

Влияние динамики вспарывания разрыва в очаге землетрясения на генерацию цунами

К.А.Семенцов¹, Т.Баба², С.В.Колесов^{3,4}, Ю.Таниока¹, М.А.Носов^{3,4}

¹Институт Сейсмологии и Вулканологии, Университет Хоккайдо, г. Саппоро

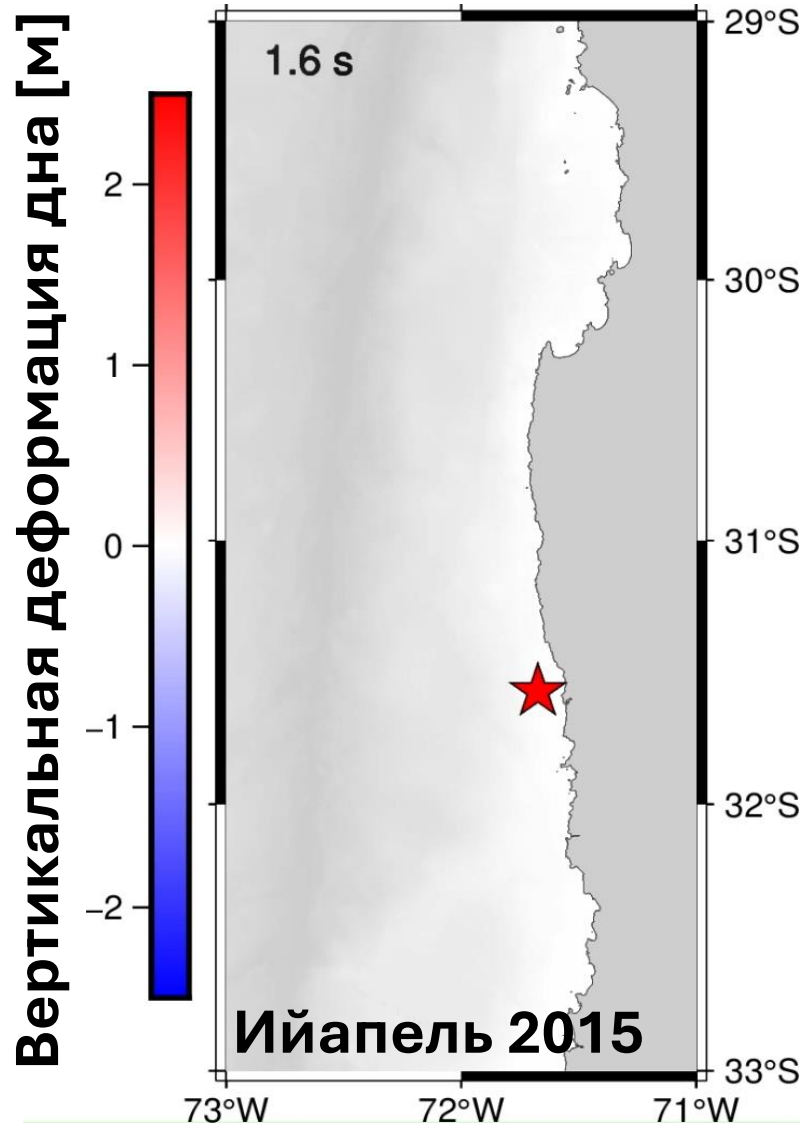
²Университет Токусима, г. Токусима

³Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва

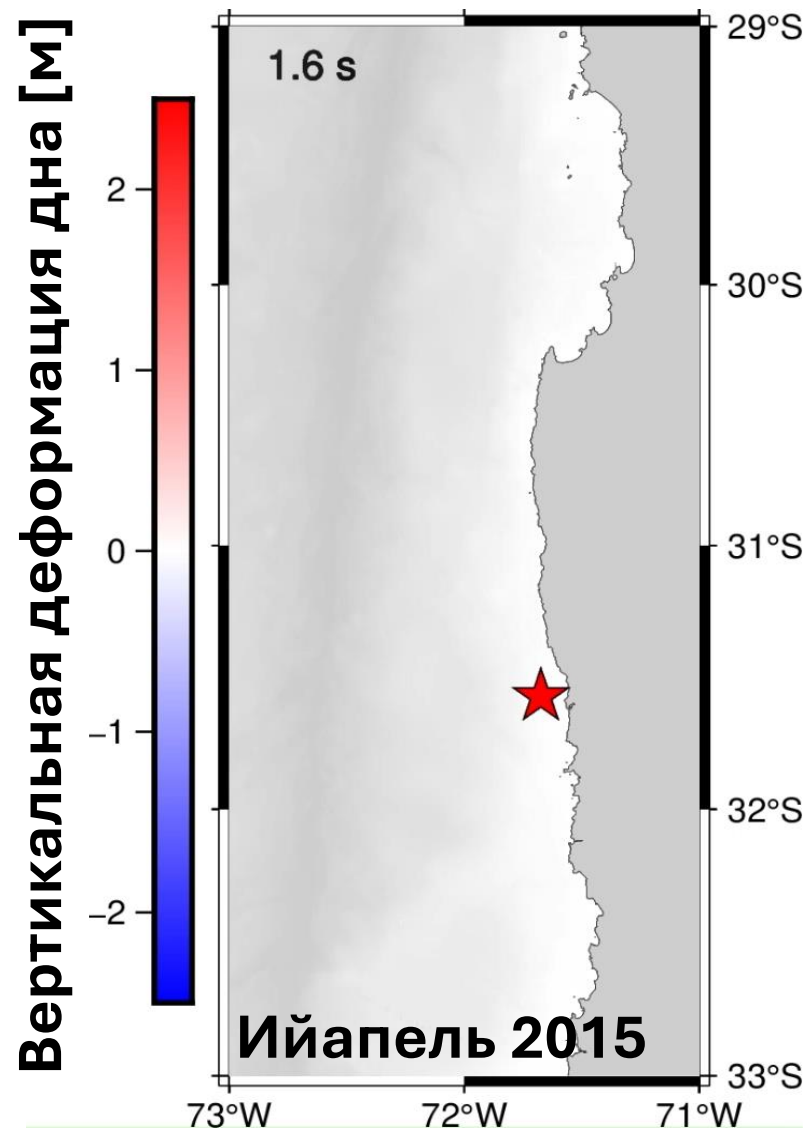
⁴Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, г. Южно-Сахалинск



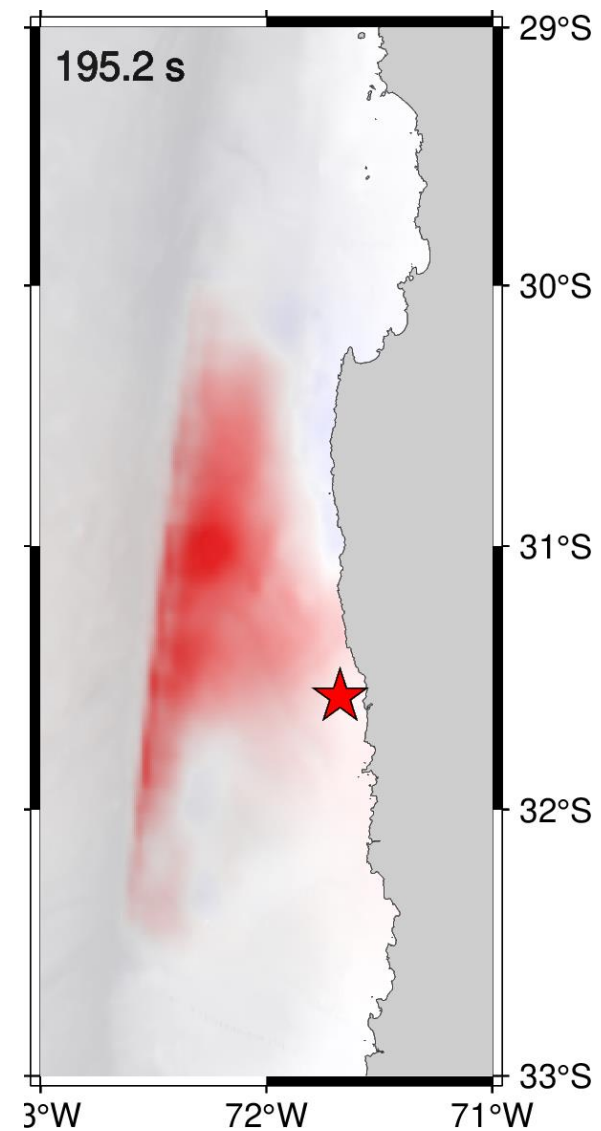
Динамический источник цунами



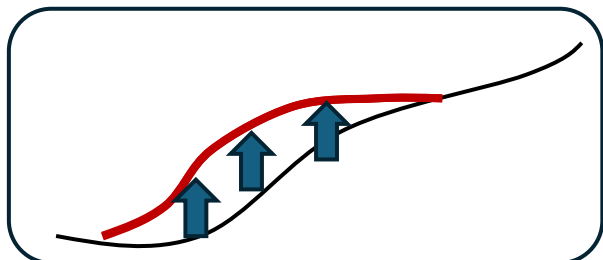
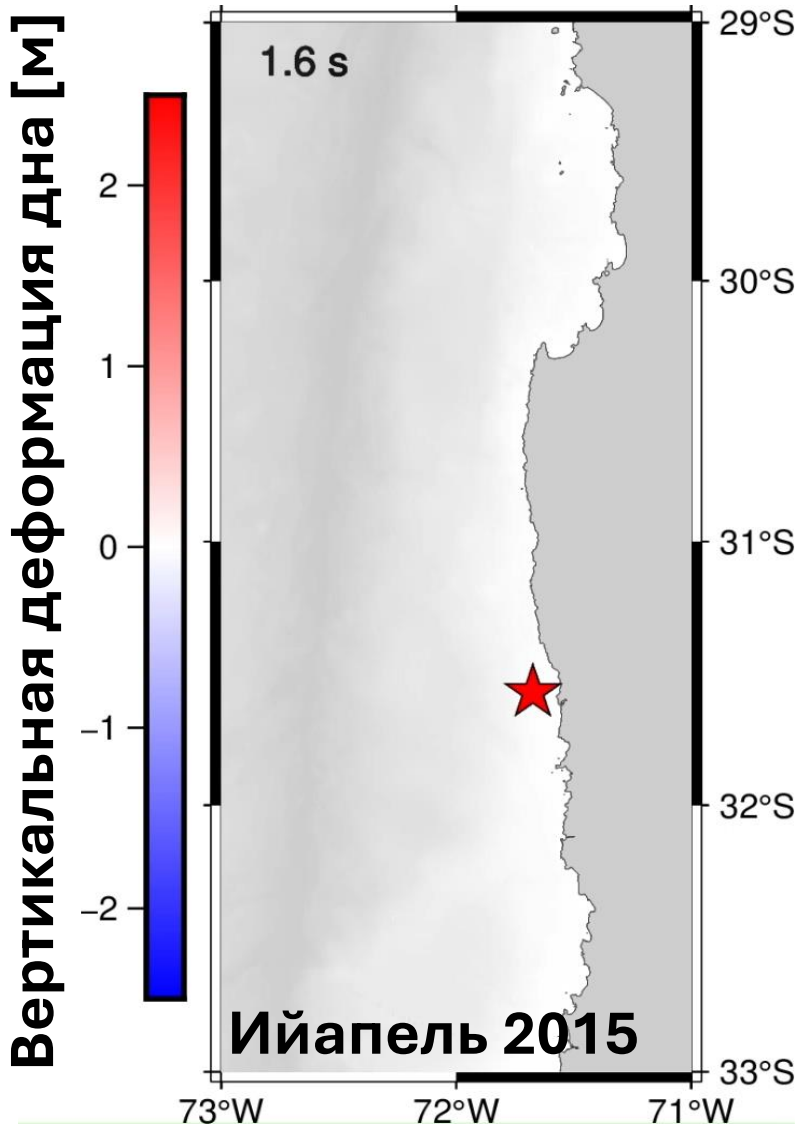
Динамический источник цунами



Статический источник цунами

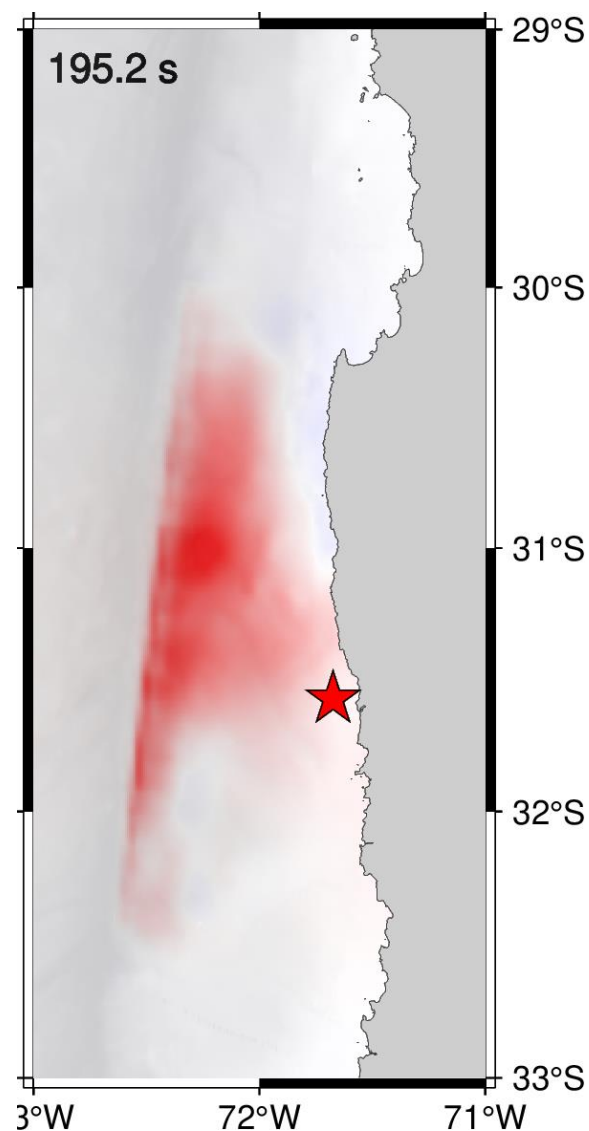


Динамический источник цунами

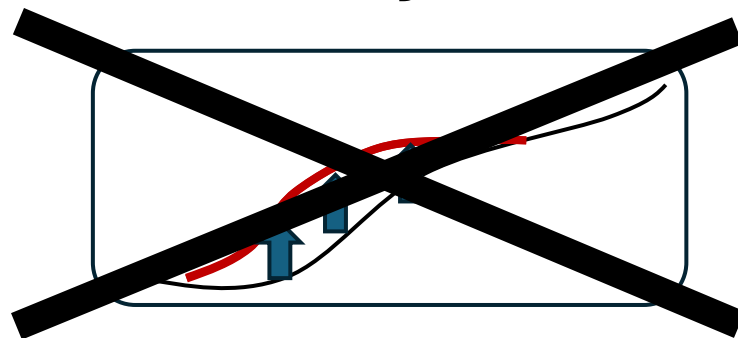


В работе Каджиуры (1970) рассмотрено **одновременное вертикальное поднятие** всей области деформации дна и показано, что такое поднятие можно считать мгновенным

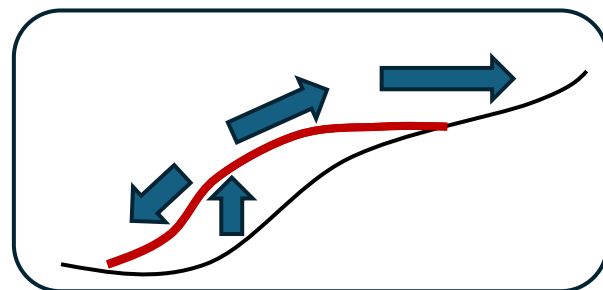
Статический источник цунами



Динамический источник цунами

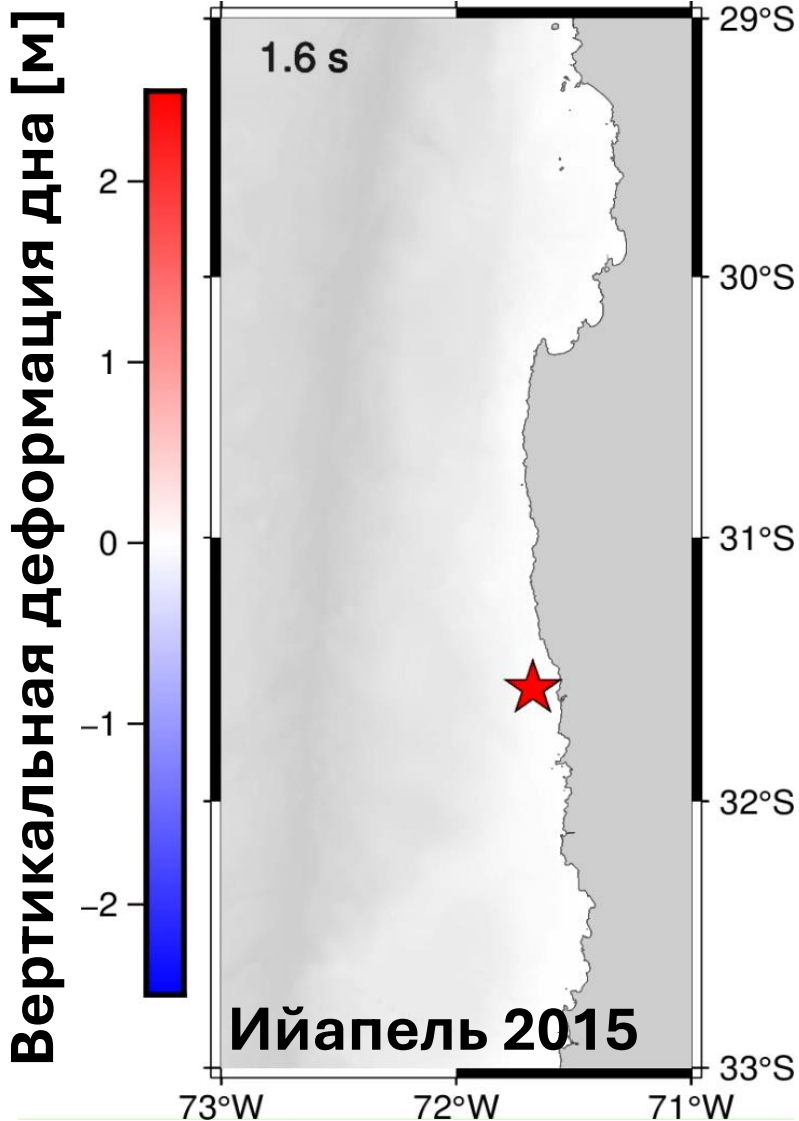
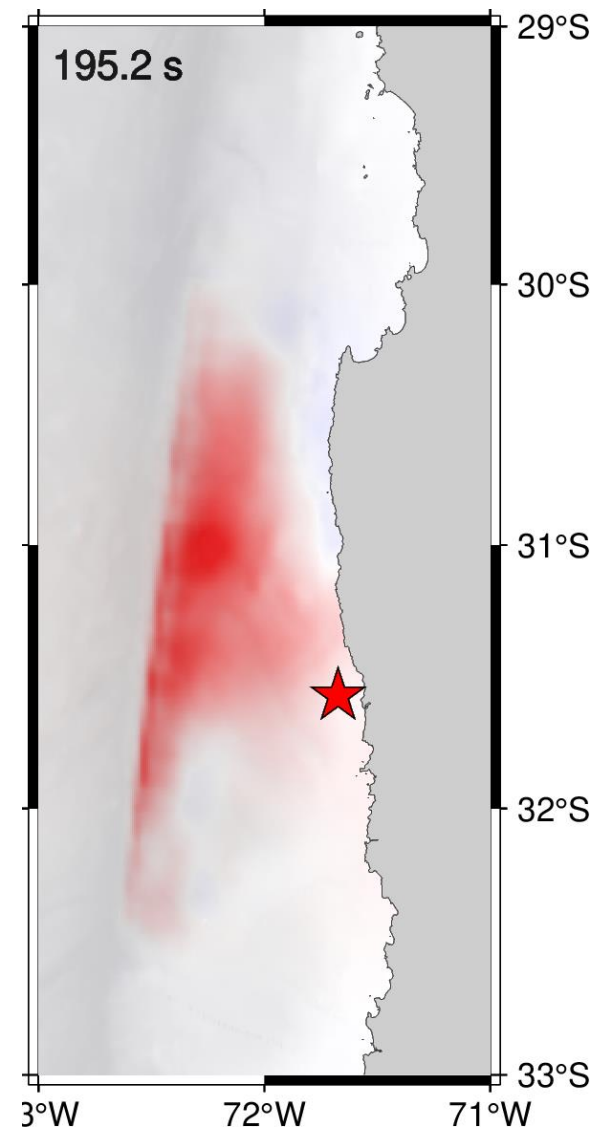


В работе (Кажура 1970) рассмотрено **одновременное вертикальное поднятие** всей области деформации дна и показано, что такое поднятие можно считать мгновенным



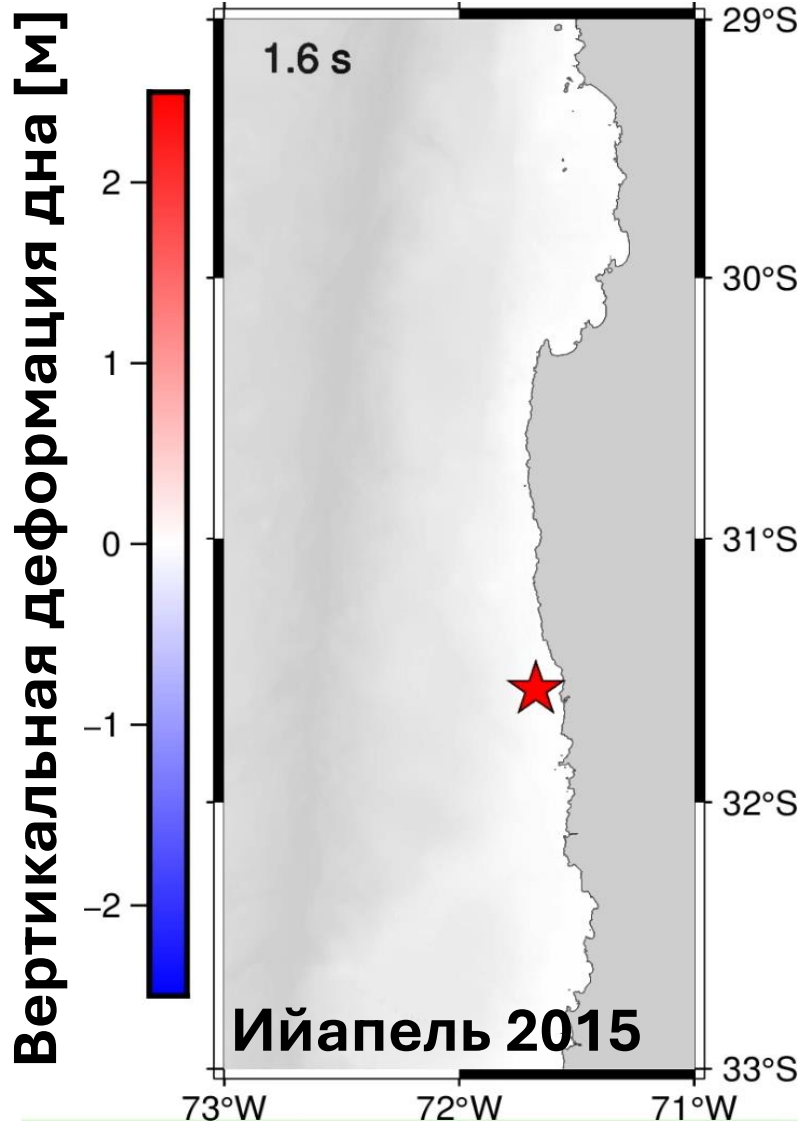
Реальный источник = поднятие + **распространение**

Статический источник цунами



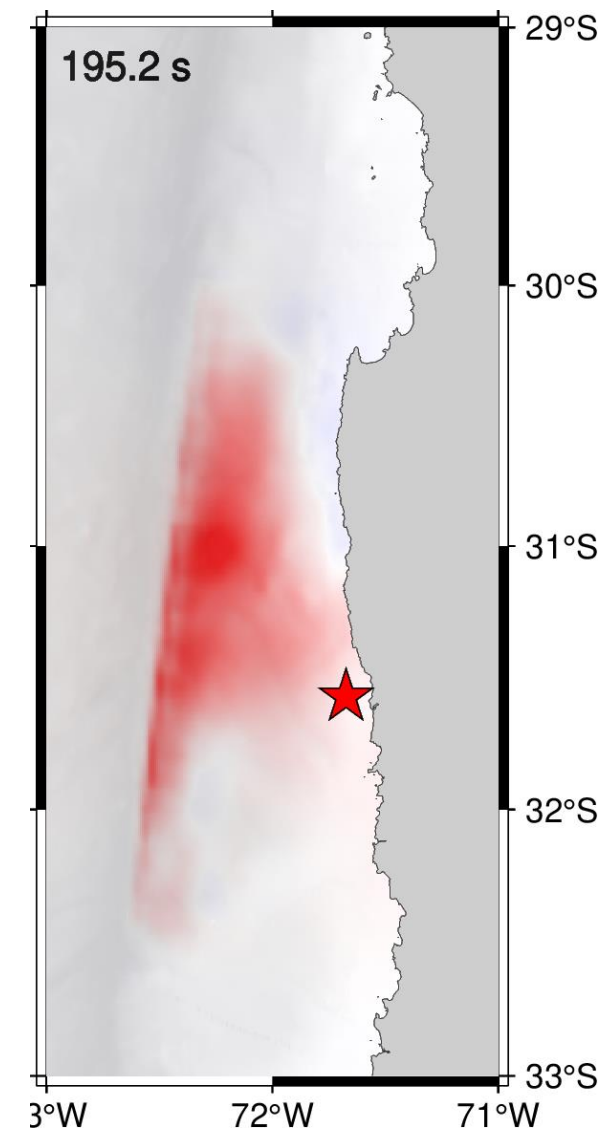
Динамический источник цунами

Статический источник цунами



Цели работы:

- Исследовать влияние динамики деформации дна (=динамики вспарывания разрыва) на генерацию цунами
- Оценить возможные недооценки амплитуды цунами, связанные с применением статического подхода



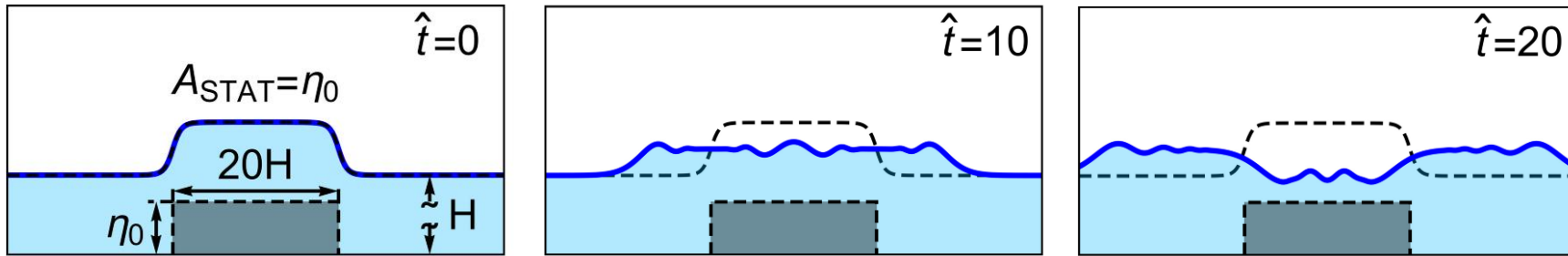
I. **Базовые механизмы** динамической генерации цунами (на основе **аналитических решений** для модельных постановок задачи)

II. Влияние динамики вспарывания разрыва на генерацию цунами для **набора реальных событий** (на основе численного моделирования)

III. Детальное численное исследование события **Ийапель 2015**

Статический подход

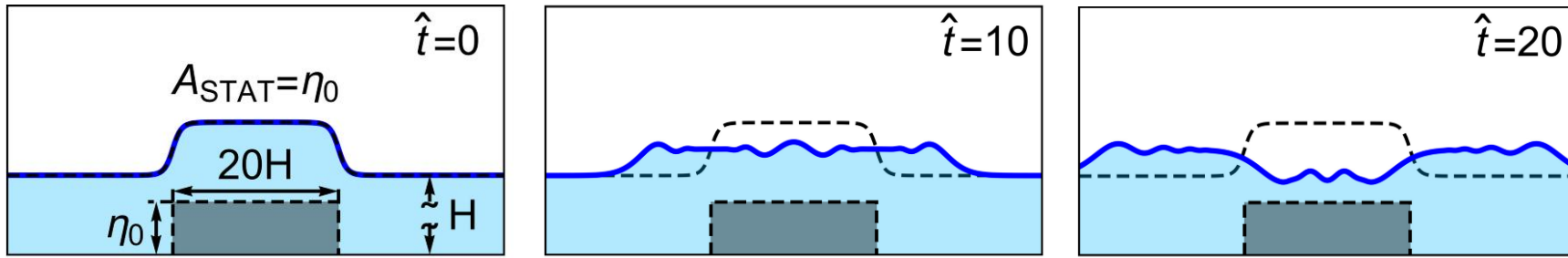
(Stoker 1957)



Потенциальная
теория несжимаемой
жидкости (0XZ)

Статический подход

(Stoker 1957)

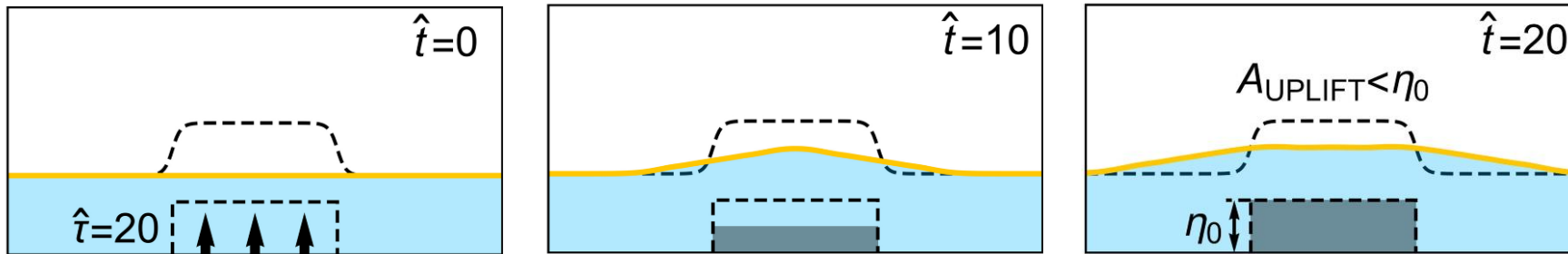


Потенциальная теория несжимаемой жидкости (0XZ)

Динамический подход (2 крайних случая)

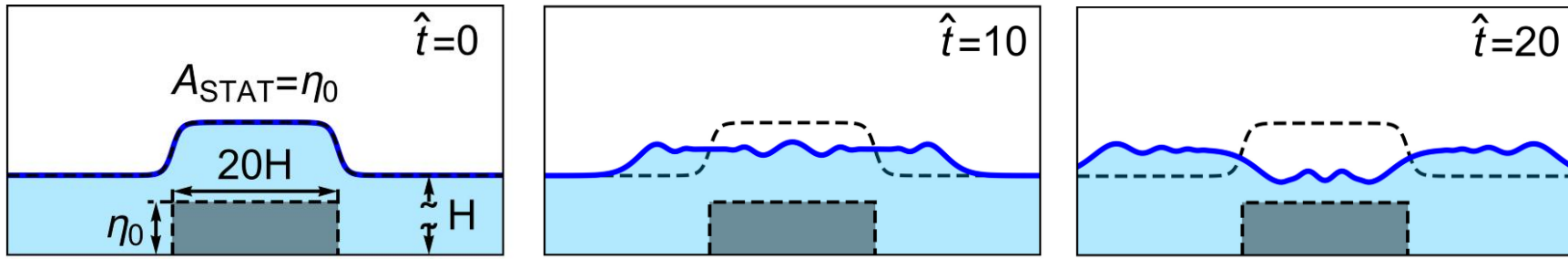
(Носов 1996)

(1) подъем



(Stoker 1957)

Статический подход

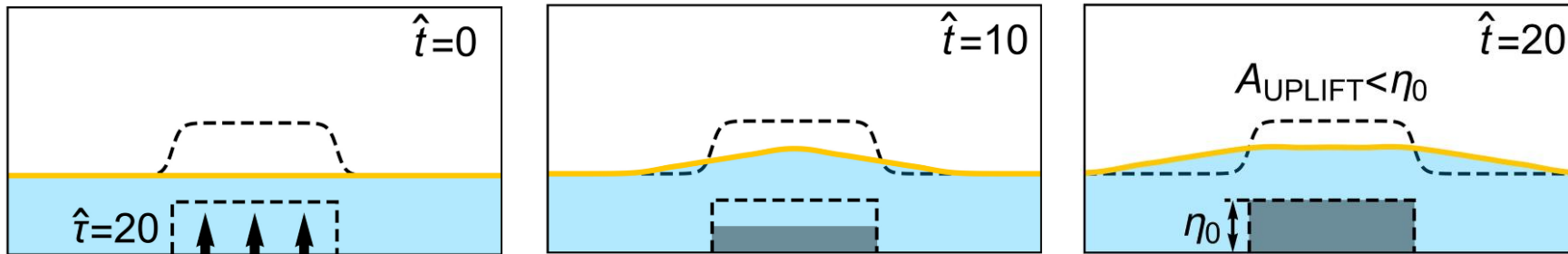


Потенциальная теория несжимаемой жидкости (0XZ)

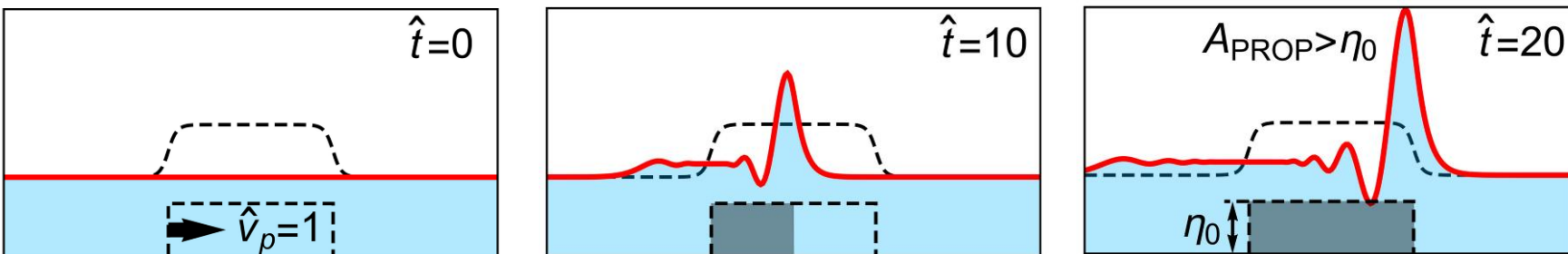
(Носов 1996)

Динамический подход (2 крайних случая)

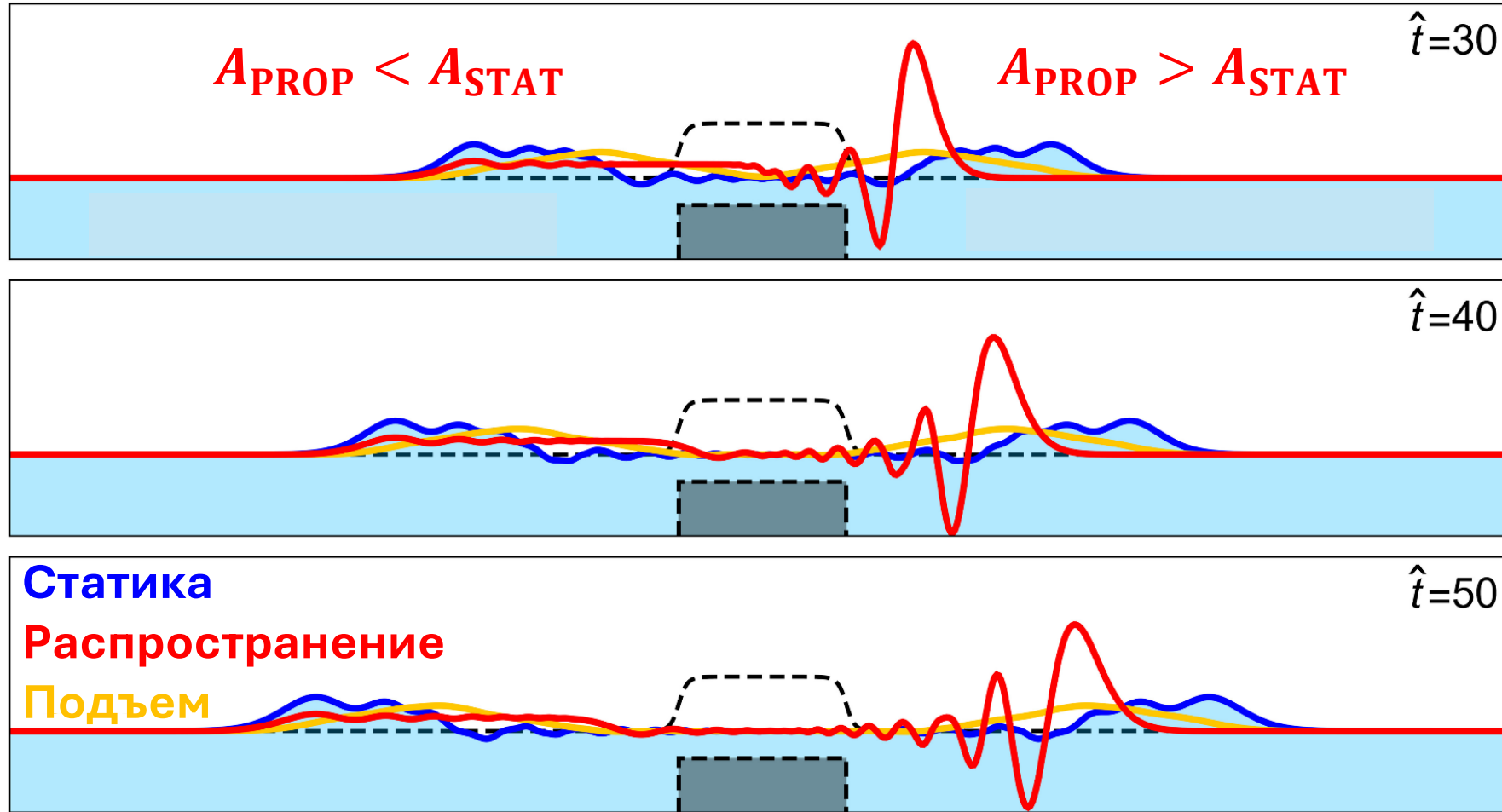
(1) подъем



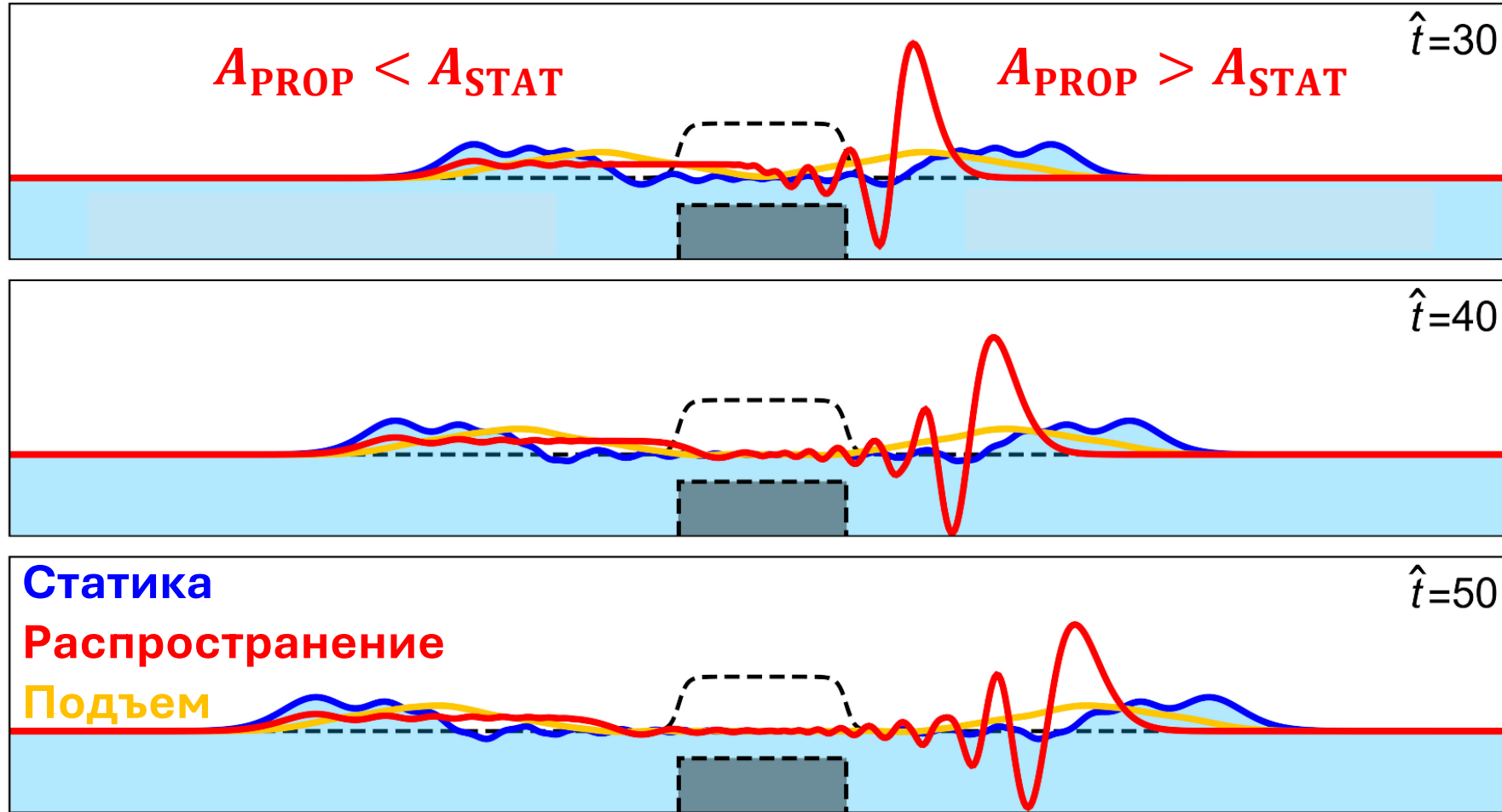
(2) распространение



‘конструктивная интерференция’
 $v_p = \sqrt{gH}$

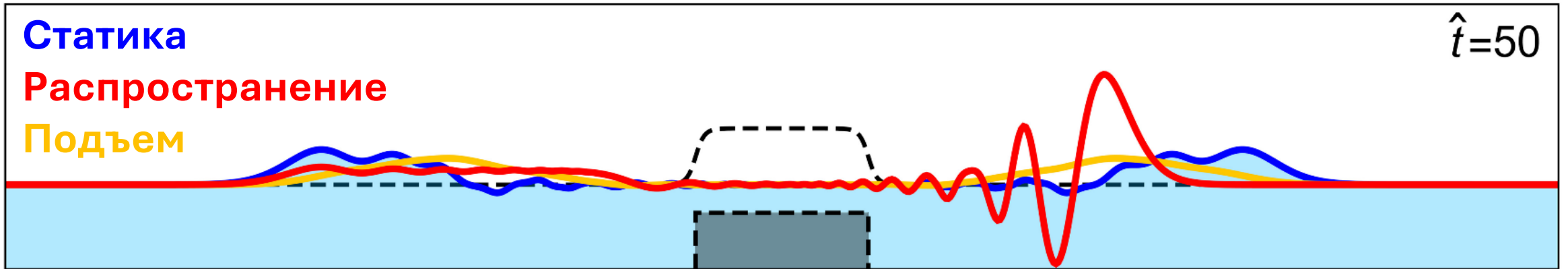


- Для случая 'распространение' смещение свободной поверхности сильно асимметрично!
- A_{PROP} спадает с расстоянием из-за фазовой дисперсии



- Для случая ‘распространение’ смещение свободной поверхности сильно асимметрично!
- A_{PROP} спадает с расстоянием из-за фазовой дисперсии

Амплитуда цунами меняется по мере распространения волны. Поэтому для сравнения статического и динамического подходов более удобно использовать не амплитуду, а **полную энергию цунами**.



$$E(t) = E_P(t) + E_K(t)$$

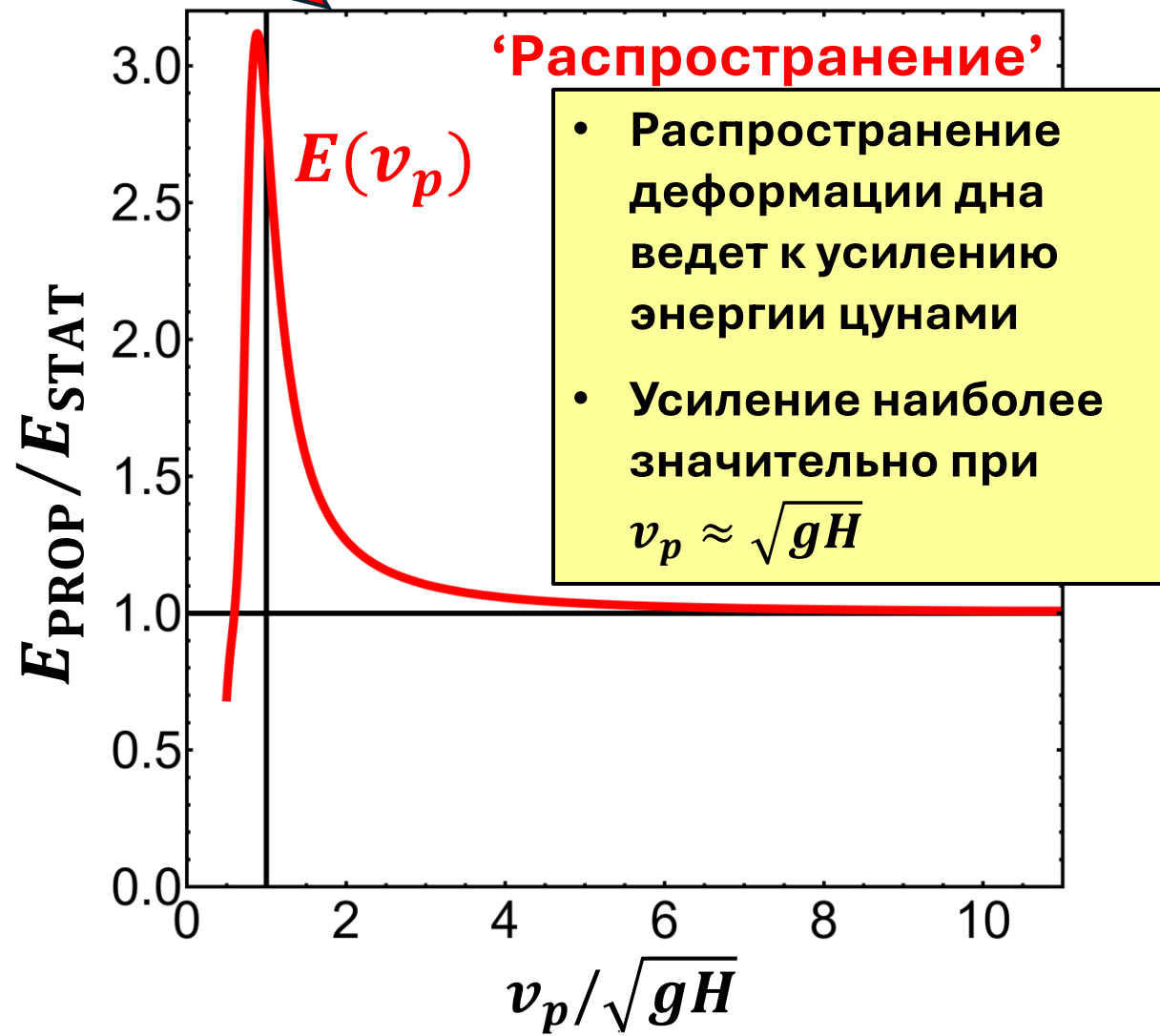
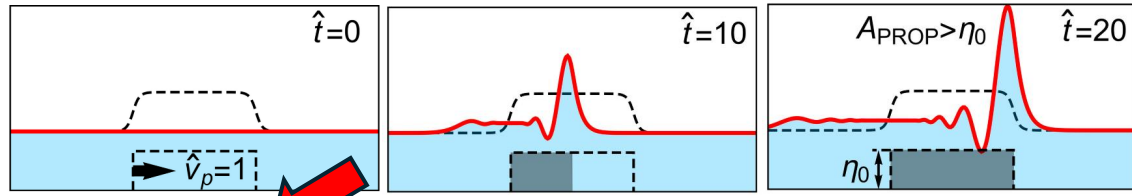
$$E_P(t) = \frac{1}{2} \rho g \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2(x, t) dx$$

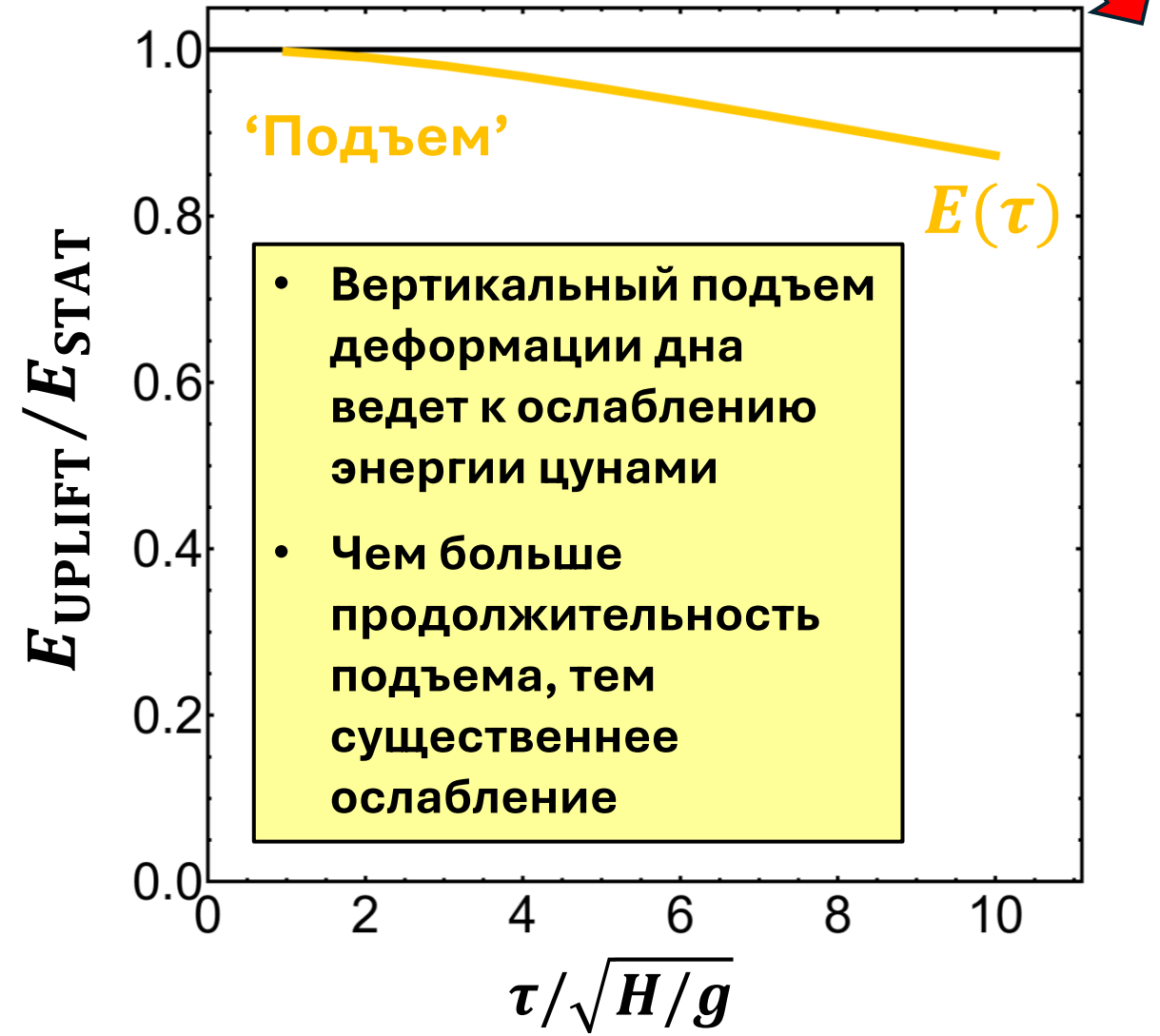
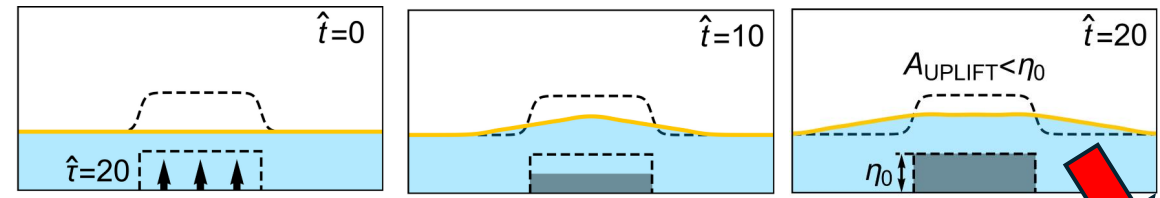
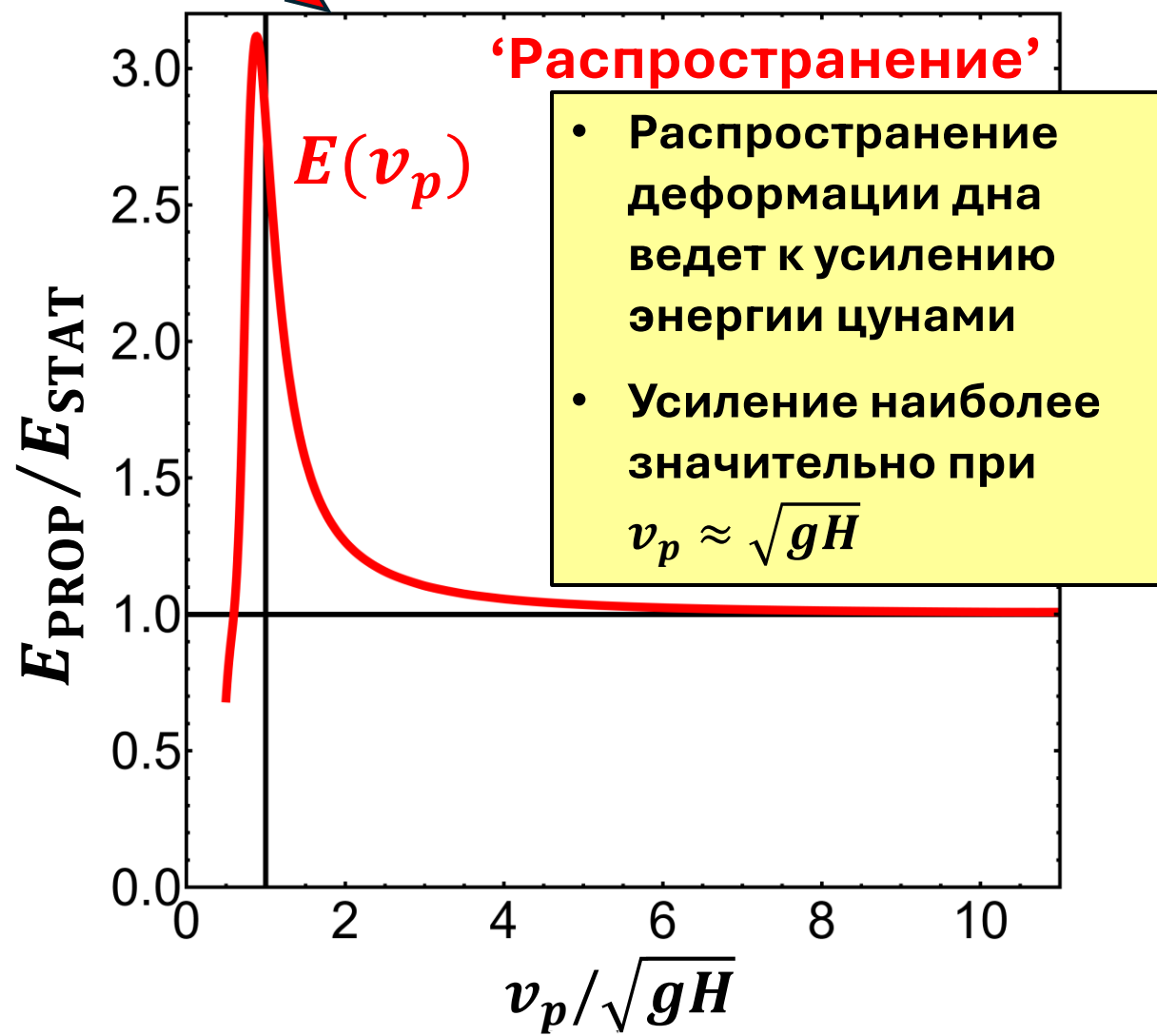
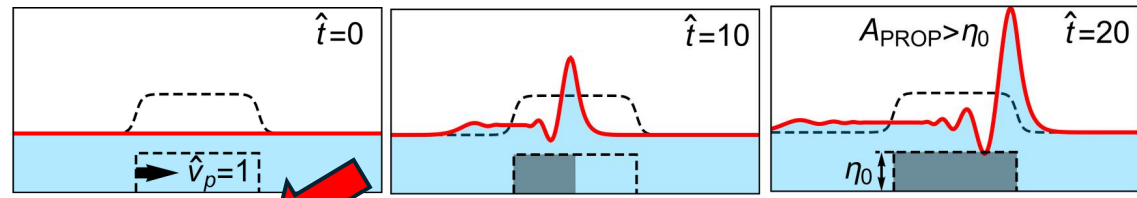
$$E_K(t) = \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-H}^0 (v_x^2(x, z, t) + v_z^2(x, z, t)) dz dx$$

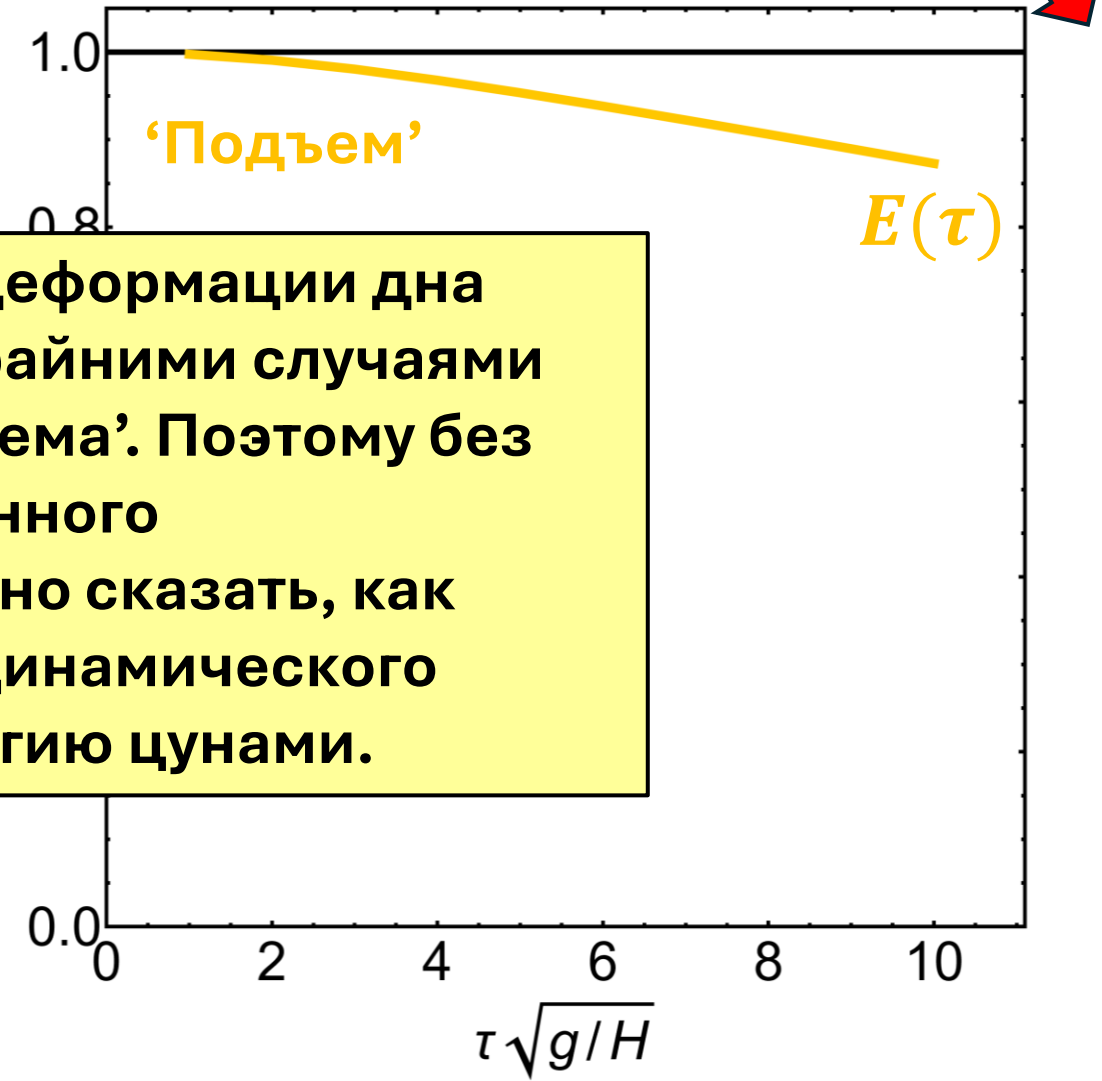
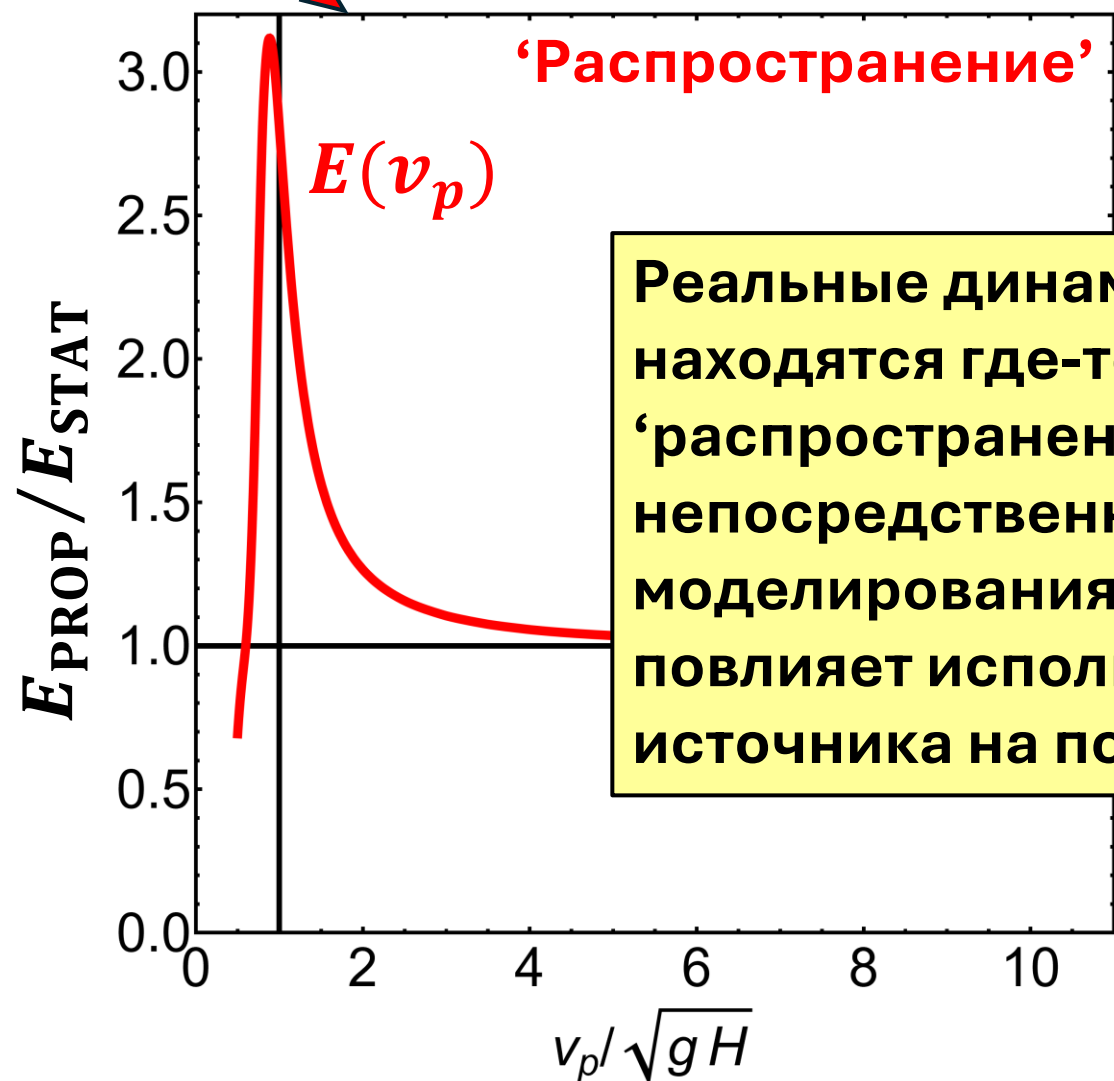
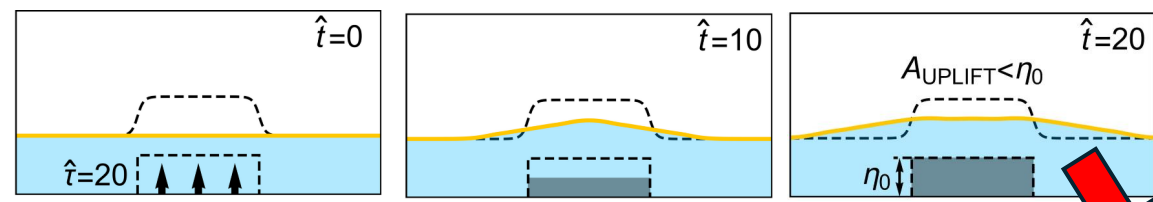
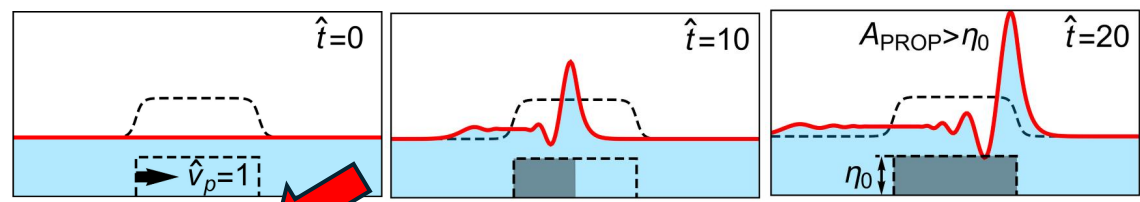
После окончания деформации дна:
 $E(t) = \text{Const}$

$$\frac{E_{\text{PROP}}}{E_{\text{STAT}}}$$

$$\frac{E_{\text{UPLIFT}}}{E_{\text{STAT}}}$$







Реальные динамические деформации дна находятся где-то между крайними случаями 'распространения' и 'подъема'. Поэтому без непосредственного численного моделирования невозможно сказать, как повлияет использование динамического источника на полную энергию цунами.

План

I. **Базовые механизмы** динамической генерации цунами
(на основе **аналитических решений** для модельных постановок задачи)

II. Влияние динамики вспарывания разрыва на генерацию цунами
для **набора реальных событий** (на основе численного моделирования)

III. Детальное численное исследование события **Ийапель 2015**

№	Дата	Mw	Название события
1	2021/07/29	8.2	Аляска
2	2017/09/08	8.2	Чиापас, Мексика
3	2015/09/16	8.3	Ийапель, Чили
4	2014/04/01	8.2	Икик, Чили
5	2012/04/11	8.6	Северная Суматра
6	2011/03/11	9.1	Тохоку, Япония
7	2010/10/25	7.8	Ментаваи, Индонез.
8	2010/02/27	8.8	Мауле, Чили
9	2007/09/12	8.4	Бенгкулу, Индонез.
10	2006/11/15	8.3	Курильские о-ва
11	2006/07/17	7.7	Ява, Индонезия
12	2005/03/28	8.6	Ниас, Индонезия
13	2004/12/26	9.1	Суматра
14	2001/06/23	8.4	Перу
15	1994/10/04	8.3	Шикотан
16	1992/09/02	7.7	Никарагуа

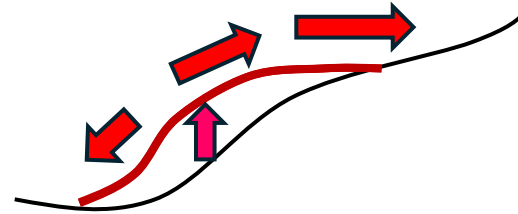
Каталог USGS

Все события с **Mw8.2+**
и глубиной гипоцентра **<50 км**,
для которых в каталоге USGS есть
динамическая модель очага

+

3 цунами-землетрясения

№	Дата	Mw	Название события
1	2021/07/29	8.2	Аляска
2	2017/09/08	8.2	Чиापас, Мексика
3	2015/09/16	8.3	Ийапель, Чили
4	2014/04/01	8.2	Икик, Чили
5	2012/04/11	8.6	Северная Суматра
6	2011/03/11	9.1	Тохоку, Япония
7	2010/10/25	7.8	Ментаваи, Индонез.
8	2010/02/27	8.8	Мауле, Чили
9	2007/09/12	8.4	Бенгкулу, Индонез.
10	2006/11/15	8.3	Курильские о-ва
11	2006/07/17	7.7	Ява, Индонезия
12	2005/03/28	8.6	Ниас, Индонезия
13	2004/12/26	9.1	Суматра
14	2001/06/23	8.4	Перу
15	1994/10/04	8.3	Шикотан
16	1992/09/02	7.7	Никарагуа



Динамический источник

**Деформация дна,
зависящая от времени**

(Okada, 1985)

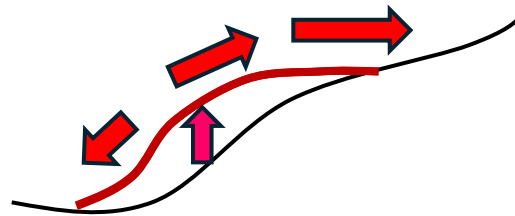


**Модель конечных разломов (FFM)
(Strike, Dip, Rake, Slip, Длина, Ширина**

+

Продолжительность подъема, Время активации)

№	Дата	Mw	Название события
1	2021/07/29	8.2	Аляска
2	2017/09/08	8.2	Чиापас, Мексика
3	2015/09/16	8.3	Ийапель, Чили
4	2014/04/01	8.2	Икик, Чили
5	2012/04/11	8.6	Северная Суматра
6	2011/03/11	9.1	Тохоку, Япония
7	2010/10/25	7.8	Ментаваи, Индонез.
8	2010/02/27	8.8	Мауле, Чили
9	2007/09/12	8.4	Бенгкулу, Индонез.
10	2006/11/15	8.3	Курильские о-ва
11	2006/07/17	7.7	Ява, Индонезия
12	2005/03/28	8.6	Ниас, Индонезия
13	2004/12/26	9.1	Суматра
14	2001/06/23	8.4	Перу
15	1994/10/04	8.3	Шикотан
16	1992/09/02	7.7	Никарагуа



Динамический источник

Деформация дна,
зависящая от времени



Статический источник

Остаточная
деформация дна

(Okada, 1985)

Модель конечных разломов (FFM)
(Strike, Dip, Rake, Slip, Длина, Ширина

+

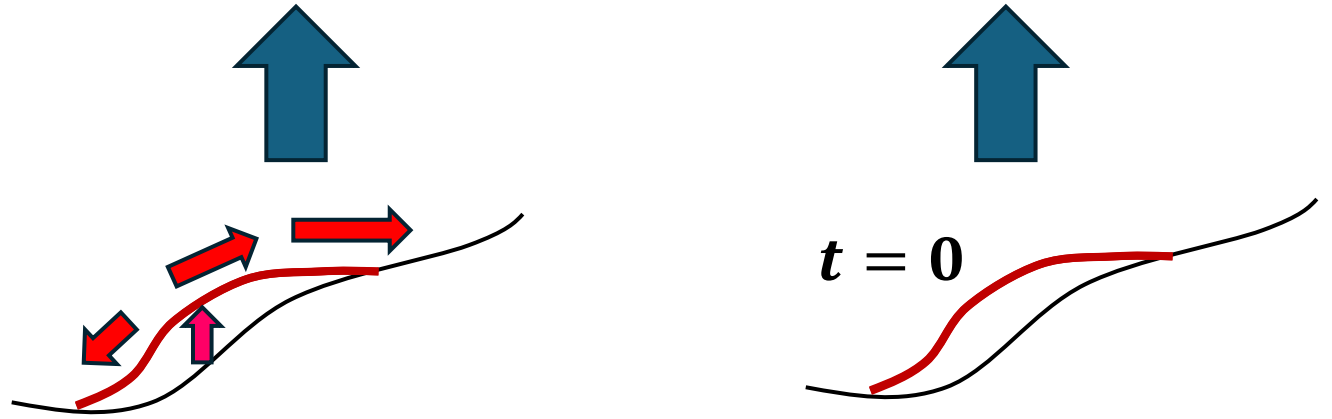
Продолжительность подъема, Время активации)

№	Дата	Mw	Название события
1	2021/07/29	8.2	Аляска
2	2017/09/08	8.2	Чиापас, Мексика
3	2015/09/16	8.3	Ийапель, Чили
4	2014/04/01	8.2	Икик, Чили
5	2012/04/11	8.6	Северная Суматра
6	2011/03/11	9.1	Тохоку, Япония
7	2010/10/25	7.8	Ментаваи, Индонез.
8	2010/02/27	8.8	Мауле, Чили
9	2007/09/12	8.4	Бенгкулу, Индонез.
10	2006/11/15	8.3	Курильские о-ва
11	2006/07/17	7.7	Ява, Индонезия
12	2005/03/28	8.6	Ниас, Индонезия
13	2004/12/26	9.1	Суматра
14	2001/06/23	8.4	Перу
15	1994/10/04	8.3	Шикотан
16	1992/09/02	7.7	Никарагуа

Моделирование цунами: линейная теория длинных волн

E_{DYN}

E_{STAT}



Динамический источник

Статический источник

Деформация дна, зависящая от времени

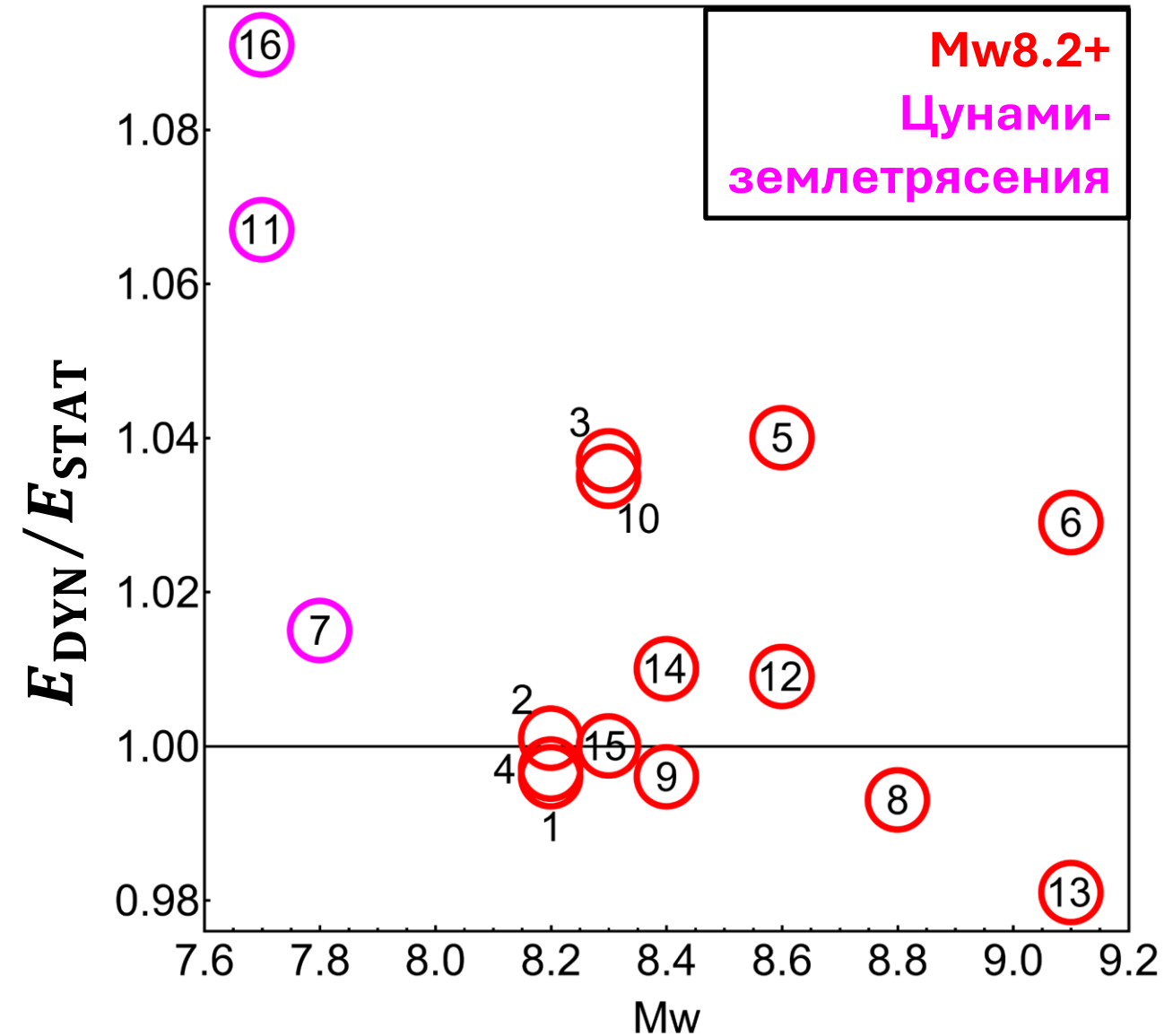
Остаточная деформация дна

(Okada, 1985)

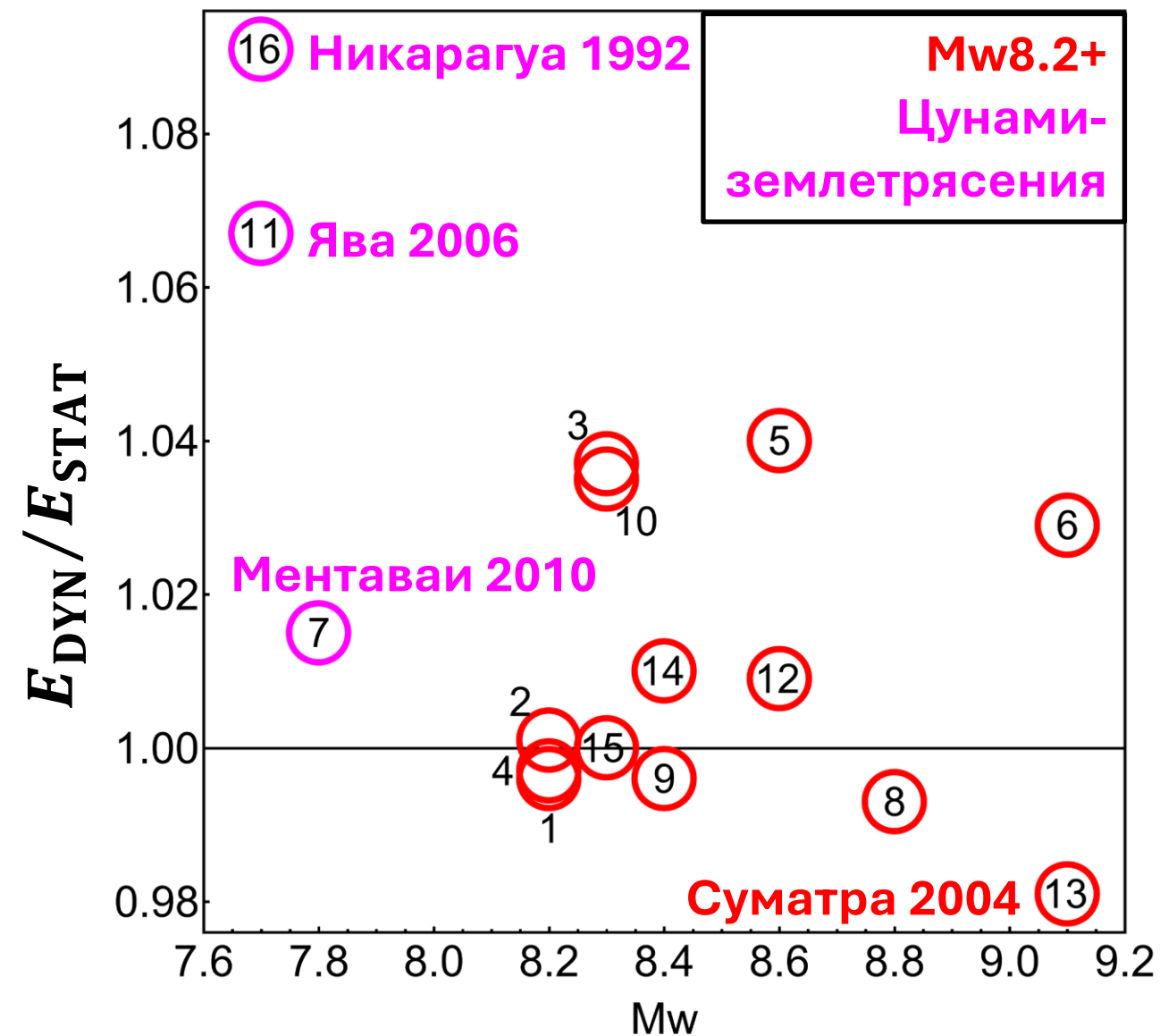
Модель конечных разломов (FFM)
(Strike, Dip, Rake, Slip, Длина, Ширина

+

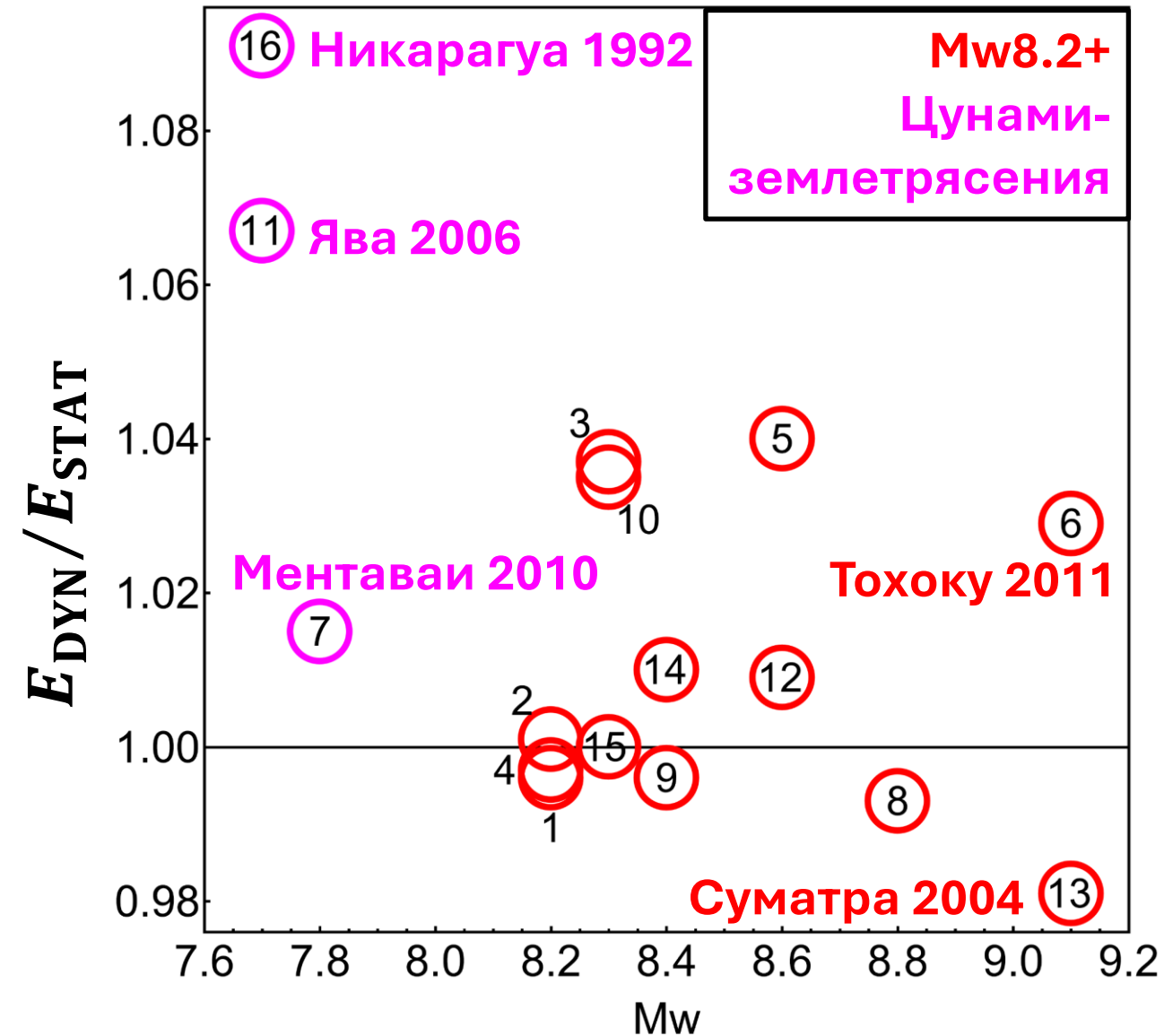
Продолжительность подъема, Время активации)



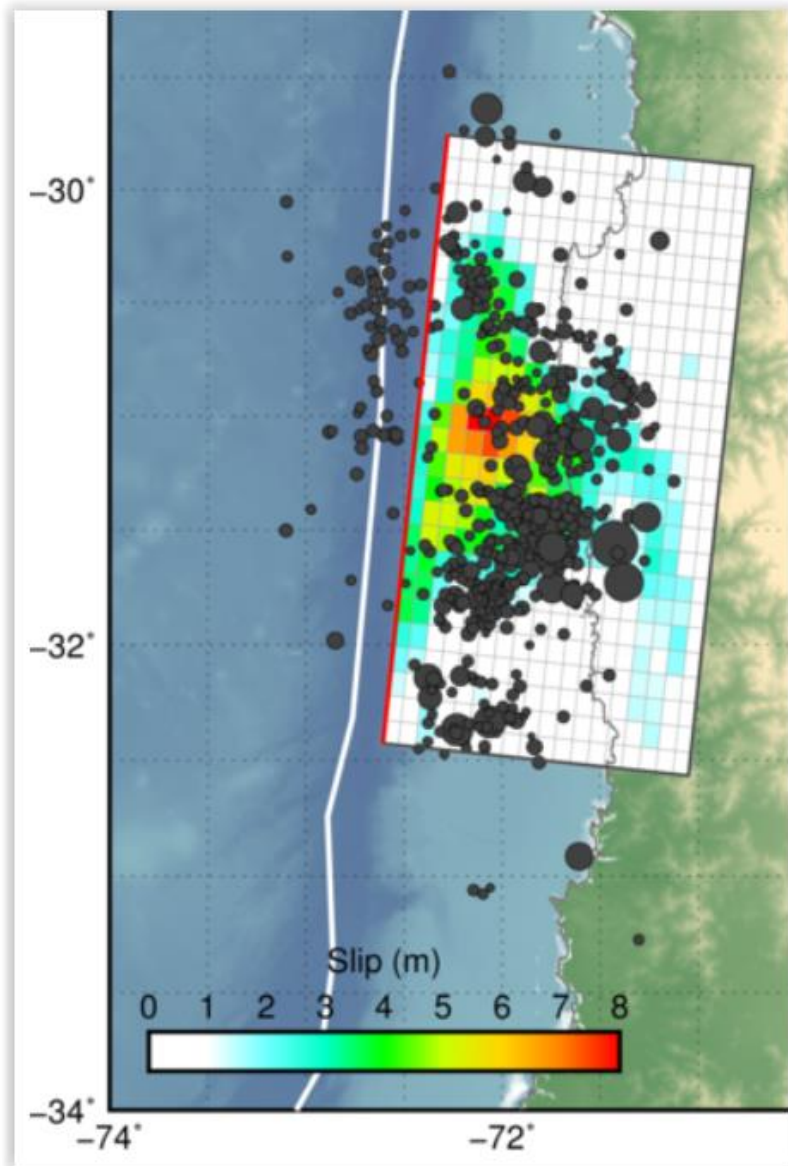
- Для 10 из 16 событий использование динамического источника приводит к усилению полной энергии цунами



- Для 10 из 16 событий использование динамического источника приводит к усилению полной энергии цунами
- Это усиление наиболее заметно для цунами-землетрясений Никарагуа 1992 (9.1%) и Ява 2006 (6.7%)
- Наиболее значительное ослабление полной энергии цунами наблюдается для события Суматра 2004 (-1.9%)



- Для 10 из 16 событий использование динамического источника приводит к усилению полной энергии цунами
- Это усиление наиболее заметно для цунами-землетрясений Никарагуа 1992 (9.1%) и Ява 2006 (6.7%)
- Наиболее значительное ослабление полной энергии цунами наблюдается для события Суматра 2004 (-1.9%)
- Для землетрясений с магнитудой $M_w 8.2+$ динамическое усиление энергии не увеличивается с ростом магнитуды



Ийапель 2015
(динамический очаг USGS)

Ключевой параметр, определяющий динамическое усиление цунами – скорость распространения деформации дна!

$$v_p \neq Const$$

Средняя скорость вспарывания разрыва:

$$\langle v_r \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta r_i}{t_{a,i}}$$

N – число сабфолтов

Δr_i – расстояние от эпицентра до центра i -го сабфолта

$t_{a,i}$ – время активации i -го сабфолта

Зависимость полной энергии от скорости вспарывания разрыва 10

№	Дата	Mw	Название события	$\langle v_r \rangle$, км/с	E_{DYN}/E_{STAT}
1	2021/07/29	8.2	Аляска	2.15	0.99
2	2017/09/08	8.2	Чиापас, Мексика	2.39	1.01
3	2015/09/16	8.3	Ийапель, Чили	1.46	1.04
4	2014/04/01	8.2	Икик, Чили	1.66	0.99
5	2012/04/11	8.6	Северная Суматра	1.48	1.04
6	2011/03/11	9.1	Тохоку, Япония	2.01	1.03
7	2010/10/25	7.8	Ментаваи, Индонез.	1.51	1.02
8	2010/02/27	8.8	Мауле, Чили	2.18	0.99
9	2007/09/12	8.4	Бенгкулу, Индонез.	2.16	0.99
10	2006/11/15	8.3	Курильские о-ва	1.53	1.04
11	2006/07/17	7.7	Ява, Индонезия	1.53	1.07
12	2005/03/28	8.6	Ниас, Индонезия	2.19	1.01
13	2004/12/26	9.1	Суматра	1.97	0.98
14	2001/06/23	8.4	Перу	2.05	1.01
15	1994/10/04	8.3	Шикотан	2.27	1.00
16	1992/09/02	7.7	Никарагуа	1.69	1.09

Ключевой параметр, определяющий динамическое усиление цунами – скорость распространения деформации дна!

$$v_p \neq Const$$

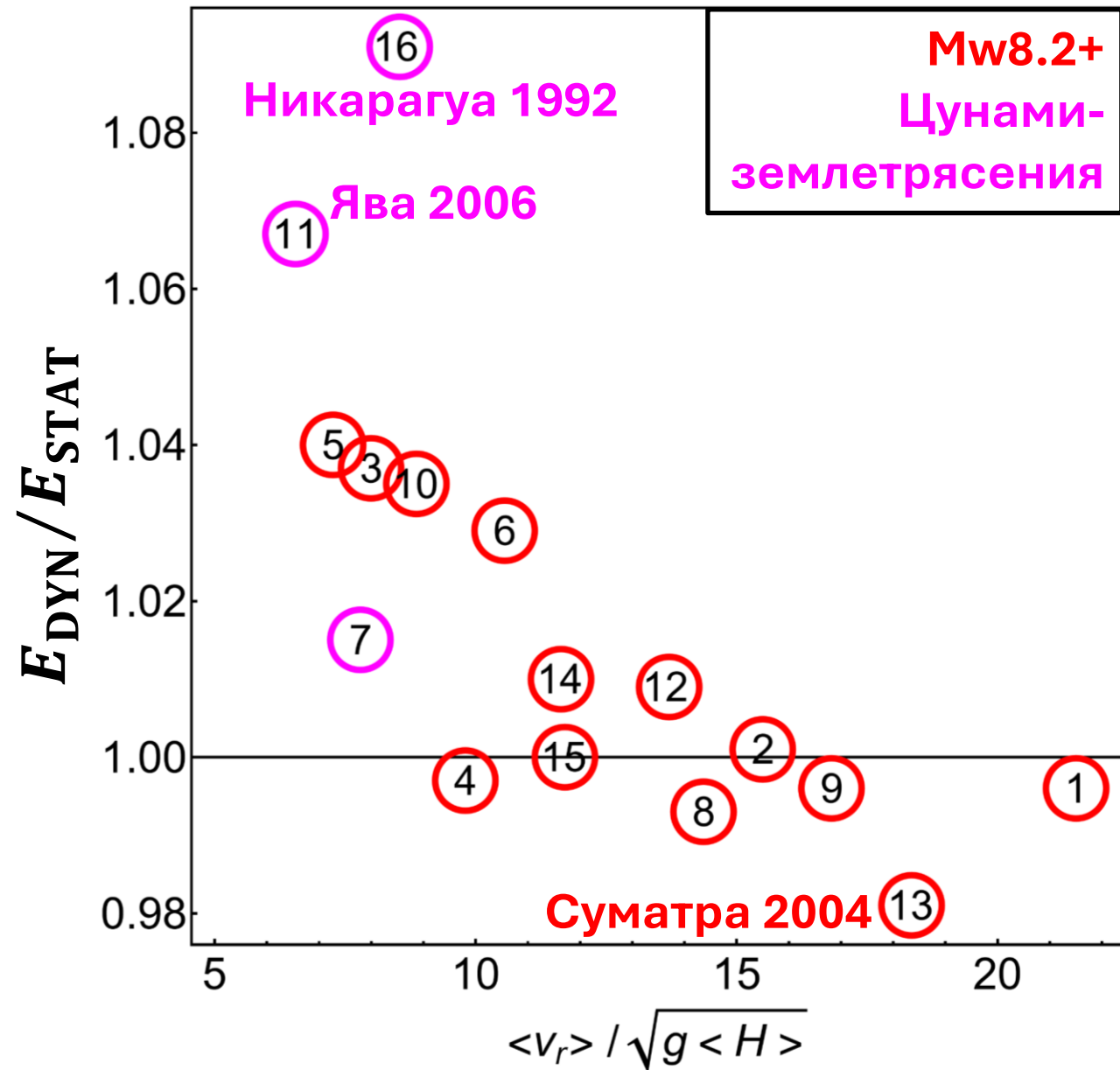
Средняя скорость вспарывания разрыва:

$$\langle v_r \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta r_i}{t_{a,i}}$$

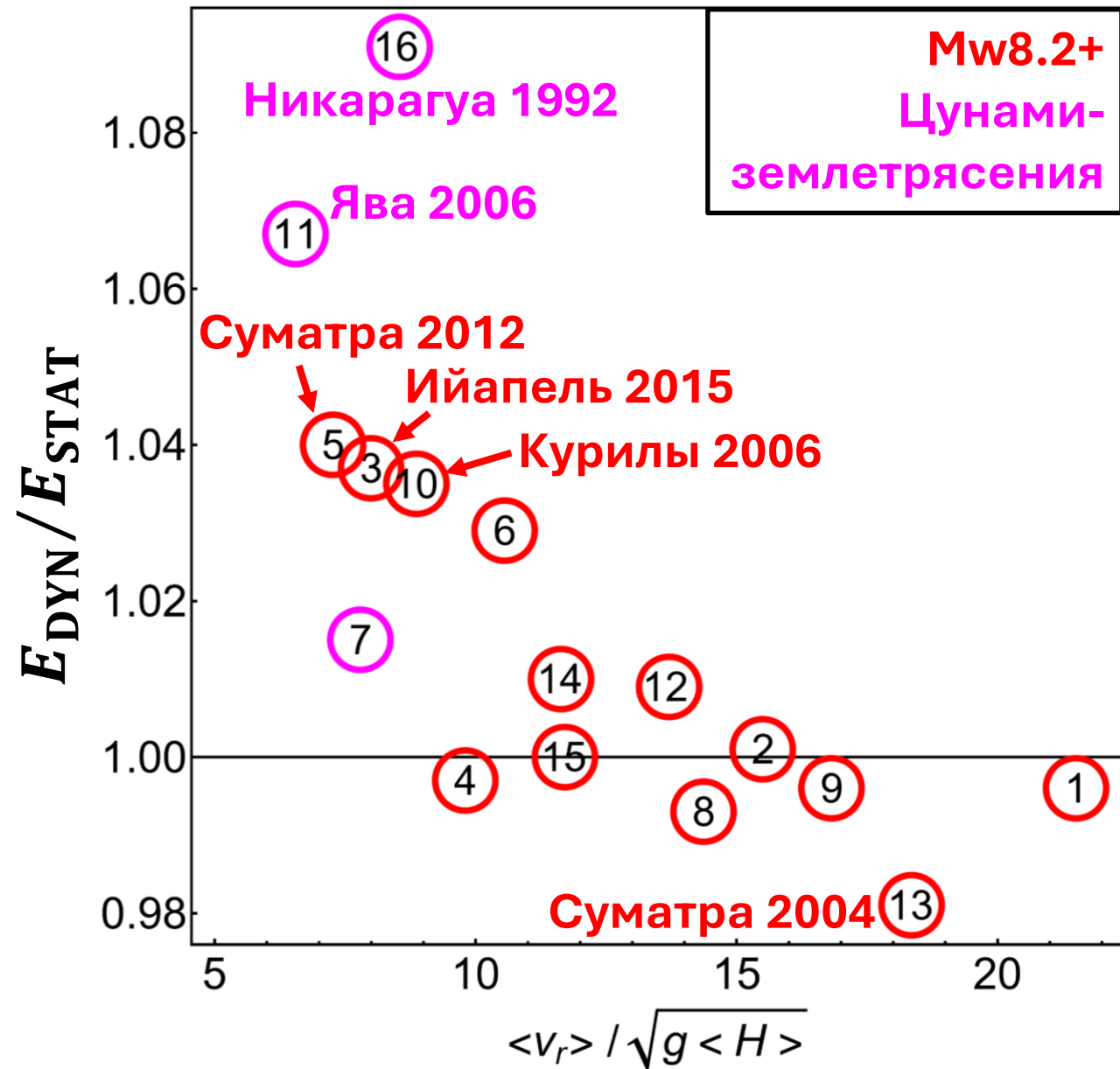
N – число сабфолтов

Δr_i – расстояние от эпицентра до центра i -го сабфолта

$t_{a,i}$ – время активации i -го сабфолта



- Средняя скорость вспарывания разрыва для рассмотренных реальных событий лежит в диапазоне $[6\sqrt{gH}; 22\sqrt{gH}]$, т.е. довольно далеко от “резонансного” значения \sqrt{gH}
- Однако даже в этом диапазоне скоростей наблюдается тенденция, предсказанная теорией: усиление энергии происходит только при малых скоростях вспарывания разрыва. При больших скоростях усиления нет



- Средняя скорость вспарывания разрыва для рассмотренных реальных событий лежит в диапазоне $[6\sqrt{gH}; 22\sqrt{gH}]$, т.е. довольно далеко от “резонансного” значения \sqrt{gH}
- Однако даже в этом диапазоне скоростей наблюдается тенденция, предсказанная теорией: усиление энергии происходит только при малых скоростях вспарывания разрыва. При больших скоростях усиления нет
- Из событий с магнитудой Mw8.2+ мы выбрали для дальнейшего детального исследования событие Ийапель 2015, так как для него доступно наибольшее количество данных наблюдений

План

I. **Базовые механизмы** динамической генерации цунами
(на основе **аналитических решений** для модельных постановок задачи)

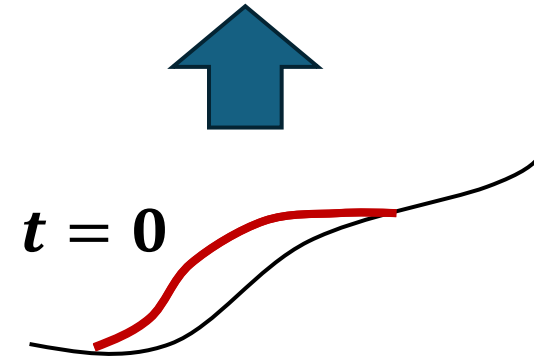
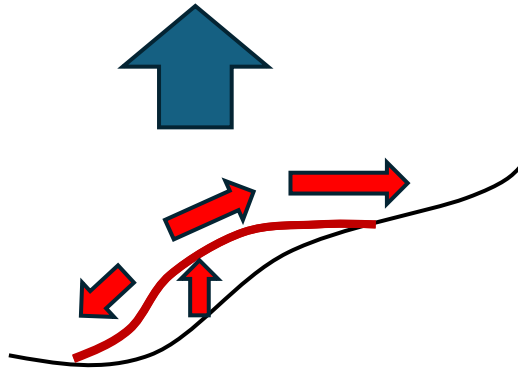
II. Влияние динамики испарывания разрыва на генерацию цунами
для **набора реальных событий** (на основе численного моделирования)

III. Детальное численное исследование события **Ийапель 2015**

Моделирование цунами



Моделирование цунами



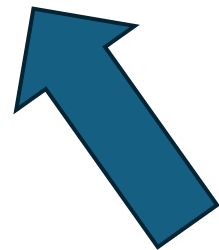
Динамический источник

Деформация дна,
зависящая от времени

Полная продолжительность: 195 s

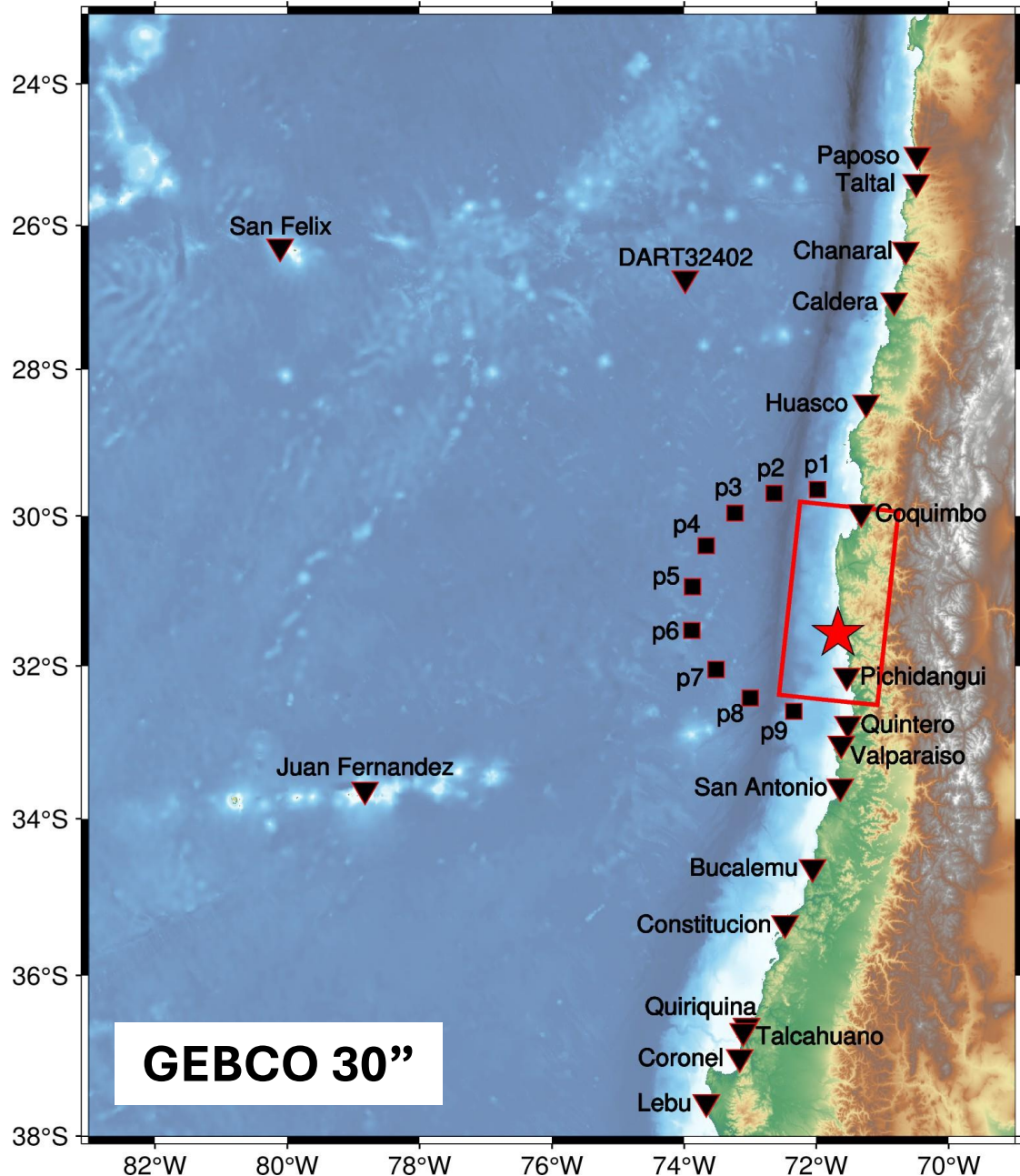
Статический источник

Остаточная деформация
дна



(Okada, 1985) + принцип суперпозиции

Модель конечных разломов (FFM) со статическими и динамическими параметрами
(**Strike, Dip, Rake, Slip, Длина, Ширина** + **Продолжит. подъема, Время активации**)




Нелинейные дисперсионные уравнения Буссинеска

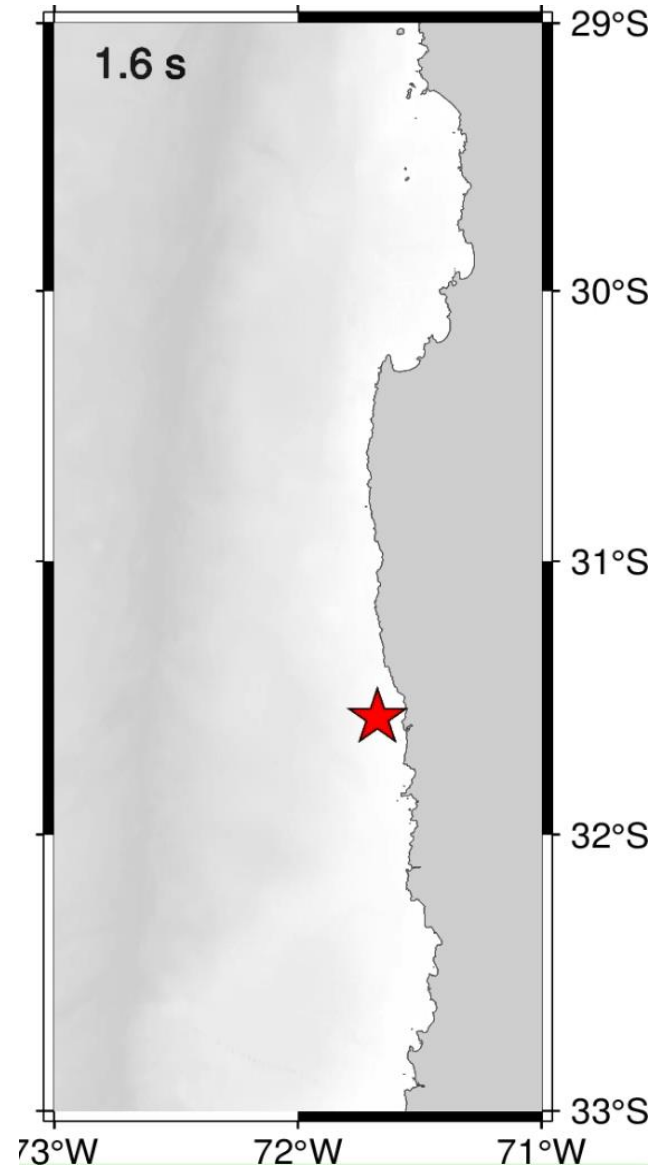
Точки вывода:

- 18 береговых мареографов
- 1 глубоководная станция уровня моря (DART32402)
- 9 виртуальных глубоководных станций уровня моря (p1 – p9)

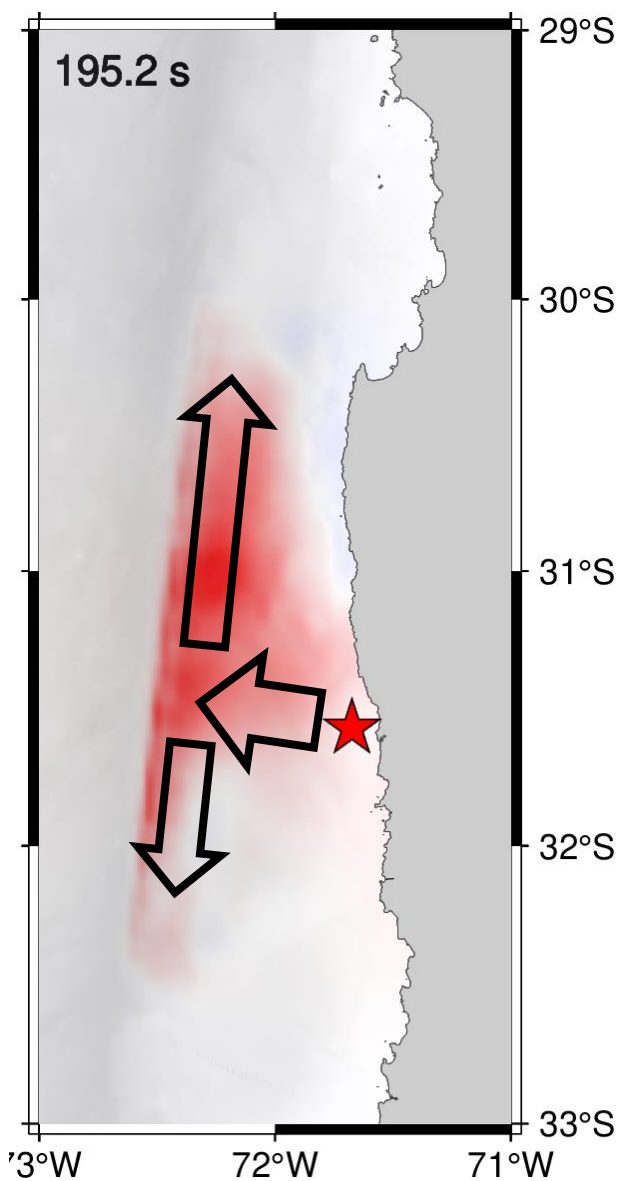
+

пространственное распределение амплитуд цунами

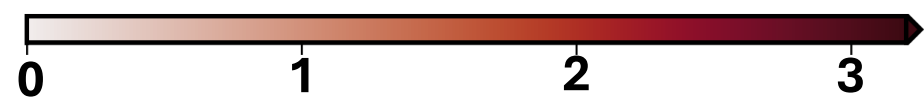
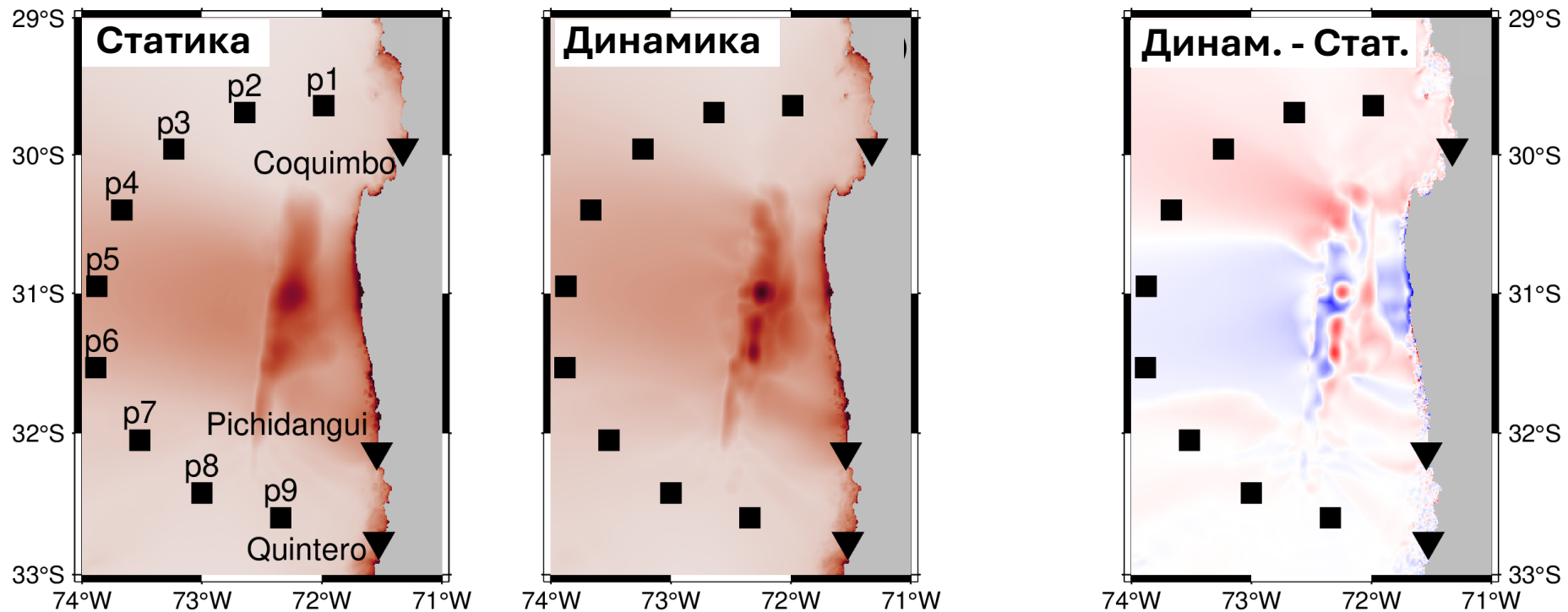
Динамический источник



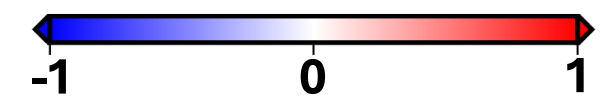
Динамический источник



Распределение амплитуд цунами



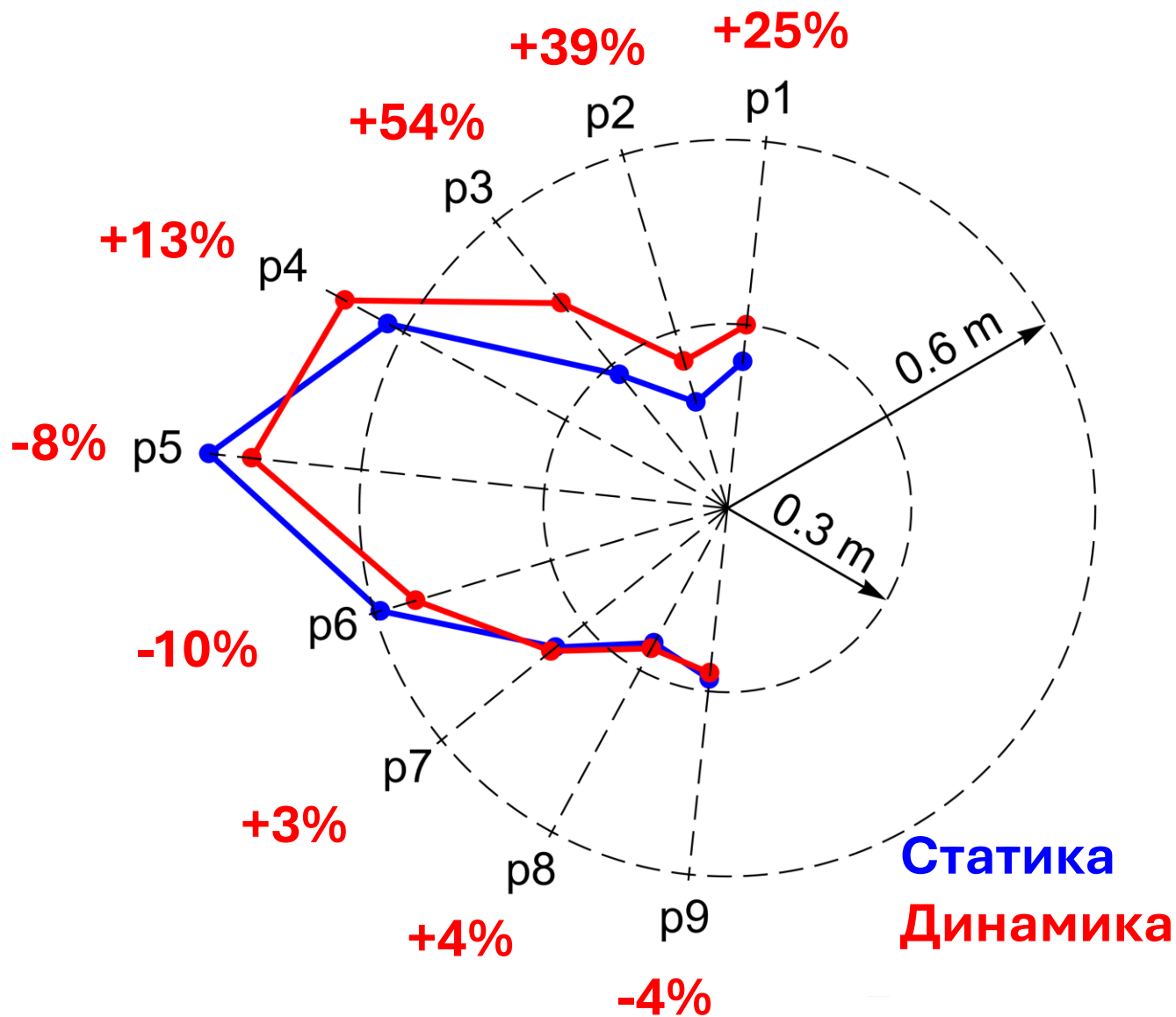
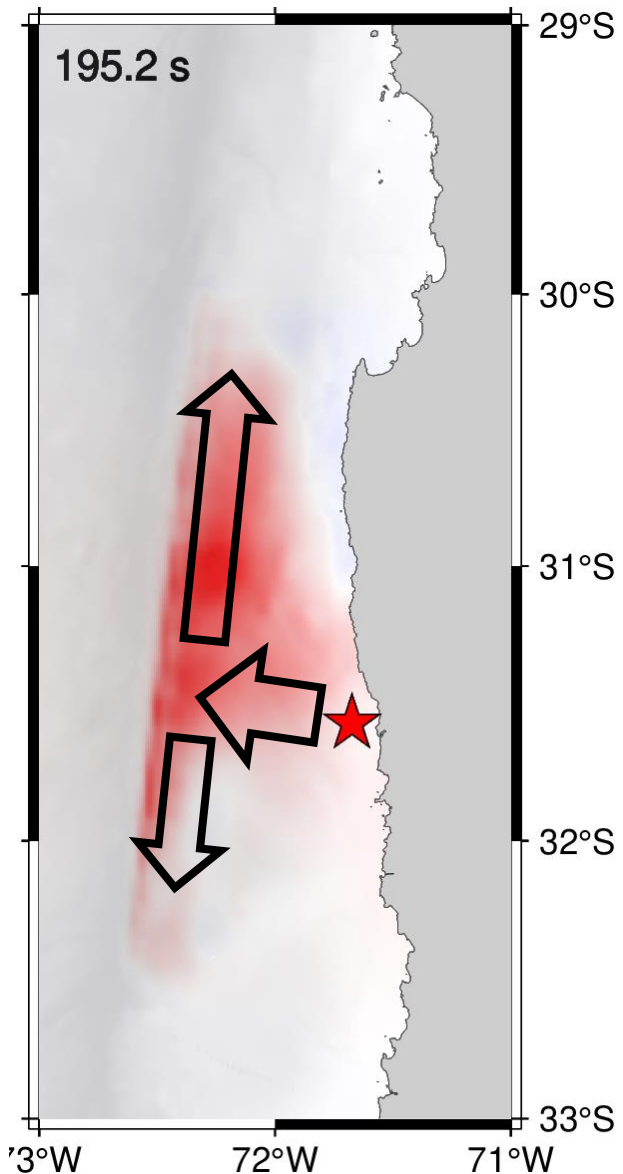
Амплитуда цунами [м]



Разница в амплитудах цунами [м]

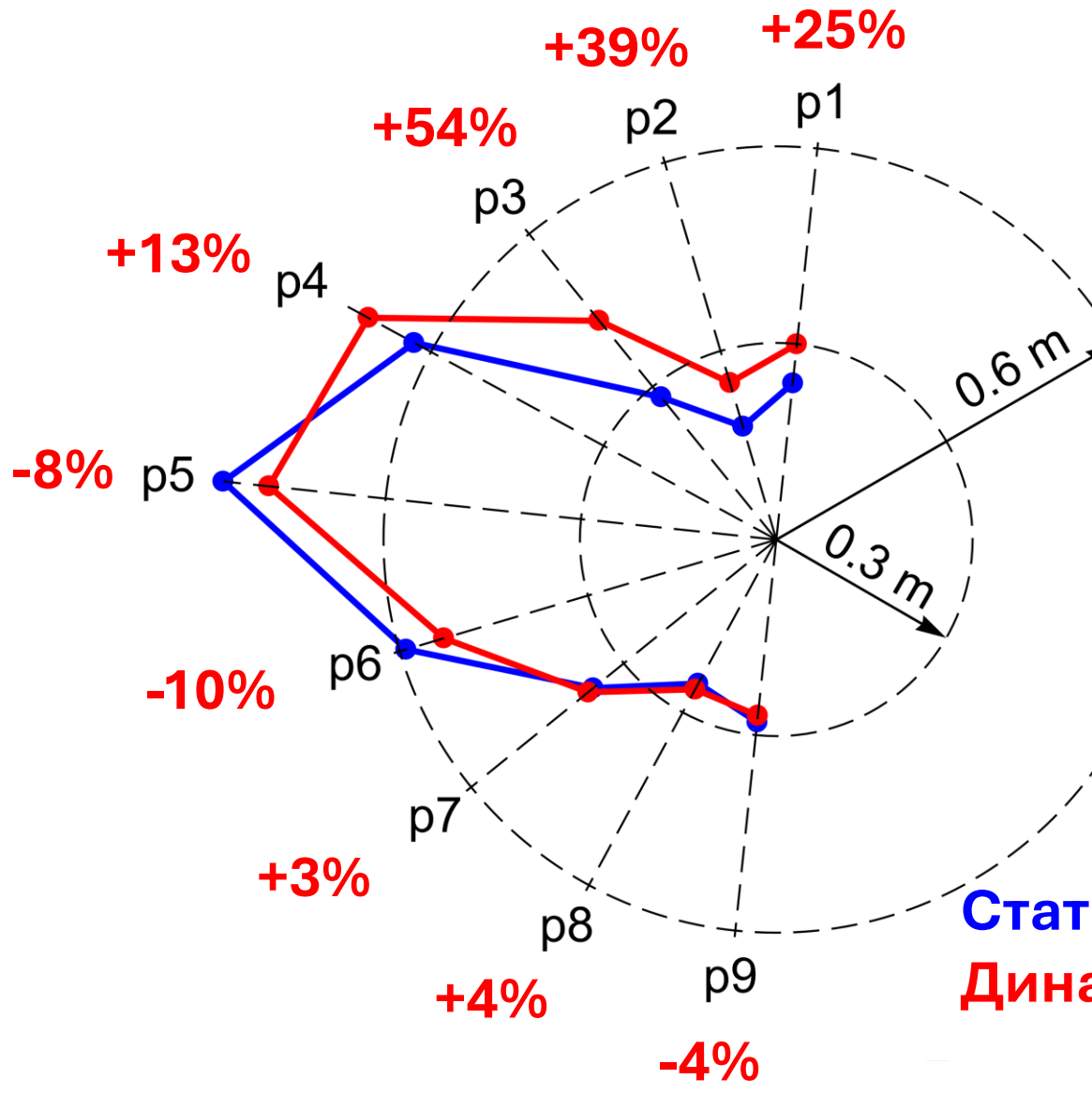
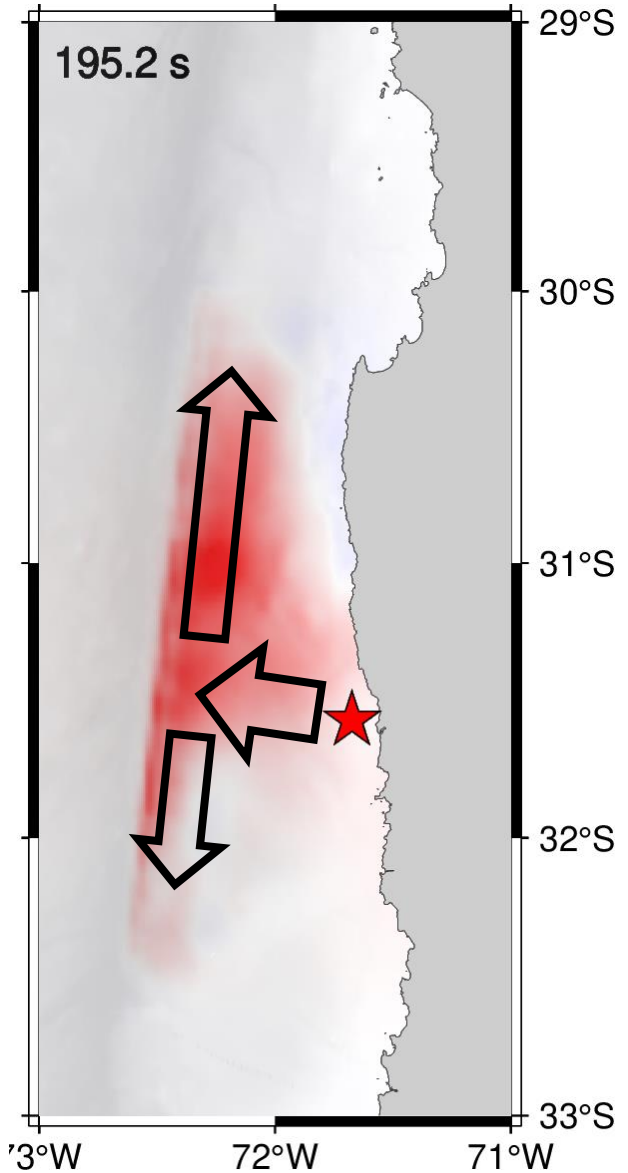
$A_D > A_S$ к Северу от деформации дна

Динамический источник



$A_D > A_S$ к Северу от деформации дна

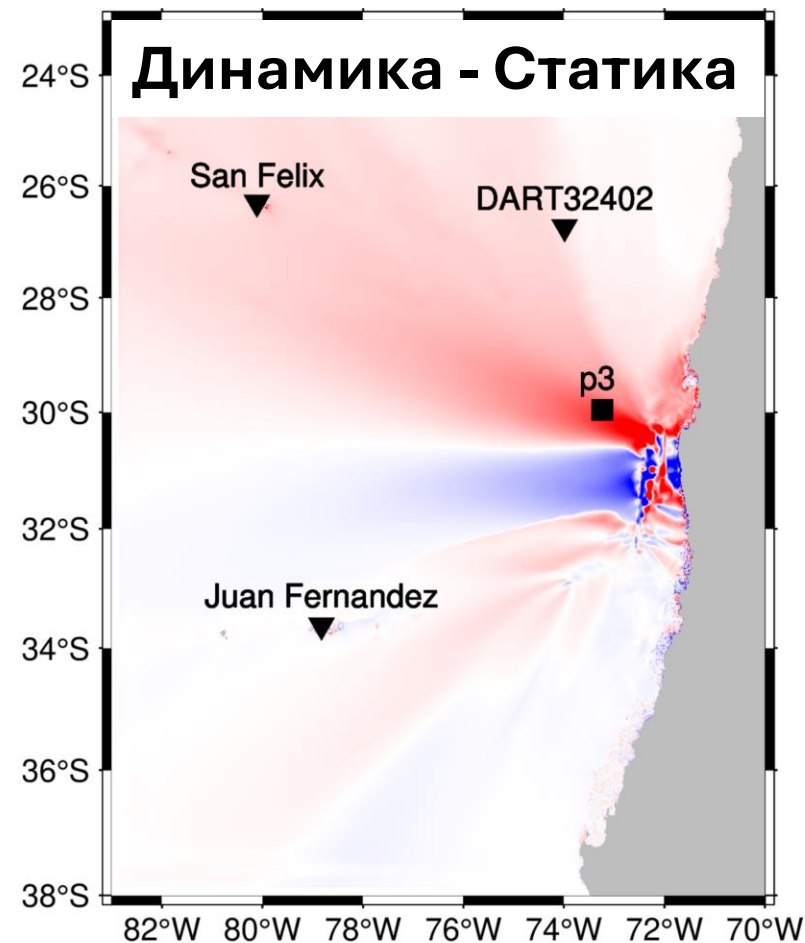
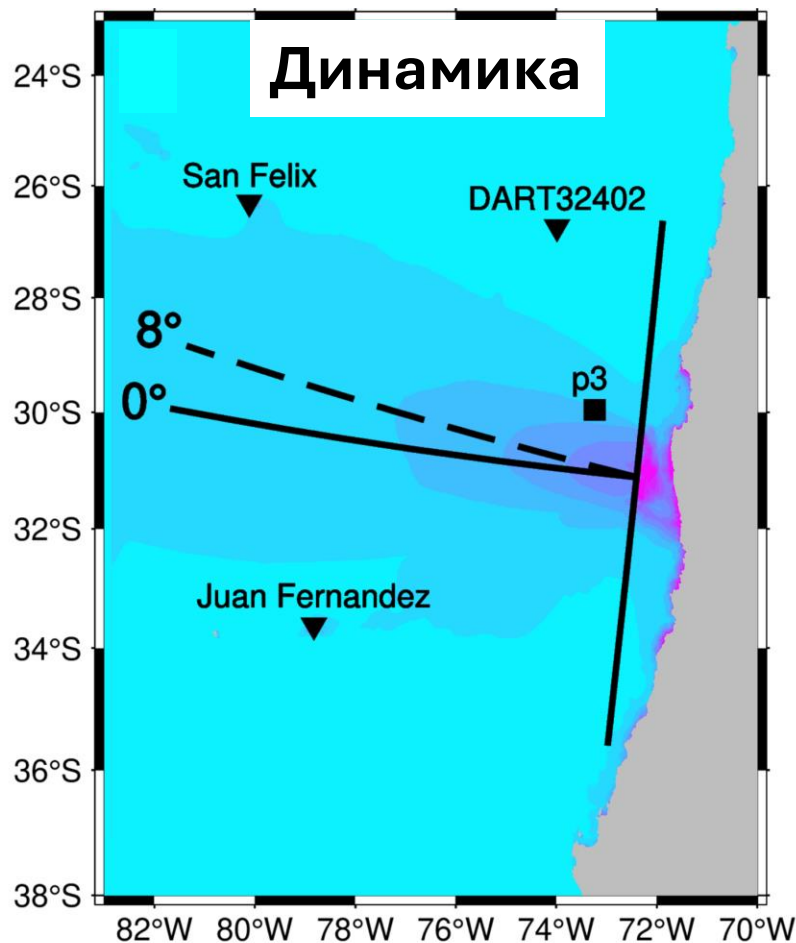
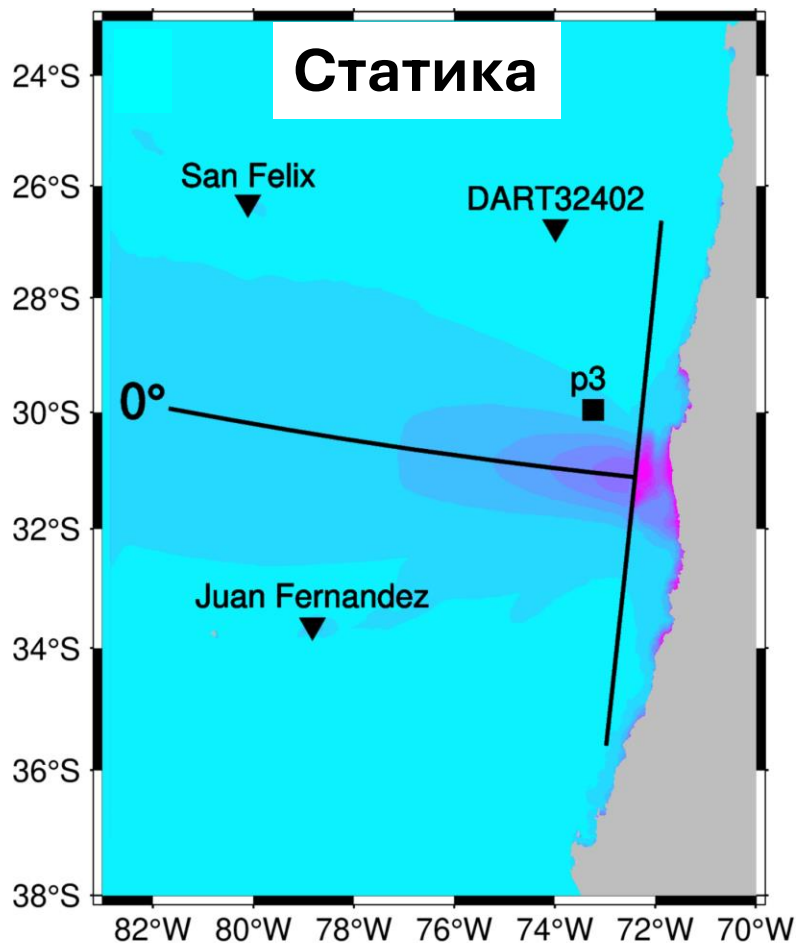
Динамический источник



Усиление энергии: 3.7%

Максимальное усиление амплитуды: 54%

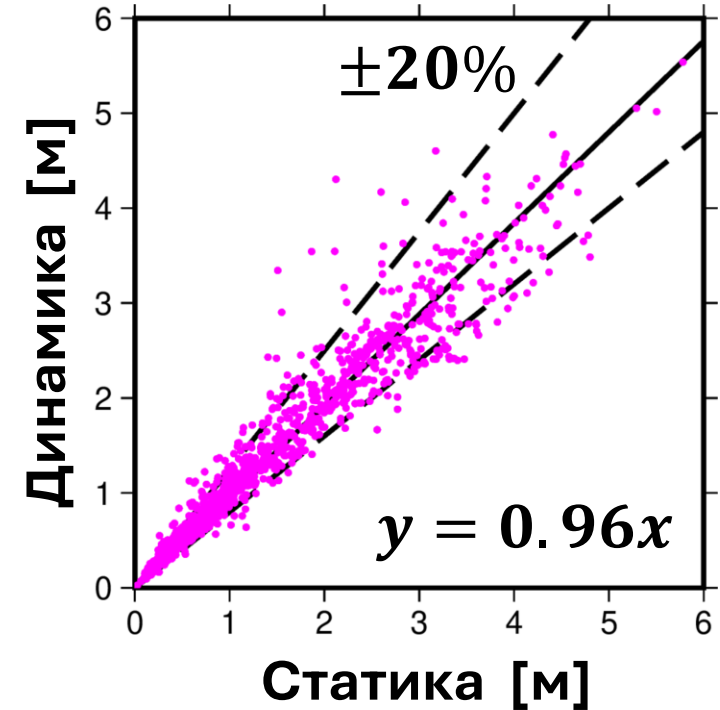
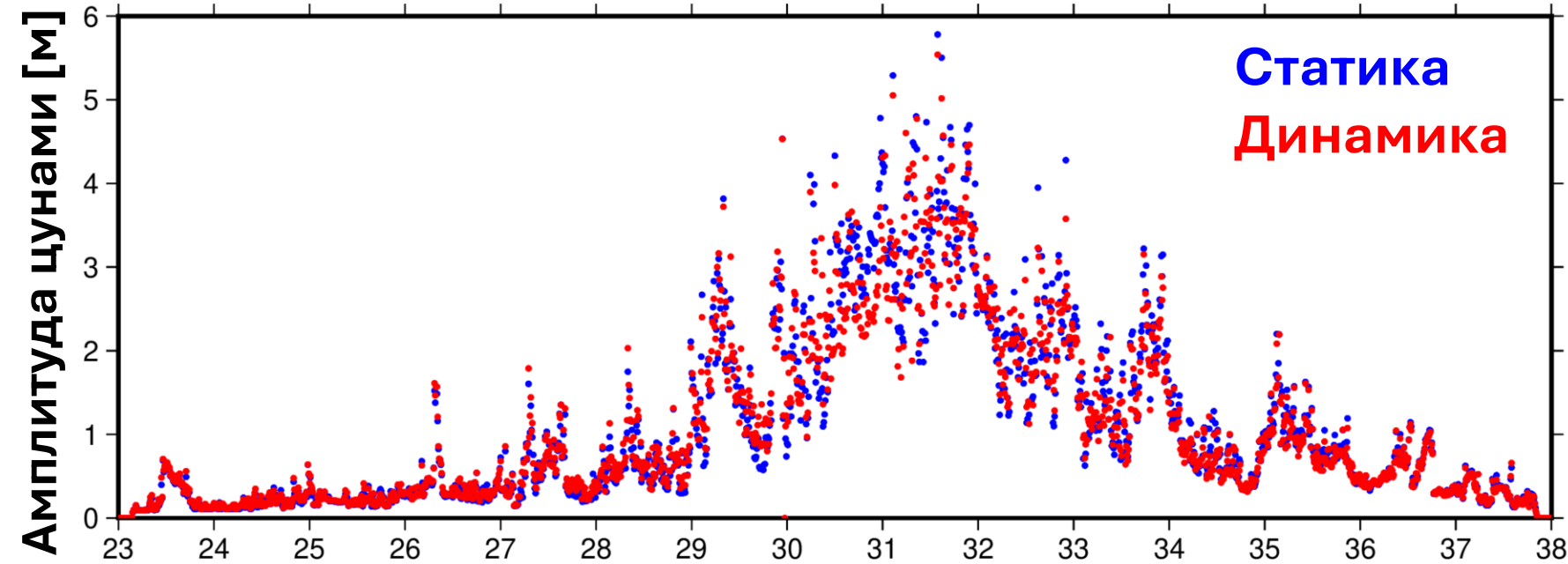
$A_D > A_S$ к Северу от деформации дна



0.0 0.5 1.0 1.5 2.0
Амплитуда цунами [м]

-0.2 -0.1 0.0 0.1 0.2
Разница в амплитудах цунами [м]

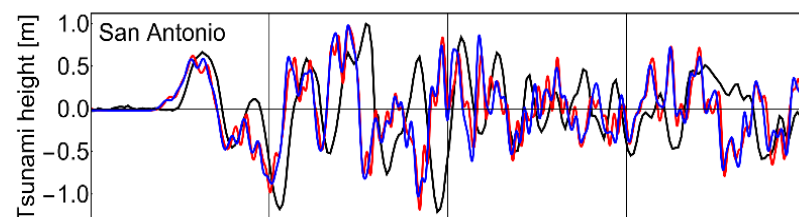
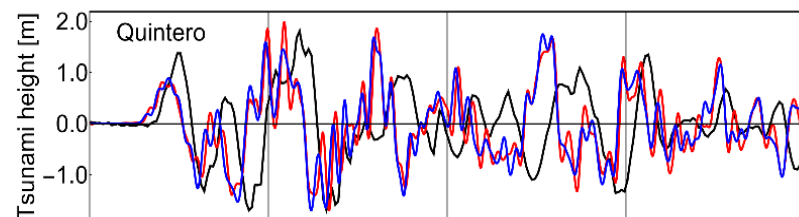
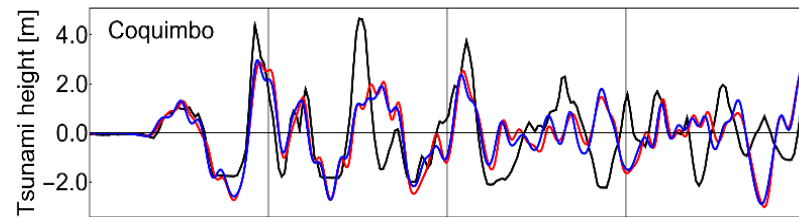
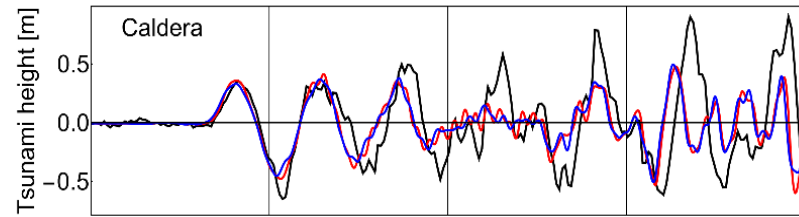
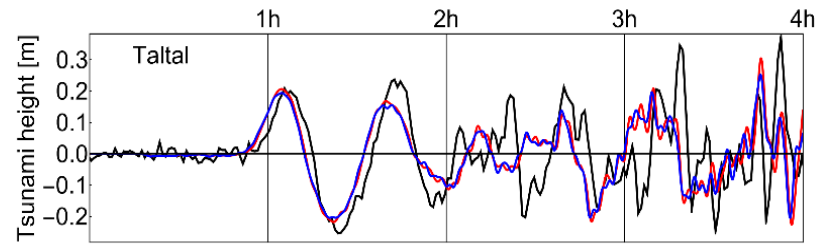
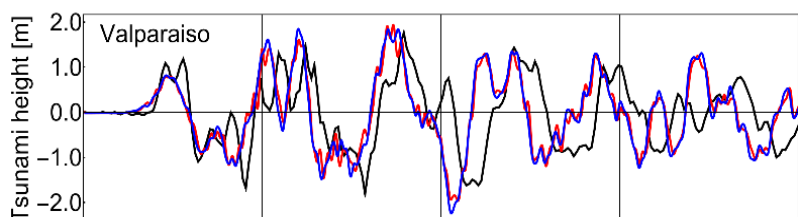
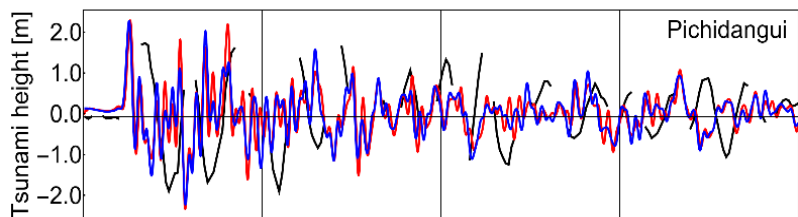
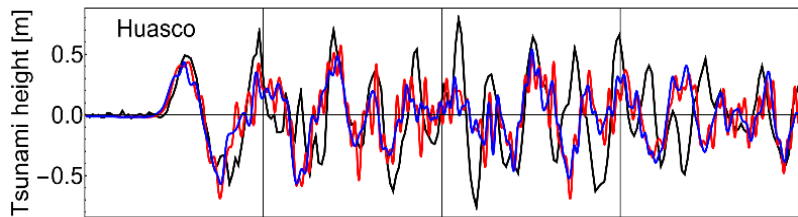
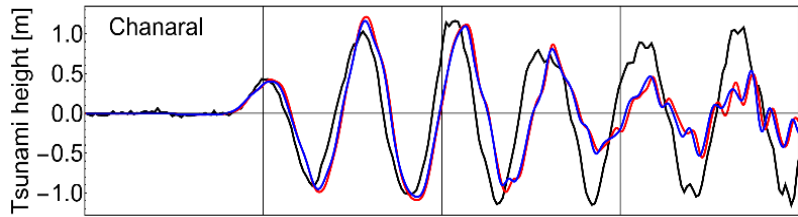
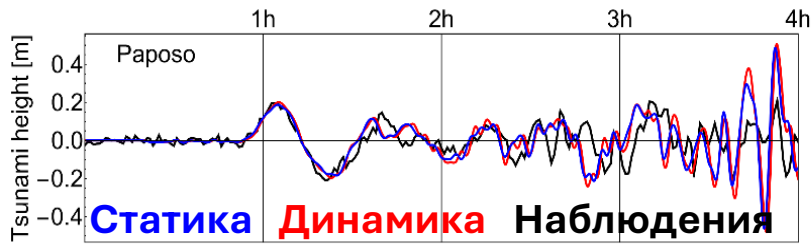
Главный луч интенсивности цунами отклоняется от перпендикуляра к направлению простирания очага



$$-1.32 \text{ м} < A_D - A_S < 2.18 \text{ м}$$

$$-46\% < \frac{A_D - A_S}{A_S} \times 100\% < 122\%$$

Локальные особенности батиметрии сильно влияют на амплитуды цунами в прибрежных точках. В связи с этим какой-либо ясной тенденции в распределении амплитуд вдоль береговой линии не наблюдается...



- **Результаты моделирования хорошо согласуются с данными наблюдений особенно для первых двух-трех волн**
- **Разница между динамическим и статическим источником меньше, чем разница между результатами моделирования и данными наблюдений**
- **Разница между источниками заметна только на тех станциях, где сигнал содержит высокочастотную компоненту**

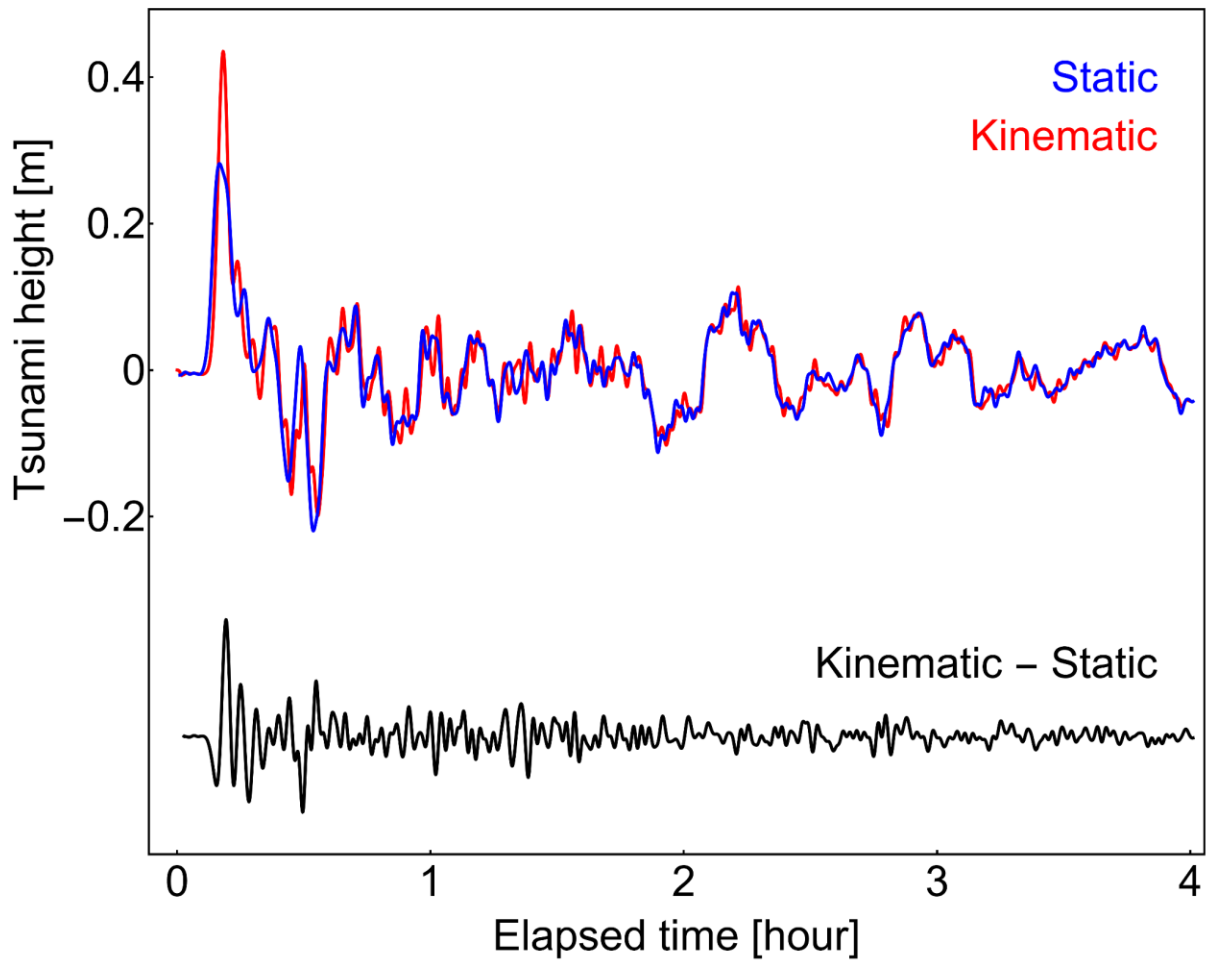
Выводы для 16 событий 1990-2021

1. Из 16 рассмотренных реальных событий использование динамического источника приводит к усилению полной энергии цунами в 10 случаях (**до 9.1%**)
2. Для землетрясений с $M_w 8.2+$ не наблюдается связи между магнитудой и усилением энергии
3. Однако наблюдается связь между усилением энергии и средней скоростью вспарывания разрыва. Как и предсказывает теория, усиление энергии более заметно для землетрясений с малыми скоростями вспарывания разрыва.

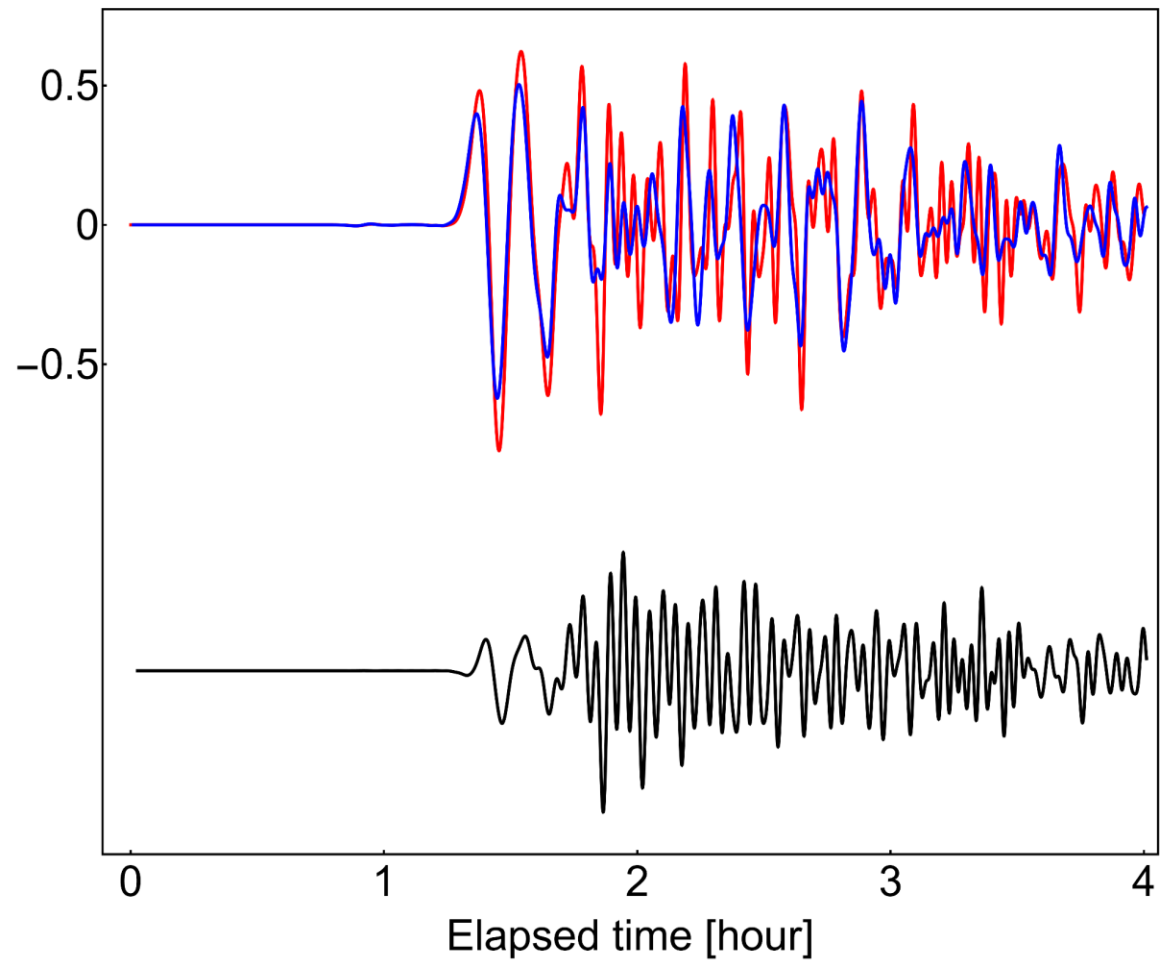
Выводы для события Ийапель 2015

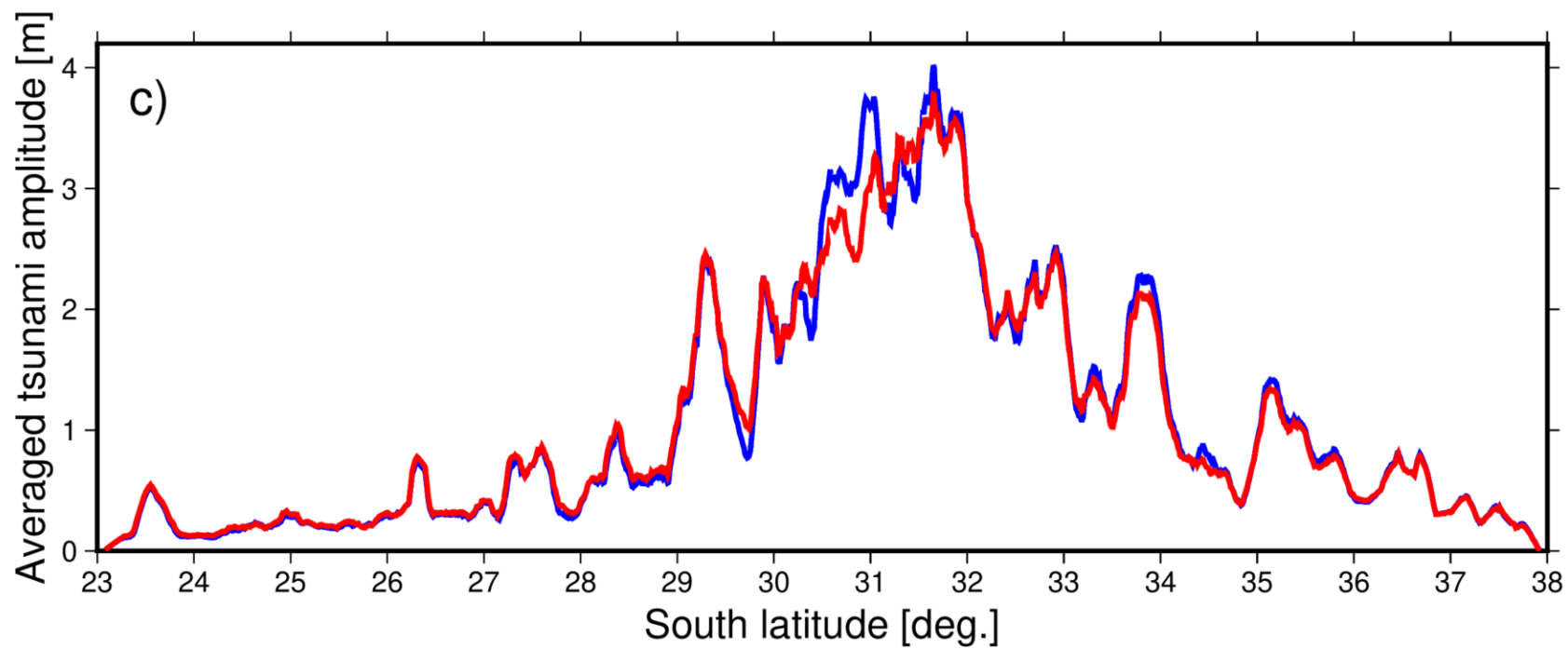
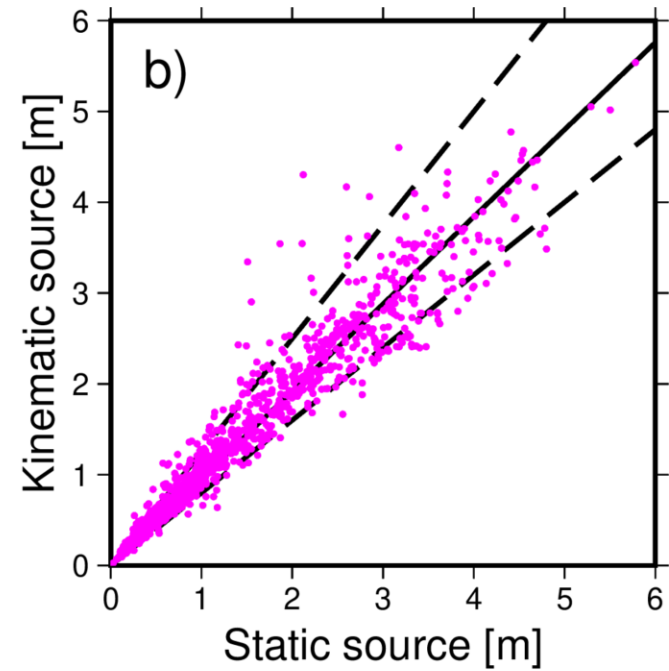
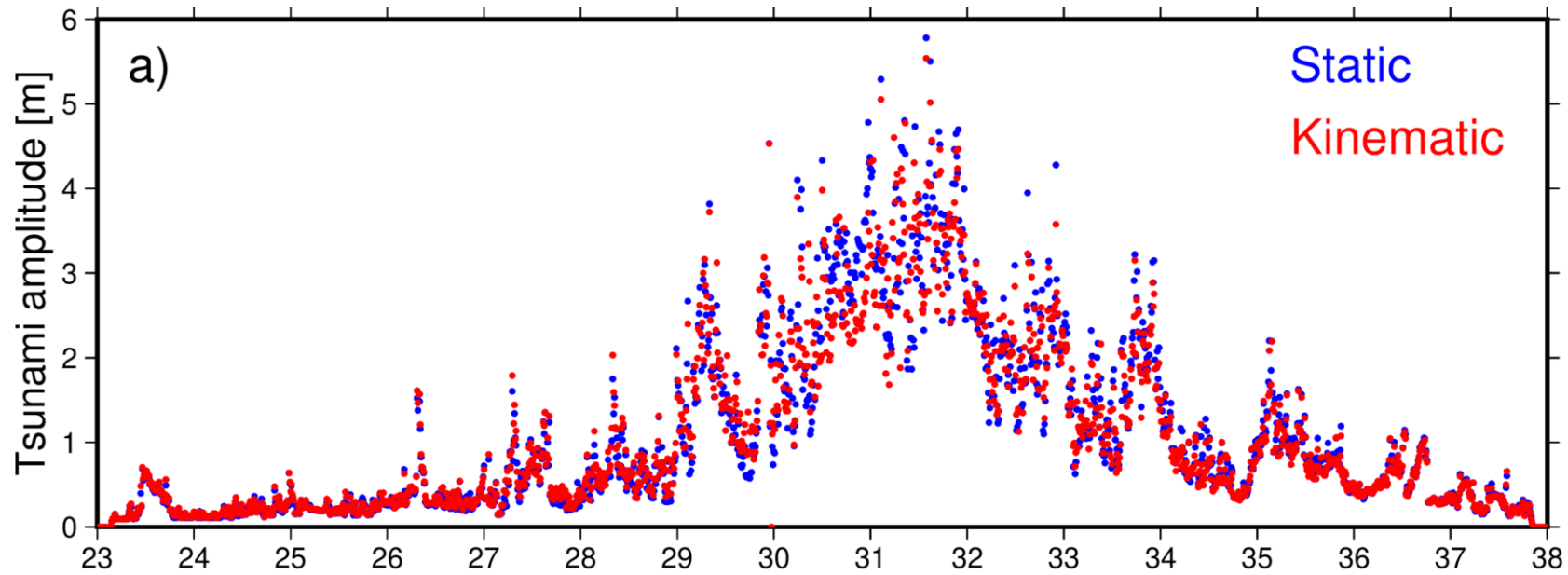
1. Пространственное распределение амплитуды цунами существенно различается для статического и динамического источника. В связи с этим, в частности, в некоторых точках статический источник приводит к значительной недооценке амплитуды цунами (**до 54%** на глубоководье, и **122%** на береговой линии)
2. Динамический источник заметно усиливает высокочастотные компоненты волн цунами
3. Мы предполагаем, что влияние локальных особенностей батиметрии и влияние динамики вспарывания разрыва на амплитуды цунами в прибрежных точках взаимосвязаны...

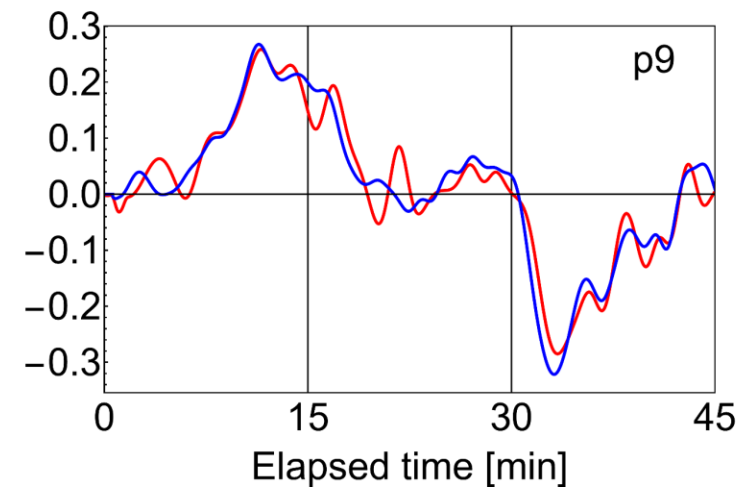
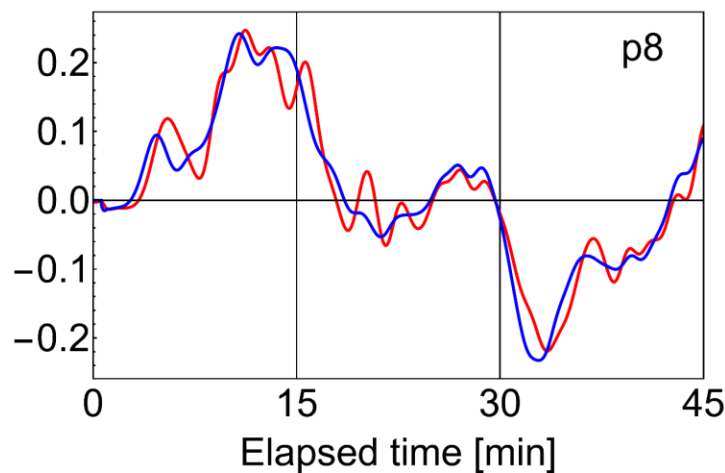
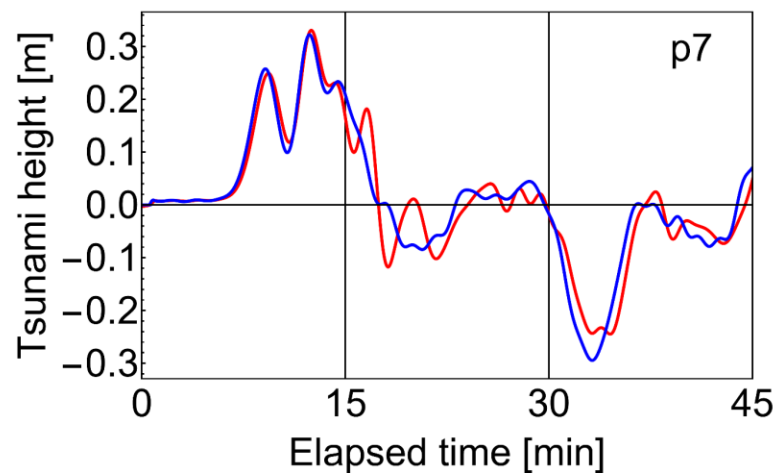
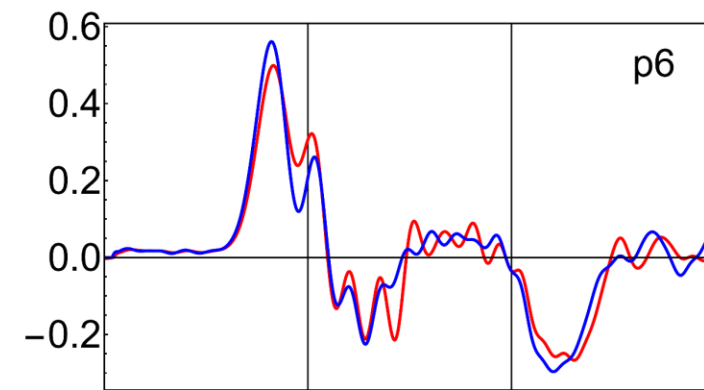
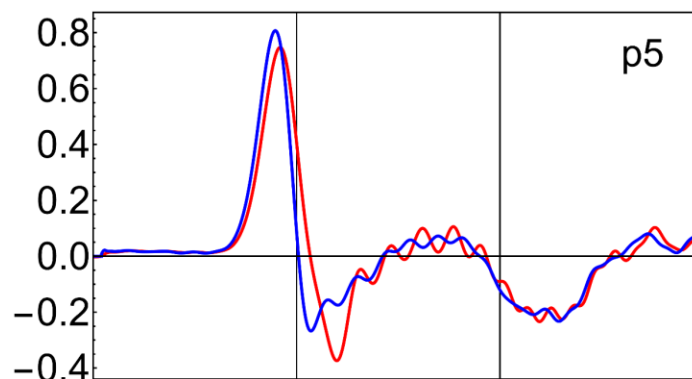
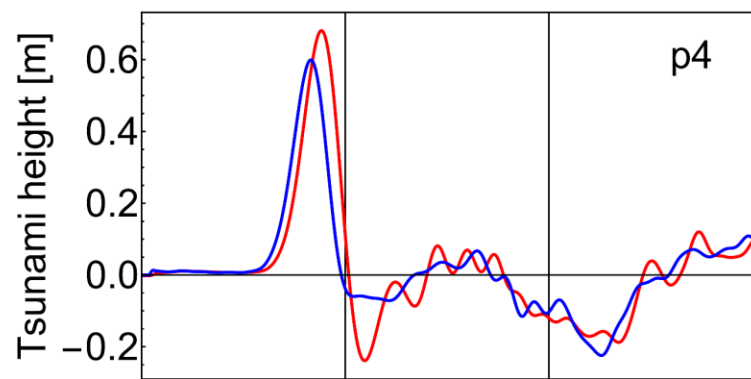
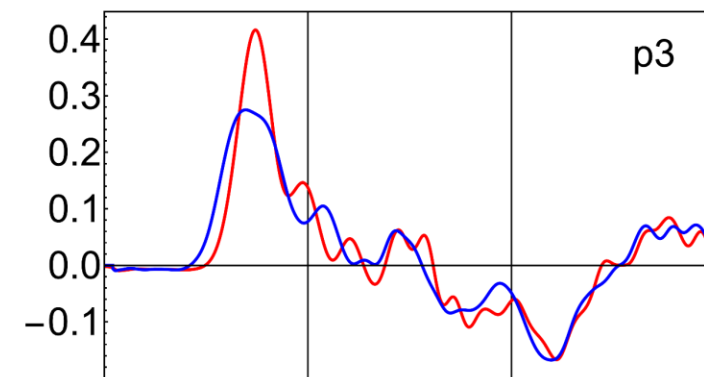
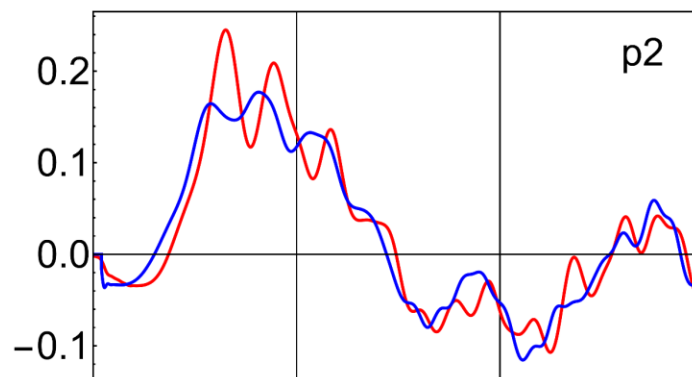
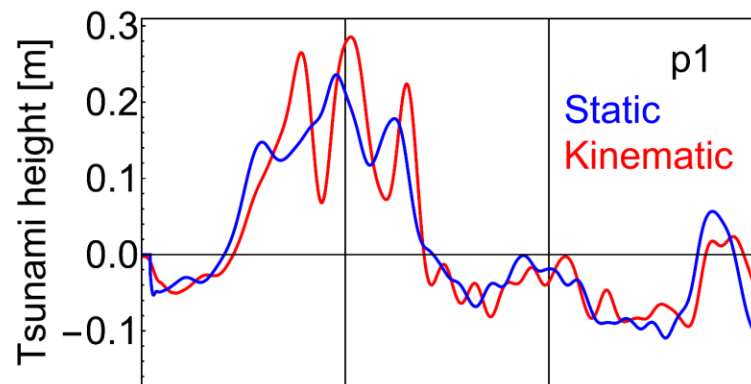
p3



San Felix







The governing equations of the JAGURS model are the nonlinear Boussinesq dispersive equations in the conventional spherical coordinate system:

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{M^2}{H+\xi} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{MN}{H+\xi} \right) = - \frac{g(H+\xi)}{R \sin \theta} \frac{\partial \xi}{\partial \varphi} - fN - \frac{gn^2}{(H+\xi)^{7/3}} M \sqrt{M^2 + N^2} + \frac{H^2}{3R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{1}{R \sin \theta} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial \varphi \partial t} + \frac{\partial^2(N \sin \theta)}{\partial \theta \partial t} \right) \right], \quad (C1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{MN}{H+\xi} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{N^2}{H+\xi} \right) = - \frac{g(H+\xi)}{R} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} + fM - \frac{gn^2}{(H+\xi)^{7/3}} N \sqrt{M^2 + N^2} + \frac{H^2}{3R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{R \sin \theta} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial \varphi \partial t} + \frac{\partial^2(N \sin \theta)}{\partial \theta \partial t} \right) \right], \quad (C2)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = - \frac{1}{R \sin \theta} \left(\frac{\partial M}{\partial \varphi} + \frac{\partial(N \sin \theta)}{\partial \theta} \right), \quad (C3)$$

where φ and θ are the longitude and co-latitude, respectively, ξ is the vertical displacement of the water surface, H is the water depth, $M = (H + \xi)u$ and $N = (H + \xi)v$ are the depth-integrated flow quantities (u and v are the depth-averaged water velocities along longitude and latitude lines), R is the radius of the Earth, f is the Coriolis parameter, g is free fall acceleration, and n is Manning's roughness coefficient. To solve (C1) – (C3)



2D nonlinear Boussinesq
dispersive equations



3D linear potential theory
of compressible water (σ -
coordinate system)

$3.5\% \leq NRMSD \leq 11.6\%$
(p1-p9, DART32402)

$$NRMSD = \frac{1}{\text{Max}[y_t] - \text{Min}[y_t]} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{t=T} (x_t - y_t)^2} \times 100\%$$

x_t - JAGURS time-series of tsunami height
 y_t - CPTM time-series of tsunami height

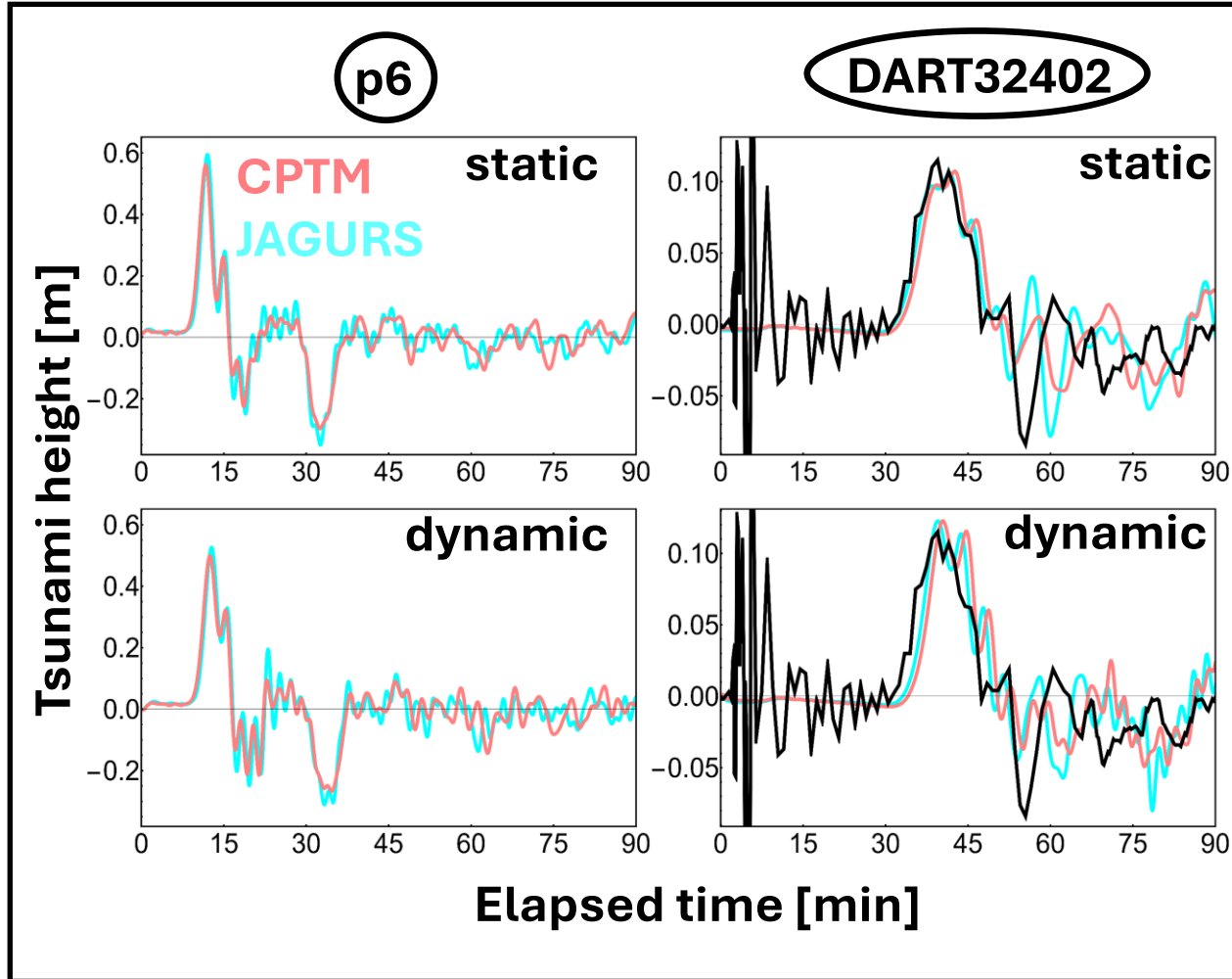
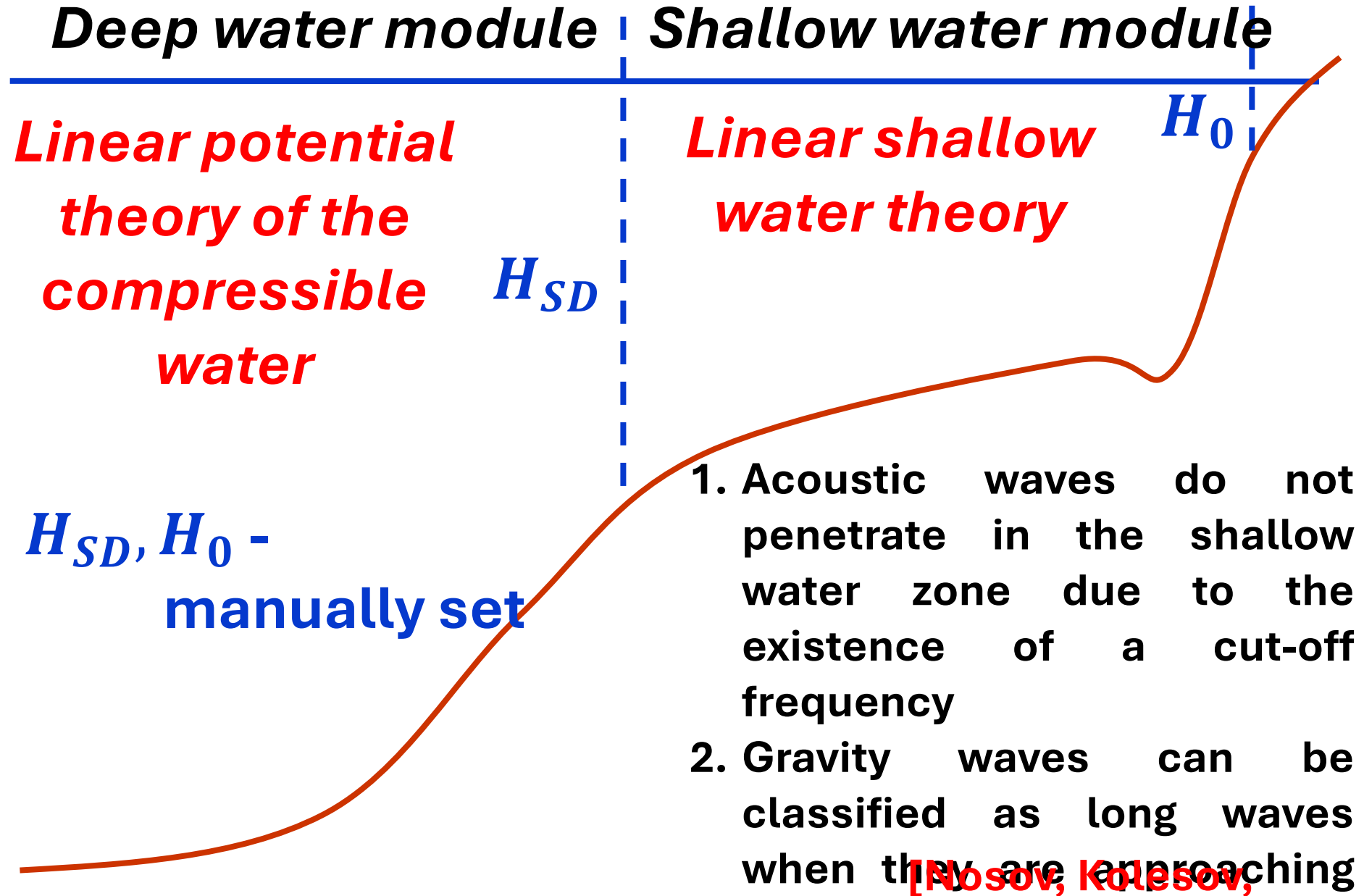


Table 5. The normalized standard deviation of tsunami heights calculated by the CPTM and JAGURS models

Station	Static source <i>NRMSD</i> , %	Kinematic source <i>NRMSD</i> , %
DART32402	9.8	9.8
p1	10.9	11.6
p2	10.1	9.1
p3	8.	6.1
p4	6.1	6.1
p5	5.5	4.8
p6	4.8	6.
p7	6.4	7.5
p8	6.5	7.2
p9	7.7	8.8

Schematic illustration of the CPTM model



Equations

Deep water module

Shallow water module

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - c^2 \Delta F = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

$$z = -H: \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = \vec{U} \cdot \vec{n}$$

vector of the bottom
deformation velocity (in
the local coordinate
system)

\vec{n}

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - g(\nabla \cdot H \nabla F) = \\ = -g(U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_y \frac{\partial H}{\partial y} + U_z) \end{aligned}$$

$F(x,y,z,t)$ – velocity potential

$H(x,y)$ – ocean depth

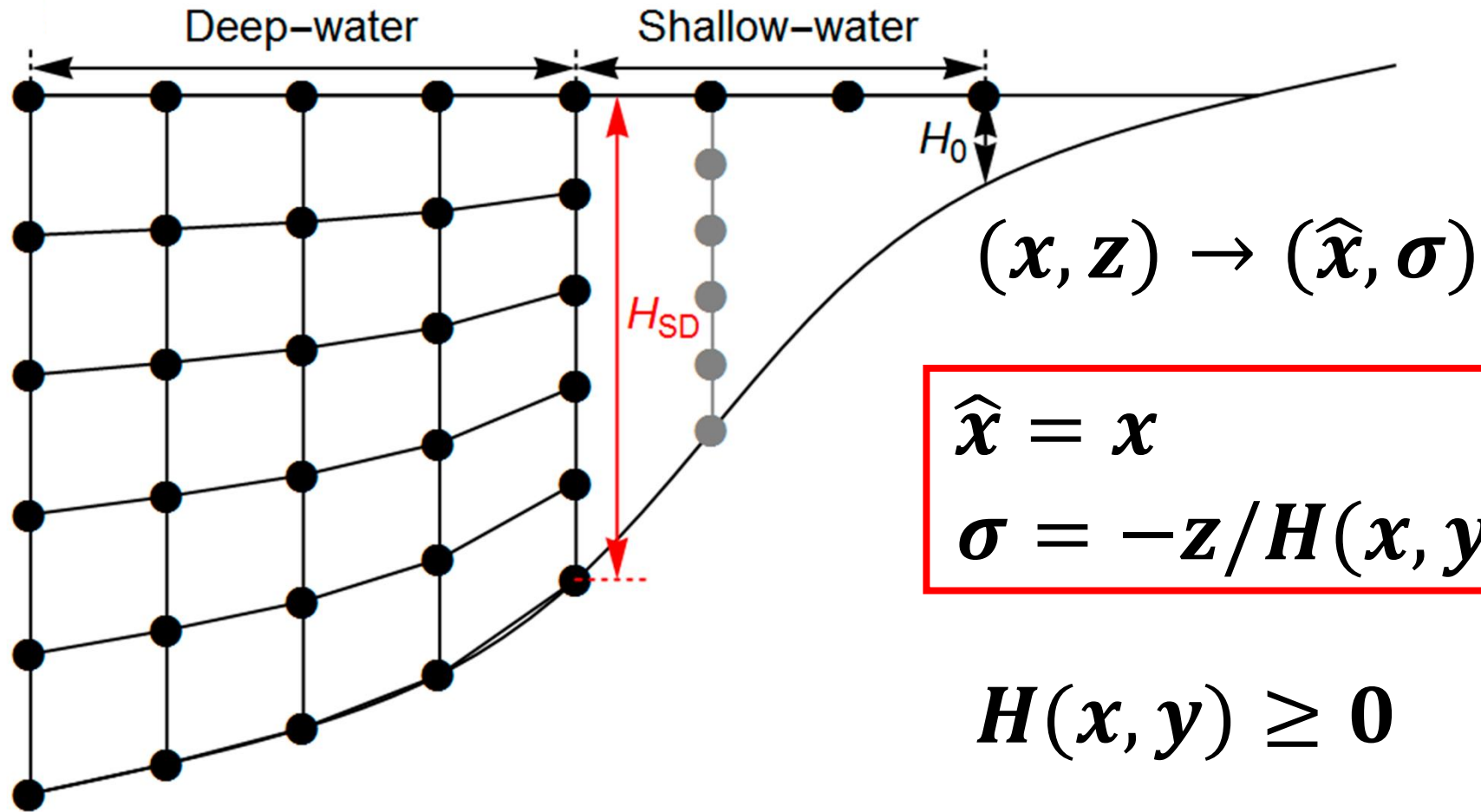
c – speed of sound in water

g – acceleration due to gravity

∇ – differential operator acting
in the horizontal directions

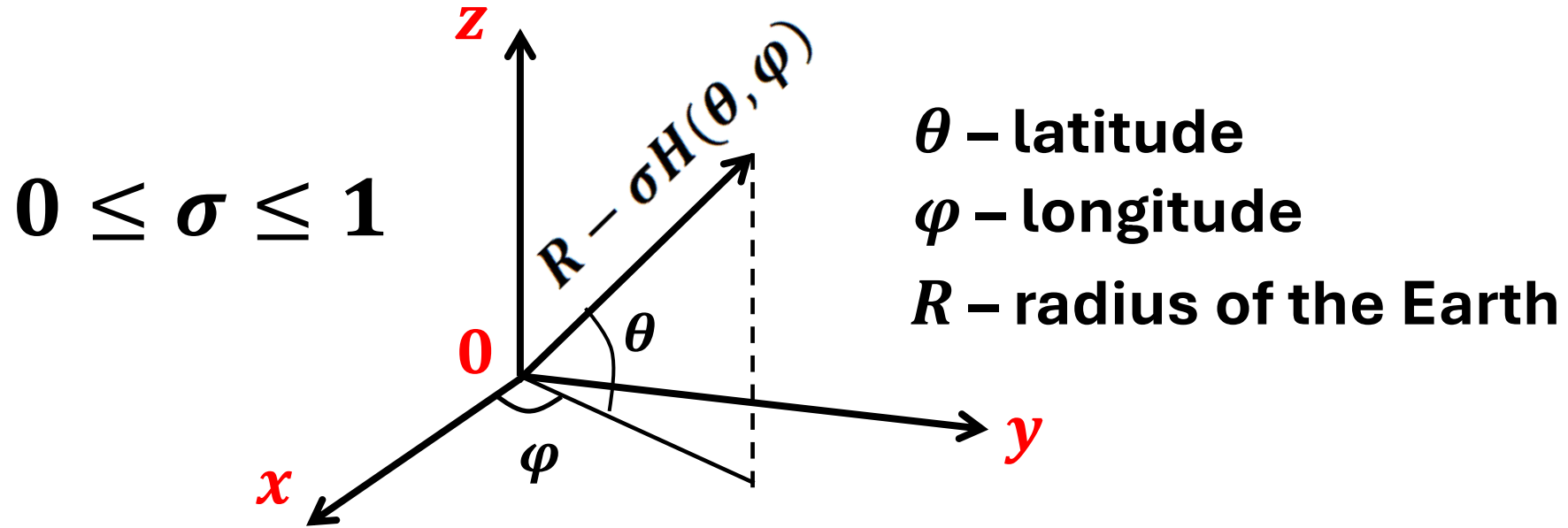
[Levin, Nosov, 2016]

Sigma coordinates



[Philips, 1957; Blumberg & Mellor, 1987; Li et al., 2011]

Sigma-spherical coordinates



Coordinate system “Center of the Earth”

$$x(\sigma, \theta, \varphi) = (R - \sigma H(\theta, \varphi)) \cos\theta \cos\varphi$$

$$y(\sigma, \theta, \varphi) = (R - \sigma H(\theta, \varphi)) \cos\theta \sin\varphi$$

$$z(\sigma, \theta, \varphi) = (R - \sigma H(\theta, \varphi)) \sin\theta$$

Equations

Deep water module

$$\leftarrow \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - c^2 \Delta F = 0$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$$

$$- \frac{c^2}{(R - \sigma H)^2 H^2} \left(A_{\theta\theta} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + A_{\varphi\varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + A_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} + A_{\theta\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \sigma} \right.$$

$$\left. + A_{\varphi\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \sigma} + A_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + A_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) = 0$$

$$A_{\theta\sigma} = -2\sigma H \frac{\partial H}{\partial \theta}$$

$$A_{\varphi\varphi} = \frac{H^2}{\cos^2 \theta}$$

$$A_{\varphi\sigma} = -\frac{2\sigma H}{\cos^2 \theta} \frac{\partial H}{\partial \varphi}$$

$$A_{\sigma\sigma} = \sigma^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} \left(\frac{\partial H}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \right)^2 \right) + (R - \sigma H)^2$$

$$A_{\theta} = -H^2 \operatorname{tg} \theta$$

$$A_{\sigma} = \left[-2(R - \sigma H)H + 2\sigma \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} \left(\frac{\partial H}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \right)^2 \right) + \sigma H \left(\operatorname{tg} \theta \frac{\partial H}{\partial \theta} - \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial^2 H}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} \right) \right].$$

Equations

Deep water module

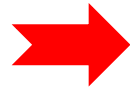
$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{c^2}{(R - \sigma H)^2 H^2} (A_{\theta\theta} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + A_{\varphi\varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + A_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} + A_{\theta\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \sigma} + A_{\varphi\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \sigma} + A_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + A_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma}) = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$



$$\sigma = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{g}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0$$

$$z = -H: \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = \vec{U} \cdot \vec{n}$$



$$\sigma = 1: B_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + B_{\varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + B_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \vec{U} \cdot \vec{n}$$

$$B_{\theta} = -\frac{\tilde{n}_y}{H - R}, \quad B_{\varphi} = -\frac{\tilde{n}_x}{H - R} \frac{1}{\cos\theta}, \quad B_{\sigma} = \frac{1}{H(H - R)} \left(\frac{\tilde{n}_x}{\cos\theta} \frac{\partial H}{\partial \varphi} + \frac{\tilde{n}_y}{\cos\theta} \frac{\partial H}{\partial \theta} + \tilde{n}_z (R - H) \right).$$

Coordinate system

“Center of the Earth”:

$$\vec{n} = \{\tilde{n}_x, \tilde{n}_y, \tilde{n}_z\}$$

Local coordinate

system: $\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$

$$\tilde{n}_x = -n_x \sin\varphi - n_y \sin\theta \cos\varphi + n_z \cos\theta \cos\varphi$$

$$\tilde{n}_y = n_x \cos\varphi - n_y \sin\theta \sin\varphi + n_z \cos\theta \sin\varphi$$

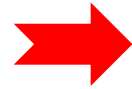
$$\tilde{n}_z = n_x \sin\theta + n_y \cos\theta$$

Equations

Deep water module

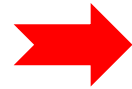
$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{c^2}{(R - \sigma H)^2 H^2} (A_{\theta\theta} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + A_{\varphi\varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + A_{\sigma\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma^2} + A_{\theta\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta \partial \sigma} + A_{\varphi\sigma} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi \partial \sigma} + A_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + A_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma}) = 0$$

$$z = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + g \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$



$$\sigma = 0: \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{g}{H} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0$$

$$z = -H: \frac{\partial F}{\partial \vec{n}} = (\vec{U}, \vec{n})$$



$$\sigma = 1: B_{\theta} \frac{\partial F}{\partial \theta} + B_{\varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + B_{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = (\vec{U}, \vec{n})$$

Shallow water module


$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{g}{R^2 \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H \cos \theta \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) - \frac{g}{R^2 \cos^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(H \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) = -g \left(U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_y \frac{\partial H}{\partial y} + U_z \right)$$

Equations

Boundary conditions

Open bounds: $\frac{\partial F}{\partial t} = \pm c(\nabla F \cdot \vec{n}_H)$

Unit vector normal
to the bound (in
the horizontal
plane)



$$H_{SD}: \quad \frac{\partial F}{\partial z} = U_x \frac{\partial H}{\partial x} + U_y \frac{\partial H}{\partial y} + U_z$$

$$H_0: \quad (\nabla F \cdot \vec{n}_H) = 0$$

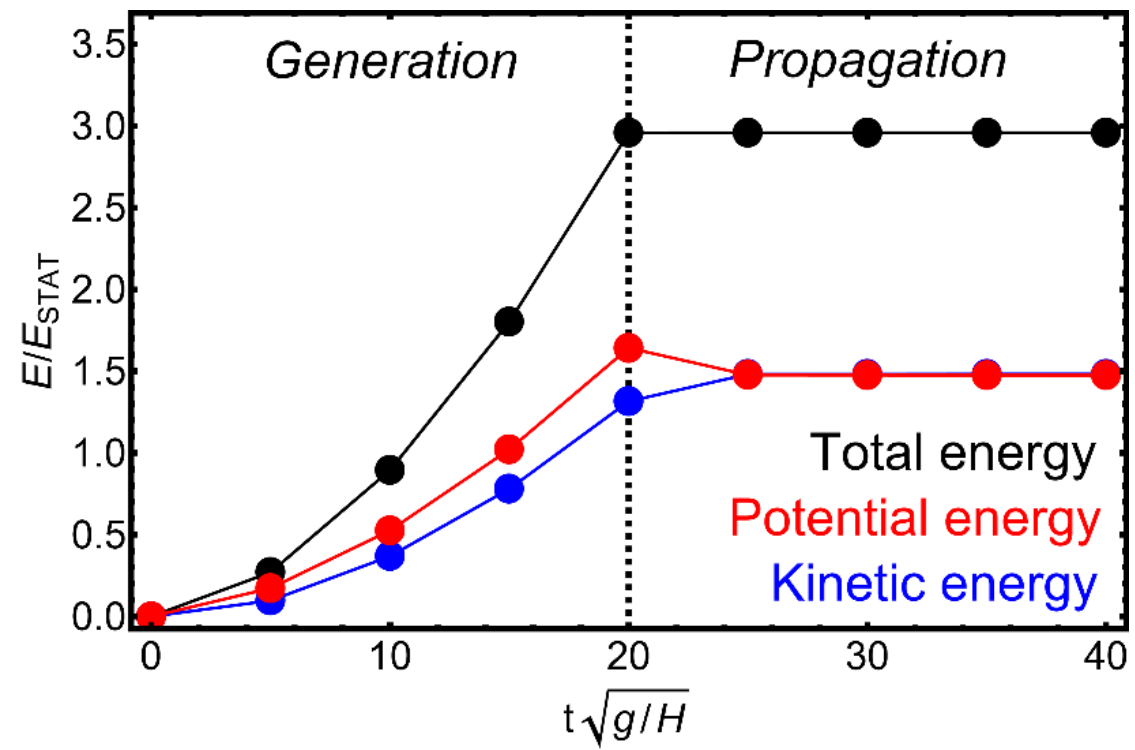
Model output

$$\xi = -\frac{1}{g} \frac{\partial F}{\partial t} \Big|_{\sigma=0} \quad \text{- vertical surface displacement}$$

$$p = -\rho \frac{\partial F}{\partial t} \quad \text{- pressure}$$

$$\vec{v} = \nabla F \quad \text{- flow velocity}$$

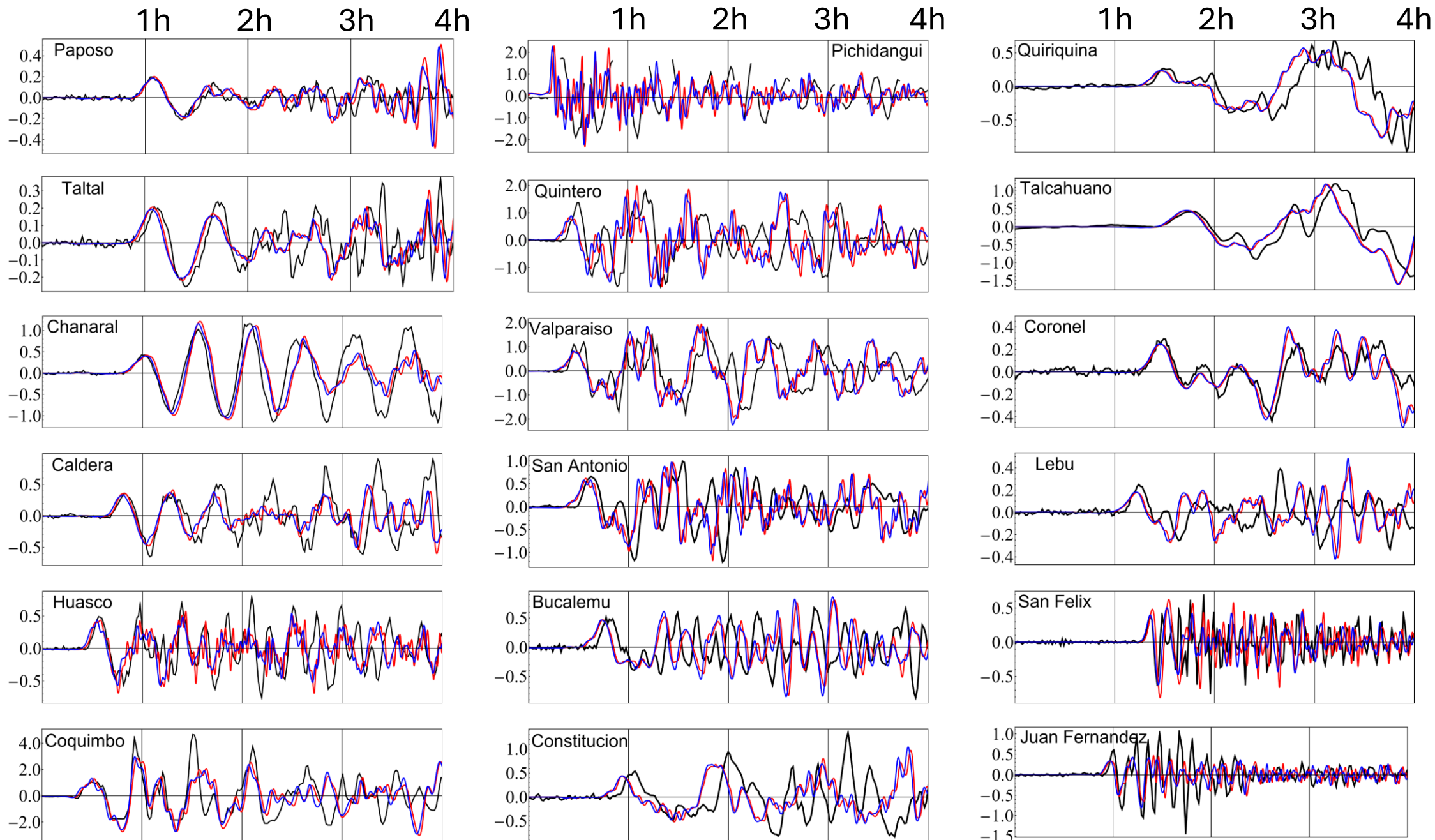
[Landau, Lifshitz, 1987]



III. Observations

Static
Dynamic
Observ.

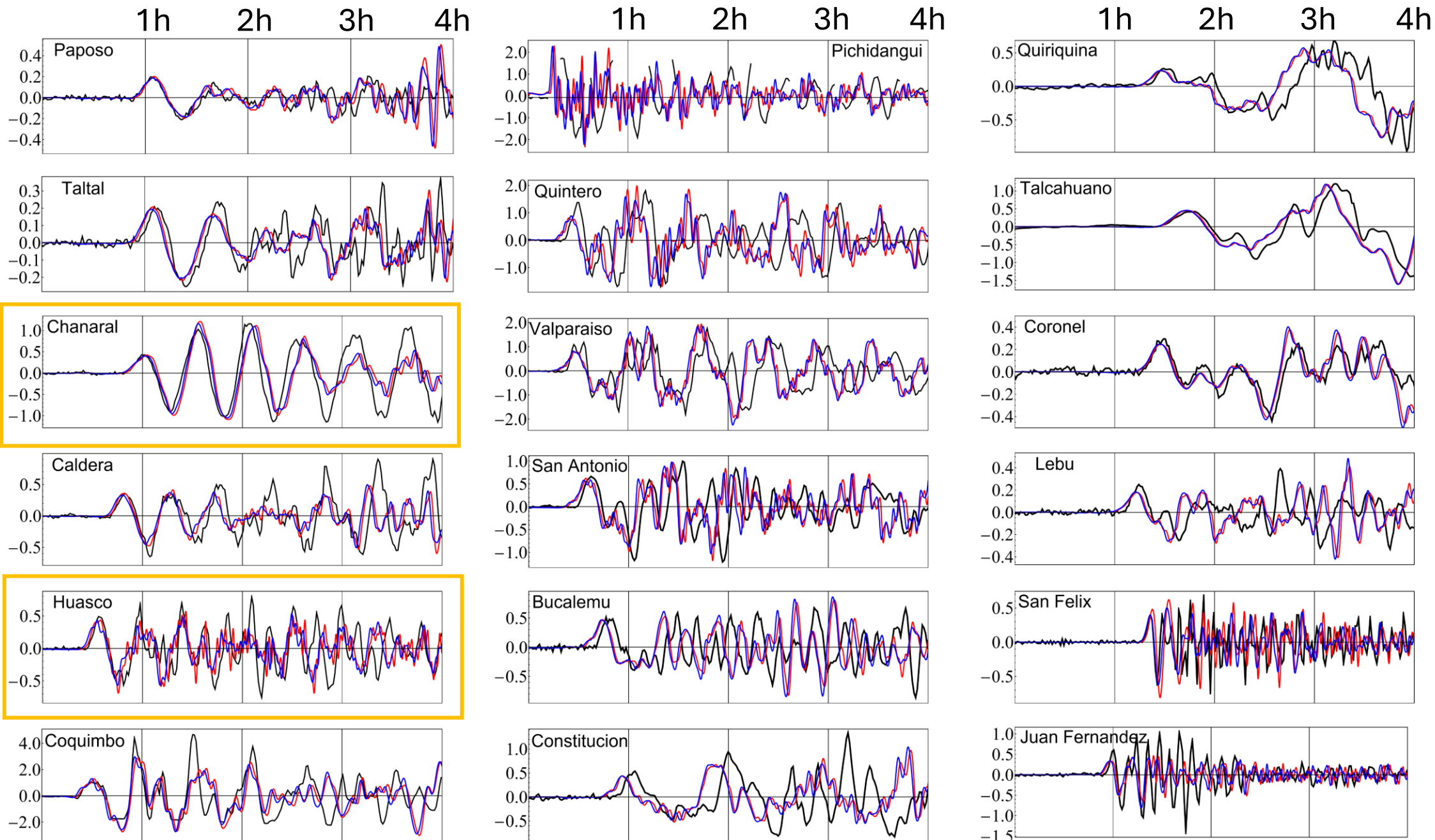
Tsunami height [m]



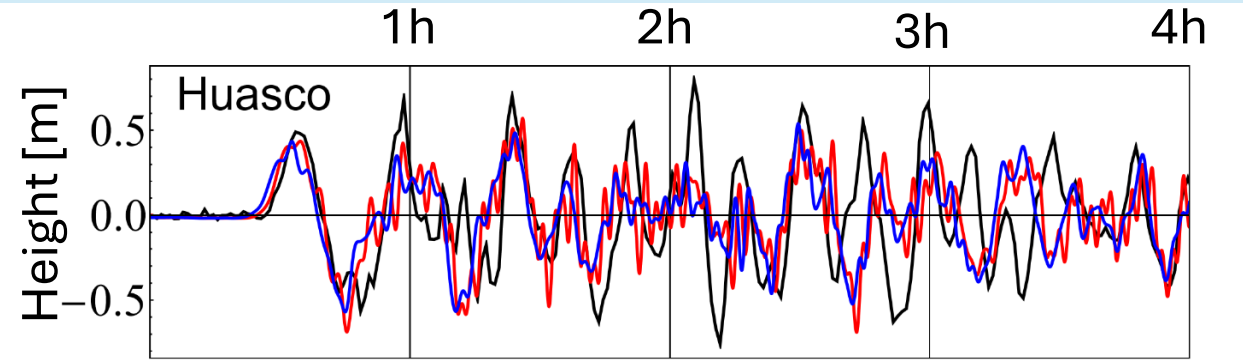
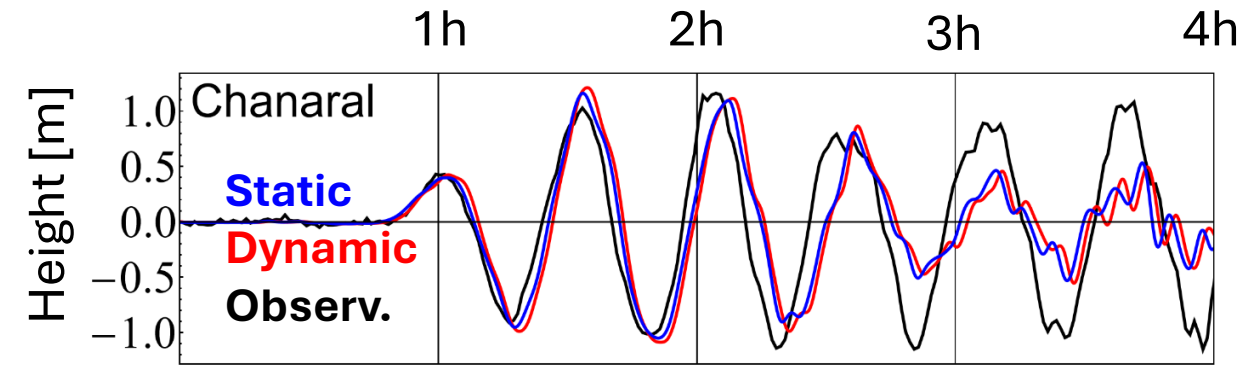
III. Observations

Static
Dynamic
Observ.

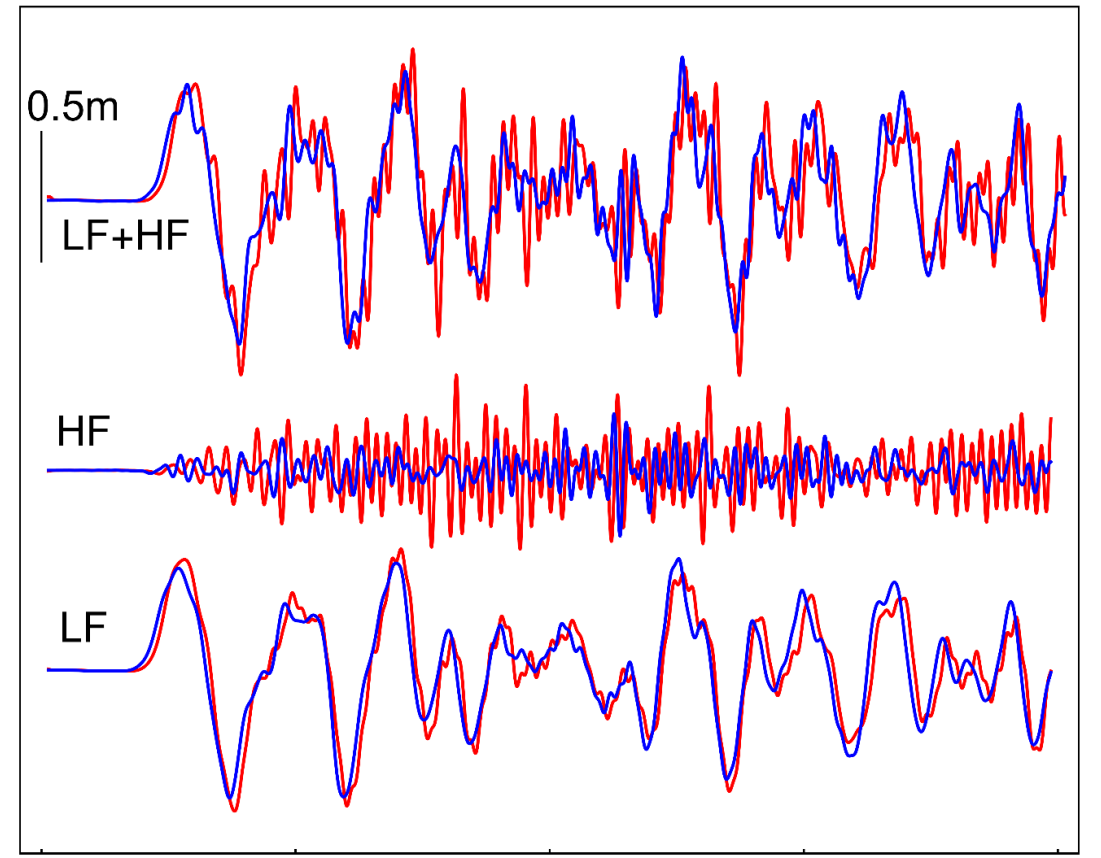
Tsunami height [m]



III. Frequency content

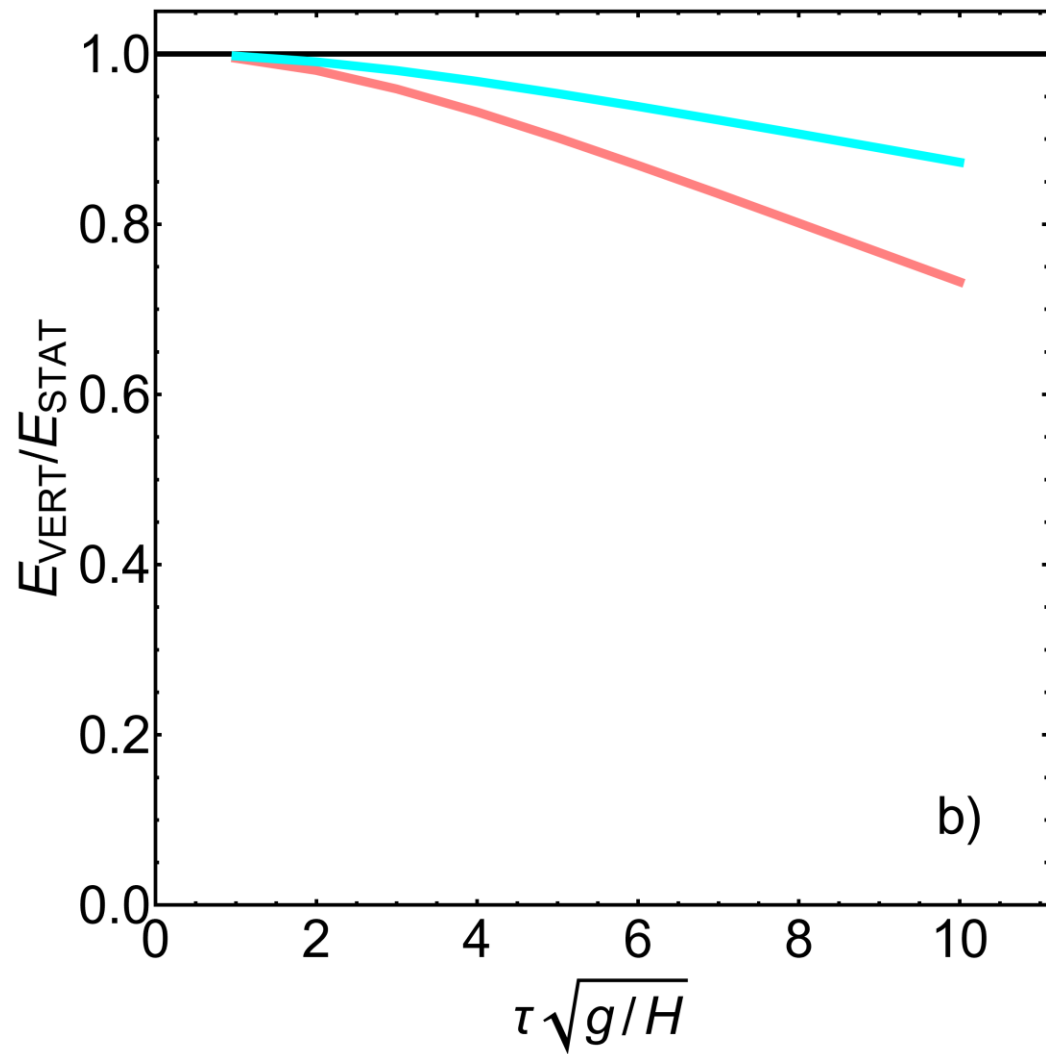
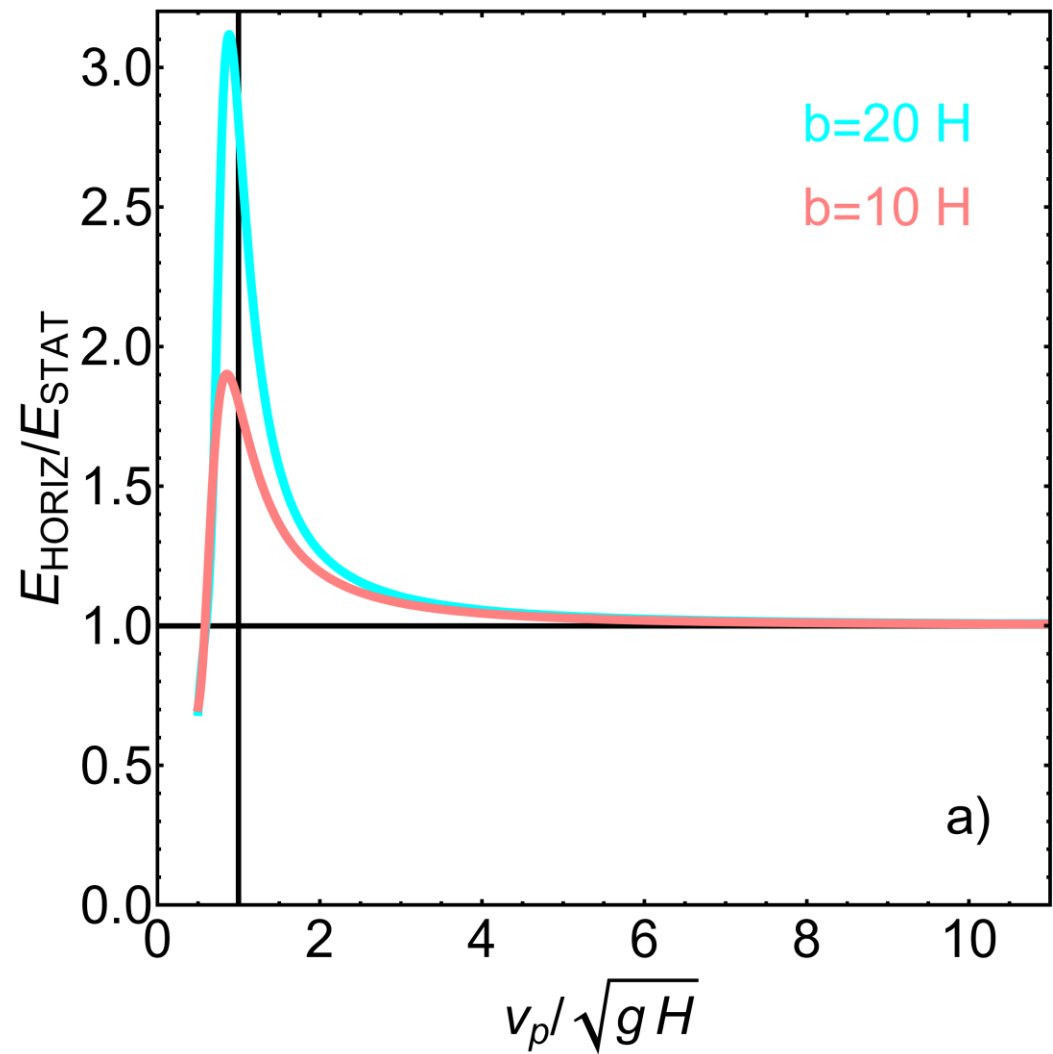


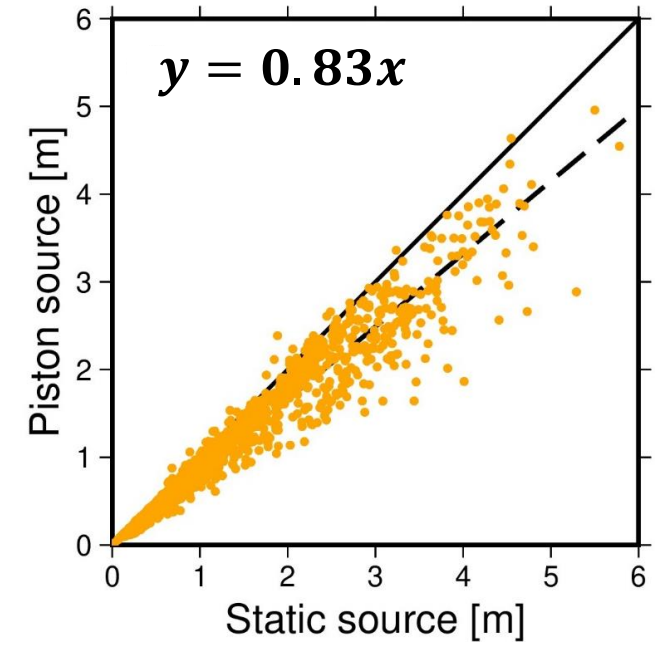
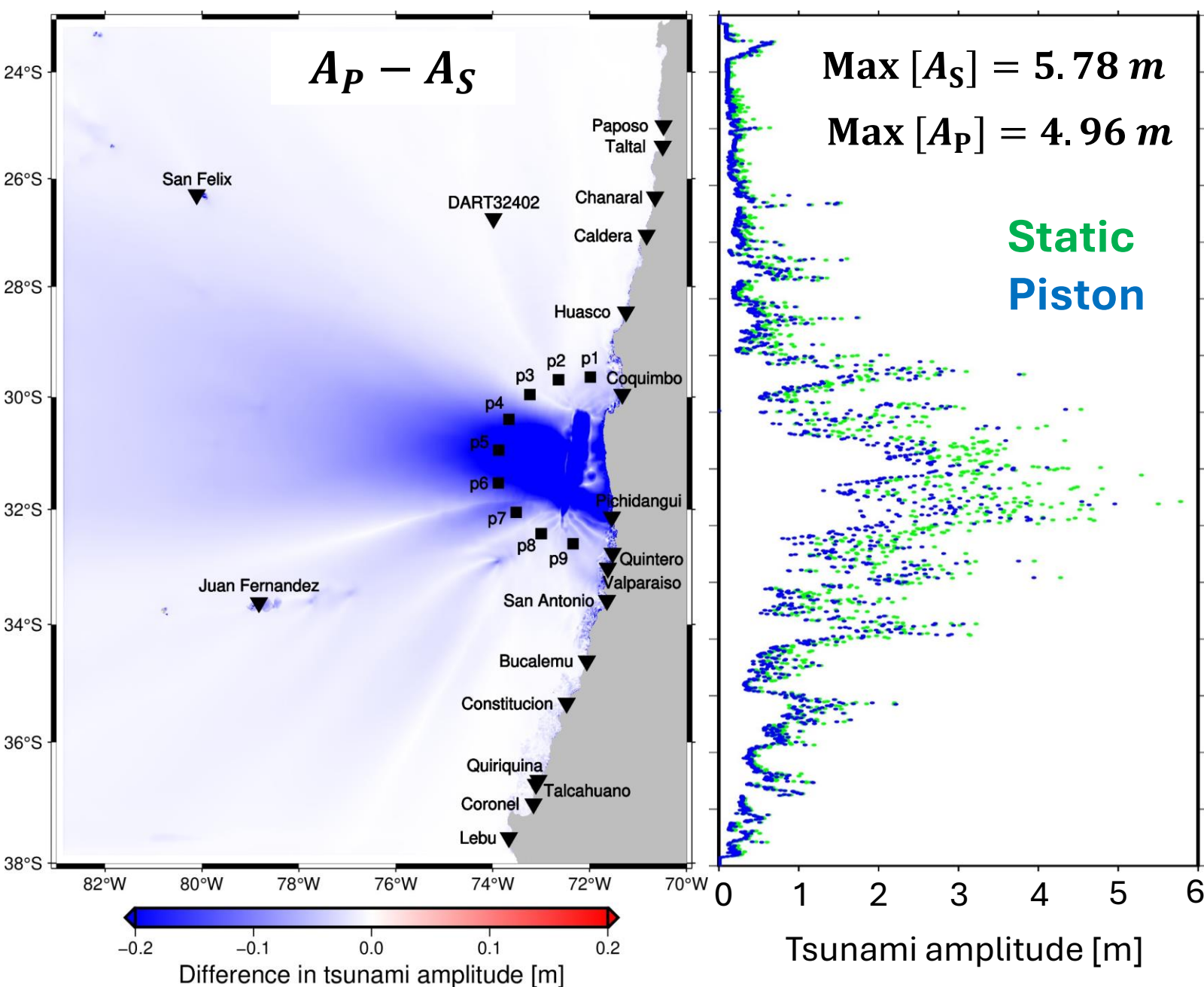
- If the signal contains only low-frequency component, then static and dynamic sources give similar results
- If the signal contains both low-frequency and high-frequency components, the high-frequency component is more intensive for the dynamic source
- If the high-frequency and low-frequency components are shifted in time related to each other (for example, due to phase dispersion), there will be no amplification of the total signal



Decomposition of Huasco time series

I. Basic mechanisms of dynamic tsunami generation





$$-2.41 \text{ m} \leq A_P - A_S \leq 0.5 \text{ m}$$

- **Piston source in most of the points significantly attenuates the tsunami amplitude**
- **In some points $A_P > A_S$ due to local bathymetry features**