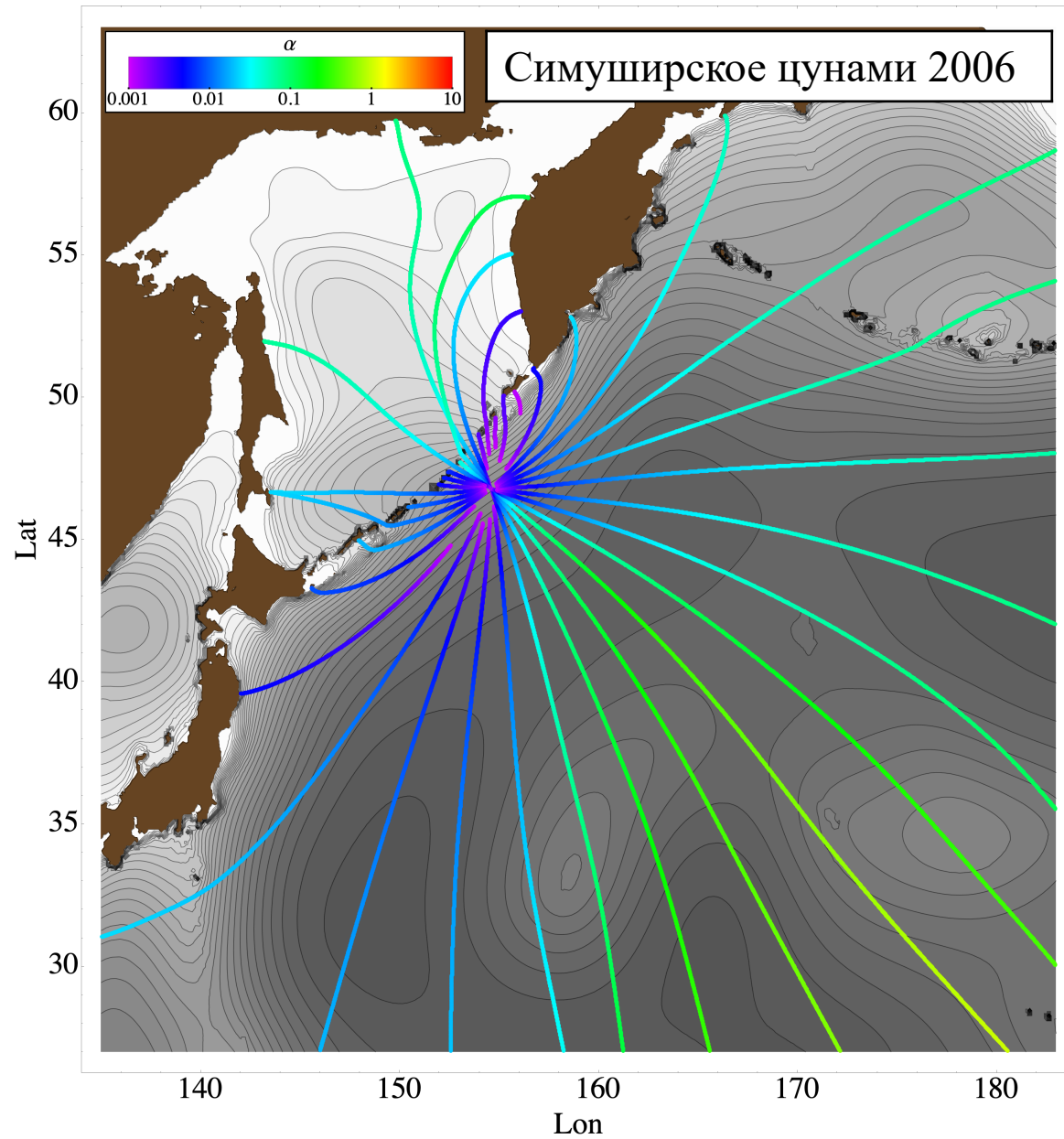
$$C_{gr} = \frac{g \left(\frac{kH}{\cosh^2(kH)} + \tanh(kH) \right)}{2\sqrt{gk \tanh(kH)}}$$

Дисперсионное соотношение для гравитационных волн на воде:

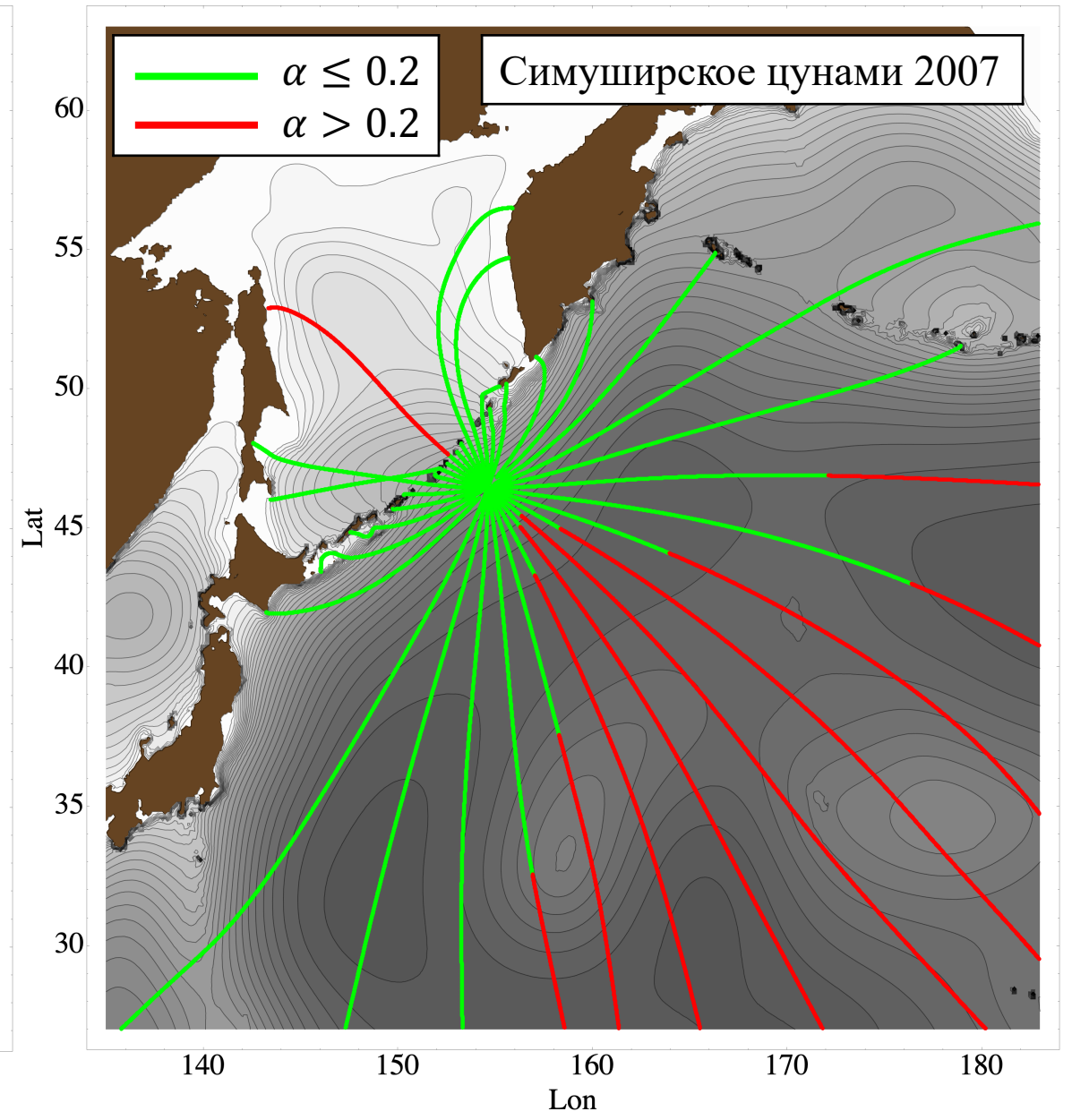
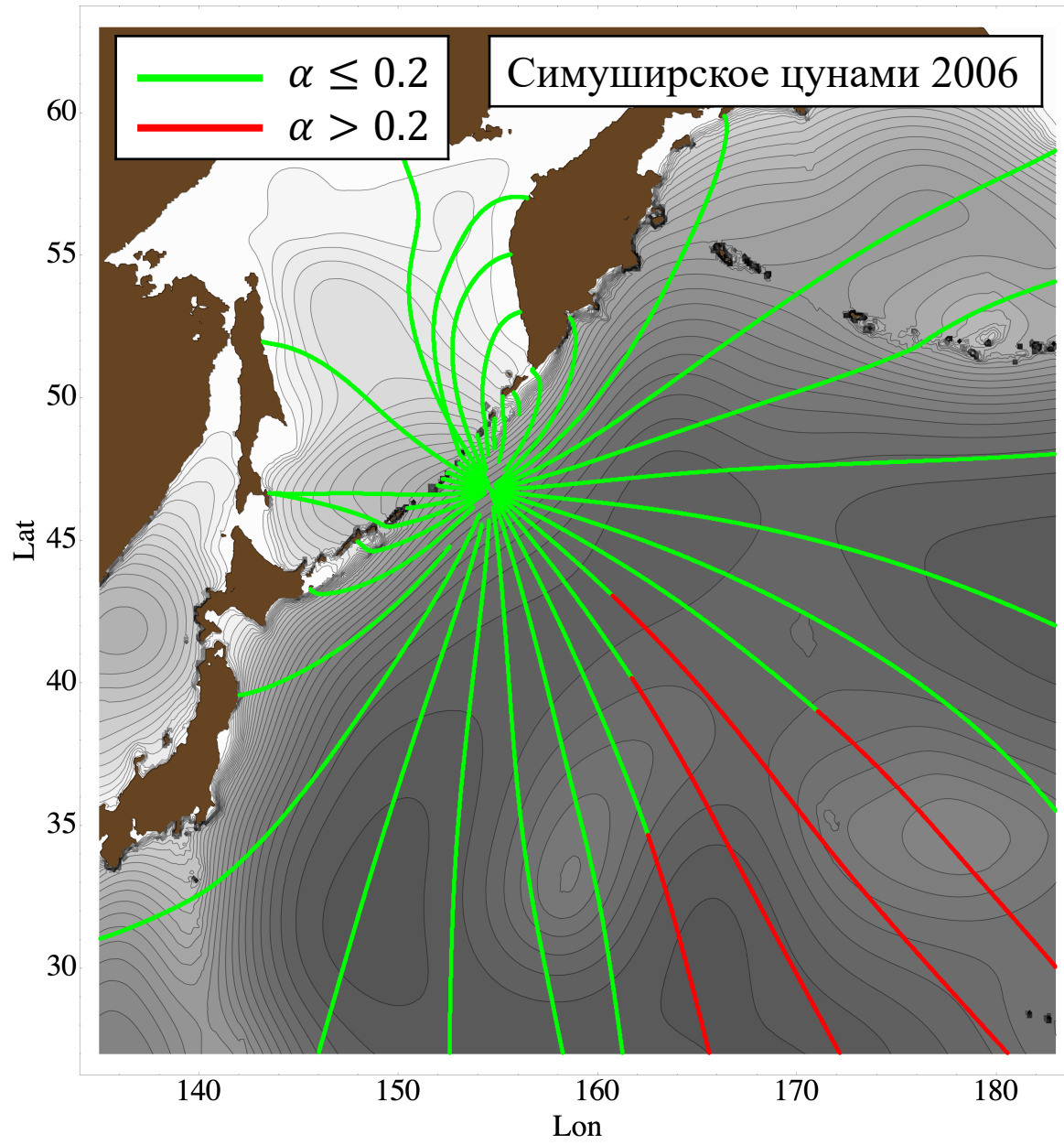
$$\omega^2 = gk \tanh(kH)$$

T_{max} — доминирующий в спектре цунами период волн
 C_{gr} — групповая скорость как функция доминирующего периода и глубины
 H — глубина
 x — координата вдоль луча
 g — ускорение силы тяжести
 k — волновое число

Накопление дисперсионных эффектов вдоль лучей

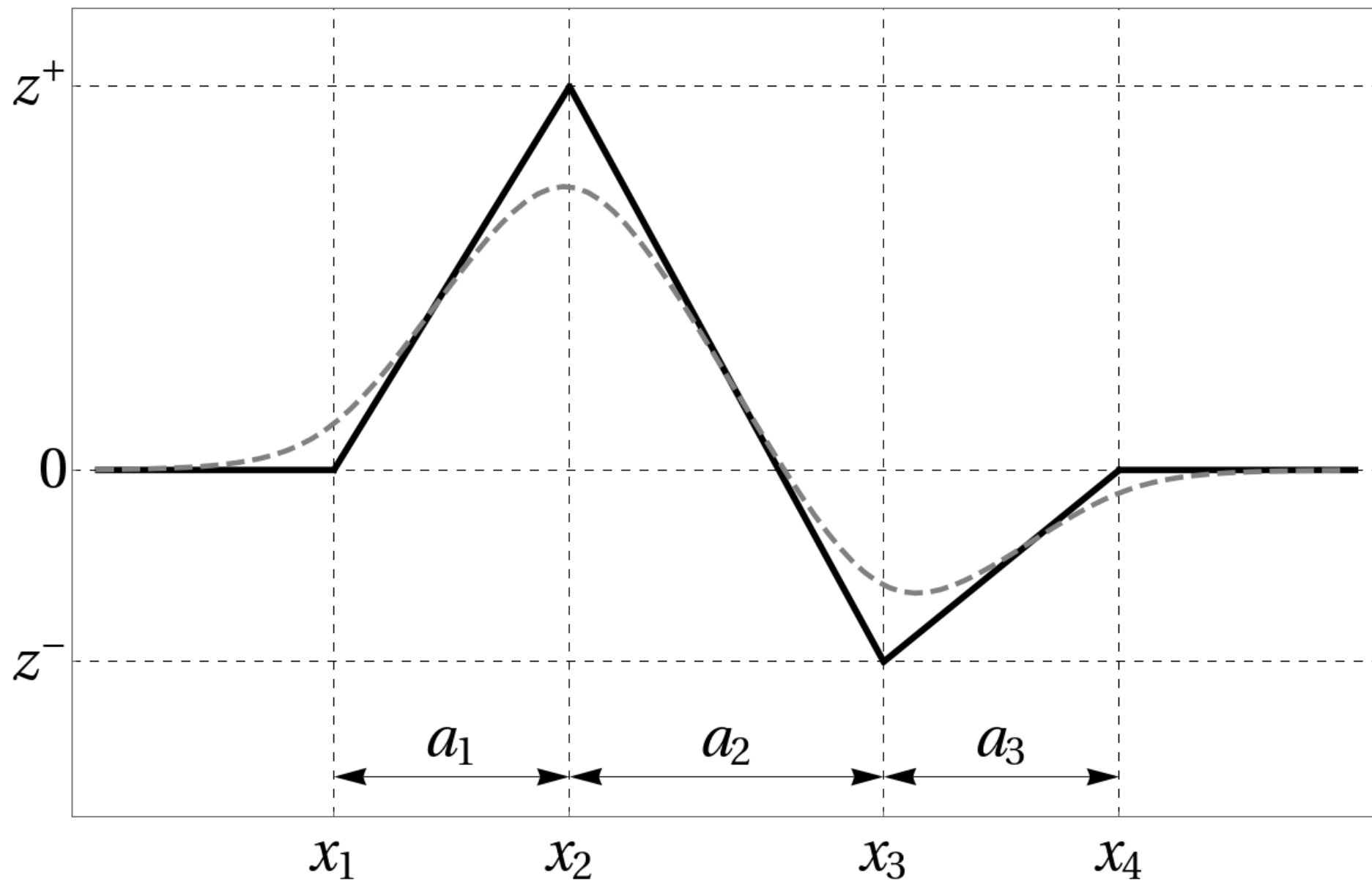


Накопление дисперсионных эффектов вдоль лучей

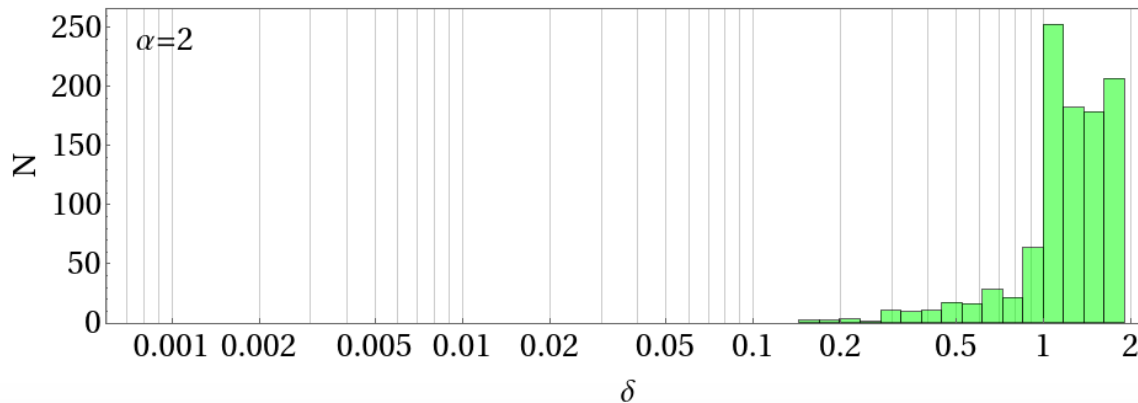
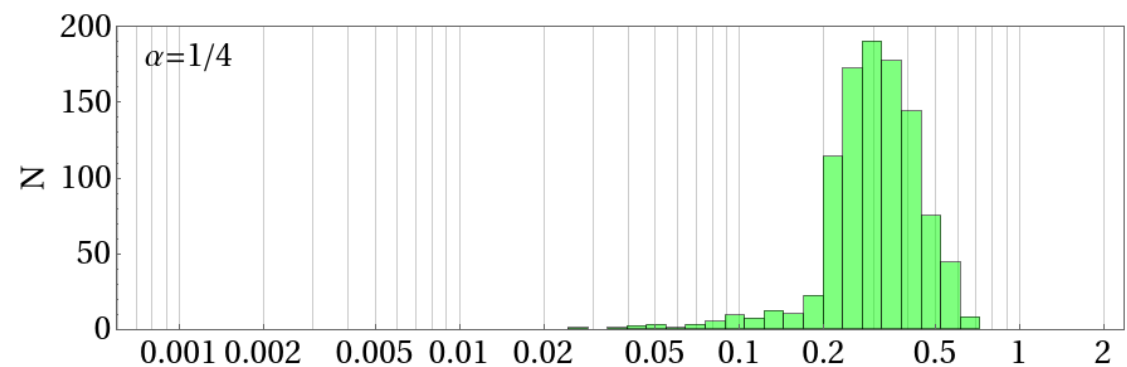
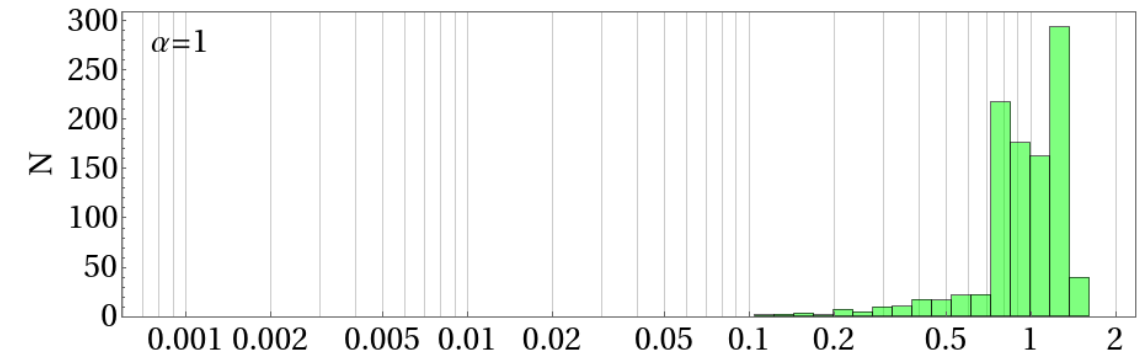
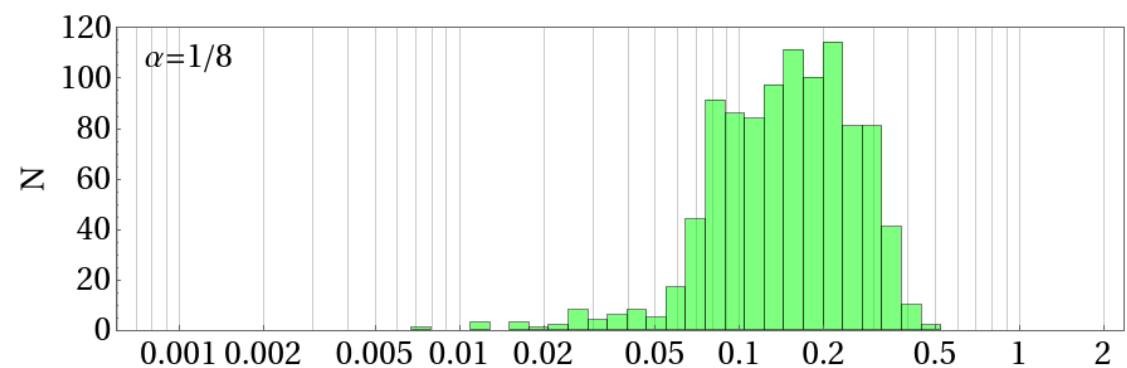
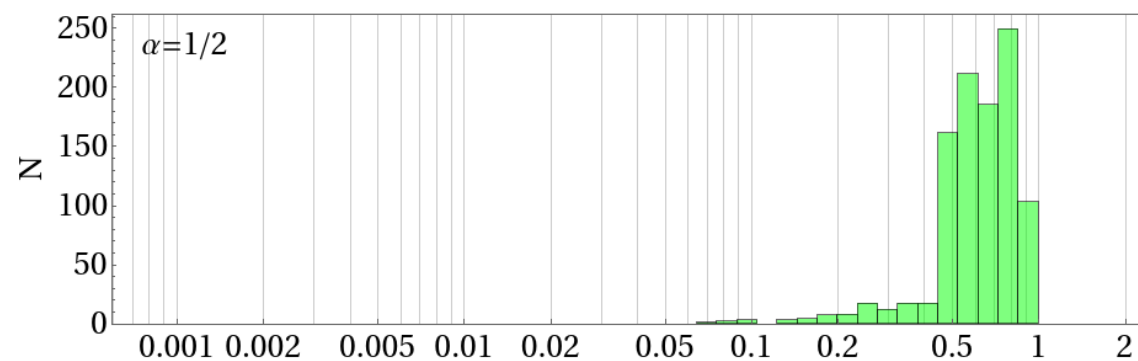
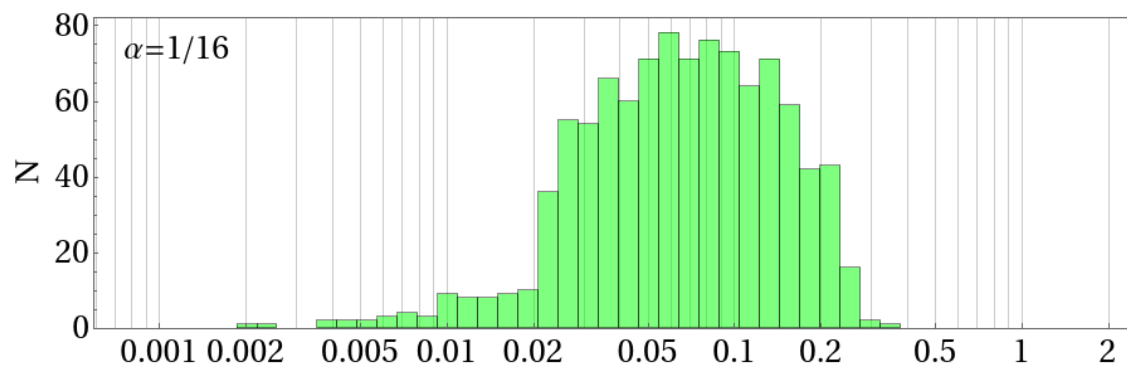


Выводы

1. Разработан метод определения области пространства, в которой бездисперсионная теория длинных волн способна воспроизводить диспергирующие волны цунами с заданной точностью.
2. Метод применен к двум цунамигенным событиям на Центральных Курильских островах (Симуширские землетрясения 15.11.2006 и 13.01.2007).
3. Установлено, что область применимости теории длинных волн заметно варьируется в зависимости от азимутального направления. Волновые профили должны воспроизводиться с точностью $\delta < 0.4$ с вероятностью 90% вблизи источников и в направлениях длинной оси источников. В направлении короткой оси (в Юго-Восточном секторе) длинноволновая теория не способна обеспечивать заданную точность (с 3000 с для события 2006 года и с 1000 с для события 2007 года).



Распределение величины δ при различных значениях величины α



Проявление “лучевого хаоса” на оригинальной топографии

